

## Mekanik Bir Sistemin Bir Ters Rezonans Frekansının Kütle Eklenerek Değiştirilmesi

Orhan ÇAKAR

Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Elazığ  
cakaro@firat.edu.tr

(Geliş/Received: 16.02.2018; Kabul/Accepted: 08.06.2018)

### Özet

Ters rezonans frekansı mekanik sistemlerin dinamik özelliklerinden biridir ve frekans tepki fonksiyonu grafiklerinde ters tepeler olarak gözükmürler. Bir yapı belirli bir noktadan ters rezonans frekansındaki harmonik bir kuvvet ile tahrik edildiğinde yapının belirli noktaları titreşim hareketi yapmayabilir. Bu bakımdan bazı titreşim problemlerinin çözümünde bu özellikten faydalanılmaktadır. Bu çalışmada mevcut bir sistemin noktasal veya çapraz frekans tepki fonksiyonlarında belirli bir ters rezonansı kütle eklemek suretiyle başka bir frekansa kaydırma üzerine bir yöntem sunulmuştur. Yöntem matematikten bilinen Sherman-Morrison formülüne dayalı olup orijinal sistemin frekans tepki fonksiyonlarını kullanmaktadır. Bu yöntem sistemin fiziksel özelliklerinin veya modal özelliklerinin bilinmesine gerek duymadığından oldukça avantajlıdır. Yöntemin geçerliliği ve etkinliği altı serbestlik dereceli bir sistem üzerinde gerçekleştirilen çeşitli sayısal uygulamalarla gösterilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Titreşim, Ters rezonans, Doğal frekans, Yapısal değişiklik, Frekans Tepki Fonksiyonu, Sherman-Morrison formülü

## Changing One of the Anti-Resonance Frequencies of A Mechanical System by a Point Mass Modification

### Abstract

The anti-resonance frequency is one of the dynamic properties of a mechanical system and it looks like a valley in frequency response functions. When a structure with an anti-resonance at a specific point is excited by a harmonic force, some of the points on the structure may not vibrate. This property is exploited for the solution of some vibration problems. In this study, a method for shifting a specific anti-resonance frequency appearing on a point or transfer frequency response function of a mechanical system by adding a point mass on a pre-specified position is presented. The proposed method is based upon Sherman-Morrison formula and uses frequency response functions of the original system. The method is quite practical as the physical or modal model of the system is not needed. The validity and effectiveness of the method are demonstrated by various numerical simulations performed using a six degree-of-freedom system.

**Keywords:** Vibration, Anti-resonance, Natural frequency, Structural modification, Frequency Response Function, Sherman-Morrison formula.

### 1. Giriş

Bir yapı doğal frekanslarında harmonik bir kuvvet ile tahrik edildiğinde yüksek genliklerde titreşim hareketi yapar. Bu *rezonans* olarak bilinir. Diğer taraftan bazı durumlarda yapı üzerindeki bir noktadan uygulanan harmonik kuvvete karşı yapının bir başka noktasında titreşim hareketi oluşmaz. Bu duruma karşılık gelen frekanslar *ters rezonans* (anti-resonance) frekansları olarak tanımlanır. Bu özellikten titreşim problemlerinin çözümünde faydalanılmaktadır. Örneğin belirli bir frekansta

çeşitli konumları (bölgeleri) yüksek genliklerde titreşim yapan bir sistemde bu konum ve frekanslarda ters rezonanslar oluşturulabilirse buradaki titreşim sorunu çözülebilir.

Rezonans frekansları, diğer adı ile doğal frekanslar, sistemin frekans tepki fonksiyonlarının (FTF'lerinin) frekans-genlik grafiklerinde yüksek tepeler şeklinde gözükmürler, ters rezonans frekansları derin yarıklar şeklinde veya bir başka deyişle ters tepeler olarak gözükmürler. Rezonans frekansları yapının global bir özelliği olup düğüm noktaları hariç yapı üzerinde tüm noktalara ait FTF'lerde gözükmürler.

Ancak ters rezonanslar yerel özelliştir ve yapı üzerinde seçilen noktalara göre değişiklik göstermektedir. Yani seçilen bir veya iki nokta için bir ters rezonans frekansı diğer bir noktada ters rezonans frekansı olmayabilir. Rezonans ve ters rezonans frekansları yapının dinamik özellikleridir ve o yapının kütle, katılık ve sönüm gibi fiziksel özelliklerine bağlıdır.

Mühendislik uygulamalarında bazen mevcut bir yapı üzerinde fiziksel değişiklikler yapılması gerekebilir. Bu genellikle mevcut bir yapıda iyileştirme yapılması veya yeni ünite eklenmesi ihtiyacından kaynaklanır. Böyle bir durumda yapının dinamik özelliklerinin değişmesi kaçınılmazdır ve yapılan bu değişiklikler sonