

Bir Dijital Oyunla Matematik Kavram Öğretimi: Aritmetiğin Temel Teoremi

Teaching a Mathematical Concept through a Digital Game: The Fundamental Theorem of Arithmetic

Muhammed Tüncer¹

Mustafa Gök^{2*}

ÖZ

Soyut matematiksel kavramların öğretimi, öğrenciler için genellikle zorluklar barındırmaktadır. Aritmetiğin Temel Teoremi, pozitif tam sayıların asal çarpanlara ayrılmasının tek türlü olduğunu belirten soyut bir kavram olarak öğrenciler açısından anlamlandırılması güç konular arasındadır. Bu çalışmada, söz konusu kavramın öğretimi desteklemek için dijital oyun tabanlı bir öğrenme yaklaşımı benimsenmiştir. Bu doğrultuda, "Aşı Üretimi" adlı bir dijital oyun geliştirilmiştir. Oyun, öğrencilerin asal çarpanlar konusunu bir aşı geliştirme süreci senaryosu içinde deneyimlemelerine olanak tanımakta ve problem çözme, strateji kurma ile kavramsal ilişkilendirme becerilerini destekleyen etkileşimli bir ortam sunmaktadır. Çalışma, Didaktik Durumlar Teorisi temelinde matematiksel içeriğin oyun mekaniğine içsel olarak gömüldüğü bir tasarım sunarak yüzeysel entegrasyon sorununa alternatif bir yaklaşım ortaya koymasıyla literature katkı sağlamaktadır. Araştırma, nitel bir durum çalışması deseni ile yürütülmüştür. Katılımcılar, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 10 altıncı sınıf öğrencisinden (11-12 yaş) oluşmaktadır. Uygulama, her biri yaklaşık 30-70 dakika süren bire bir oturumlar şeklinde gerçekleştirilmiştir. Veriler, gözlem ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmış, içerik analizi yöntemiyle çözümlenmiştir. Araştırmanın bulguları, dijital oyun tabanlı öğrenme ortamının öğrenci öğrenme deneyimleri üzerinde belirgin biçimde olumlu etkiler yarattığını göstermiştir. Özellikle, oyundaki gerçekçi bağlamın öğrencilerin soyut kavramı somut bir durumda deneyimleyerek daha kolay kavramasına yardımcı olduğu anlaşılmıştır. Oyunu oynayan öğrencilerin strateji geliştirme, problem çözme ve kavramsal ilişkilendirme becerilerinde gelişimler kaydedilmiş; ayrıca öğrencilerin motivasyon düzeylerinin yüksek olduğu belirlenmiştir. Öğrenci görüşleri, oyunun eğlenceli, ilgi çekici ve öğretici bulunduğunu ortaya koymuştur. Araştırma, bağlam temelli ve kuramsal yaklaşımlar odağında geliştirilen dijital oyunların soyut matematiksel kavramların öğretiminde etkili bir araç olabileceğine işaret etmektedir.

Anahtar kelimeler: Ortaokul Öğrencileri, Dijital Oyun Tabanlı Öğrenme, Aritmetiğin Temel Teoremi, Bağlam Temelli Öğrenme, Matematik Öğretimi

ABSTRACT

Teaching abstract mathematical concepts is often challenging because students may struggle to connect symbolic representations with meaningful understanding. The Fundamental Theorem of Arithmetic, which states that every positive integer has a unique prime factorization, is one such concept that many students find difficult to grasp. To address this challenge, this study adopted a digital game-based learning approach and developed a context-based digital game entitled Vaccine Production. The game situates prime factorization within a vaccine development scenario, providing an interactive learning environment that promotes problem-solving, strategic thinking, and conceptual understanding. Drawing on the Theory of Didactical Situations (TDS), the study contributes to the literature by presenting a game design in which mathematical concepts are intrinsically integrated into the game mechanics, offering an alternative to the superficial incorporation of educational content into digital games. The study employed a qualitative case study design involving ten sixth-grade students (aged 11-12) attending a public middle school. Individual gameplay sessions lasted approximately 30 to 70 minutes. Data were collected through classroom observations and semi-structured interviews and analyzed using content analysis. The findings revealed that the digital game-based learning environment positively influenced students' learning experiences. Specifically, the authentic game context enabled students to better understand the abstract concept by experiencing it within a meaningful and concrete setting. Participants also demonstrated improvements in strategic thinking, problem-solving, and conceptual understanding, while reporting high levels of motivation throughout the learning process. Moreover, students described the game as enjoyable, engaging, and educational. Overall, the findings suggest that context-based digital games grounded in robust theoretical frameworks can serve as effective instructional tools for promoting meaningful learning of abstract mathematical concepts.

Keywords: Middle School Students, Digital Game-Based Learning, Fundamental Theorem of Arithmetic, Context-Based Learning, Mathematics Teaching

* Sorumlu yazar / Corresponding author

¹ Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Van, Türkiye, E-mail: mtuncer765@gmail.com ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-8940-6689>

² Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Van, Türkiye, E-mail: mustafagok@yyu.edu.tr ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9349-4078>

Başvuru/Submitted: 25.10.2025 Kabul/Accepted: 29.07.2026

Turnitin Similarity Index 04%



GİRİŞ

Matematik eğitiminin karşılaştığı en büyük güçlüklerden biri, matematiğin soyut ve karmaşık doğasının öğrenciler için anlaşılabilir kılınmasıdır. Matematiksel bilgi genellikle idealleştirilmiş ve soyut bir yapıya sahiptir; bu durum özellikle somut deneyimlerden yoksun öğrencilerin kavramları içselleştirmesini zorlaştırmaktadır (Dahl, 2018). Zorluklar kavramların gömülü olduğu bağlamlarda ve güçlük düzeyi arttıkça daha da belirginleşmektedir. Örneğin, PISA 2022 sonuçlarında Türk öğrencilerin problem çözme becerilerinin oldukça zayıf olduğu, ileri düzey problem kategorisinde Türkiye’deki öğrencilerin sadece yaklaşık %8’sinin başarılı olduğu rapor edilmiştir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2023). Bu oran, OECD ortalamasının (%8,7) altında seyretmektedir. Bu bağlamda, öğrenciler matematiğin soyut doğası ile başa çıkabilmeleri için yeni yöntem ve araçlara ihtiyaç duymaktadır.

Son yıllarda dijital teknolojiler, eğitimde bu yöndeki ihtiyaçlara yanıt verebilecek alternatif yaklaşımlar sunmaya başlamıştır. Özellikle dijital oyun tabanlı öğrenme, matematik öğretiminde öğrencilerin motivasyonunu ve öğrenme deneyimini zenginleştiren bir araç olarak dikkat çekmektedir (Gök & İnan, 2021). Araştırmalar, eğitsel dijital oyunların öğrenmeyi eğlenceli hale getirdiğini (Samur, 2022), göreve odaklanmayı sağladığını (Chen vd., 2012), öğrenmeye yönelik motivasyon ve başarıyı artırdığını göstermektedir (Hung vd., 2014; Ke & Grabowski, 2007; Tokac vd., 2019). Bu çalışmaların ortak noktası belirlenmiş bir pedagojik hedefe yönelik tasarımlar içermeleridir. Bütün bu sonuçlar, dijital oyun temelli öğrenme yaklaşımının matematik öğretiminde önemli bir yere sahip olduğunu ve doğru tasarlandığında hem motivasyon hem de öğrenme çıktıları bakımından değer kattığını ortaya koymaktadır.

Öte yandan, mevcut dijital matematik oyunlarının çoğunda, hedeflenen matematiksel içeriğin oyunla ilişkilendirilme biçimi genellikle yüzeysel kalmaktadır. Pek çok sözde “eğitsel” oyunda matematiksel problemler, oyun kurgusuna sonradan eklenmiş basit alıştırmalar veya mini-testler şeklinde sunulmakta; oyun mekaniği ile matematiksel kavram arasındaki ilişki zayıf kalmaktadır (Habgood & Ainsworth, 2011). Matematiksel içeriğin doğrudan oyun bağlamına gömülü bir biçimde yer aldığı tasarımlara literatürde nadiren rastlanmaktadır (Gök, 2019). Brousseau (1997), kavramın kendiliğinden, durumun mantığı (*milieu*) içinde, bir engele takılarak (*epistemolojik engel*) ve kendi içsel zorunluluğu ile ortaya çıkmasını önermektedir. Bu bakış açısına göre, öğrenme ortamı öğrencinin kavramı dışsal yönergeler aracılığıyla değil, durumun kendi iç dinamikleriyle karşılaştığı bilişsel çatışmalar yoluyla yeniden inşa etmesini sağlar. Bu bakımdan, matematiksel kavramlara özgü bağlamlar oluşturarak bilgiyi öğrenciler için sezgisel hale getiren dijital oyun tasarımları literatüre özgün katkılar sunmaktadır. Nitekim Gök, İnan ve Akbayır (2020a, 2020b) çalışmalarında matematiksel bilginin oyun özellikleri içine adeta gömülerek sunulabileceğini, bu sayede öğrencilerin karşılarına çıkan problem durumlarını oyun bağlamı içinde örtük bir şekilde deneyimleyebileceklerini vurgulamışlardır. Bu yaklaşım, öğrencilerin oyun oynarken hedef bilgiyle ilişkili çok sayıda görevi farkında olmadan üstlenmesini sağlamakta ve böylece matematiksel problemleri örtük bir senaryo içinde çözmelerine olanak tanımaktadır (Brousseau, 1997; Erdoğan, Gök & Bozkır, 2014). Ancak bu şekilde kurgulanmış, matematiksel kavramı oyun bağlamının merkezine alan tasarımlar eğitim teknolojileri literatüründe oldukça sınırlıdır.

Bu çalışma kapsamında kullanılacak dijital oyun tasarımı, yukarıda bahsedilen boşluğu doldurmak üzere, matematiksel kavramlara özgü bir senaryo ve kurgu içermektedir. Bu tür bir öğrenme ortamının tasarımı, teorik çerçeve olarak Didaktik Durumlar Teorisi (DDT) benimsenmiştir. DDT, Fransız matematik eğitimci Guy Brousseau tarafından geliştirilmiş olup, matematik öğretiminde öğrenci etkileşimlerini oyun benzeri *durumlar* üzerinden açıklayan bir

kuramdır (Brousseau, 1997). Bu tür durumlar teoride adidaktik durumlar olarak adlandırılmaktadır.

Teoriye göre bir adidaktik durum, öğrencinin belirli bir matematiksel bilgiyi kullanması veya keşfetmesi için oluşturulan koşullar bütünüdür (Brousseau, 1997; Warfield, 2014). Başka bir ifadeyle, adidaktik durumda öğretmen, öğretimsel bir hedef doğrultusunda özenle planlanmış bir aktiviteye öğrencileri maruz bırakır ve bir süreliğine geri çekilir; öğretimsel hedef, öğrenciler tarafından açıkça görülmez hale getirilir (Brousseau, 1997; Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2013). Öğrenciler önceden tasarlanmış belirli problem koşullarıyla, yani bir ortam (milieu) ile, baş başa kalır ve bu ortam içinde deneme-yanılma, akıl yürütme, tartışma gibi süreçlerle hedef bilgiyi kendileri yapılandırmaya çalışırlar (Gök & Erdoğan, 2017). Ortam, DDT bağlamında, öğrenciye etki eden tüm nesne, koşul ve etkileşimlerin toplamıdır. Öğrencinin içinde bulunduğu fiziki materyaller, önceki bilgileri, akran etkileşimi, dilsel ifadeler vb. bu ortama dahildir (Warfield, 2014, Erdoğan, 2016). Öğrenci, problem durumunu bu ortamın geri bildirimlerine dayanarak çözmeye çalışırken, öğretmen arka planda kalır ve süreci gözlemler. Böylece, öğretim bir bakıma öğrenci merkezli bir oyun halini alır. Öğretmenin rolü, öğrenme gerçekleşene dek müdahaleyi en aza indirmek ve uygun an geldiğinde süreci yönlendirip sonuca bağlamaktır. Bu yaklaşım kapsamında Brousseau (1997) bir didaktik süreci beş ana aşamada ele alır: (i) Sorumluluk devretme: öğretmenin öğrenme sorumluluğunu öğrenciye devretmesi, (ii) Eylem: öğrencinin ortamla etkileşerek çözüm stratejileri geliştirmesi, (iii) İfade etme: eylem aşamasındaki stratejilerin grupla hipotezler kurularak paylaşılması, (iv) Doğrulama: hipotezlerin çeşitli akıl yürütme stratejileriyle kanıtlanması ve son olarak (v) Kurumsallaştırma: öğrenilen bilginin öğretmen rehberliğinde açıkça ifade edilip resmi bilgi haline getirilmesidir. Bu aşamalar, DDT'nin yapılandırmacı felsefesini yansıtarak öğrencinin kendi deneyimi aracılığıyla matematiksel bilgiyi inşa etmesini sağlar (Erdoğan, 2016).

DDT, özünde öğretimi bir çeşit adaptasyon süreci şeklinde modellediği için, dijital oyun tabanlı öğrenme yaklaşımları ile doğal bir uyum içindedir. Nitekim Brousseau'nun teorisi, "öğrencinin bilgiye dikkatle tasarlanmış bir oyun aracı sayesinde ulaşmasını" öngörmesi nedeniyle literatürde "oyun temelli bir kuram" olarak da anılmıştır (Gök & İnan, 2021). Bu bağlamda, DDT ile dijital oyun tabanlı öğrenme yaklaşımlarının birlikteliği, kuramsal açıdan birbirini tamamlayıcı özellikler sergilemektedir. Tasarım boyutunda DDT, oyunun sahip olması gereken problem durumu, geri bildirim veren ortam, hedef bilgi gibi unsurlar için net bir çerçeve sunarken; pedagojik boyutta dijital oyun tabanlı öğrenme, bu unsurları öğrenciye çekici gelecek etkileşimli bir ortamda bir araya getirme imkânı vermektedir. Örneğin, Gök ve İnan (2021) altıncı sınıf öğrencileriyle yürüttükleri bir çalışmada, "Sayılarla Yarış" adlı matematiksel oyunu DDT ilkeleriyle tasarlayarak öğrencilerin deneyimlerini didaktik bir analizle incelemişlerdir. Aynı çalışmada, DDT'nin sunduğu kuramsal araçların dijital oyun tasarımına entegre edilmesinin, öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerinin farkına varmaları noktasında anlamlı katkılar sağladığı vurgulanmıştır. Benzer şekilde, Erdoğan ve Özdemir Erdoğan (2013), DDT prensipleri temel alınarak tasarlanan oyun temelli bir öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel süreçleri deneyimleme imkanı sağlayacağını bildirmiştir. Bu araştırmalar, DDT bağlamında dijital oyun kullanımının, matematik öğretiminde hem kuramsal hem de pratik açıdan yenilikçi ve etkili bir yaklaşım olduğunu ortaya koymaktadır.

Aritmetiğin Temel Teoremi: Bilimsel Bilgiden Öğretim Programına Dönüşüm

Matematiğin soyut yapısından kaynaklanan öğrenme zorluklarını ele alırken, bu zorlukların somutlaştığı spesifik kavramların incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada ele alınan "Aritmetiğin Temel Teoremi" bu bağlamda merkezi bir kavram olarak öne çıkmaktadır. Bu teorem, matematiğin en köklü yapı taşlarından birini oluşturmakta olup her bir pozitif tam

sayının asal sayıların çarpımı olarak tek ve benzersiz bir biçimde ifade edilebileceğini ortaya koymaktadır (Rosen, 2011). Teoremin önemi, yalnızca sayılar teorisinin temelini oluşturmasıyla sınırlı değildir; aynı zamanda en büyük ortak bölen (EBOB), en küçük ortak kat (EKOK), kesirler ve bölünebilme kuralları gibi pek çok matematiksel kavramın öğretiminde merkezi bir işlev üstlenmektedir (Zazkis & Campbell, 1996). Bu denli geniş bir kavramsal ağın temelinde yer alması, aritmetiğin temel teoreminin öğretimini salt bir konunun aktarımı olmaktan çıkarmakta ve matematiksel düşüncenin yapılandırılması açısından kritik bir konuma taşımaktadır. Ancak bu tür soyut kavramlar okul matematiğinde nadiren aynı şekilde kullanılmakta, bunun yerine uygun şekilde indirgenmektedir.

Bilimsel bilginin okul bilgisine dönüştürülme sürecini açıklayan didaktik transpozisyon kavramı, Chevallard (1985, 1991) tarafından geliştirilmiştir. Bu kurama göre, bir bilginin öğretilebilir hale gelmesi için üç temel aşamadan geçmesi gerekmektedir: Matematikçilerin ürettiği orijinal bilgi olan *bilimsel bilgi*, müfredat ve ders kitaplarına yansıyan *öğretilecek bilgi* ve son olarak sınıf ortamında aktarılan *öğretilen bilgi*. Bosch ve Gascón (2006), bu dönüşüm sürecinde bilginin bağlamından koparılması, kişisellikten arındırılması ve programlanabilir hale getirilmesi gibi işlemlerden geçtiğini vurgulamaktadır. Aritmetiğin temel teoremi bağlamında bu dönüşüm; teoremin ispat ve aksiyomatik yapısından arındırılarak, prosedürel bir beceriye, bir sayının asal çarpanlarına ayrılması algoritmasına, indirgenmesi şeklinde gerçekleşmiştir.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında hazırlanan ortaokul matematik dersi öğretim programı (MEB, 2024) incelendiğinde, aritmetiğin temel teoreminin doğrudan terminolojik bir başlık olarak yer almadığı; ancak içeriğinin 6. sınıf düzeyinde "1'den büyük doğal sayıların ya asal olduğu ya da asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabileceği" biçiminde kazanımlara yansıtıldığı görülmektedir. Bu durum, Chevallard'ın didaktik transpozisyon kuramının somut bir yansımasıdır. Program, öğrencilerin bu genellemeye sınıf içi tartışmalar aracılığıyla ulaşmalarını hedeflemekte ve kavramın öğretiminde çoklu temsiller (dikdörtgen alanı modeli, yüzölçümü tablosu, asal çarpan ağacı), keşfetme temelli etkinlikler (Eratosthenes Kalburu) ile görsel, işitsel ve dijital materyallerin kullanımını önermektedir. Öğretim programında farklılaştırma kapsamında "destekleme" bölümünde yer alan bu öneriler, kavramın öğretiminde çeşitli yaklaşımlara duyulan ihtiyacı açıkça ortaya koymaktadır.

Ne var ki araştırmalar, asal sayılar ve çarpanlara ayırma konusunun öğrenciler için çeşitli güçlükler barındırdığını ortaya koymaktadır. Zazkis ve Liljedahl (2004), asal sayıların öğrenciler için "görünmez" bir yapıya sahip olduğunu, çünkü somut bir karşılıklarının bulunmadığını belirtmektedir. Öğrenciler, asal sayıları tanımlayabilmelerine rağmen, bunların çarpanlarla olan ilişkisini anlamlandırmada güçlük çekmektedir. Zazkis ve Campbell (1996) ise öğrencilerin çarpanlara ayırma işlemini mekanik olarak gerçekleştirebildiklerini, ancak teoremin neden doğru olduğunu ve tekliğin ne anlama geldiğini kavramakta zorlandıklarını tespit etmiştir. Sfard'ın (1991) kavramsallaştırmasıyla ifade edilecek olursa, asal çarpanlara ayırma öğrenciler için çoğunlukla bir "süreç" (*process*) olarak kalmakta; bu çarpımın bir sayının yapısal "kimliği" olduğu düşüncesine, yani nesne (*object*) düzeyine, ulaşamamaktadır. Bu kavramsal soyutluk, öğretim programının çoklu temsiller ve keşfetme temelli yaklaşımlar önermesinin temel gerekçesini oluşturmaktadır.

Bu noktada dijital oyunlar, kavramın soyut doğasının yarattığı öğrenme güçlüklerinin aşılmasında önemli bir potansiyel taşımaktadır. Prensky (2007), dijital oyunların öğrencilere aktif katılım, anında geri bildirim ve tekrarlı deneyimleme olanağı sunarak öğrenmeyi desteklediğini belirtmektedir. Gee (2007) ise video oyunlarının, karmaşık sistemlerin anlaşılmasını kolaylaştıran durumlu öğrenme ortamları yarattığını vurgulamaktadır.

Matematik öğretimi özelinde Ke (2008), oyun temelli öğrenmenin öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilediğini ve özellikle soyut kavramların görselleştirilmesinde etkili olduğunu ortaya koymuştur. Boaler (2016) de görsel ve etkileşimli araçların, matematiksel düşünmenin gelişiminde kritik bir rol oynadığını belirtmektedir. Bu bağlamda, aritmetiğin temel teoreminin soyut yapısından kaynaklanan kavramsal güçlüklerin, dijital oyun ortamlarının sunduğu görselleştirme, etkileşimli keşif ve anında geri bildirim olanakları aracılığıyla aşılabileceği düşünülmektedir.

Bu çalışmada, DDT çerçevesinde tasarlanan bir oyun ve bu oyunun geliştirme süreçlerindeki prototipini deneyimleyen öğrencilerin oyun hakkındaki görüşleri incelenmiştir. Bu bağlamda araştırmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

- DDT çerçevesinde, Aritmetiğin Temel Teoremi'nin öğretime yönelik dijital bir oyun nasıl tasarlanabilir?
- Ortaokul 6. sınıf öğrencileri, "Aritmetiğin Temel Teoremi" kavramını öğretmeye yönelik bu dijital oyun ortamını deneyimlerken öğrenme süreci nasıl gerçekleşmektedir?

YÖNTEM

Bu araştırma, nitel araştırma yaklaşımına dayalı bir durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışması, belirli bir olgunun veya sürecin gerçek hayat bağlamında derinlemesine incelenmesine olanak tanıyan bir nitel araştırma desendir (Merriam, 2013). Bu çalışmada amaç, "Aşı Üretimi" adlı dijital oyun temelli öğrenme ortamının tasarım sürecini ve bu oyunun ortaokul 6.sınıf öğrencileri tarafından nasıl deneyimlendiğini ayrıntılı olarak ortaya koymaktır. Böylece, tek bir durum olarak ele alınan bu dijital oyun uygulaması kapsamında ortaya çıkan tasarım özellikleri ve öğrenen deneyimleri derinlemesine analiz edilmiştir.

Katılımcılar

Araştırmanın çalışma grubunu, Doğu Anadolu bölgesindeki bir devlet ortaokulunun 6. sınıf düzeyinde öğrenim gören 11-12 yaş aralığındaki 10 öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Bu doğrultusunda, uygulama öncesinde potansiyel katılımcıların matematikte kendilerini ne derece yeterli gördükleri 1 (Düşük) ile 5 (Yüksek) arasında değişen bir ölçekle belirlenmiş ve çalışma grubuna her bir öz-yeterlik düzeyinden (1, 2, 3, 4 ve 5) ikişer öğrenci dahil edilmiştir. Bu seçimdeki amaç, farklı yeterlik algısına sahip öğrencilerin oyun sürecindeki davranış çeşitliliğini derinlemesine incelemektir. Okul yönetimi ve velilerden gerekli izinler alındıktan sonra gönüllü olarak çalışmaya katılan öğrencilerin kimlik bilgileri gizli tutulmuş; katılımcı mahremiyetini sağlamak amacıyla veri raporlama sürecinde her bir öğrenci "Ö1, Ö2, ...Ö10" kodları ile anılmıştır.

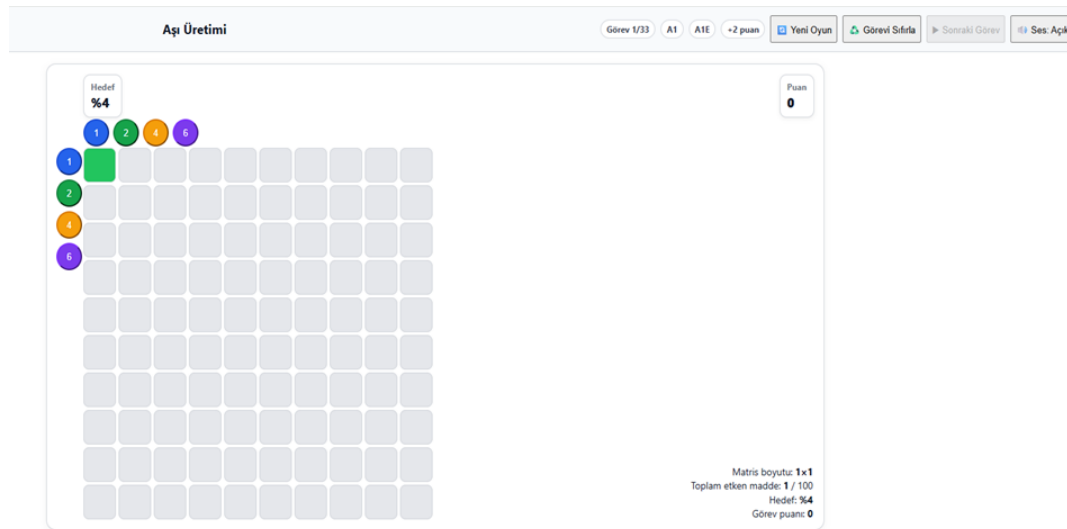
Oyun Tasarımı

Araştırmada geliştirilen oyunun arkasında yatan matematiksel bilgi, aritmetiğin temel teoremidir. Aritmetiğin temel teoremi, 1'den farklı her pozitif tam sayı, asal sayıların bir çarpımı olarak çarpanlarına ayrılabilir ve bu çarpanlara ayırma, asal çarpanların meydana gelme sırasına bakılmaksızın, benzersizdir (Andrews, 1971). Bu teorem, sayıların yapı taşlarını belirlediği için sayı teorisinin en temel kavramlarından biridir. Özellikle asal sayıların doğal sayıların inşasındaki temel rolünü vurgulamaktadır (Raji, 2023).

Oyunun Bağlamı ve Hikâyesi

Oyunda öğrenci, çeşitli virüslerin alt türlerine karşı aşı üreten bir şirkette ekip başkanı rolünü üstlenmektedir. Oyuncunun görevi, etken maddeyi teknolojik bir ortamda doğru oranda çoğaltarak aşıya eklemektir. Başlangıçta aşı %1 etken madde içermekte olup oyuncu bu değeri hedeflenen orana ulaştırmak zorundadır (Şekil 1). Ancak bu süreçte belirli kısıtlamalar bulunmaktadır:

1. Etken madde her zaman tam sayı yüzde değeri olarak ifade edilmektedir (örn. %4, %28).
2. Oyun 10×10 boyutunda bir ızgara üzerinde gerçekleşmekte olup, başlangıçta tek bir yeşil taş (%1) bulunmaktadır. 10×10 oyun alanının dışına çıkılamaz, eğer böyle bir konfigürasyon denenirse oyun alanının dışına çıkıldığı ve başka bir tercihte bulunulması gerektiği belirtilir. (Örneğin üstteki butonlar yerine soldaki butonlara basılması gerektiği)
3. Oyuncu yalnızca {1, 2, 4, 6} değerlerindeki butonları kullanarak etken maddeyi çoğaltabilmektedir.
4. Azaltma seçeneği bulunmamakta; hedef aşıldığında oyun kaybedilmektedir.



Şekil 1. Dijital Oyunun Başlangıç Görüntüsü

Oyun Mekanikası ve Aritmetiğin Temel Teoremi Bağlantısı

Oyunun temel mekanikası, aritmetiğin temel teoremini doğrudan yansıtacak biçimde tasarlanmıştır. Butonlar, tek basamaklı asal sayıları (2, 3, 5, 7) temsil etmekte olup her butonun değeri, karşılık gelen asal sayının bir eksiğidir (Tablo 1). Bir butona basıldığında mevcut taş sayısı, o butonun temsil ettiği asal sayı ile çarpılmaktadır.

Tablo 1. Buton Değerleri ve Asal Sayı Karşılıkları

Buton	Asal Sayı	İşlem	Matematiksel Açıklama
1	2	$\times 2$	$\text{Mevcut} + 1 \times \text{Mevcut} = 2 \times \text{Mevcut}$
2	3	$\times 3$	$\text{Mevcut} + 2 \times \text{Mevcut} = 3 \times \text{Mevcut}$
4	5	$\times 5$	$\text{Mevcut} + 4 \times \text{Mevcut} = 5 \times \text{Mevcut}$
6	7	$\times 7$	$\text{Mevcut} + 6 \times \text{Mevcut} = 7 \times \text{Mevcut}$

Üst kısımdaki butonlar yatay (satır boyunca), sol kısımdaki butonlar ise dikey (sütun boyunca) çoğaltma sağlamaktadır. Her çoğaltma adımında eklenen taşlar farklı renklerle gösterilmektedir: başlangıç yeşil, birinci çoğaltma siyah, ikinci çoğaltma kırmızı, üçüncü çoğaltma sarı, dördüncü çoğaltma mavi ve beşinci çoğaltma kahverengi. Bu renklendirme sistemi, sayının asal çarpanlarına ayrılma sürecinin görsel bir temsilini sunmaktadır.

Görev Yapısı ve Zorluk Seviyeleri

Oyun, dört farklı zorluk seviyesinde toplam 33 görev içermektedir (Tablo 2). A serisi görevler iki asal çarpan gerektirirken, B ve C serileri sırasıyla üç ve dört asal çarpan gerektirmektedir. D serisi ise aralık olarak verilen hedeflerle stratejik esneklik sunmaktadır.

Tablo 2. Görev Seviyeleri ve Asal Çarpan Yapıları

Seri	Çarpan Sayısı	Örnek	Asal Çarpanlar	Puan
A	2	4, 6, 9, 10...	$2^2, 2 \times 3, 3^2, 2 \times 5...$	2
B	3	8, 12, 18, 27...	$2^3, 2^2 \times 3, 2 \times 3^2, 3^3...$	3
C	4	16, 24, 36, 81...	$2^4, 2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 3^4...$	4
D	Değişken	Aralık	Çoklu çözüm	1
YE	-	32-35	Üretilemez	5

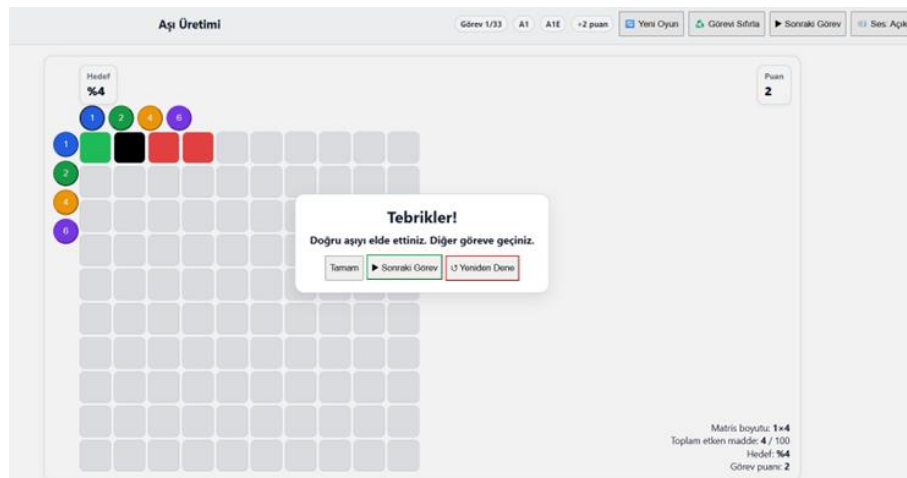
Oyunun Temel İlerleyişi

Oyunun işleyişini somutlaştırmak amacıyla, farklı zorluk düzeylerinden üç örnek senaryo aşağıda adım adım açıklanmıştır.

Örnek 1: A1 görevi, %4 ($4 = 2^2$)

Bu görevde öğrenci, 4 sayısının 2×2 şeklinde ifade edilebileceğini keşfetmelidir.

- Adım 1 (Başlangıç): Oyun alanında tek bir yeşil taş bulunmaktadır (%1).
- Adım 2 (Buton 1 – Birinci $\times 2$): Üst butonlardan "1"e basıldığında mevcut taş sayısı 2 ile çarpılır. Yeşil taşın yanına bir siyah taş eklenir (1×2 dizilim, toplam 2 taş).
- Adım 3 (Buton 1 – İkinci $\times 2$): Tekrar "1" butonuna basıldığında 2 taş 2 ile çarpılır. İki kırmızı taş eklenir (1×4 dizilim, toplam 4 taş).
- Sonuç: Hedef olan %4'e ulaşılır ve görev tamamlanır (Şekil 2).

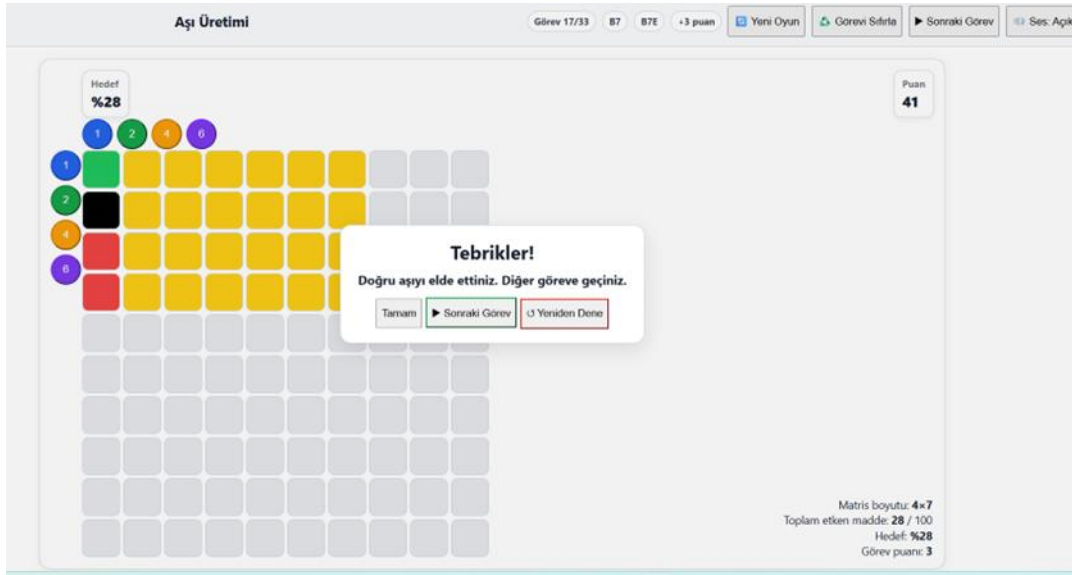


Şekil 2. Oyunda %4'e Ulaşmanın Bir Yolu

Örnek 2: B7 görevi, %28 ($28 = 2^2 \times 7$)

Bu görev hem yatay hem dikey çoğaltmanın stratejik kullanımını gerektirmektedir.

- Adım 1 (Başlangıç): Tek yeşil taş (%1).
- Adım 2 (Sol Buton 1 – Birinci $\times 2$): Dikey çoğaltma ile 2×1 dizilim oluşur (2 taş).
- Adım 3 (Sol Buton 1 – İkinci $\times 2$): Dikey çoğaltma devam eder, 4×1 dizilim oluşur (4 taş).
- Adım 4 (Üst Buton 6 – $\times 7$): Yatay çoğaltma ile 4×7 dizilim oluşur (28 taş).
- Sonuç: Hedef olan %28'e ulaşılır (Şekil 3).



Şekil 3. Oyunda %28 Elde Etme Görevini Başarıyla Tamamlanması

Bu örnekte, eğer öğrenci yalnızca yatay çoğaltma kullansaydı ($1 \rightarrow 7 \rightarrow 14$), 14 sütun 10×10 alanı aşacağından oyunda taş üretilmeyerek, oyun alanının dışına çıkıldığı uyarısı verecekti. Bu durum, öğrenciyi sayının farklı çarpan kombinasyonlarını (örn. 4×7 vs. 2×14) düşünmeye yönlendirmektedir.

Örnek 3: YE Görevi, $32 < YE < 35$ (Üretilemez)

Bu görev, sistemin sınırlarını keşfetmeye yönelik tasarlanmıştır.

- $33 = 3 \times 11 \rightarrow 11$ sayısı için buton bulunmamaktadır (11 asal sayısı için 10 butonu olmalıydı).
- $34 = 2 \times 17 \rightarrow 17$ sayısı için buton bulunmamaktadır (17 asal sayısı için 16 butonu olmalıydı).

Bu aralıktaki hiçbir sayı mevcut butonlarla üretilemez. Öğrenci, bu durumu deneyimleyerek "neden bazı sayılara ulaşamıyorum?" sorusuyla yüzleşir ve asal çarpanların rolünü sezgisel olarak kavrar.

Bu araştırmada kullanılan *aşı üretimi* adlı dijital oyun, aritmetiğin temel teoreminin öğretimini desteklemek üzere tasarlanmış ve beş temel oyun mekaniği (taş oluşturma, değer hesaplama, görev takibi, puanlama sistemi, arayüz kontrolleri) etrafında yapılandırılmıştır. Oyunun temelinde yer alan taş oluşturma mekaniği, öğrencilerin asal veya bileşik sayıları temsil eden taşları bir ızgara üzerinde üretmelerine olanak tanımaktadır. Her taş, sayıların asal çarpanlara

ayrılması sürecindeki bir adımı temsil eder. Değer hesaplama sistemi, oluşturulan taşların sayısını ve çarpan değerlerini otomatik olarak hesaplayarak öğrencilerin asal çarpanlara ayrışımı dinamik biçimde gözlemlemelerini sağlar. Görev takibi özelliği, her seviyede belirli bir üretim hedefinin (örneğin, “%4 = 4 taş”) tamamlanmasını gerektirir ve ilerlemeyi gösteren sayaçlar aracılığıyla öğrencilerin süreci izlemelerine yardımcı olur. Puanlama sistemi, öğrencilerin doğru stratejiler geliştirerek hedeflenen sayısal bileşimleri oluşturduklarında puan kazanmalarına olanak tanır; bu durum stratejik düşünme ve problem çözme becerilerini destekler. Son olarak, arayüz kontrolleri (örneğin, “Yeni Oyun”, “Görevi Sıfırla” ve “Ses Aç/Kapat”) öğrencilerin oyunu kendi öğrenme hızlarında deneyimlemelerine ve etkileşimi artırmalarına imkân tanır.

Veri Toplama Süreci

Dijital oyun temelli öğretim uygulaması, bire bir oturumlar şeklinde yürütülmüştür. Her bir öğrenciyle ayrı bir oturum gerçekleştirilmiş olup uygulama süresi ortalama 30-70 dakika arasında değişmiştir. Uygulama uygun bir sınıf ortamında, aynı anda iki bilgisayar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Her oturumda tek bir öğrenci, bir bilgisayar başında oyunu oynarken diğer bilgisayar gerektiğinde araştırmacının gözlemleri veya teknik kontrol için kullanılmıştır.

Oturuma başlamadan önce öğrencilere oyunun kuralları ve arayüzü kısaca tanıtılmıştır. Öğrenciler oyunun genel amacını ve nasıl oynandığını öğrendikten sonra oyuna başlamıştır. Oyun içinde birden fazla görev bulunduğundan, her yeni göreve geçilmeden önce araştırmacı tarafından öğrenciye o göreve yönelik düşüncelerini ve planlarını anlamaya yönelik açık uçlu sorular yöneltilmiştir. Örneğin, “Bu görevde ne yapmayı planlıyorsun?”, “Sence bu bölümde nasıl bir strateji izlemelisin?” gibi sorularla öğrencinin ilgili göreve dair öngörülerini ve stratejileri hakkında veri toplanmıştır. Bu sayede, öğrencinin oyuna başlamadan önceki düşünce süreçleri kayıt altına alınmıştır.

Uygulama sırasında, araştırmacı müdahalesi en aza indirilmiştir. Öğrenci, oyunu oynarken problemleri kendi başına çözmeye çalışmış; araştırmacı, DDT’nin adidaktik durum ilkesine uygun biçimde arka planda kalarak süreci gözlemlemiştir. Oyun oynanırken öğrencinin karşılaştığı zorluklara doğrudan çözüm önerileri getirilmemiş, öğrenci merkezli bir öğrenme deneyimi yaşanmasına özen gösterilmiştir. Sadece görev geçişlerinde veya talimatların anlaşılmadığı durumlarda kısa sözel yönlendirmeler yapılmıştır. Örneğin, bir görevin tamamlanmasının ardından “Şimdi bir sonraki bölüme geçebilirsin” gibi yönlendirmelerle öğrencinin süreci takip etmesi sağlanmıştır. Bunun dışında araştırmacı, öğrencinin oyunla etkileşimine müdahil olmayarak doğal bir öğrenme ortamı oluşturmuştur. Bu tutum, öğrencinin problem çözme stratejilerini kendi deneyimiyle geliştirmesine fırsat tanımıştır.

Uygulama süreci boyunca, her oturum ses kaydı ile belgelemeye uygun biçimde düzenlenmiştir. Öğrencilerin ekran görüntüleri veya ekran etkinlik kayıtları da alınarak oyun sırasında hangi adımları izledikleri kaydedilmiştir. Bu kayıtlar, daha sonra veri analizi aşamasında öğrencilerin davranışlarını ve verdikleri tepkileri daha detaylı inceleyebilmek amacıyla kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada birden çok veri toplama aracı kullanılarak zenginleştirilmiş bir veri seti elde edilmiştir.

Süreç İçi Açık Uçlu Sorular: Oyun süreci esnasında, her bir görev öncesinde öğrencilere yarı yapılandırılmış sözlü sorular yöneltilmiştir. Bu sorular; öğrencinin ilgili görev hakkındaki ön

düşüncesini, tahminini ve stratejisini açığa çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmacı, öğrencinin yanıtlarını netleştirmek adına gerektiğinde sondaj soruları sormuş, ancak öğrencinin doğal düşünce akışını bozmayacak şekilde yönlendirici olmaktan kaçınmıştır.

Uygulama Sonu Yarı Yapılandırılmış Yansıtma Formu: Uygulama tamamlandıktan sonra, öğrencilerin oyun deneyimine ilişkin değerlendirmelerini almak amacıyla DDT çerçevesinde hazırlanan yazılı bir form kullanılmıştır. Az sayıda katılımcı ile yürütülen bu çalışmada, öğrencilerin kendilerini baskı altında hissetmeden ifade edebilmeleri ve sosyal istenirlik önyargısından (araştırmacıya duymak istediği cevabı verme eğilimi) kaçınılması amacıyla, sözlü görüşme yerine yazılı form yöntemi tercih edilmiştir. İsimsiz olarak uygulanan bu form iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde; oyunun çeşitli beceri ve kazanımlara (strateji, yaratıcılık vb.) katkısını ölçmeye yönelik, 1 (Katılmıyorum) ile 5 (Tamamen Katılıyorum) arasında derecelendirilen 5 maddelik bir ölçek yer almaktadır. İkinci bölümde ise ağırlıklı olarak açık uçlu sorulara yer verilmiştir. Bu sorular aracılığıyla; öğrencilerin geliştirdikleri stratejiler, yaşadıkları zorluklar ve oyun-matematik ilişkisine dair algıları hakkında nitel veriler toplanmıştır.

Araştırmacı Gözlem Notları: Uygulama boyunca araştırmacı, katılımcı olmayan gözlemci rolüyle süreci takip etmiştir. Önceden hazırlanan yapılandırılmış bir gözlem formu kullanılarak; öğrencilerin görevlerdeki performansları, takıldıkları noktalar, motivasyon düzeyleri ve geliştirdikleri anlık stratejiler sistematik olarak not edilmiştir. Bu notlar, öğrencinin sözlü veya yazılı olarak ifade edemediği davranışsal verilerin kayıt altına alınmasını sağlamıştır.

Teknik Kontrol Gözlemleri: Yazılımın uygulanması esnasında oluşabilecek teknik aksaklıklar (donma, görev sonlanması vb.) araştırmacı tarafından her oturumda kontrol edilerek kayıt altına alınmıştır. Bu kayıtlar, elde edilen verilerin teknik sorunlardan bağımsız olup olmadığının teyit edilmesi amacıyla veri setine dahil edilmiştir.

Oyun İçi Veriler ve Ekran Kayıtları: Araştırmada kullanılan dijital oyun, öğrencilerin öğrenme süreçlerine ilişkin dolaylı bir veri kaynağı işlevi görmüştür. Her oturumda öğrencilerin ekran etkinlikleri kayıt altına alınmış; böylece hangi görevlerin tamamlandığı, hangi buton kombinasyonlarının denendiği ve görevler arasındaki geçiş süreleri belgelenmiştir. Bu kayıtlar, öğrencilerin strateji geliştirme süreçlerinin retrospektif olarak analiz edilmesine olanak tanımıştır. Ancak oyun, otomatik log kaydı (zaman damgası, hamle sayısı vb.) üreten bir altyapıya sahip olmadığından, oyun içi veriler doğrudan değil, ekran kayıtları ve araştırmacı gözlemleri aracılığıyla dolaylı olarak elde edilmiştir.

Verilerin Analizi

Toplanan nitel verilerin analizi, betimsel analiz yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Betimsel analiz, araştırma soruları veya önceden belirlenmiş temalar doğrultusunda verilerin kategorilere ayrılarak düzenlenmesi ve özetlenmesini içerir (Ültay vd., 2021; Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu yöntemin tercih edilmesinin gerekçesi, araştırmanın kuramsal çerçevesiyle doğrudan ilişkilidir. DDT, öğrenme sürecini eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma gibi önceden tanımlanmış aşamalar üzerinden kavramsallaştırmaktadır (Brousseau, 1997). Bu kuramsal yapı, verilerin analizi için hazır bir tematik çerçeve sunmaktadır. Betimsel analiz, tam da bu tür önceden belirlenmiş kavramsal kategorilerin veri setine uygulanması gereken durumlarda tercih edilen bir yöntemdir (Yıldırım & Şimşek, 2018).

Tematik çerçevenin oluşturulmasında dört aşamalı bir süreç izlenmiştir: (1) DDT'nin temel kavramlarından (adidaktik durum, milieu, didaktik değişkenler, sorumluluk devretme) hareketle tündengelimsel (deduktif) tema listesi hazırlanmış, (2) ardışık okuma ile veri setinin bu temalara uygunluğu kontrol edilmiş, (3) mevcut temalara sığmayan örüntüler için tümevarımsal (induktif) alt temalar eklenmiş ve (4) son tema listesi tüm veri setine sistematik olarak uygulanmıştır. Örneğin, "strateji geliştirme" alt teması, DDT'deki eylem durumunun somut göstergesi olarak kodlanmıştır. Bu yaklaşım, bulguların kuramsal çerçeveye tutarlı biçimde raporlanmasını sağlamıştır.

Veri analizi sürecinde Yıldırım ve Şimşek'in (2018) önerdiği adımlar takip edilmiştir. Öncelikle, oyun süreci öncesinde ve sırasında elde edilen veriler için detaylı bir transkripsiyon yapılmıştır. Oyun esnasındaki sözlü yanıtlar yazılı hale getirilmiş, ses kayıtları deşifre edilmiş ve anket formlarındaki yanıtlar derlenmiştir. Ardından, DDT kuramsal çerçevesine uygun tematik yapı doğrultusunda tüm veri seti kodlanmıştır. Öğrencilerin strateji geliştirme ve matematiksel ilişkilendirme süreçlerini yansıtan ifadeleri ilgili kategorilere ayrılmıştır. Örneğin, bir öğrencinin deneme-yanılma sürecini anlatan ifadeleri "strateji geliştirme" teması altında kodlanmıştır. Araştırmacı gözlem notları ise öğrenci performansı ve etkileşimlerine odaklanan temalar altında analiz edilmiştir. Teknik kontrol gözlemleri analiz edilirken oyunun mekanik işleyişi "çalışmadı", "kısmen çalıştı" ve "doğru çalıştı" olmak üzere üç kategoride sınıflandırılarak değerlendirilmiştir.

Kodlama güvenilirliğini sağlamak amacıyla veri setinin %20'si (2 öğrenciye ait tüm veriler) iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmıştır. Kodlayıcılar arası güvenilirlik, Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği formül kullanılarak hesaplanmıştır: $\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{(\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı})}$. İlk kodlama turunda %82 oranında uyum sağlanmıştır. Görüş ayrılığı bulunan kodlar üzerinde araştırmacılar bir araya gelerek tartışmış ve kod tanımları netleştirilmiştir. İkinci tur kodlamada uyum oranı %91'e yükselmiştir. Bu değer, nitel araştırmalarda kabul edilebilir güvenilirlik eşiği olan %80'in üzerindedir (Miles & Huberman, 1994). Uzlaşa sağlanan kod şeması, kalan veri setine birinci araştırmacı tarafından uygulanmış; belirsiz durumlarda ikinci araştırmacıya danışılmıştır.

Bulguların güvenilirliğini artırmak amacıyla çoklu veri kaynakları kullanılmış ve üçgenleme (triangulation) yapılmıştır. Anket yanıtları, süreç içi sözlü ifadeler ve gözlem notları karşılaştırmalı olarak incelenmiş; farklı veri kaynaklarının aynı olguyu işaret ettiği durumlar tespit edilerek tutarlı bir betimleme yapılması sağlanmıştır. Örneğin, bir öğrencinin "zorlandım ama sonunda çözümü keşfettim" şeklindeki anket yorumu ile gözlem notlarındaki "Görev 2'de epey zaman harcadı ama deneme-yanılma ile doğru sonuca ulaştı" ifadesi örtüştüğünden, öğrencinin problem çözme sürecine dair güvenilir bir betimleme yapılabilmiştir.

Etik Beyan

Bu çalışma, etik ilkeler doğrultusunda yürütülmüştür. Etik onay, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulu'ndan alınmıştır (Toplantı No: 2025/08, Karar No: 2025/08-06, Tarih: 17.04.2025). Araştırmaya katılım tamamen gönüllülük esasına dayalı olup, görüşmelerden önce tüm katılımcıların velilerinden ve kendilerinden yazılı bilgilendirilmiş onam alınmıştır. Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında desteklenmiştir (Başvuru No: 1919B012405495). Araştırma, 2024 yılı 1. döneminde yürütülmüş olup proje yürütücüsü ve proje ortağı tarafından gerçekleştirilmiştir.

BULGULAR

Bu bölümde, araştırmanın temel problemleri doğrultusunda toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular sunulmuştur. Bulguların raporlanmasında, çalışmanın araştırma soruları ile tutarlı bir yapı izlenmiş ve sonuçlar iki ana başlık altında kategorize edilmiştir. Bu kapsamda; öncelikle DDT çerçevesinde tasarlanan dijital oyunun tasarım özelliklerine ve teknik işleyişine (mekanik doğruluğuna) ilişkin bulgulara, ardından öğrencilerin bu oyun ortamındaki öğrenme süreçlerine, strateji gelişimlerine ve performanslarına yönelik bulgulara yer verilmiştir.

Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular: Didaktik Durumlar Teorisi Çerçevesinde Oyun Tasarımı

Bu bölümde, çalışmanın birinci alt problemi olan "DDT çerçevesinde, Aritmetiğin Temel Teoremi'nin öğretimine yönelik dijital bir oyun nasıl tasarlanabilir?" sorusuna ilişkin bulgular sunulmuştur. Bulgular; teorik bileşenlerin tasarıma yansımaları, didaktik değişkenlerin yapılandırılması ve oyunun teknik işlerliği olmak üzere üç başlık altında ele alınmıştır.

Didaktik Durumlar Teorisi'nin Bileşenlerinin Oyun Tasarımına Yansımaları

Tasarım sürecinde, DDT'nin temel parametreleri oyunun mekaniklerine entegre edilmiştir. Oyun ortamı (milieu), öğrencinin öğretmen müdahalesi olmaksızın bilgiyle etkileşime girebileceği bir "adidaktik durum" yaratacak şekilde kurgulanmıştır. Tablo 3'te, DDT'nin teorik kavramları ile oyunun somut bileşenleri arasındaki eşleşme gösterilmektedir.

Tablo 3. DDT Bileşenlerinin Oyundaki Karşılıkları

DDT Bileşeni	Oyundaki Karşılığı
Adidaktik Durum	Oyuncu, araştırmacı müdahalesi olmadan görevleri çözmeye çalışır. Butonların (oyunda 1,2,4,6 olan butonların gerçek değerleri 2, 3, 5, 7 asalları oldukları gibi) işlevleri yönergeyle doğrudan açıklanmaz; öğrenci deneyerek ve sonuçları gözlemleyerek keşfeder.
Milieu (Ortam)	10×10 ızgara sistemi, buton değerleri ve alan sınırlamalarından oluşan sistemdir. Öğrencinin yaptığı her hamleye (butona basma) sistem anında görsel bir geri bildirim (taş sayısının artması) verir.
Sorumluluk Devretme	Öğretmen/araştırmacı bilgiyi doğrudan aktarmaz; problemin çözüm sorumluluğu oyun mekaniği aracılığıyla tamamen öğrenciye devredilir.
Eylem Durumu	Öğrencinin butonlara basarak stratejiler denediği, oyunun başlangıcındaki pragmatik (deneme-yanılma) aşamadır.
İfade Etme	Öğrencinin işe yarayan stratejileri fark edip paylaştığı aşamadır (Örn: "1 ile 2'yi (bunlar 2x3=6 denk gelmektedir) art arda kullanırsam 6 elde ederim").
Doğrulama Durumu	Oyunun öğrenciyi, stratejisinin neden doğru veya yanlış olduğunu kanıtlamaya zorladığı anlardır (Örn: Üretilmeyen bir sayı hedeflendiğinde öğrencinin "neden olmuyor?" sorusuyla yüzleşmesi).

Tablo 3 incelendiğinde, oyunun sadece teknik bir araç olmadığı; öğrenciyi eylemden formülasyona taşıyan yapılandırılmış bir ortam sunduğu görülmektedir. Özellikle *milieu*'nün sağladığı anlık geri bildirimler, *adidaktik durumu* sürdürülebilir kılarak öğrencinin dışarıdan yardım almadan kendi bilgisini inşa etmesine olanak tanımaktadır.

Didaktik Değişkenlerin Yapılandırılması

Oyun tasarımında, öğrencinin strateji değiştirmesini ve bilgiyle etkileşimini derinleştirmesini sağlamak amacıyla "didaktik değişkenler" sistematik olarak kullanılmıştır. Tasarımda dört temel değişken manipüle edilmiştir:

- Sayısal Karmaşıklık Değişkeni: Görevler, hedef sayıların asal çarpan yapısına göre hiyerarşik olarak sıralanmıştır. Oyun, 2 çarpanlı basit sayılardan (Örn: $6=2 \times 3$) başlayıp, 4 çarpanlı karmaşık yapılara doğru ilerleyerek öğrenciyi daha derin düşünmeye zorlamaktadır.
- Uzamsal Kısıtlama Değişkeni: Oyun alanı 10×10 ızgara ile sınırlandırılmıştır. Bu kısıtlama, öğrencinin sonsuz deneme yapmasını engelleyerek, hedef sayıya ulaşmak için en optimal çarpan kombinasyonunu (alanı taşımadan) bulmasını zorunlu kılmaktadır.
- Buton Değerleri Değişkeni: Kullanılabilir butonlar sadece bir basamaklı asal sayılar (2, 3, 5, 7) ile sınırlandırılmıştır. Bu durum, Aritmetiğin Temel Teoremi'nin özünü oluşturan "sayıların asal yapı taşları" fikrinin keşfedilmesi için kontrollü bir ortam sağlamıştır.
- Geri Bildirim Türü Değişkeni: Sistem, öğrenciyi "Doğru" veya "Yanlış" şeklinde sözel bir dönüt vermez. Bunun yerine, alandaki taşların artışı veya oyunun sonlanması şeklinde *içsel* geri bildirim sunar. Bu, öğrencinin hatasını kendisinin fark etmesini sağlar.

Oyun Mekaniğinin Teknik Doğruluğu

Tasarlanan didaktik yapının işleyebilmesi için oyunun teknik altyapısının sorunsuz çalışması ön koşuldur. Bu bağlamda yapılan teknik kontroller Tablo 4'te özetlenmiştir.

Tablo 4. *Oyun Mekaniği Teknik Gözlem Sonuçları*

Mekanik	Gözlem Sonucu
Buton işleyişi (etken maddeyi artırma)	Doğru çalıştı
Etken madde sayacı (toplam % hesaplama)	Doğru çalıştı
Görev geçişi (hedefe ulaşıldığında yeni göreve geçiş)	Doğru çalıştı
Puanlama sistemi (hamlelere göre puan artışı)	Doğru çalıştı

Tablo 4'teki bulgular, teorik olarak kurgulanan didaktik ortamın teknik olarak da hatasız işlediğini göstermektedir. Hiçbir görev sırasında buton tepkisizliği veya sayaç hatası yaşanmamış olması, öğrencilerin pedagojik deneyimlerinin teknik aksaklıklarla bölünmediğini kanıtlamaktadır.

İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular: Öğrenme Sürecinin Gerçekleşmesi

Bu bölümde, çalışmanın ikinci alt problemi olan "Öğrenciler bu dijital oyun ortamını deneyimlerken öğrenme süreci nasıl gerçekleşmektedir?" sorusuna yanıt aranmıştır. Elde edilen bulgular, DDT'nin öngördüğü öğrenme aşamaları (Eylem, İfade etme, Doğrulama, Kurumsallaştırma) çerçevesinde analiz edilmiştir.

Eylem Durumu: Pragmatik Yaklaşım ve Keşif

Oyunun başlangıç evresi, DDT'nin *Eylem Durumu* aşamasıyla örtüşmektedir. Bu aşamada öğrencilerin tamamı, butonların matematiksel işlevini henüz kavramadan, sadece oyunun hedefine ulaşmak için pragmatik bir yaklaşım sergilemiştir. Öğrenciler, sayısal ilişkileri düşünmek yerine deneme-yanılma yoluyla sonuca gitmeye çalışmıştır. Ö3 kodlu öğrencinin şu ifadesi, bu aşamadaki rastgeleliği özetlemektedir: "*Önce rastgele bastım, ne olacağını görmek istedim. Taşlar artınca doğru yaptığımı sandım.*" (Ö3) Benzer şekilde Ö1 kodlu öğrenci oyundaki zorluğu şu şekilde dile getirdi: "*Artık yapamayacağım*" Analizler, özellikle düşük öz-yeterlik grubundaki (Düzey 1-2) öğrencilerin bu pragmatik döngüde takılı kaldığını göstermektedir. Sistematik bir örüntü arayışına girmeyen bu öğrenciler, yaklaşık 30 dakikalık uğraşa rağmen

butonlar ile hedef sayı arasındaki matematiksel ilişkiyi keşfedememiş ve oyunu tamamlayamamıştır.

İfade Etme Durumu: Stratejilerin Belirlenmesi

Orta düzey öz-yeterliğe sahip (Düzy 3) öğrenciler, başarılı denemelerin ardından kullandıkları stratejileri belirterek ifade etme aşamasına geçiş yapmıştır. Bu evrede öğrenciler, oyun içindeki neden-sonuç ilişkilerini fark etmiş ve bunları semantik (anlamsal) kurallar haline getirmiştir. Ancak geliştirilen bu kurallar genellikle "yerel" kalmış, yani sadece o anki görev için geçerli olmuştur.

Ö5'in ifadesi, yerel kural geliştirme sürecini açıkça yansıtmaktadır: "Bir önceki görevde 1'e iki kere bastım ve 4 oldu. Şimdi aynısını burada da deneyeyim." (Ö5) Diğer bir öğrenci zorluğu şu şekilde aktarmıştır: "Bir önceki görevde yaptığımı burada denedim ama olmadı" (Ö4)

Bu öğrenciler, geliştirdikleri stratejiyi genelleştirmekte (her sayı için geçerli bir kural bulmakta) zorlandıkları için, oyunun ilerleyen ve daha karmaşık görevlerinde (20-23. görevler) tıkanma yaşamışlardır.

Doğrulama Durumu: Stratejilerin Sınanması ve Çürütülmesi

Yüksek öz-yeterlik grubundaki (Düzy 4-5) öğrenciler, geliştirdikleri stratejilerin doğruluğunu bilinçli olarak test ederek *Doğrulama* aşamasına ulaşmıştır. Bu aşamada öğrenciler sadece doğruyu bulmaya değil, yanlışın neden yanlış olduğunu anlamaya da odaklanmışlardır.

Özellikle oyunun 33. görevde (32-35 arasındaki tam sayılar) hiçbir asal çarpan kombinasyonu ile ulaşamayan "YE Görevi", bu doğrulama sürecini tetikleyen kritik bir didaktik değişken olmuştur. Öğrenciler, hedefe ulaşamayınca stratejilerini sorgulamışlardır: "2 → 2 → 2 yaptım ama olmadı. Demek ki sadece 2 kullanmak yetmiyor, sayının yapısında başka bir şey var." (Ö7) Bu sorgulama, öğrenciyi ezberci bir yaklaşımdan uzaklaştırıp, sayının çarpan yapısını analiz etmeye yönlendirmiştir.

Kurumsallaştırma Durumu: Matematiksel İlişkilendirme

Oyunun son evresi olan *Kurumsallaştırma* aşamasında, öğrenciler oyun içi deneyimlerini formal matematik bilgisiyle ilişkilendirmiştir. Oyunu başarıyla tamamlayan öğrenciler, artık deneme-yanılma yapmadan, entelektüel bir muhakeme ile hedef sayıyı asal çarpanlarına ayırarak strateji kurmuşlardır.

Öğrenci ifadeleri, oyun bağlamından matematiksel bağlama geçişi kanıtlar niteliktedir: "Asal çarpanları düşünerek hareket etmek gerektiğini anladım." (Ö10) " Önce rastgele denedim, sonra mantığını anladım. Bu oyun aslında çarpanlara ayırma konusuymuş." (Ö9)

Araştırma bulgularına göre, öğrencilerin oyun boyunca sergiledikleri bilişsel gelişim ve başarı düzeyleri Tablo 5'te özetlenmiştir.

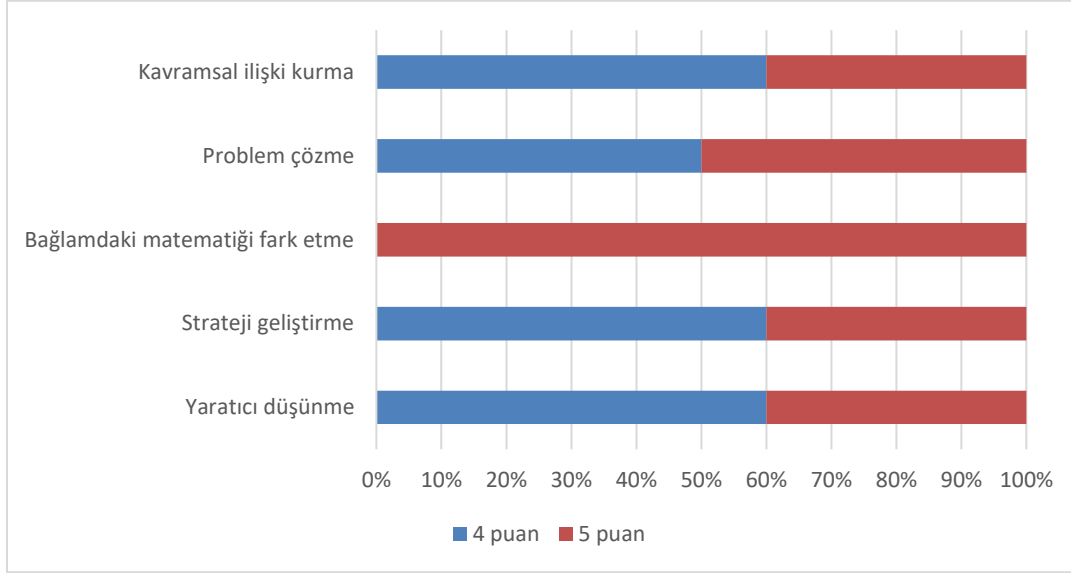
Tablo 5. Dijital Oyun Ortamında Gerçekleşen Öğrenme Süreci Modeli

Aşaması	DDT Karşılığı	Gözlenen Strateji Türü	Öğrenci Profili ve Sonuç
1. Aşama	Eylem Durumu	Pragmatik: Rastgele buton basma, deneme-yanılma.	Düzy 1-2: Sistematik ilişki kuramadı, oyunu bırakma eğilimi gösterdi.
2. Aşama	İfade Etme	Semantik: Yerel kural geliştirme, stratejiyi açıklama.	Düzy 3: Kısmi ilerleme sağladı, genelleme yapamadığı için orta seviyede kaldı.

3. Aşama	Doğrulama ve Kurumsallaştırma	Entelektüel: planlaması, stratejiyi test etme ve matematiksel bağlamı kurma.	Asal çarpan	Düzyer 4-5: Tam başarı sağladı, oyun mekaniğini matematiksel teoriyle birleştirdi.
----------	-------------------------------	--	-------------	--

Öğrenci Değerlendirmeleri

Oyun sonrası uygulanan ölçekten elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin tamamı oyunun kazanımlarına yönelik ifadelere yüksek düzeyde (4 veya 5 puan) katılım göstermiştir (Şekil 4).



Şekil 4. Anketteki Maddeler için Öğrencilerin Verdiği Yanıtlar

Şekil 4'te görüldüğü üzere; "Matematiği bağlamda görme" ifadesine öğrencilerin tamamı tam puan (%100) vermiştir. "Yaratıcı düşünme", "Strateji geliştirme" ve "Kavram ilişkisi kurma" maddelerinde ise öğrencilerin %60'ı 'Katılıyorum', %40'ı 'Tamamen Katılıyorum' şeklinde görüş bildirmiştir. Son olarak, problem çözme açısından tasarlanan oyunla ilgili öğrenciler büyük ölçüde olumlu görüş ifade etmişlerdir.

Son olarak ankette "Oyunu eğlenceli buldunuz mu?" sorusuna verilen yanıtların tamamı "evet" şeklindedir. Ayrıca açık uçlu geri bildirimlerde öğrenciler, matematiği bu yolla öğrenmenin daha anlamlı olduğunu ve sıkılmadan öğrendiklerini vurgulamışlardır. Örneğin, Ö5 "Matematiği oyunla öğrenmek çok zevkliydi, hiç sıkılmadan konuyu anladım" diyerek deneyimini aktarmıştır. Bir diğer öğrenci (Ö8) ise "Bu oyun kendi stratejilerimi geliştirmeme yardımcı oldu" ifadesiyle, oyunun strateji oluşturma becerisine katkısını dile getirmiştir. Benzer şekilde birçok öğrenci, oyun sayesinde matematiksel düşünme süreçlerini farklı bir bağlamda deneyimlediklerini ve bu sayede konuları daha iyi kavradıklarını belirtmiştir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, DDT çerçevesinde tasarlanan dijital bir oyun aracılığıyla Aritmetiğin Temel Teoremi'nin öğretimi incelenmiştir. Elde edilen bulgular, araştırmanın iki temel sorusu doğrultusunda tartışılmaktadır.

İlk olarak, "DDT çerçevesinde Aritmetiğin Temel Teoremi'nin öğretimine yönelik dijital bir oyun nasıl tasarlanabilir?" sorusuna ilişkin bulgular ele alındığında, DDT'nin temel bileşenlerinin dijital oyun tasarımına başarıyla entegre edilebileceği görülmüştür. Tasarlanan oyun, DDT'nin adidaktik durum ilkesiyle uyumlu biçimde, öğrencilerin doğrudan öğretmen yönlendirmesi olmaksızın matematiksel bilgiyi keşfetmelerine olanak tanımıştır. Oyundaki buton değerlerinin asal sayılarla ilişkisi açıkça verilmemiş; öğrencilerin bu ilişkiyi deneyim yoluyla keşfetmeleri

beklenmiştir. Bu tasarım kararı, Brousseau'nun (1997) vurguladığı sorumluluk devretme ilkesiyle doğrudan örtüşmektedir. Benzer biçimde Artigue (1994), DDT çerçevesinde tasarlanan öğrenme ortamlarının, öğrencinin bilgiyle doğrudan etkileşime girmesini sağlayacak şekilde yapılandırılması gerektiğini vurgulamıştır. Warfield (2014) ise başarılı bir adidaktik durumun, öğrencinin problemi sahiplenmesini ve çözüm arayışına aktif olarak katılmasını gerektirdiğini belirtmiştir. Bu bağlamda, oyunun "aşı üretimi" senaryosu aracılığıyla matematiksel içeriği anlamlı bir bağlama yerleştirmesi, öğrencilerin problemi sahiplenmelerini kolaylaştırmıştır.

Oyunun milieu (ortam) tasarımı açısından değerlendirildiğinde, 10×10 ızgara sistemi ve buton kısıtlamalarının stratejik düşünmeyi teşvik ettiği görülmüştür. Alan sınırlaması nedeniyle bazı çarpan kombinasyonlarının kullanılamaması, öğrencileri alternatif asal çarpan kombinasyonlarını keşfetmeye zorlamıştır. Laborde (2007), teknoloji destekli öğrenme ortamlarında kısıtlamaların öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yönlendirmede kritik bir rol oynadığını belirtmiştir. Benzer şekilde Olive ve Makar (2010), dijital ortamlardaki tasarım kısıtlamalarının öğrencileri alternatif çözüm yolları aramaya yönlendirdiğini ve bu durumun kavramsal anlayışı derinleştirdiğini vurgulamıştır. Bu çalışmada da oyunun kısıtlayıcı yapısı, DDT'nin didaktik değişkenler kavramıyla uyumlu biçimde öğrencilerin bilişsel zorluklarla karşılaşmalarını ve bu zorlukları aşmak için stratejiler geliştirmelerini sağlamıştır.

Görev yapısının aşamalı olarak zorlaştırılması da DDT çerçevesinde bilinçli bir tasarım tercihidir. İki asal çarptan dört asal çarpma doğru ilerleyen görev yapısı, öğrencilerin eylem aşamasından formülasyon ve doğrulama aşamalarına geçişlerini desteklemiştir. Özellikle YE görevi (üretilemez hedefler), öğrencileri "neden bazı sayılara ulaşamıyorum?" sorusuyla yüzleştirerek doğrulama aşamasını tetiklemiştir. Gee (2007), iyi tasarlanmış oyunların hoş hayal kırıklıkları sunarak öğrencileri bilişsel sınırlarını zorlamaya teşvik ettiğini belirtmiştir. Squire (2011) ise oyunlardaki başarısızlık deneyimlerinin, geleneksel öğrenme ortamlarındaki başarısızlıktan farklı olarak öğrenme fırsatlarına dönüştürülebildiğini vurgulamıştır. Bu çalışmadaki üretilemez görevler, tam da bu işlevi görmüş ve öğrencilerin sistemin sınırlarını keşfetmelerini sağlamıştır.

Oyunun teknik işleyişine dair bulgular, tüm mekaniklerin tasarlandığı gibi çalıştığını göstermiştir. Bu teknik güvenilirlik, DDT'nin gerektirdiği tutarlı geri bildirim ortamının sağlanması açısından kritik önem taşımaktadır. Ke (2008), eğitsel oyunların etkililiğinin büyük ölçüde tasarım kalitesine bağlı olduğunu vurgularken, Clark, Tanner-Smith ve Killingsworth (2016) dijital oyunların öğrenme üzerindeki etkisini inceleyen meta-analizlerinde, oyun tasarımının pedagojik hedeflerle uyumunun başarının temel belirleyicisi olduğunu ortaya koymuştur.

İkinci olarak, "Ortaokul 6. sınıf öğrencileri bu dijital oyun ortamını deneyimlerken öğrenme süreci nasıl gerçekleşmektedir?" sorusuna ilişkin bulgular incelendiğinde, öğrenme sürecinin DDT'nin öngördüğü aşamalarla uyumlu biçimde gerçekleştiği, ancak bireysel farklılıklardan etkilendiği görülmüştür. Araştırmada gözlenen stratejik düşünme biçimleri (pragmatik, semantik, entelektüel), DDT'nin eylem-formülasyon-doğrulama döngüsüyle doğrudan ilişkilendirilebilir. Brousseau (1997), oyun benzeri ortamlarda öğrencilerin bu üç tür akıl yürütmeyi sergileyebildiğini belirtmiştir. Schoenfeld (1992) de matematiksel problem çözme sürecinde öğrencilerin başlangıçta deneme-yanılma stratejileri kullandıklarını, deneyim kazandıkça daha sistematik yaklaşımlar geliştirdiklerini vurgulamıştır. Bu çalışmadaki bulgular, tüm öğrencilerin başlangıçta pragmatik stratejilerle oyuna dahil olduğunu, başarılı olanların ise zamanla semantik ve entelektüel stratejilere geçiş yaptığını göstermiştir.

Strateji gelişiminin aşamalı doğası, Bransford, Brown ve Cocking'in (2000) öğrenmenin nasıl gerçekleştiğine ilişkin bulgularıyla da tutarlıdır. Bu araştırmacılar, uzmanlaşma sürecinde bireylerin önce yüzeysel özelliklerle ilgilendiğini, zamanla derin yapısal örüntüleri fark etmeye başladıklarını belirtmiştir. Bu çalışmada da öğrenciler başlangıçta butonların görünür değerleriyle (1, 2, 4, 6) ilgilenirken, ilerleyen aşamalarda bu değerlerin temsil ettiği asal sayılarla (2, 3, 5, 7) ilişki kurmaya başlamışlardır. Bu geçiş, DDT'nin ifade etme aşamasının somut bir göstergesidir.

Araştırmanın önemli bulgularından biri, matematikte öz-yeterlik algısının oyun performansı ile güçlü bir ilişki göstermesidir. Düşük öz-yeterlik grubundaki öğrenciler pragmatik aşamada takılı kalırken, yüksek öz-yeterlik grubundaki öğrenciler tüm aşamalardan geçerek oyunu başarıyla tamamlamıştır. Bu bulgular, Bandura'nın (1997) öz-yeterlik kuramı ve Dweck'in (2000) zihin yapıları kavramıyla tutarlıdır. Boaler (2016), matematiksel zihin yapılarının öğrencilerin zorluklarla karşılaştıklarında gösterdikleri ısrar ve esnekliği doğrudan etkilediğini vurgulamıştır. Benzer biçimde Zimmerman (2000), öz-düzenleme becerilerinin öğrenme performansı ile güçlü bir ilişki gösterdiğini ve yüksek öz-yeterliğe sahip öğrencilerin stratejilerini daha etkili biçimde izleyip düzenleyebildiklerini belirtmiştir. Bu çalışmada yüksek öz-yeterlikli öğrencilerin başarısız denemelerden sonra stratejilerini sistematik olarak değiştirmeleri, bu kuramsal çerçeveye örtüşmektedir.

Bununla birlikte, bulgular dijital oyun temelli öğrenme ortamlarının tüm öğrenciler için eşit düzeyde etkili olmadığını da göstermiştir. Wouters vd. (2013), ciddi oyunlar (serious games) üzerine yaptıkları meta-analizde, oyunların etkililiğinin öğrenci özelliklerine göre farklılaştığını ve bazı öğrenci gruplarının ek desteğe ihtiyaç duyduğunu belirtmiştir. Ke (2008), bazı öğrencilerin oyunların sunduğu geri bildirimleri etkili biçimde kullanamadıklarını vurgularken, Tüzün vd. (2009) oyun tabanlı ortamlarda öğrencilerin katılım düzeylerinin farklılık gösterebildiğini ortaya koymuştur. Bu bağlamda, düşük öz-yeterlikli öğrenciler için ek yönlendirmeler öğrenme sürecini destekleyebilir. Ancak mevcut araştırmada bu tür müdahaleler, adidaktik yapıyı korumak amacıyla bilinçli olarak uygulanmamıştır. Brousseau'ya (1997) göre öğretmenin doğrudan rehberliği, öğrencinin kendi bilişsel çatışmalarıyla yüzleşmesini engelleyebilir ve Topaze etkisi gibi didaktik sorunlara yol açabilir.

Üçüncü olarak, anket bulguları öğrencilerin oyunu genel olarak eğitici ve motive edici bulduklarını ortaya koymuştur. Tüm öğrenciler, oyunun strateji geliştirme, yaratıcı düşünme, problem çözme ve matematiği bağlamda görme konularında katkı sağladığını belirtmiştir. Özellikle "matematiği bağlamda görme" maddesine tüm öğrencilerin en yüksek puanı vermesi, oyunun bağlamsal öğrenme açısından başarılı olduğunu göstermektedir. Bu bulgular, Prensky (2001) ve Gee'nin (2007) dijital oyunların motivasyon ve bağlam oluşturma konusundaki potansiyeline ilişkin görüşleriyle tutarlıdır. Bu sonuç, dijital oyun temelli öğrenmenin matematik öğretiminde bağlam temelli bir yaklaşım sunarak kavramları daha anlaşılır ve ilgi çekici hâle getirdiğine ilişkin önceki araştırmalarla (Gee, 2007; Ke, 2008; Papastergiou, 2009) uyumludur.

Devlin (2011), matematiğin doğası gereği oyun benzeri bir yapıya sahip olduğunu ve iyi tasarlanmış oyunların bu yapıyı açığa çıkardığını belirtmiştir. İyi tasarlanmış matematik oyunları, öğrencilerin etkileşimli deneme-yanılma yoluyla kavramları keşfetmelerine olanak tanır; böylece soyut matematiksel içerik, oyun dünyasında somut deneyimlere dönüşmektedir (Gök & İnan, 2021). Bu bulgular, Williamson Shaffer (2006)'ın anlamlı öğrenme deneyimleri oluşturmak için rol yapma temelli eğitsel oyunların kullanılmasının, soyut matematiksel kavramların ve işlemlerin gerçek yaşam alanlarındaki kullanımına dair somut örnekler sunabileceğine ilişkin bulgularıyla örtüşmektedir. Nitekim Lowrie (2005), okul temelli

matematik ile gerçek yaşam durumları arasında bağlantı kurulmasının önemini vurgularken, bu tür oyun temelli ortamların öğrencilerin matematiksel düşünmeyi günlük bağlamlara taşımalarını kolaylaştırdığını belirtmiştir. Debrenti (2024), ilkokul düzeyinde oyunlar aracılığıyla soyut matematiksel kavramların somut deneyimlere dönüştürülebildiğini vurgularken, Lo (2021) dijital matematik oyunlarının öğrenci katılımını artırdığını ve kavramsal anlayışı desteklediğini göstermiştir. Oyunların etkileşimli, motive edici ve uygulamaya dönük doğası, öğrencilerin ilgilerini sürdürmelerine ve matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına katkı sağlamaktadır (Debrenti, 2024; Moyer-Packenham vd., 2008; Suh vd., 2005; Steen vd., 2006). Bu çalışmadaki "aşı üretimi" senaryosu, Aritmetiğin Temel Teoremi'ni günlük yaşamla ilişkili bir bağlamda sunarak öğrencilerin kavramı anlamlandırmalarını kolaylaştırmıştır.

Son olarak, bu araştırmanın bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. Çalışma 10 öğrenciyle yürütülmüş olup bulgular genellenebilir nitelikte değildir. Ayrıca oyunun otomatik log kaydı üretmemesi, öğrenci davranışlarının daha ayrıntılı analiz edilmesini sınırlamıştır. Gelecekte yapılacak çalışmalarda, benzer oyunların farklı yaş gruplarında ve öğrenim düzeylerinde uygulanarak etkililiğinin karşılaştırılması önerilmektedir. Ayrıca, öğrencilerin oyun sürecinde geliştirdikleri stratejiler ile öğrenme stilleri, bilişsel eğilimler veya zekâ profilleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi, oyun tabanlı öğrenmenin bireyselleştirilmesi açısından önemli bir yön sunacaktır. Düşük öz-yeterlik grubundaki öğrencilerin desteklenmesine yönelik, adidaktik yapıyı bozmadan uygulanabilecek kademeli ipucu sistemlerinin tasarlanması da gelecek araştırmalar için değerli bir alan olarak öne çıkmaktadır. Bu tür sistemler, Vygotsky'nin (1978) yakınsak gelişim alanı kavramıyla uyumlu biçimde, öğrencinin ihtiyaç duyduğu anda minimum düzeyde destek sunarak öğrenme sürecini destekleyebilir.

Gelecekte yapılacak çalışmalarda, benzer oyunların farklı yaş gruplarında ve öğrenim düzeylerinde uygulanarak etkililiğinin karşılaştırılması önerilmektedir. Böylece, yaşa ve bilişsel gelişim düzeyine uygun oyun tasarımları için ampirik temeller güçlendirilebilir. Ayrıca, öğrencilerin oyun sürecinde geliştirdikleri stratejiler ile öğrenme stilleri, bilişsel eğilimler veya zekâ profilleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi, oyun tabanlı öğrenmenin bireyselleştirilmesi açısından önemli bir yön sunacaktır. Bu tür araştırmalar, oyun ortamlarının "tek tip öğrenen" varsayımını aşarak, öğrenci farklılıklarını merkeze alan uyarlanabilir öğrenme deneyimlerinin geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

KAYNAKÇA

- Andrews, G. E. (1971). *Number theory*. W.B. Saunders Company.
- Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 27–39). Kluwer Academic Publishers.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control* (Vol. 11). Freeman.

- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, 51-63.
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (Eds.). (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school* (Expanded ed.). National Academy Press.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics 1970–1990*. Kluwer.
- Chen, Z. H., vd. (2012). Influence of game quests on pupils' enjoyment and goal-pursuing in math learning. *Journal of Educational Technology & Society*, 15(2), 317-327. <https://www.jstor.org/stable/10.2307/jeductechsoci.15.2.317>
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné* (2. baskı). La Pensée Sauvage.
- Clark, D. B., Tanner-Smith, E. E., & Killingsworth, S. S. (2016). Digital games, design, and learning: A systematic review and meta-analysis. *Review of Educational Research*, 86(1), 79–122. <https://doi.org/10.3102/0034654315582065>
- Dahl, B. (2018). What is the problem in problem-based learning in higher education mathematics. *European Journal of Engineering Education*, 43(1), 112-125. <https://doi.org/10.1080/03043797.2017.1320354>
- Devlin, K. (2011). *Mathematics education for a new era: Video games as a medium for learning*. A K Peters/CRC Press.
- Dweck, C. S. (2000). *Self-theories: Their role in motivation, personality, and development*. Psychology Press.
- Erdoğan, A. & Özdemir Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 17-34.
- Erdoğan, A. (2016). Didaktik durumlar teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (ss. 413-430). Pegem Akademi.
- Erdoğan, A., Gök, M., & Bozkır, M. (2014). Orantı kavramının adidaktik bir ortamda öğretimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(3), 535-562.
- Gee, J. P. (2007). *What videogames have to teach us about learning and literacy*. Palgrave Macmillan.
- Gök, M., & Erdoğan, A. (2017). Sınıf ortamında rutin olmayan matematik problemi çözme: Didaktik durumlar teorisine dayalı bir uygulama örneği. *Van Yüzyüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 140-181. <http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.6>
- Gök, M. (2019). Matematik eğitiminde didaktik durumlar teorisi ışığında eğitsel bir mobil oyun tasarımı ve bir model önerisi. In H. İ. Özok & C. Aladağ (Eds.), *Eğitim pratiğimiz üzerine araştırmalar* (pp. 256–269). Pegem Akademi.
- Gök, M., & İnan, M. (2021). Sixth-grade students' experiences of a digital game-based learning environment: A didactic analysis. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 6(2), 142-157. <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i2.1368>

- Gök, M., İnan, M., & Akbayır, K. (2020a). Examining mobile game experiences of prospective primary school teachers and their game designs about teaching math. *İlköğretim Online*, 19(2), 641-666. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2020.693115>
- Gök, M., İnan, M., & Akbayır, K. (2020b). Sınıf öğretmeni adaylarına Öklid bölmesinin bir mobil oyunla tanıtılması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(1), 219-242. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.560761>
- Habgood, M. J., & Ainsworth, S. E. (2011). Motivating children to learn effectively: Exploring the value of intrinsic integration in educational games. *The Journal of the Learning Sciences*, 20(2), 169-206.
- Hung, C. M., Huang, I., & Hwang, G. J. (2014). Effects of digital game-based learning on students' self-efficacy, motivation, anxiety, and achievements in learning mathematics. *Journal of Computers in Education*, 1, 151-166. <https://doi.org/10.1007/s40692-014-0008-8>
- Ke, F. (2008). A case study of computer gaming for math: Engaged learning from gameplay?. *Computers & education*, 51(4), 1609-1620.
- Ke, F., & Grabowski, B. (2007). Gameplaying for maths learning: cooperative or not?. *British journal of educational technology*, 38(2), 249-259. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2006.00593.x>
- Laborde, C. (2007). The role and uses of technologies in mathematics classrooms: Between challenge and modus vivendi. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 7(1), 68-92. <https://doi.org/10.1080/14926150709556721>
- Lo, H. M. (2021). Instructional strategies for game-based learning: Use technology in the elementary mathematics classroom. In U. Bakan & S. Berkeley (Eds.), *Gamification and social networks in education* (pp. 127-147). MacroWorld.
- Lowrie, T. (2005). Problem solving in technology rich contexts: Mathematics sense making in out-of-school environments. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 275-286.
- Merriam, S. B. (2013). Nitel vaka çalışması (Çev. E. Karadağ). S. Turan (Ed.), *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber içinde* (3 ed.). Nobel.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2023). *PISA 2022 Türkiye Raporu*. MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar): Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli*. MEB.
- Moyer-Packenham, P. S., Salkind, G., & Bolyard, J. J. (2008). Virtual manipulatives used by K-8 teachers for mathematics instruction: Considering mathematical, cognitive, and pedagogical fidelity. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(3), 202-218.
- Olive, J., & Makar, K. (2010). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology—Rethinking the terrain* (pp. 133-177). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_8
- Papastergiou, M. (2009). Digital game-based learning in high school computer science education: Impact on educational effectiveness and student motivation. *Computers & education*, 52(1), 1-12.
- Prensky, M. (2007). *Digital game-based learning*. Paragon House.

- Raji, W. (2023). *Elementary number theory*. LibreTexts. [https://math.libretexts.org/Bookshelves/Combinatorics and Discrete Mathematics/Elementary Number Theory \(Raji\)?readerView](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Combinatorics_and_Discrete_Mathematics/Elementary_Number_Theory_(Raji)?readerView)
- Rosen, K. H. (2011). *Elementary number theory and its applications* (6th ed.). Pearson.
- Samur, Y. (2022). Dijital oyunlar. *Trt Akademi*, 7(16), 821-823.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Macmillan.
- Squire, K. (2011). *Video games and learning: Teaching and participatory culture in the digital age*. Teachers College Press.
- Steen, K., Brooks, D., & Lyon, T. (2006). The impact of virtual manipulatives on first grade geometry instruction and learning. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25(4), 373-391.
- Suh, J., Moyer, P. S., & Heo, H. J. (2005). Examining technology uses in the classroom: Developing fraction sense using virtual manipulative concept tutorials. *Journal of Interactive Online Learning*, 3(4), 1-21.
- Tokac, U., Novak, E., & Thompson, C. G. (2019). Effects of game-based learning on students' mathematics achievement: A meta-analysis. *Journal of computer assisted learning*, 35(3), 407-420.
- Tüzün, H., vd. (2009). The effects of computer games on primary school students' achievement and motivation in geography learning. *Computers & education*, 52(1), 68-77.
- Ültay, E., Akyurt, H., Ültay, N. (2021). Sosyal bilimlerde betimsel içerik analizi. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, 10, 188- 201
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Warfield, V. M. (2014). *Invitationto didactique*. Springer.
- Williamson Shaffer, D. (2006). Epistemic frames for epistemic games. *Computers and Education*, 46(3), 223–234.
- Wouters, P., vd. (2013). A meta-analysis of the cognitive and motivational effects of serious games. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 249–265. <https://doi.org/10.1037/a0031311>
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). *Qualitative research methods in the social sciences*. (11th Edition). Seçkin.
- Zazkis, R., & Campbell, S. (1996). Divisibility and multiplicative structure of natural numbers: Preservice teachers' understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 540-563.
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2004). Understanding primes: The role of representation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(3), 164-186.
- Zimmerman, B. J. (2000). Self-efficacy: An essential motive to learn. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 82–91. <https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1016>

Hakem Değerlendirmesi

Dış bağımsız

Yazar Katkısı

Çalışmanın Tasarımı: MG (%60) ve MT (%40); Veri Toplama: MG (%60) ve MT (%40); Araştırma ve Analiz: MG (%60) ve MT (%40); Orijinal Taslak: MG (%60) ve MT (%40); İnceleme ve Düzenleme: MG (%50) ve MT (%50)

Veri Seti Erişimi

Mevcut çalışma sırasında kullanılan ve/veya analiz edilen veri setleri, makul bir talep üzerine sorumlu yazardan temin edilebilir.

Finansal Destek

Sorumlu yazar, bu çalışmanın herhangi bir finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Çıkar Çatışması

Sorumlu yazar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan etmiştir.

Etik Beyan

Bu çalışma, etik ilkeler doğrultusunda yürütülmüştür. Etik onay, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulu'ndan alınmıştır (Toplantı No: 2025/08, Karar No: 2025/08-06, Tarih: 17.04.2025).

Bilgilendirilmiş Onam

Araştırmaya katılan tüm katılımcılardan online bilgilendirilmiş onam alınmıştır ve katılımcılara çalışmanın amacı, yöntemleri, olası riskler ve hakları detaylı olarak açıklanmıştır.

Bilgilendirme

Bu makalede araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur. Yazışmalar ve materyal talepleri ile ilgili konular için sorumlu yazarla iletişim kurulmalıdır. Üretken yapay zeka teknolojileri, metnin okunabilirliğini ve dilini iyileştirmenin yanı sıra Gemini 3.0 tarafından sağlanan çeviri ve dil düzenleme hizmetleri için kullanılmıştır. Ek olarak, üretken yapay zeka aracı olan ChatGPT 5.0 dijital oyunun kodlanmasında kullanılmıştır. Belirtilen bu amaçlar dışında, araştırmanın hiçbir aşamasında üretken yapay zeka araçlarından faydalanılmamıştır. Tüm yazarlar, makalenin yayınlanmış versiyonunu okumuş ve kabul etmiştir.

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında desteklenmiştir (Başvuru No: 1919B012405495).

Peer-review

Externally peer-reviewed.

Author Contributions

Conception and Design: MG (60%) and MT (40%); Data Collection: MG (60%) and MT (40%); Research and Analysis: MG (60%) and MT (40%); Original Draft: MG (60%) and MT (40%); Review and Editing: MG (50%) and MT (50%)

Data Availability Statement

The data sets used and/or analyzed during the current study are available from the corresponding author upon reasonable request.

Funding

The author declared that this study has received no financial support.

Conflict of Interest

The corresponding author has no conflict of interest to declare.

Ethical Approval

This study was conducted in accordance with ethical principles. Ethical approval was obtained from the Van Yüzüncü Yıl University Social and Human Sciences Ethics Committee (Meeting No: 2025/08, Decision No: 2025/08-06, Date: 17.04.2025).

Informed consent

Informed consent was obtained from all participants, and they were provided with detailed information about the purpose of the study, its methods, potential risks, and their rights.

Acknowledgement

This study was conducted in compliance with research and publication ethics. For correspondence and requests regarding materials, please contact the corresponding author. Generative AI technologies were utilized to improve the readability and language of the text, as well as for translation and language editing services provided by Gemini 3.0. Additionally, the generative AI tool ChatGPT 5.0 was employed for the coding of the digital game. Other than these specified purposes, no generative AI tools were used at any stage of the research. All authors have read and approved the final published version of the manuscript.

This study was supported by the Scientific and Technological Research Council of Türkiye (TÜBİTAK) under the 2209-A Research Project Support Programme for Undergraduate Students (Application No: 1919B012405495).

Disclaimer/Publisher's Note: The statements, opinions, and data presented in all publications are solely those of the individual authors and contributors and do not reflect the views of IBAJ Journal of Social Sciences or its editors. IBAJ Journal of Social Sciences and its editors disclaim any responsibility for harm or damage to individuals or property arising from the ideas, methods, instructions, or products mentioned in the content.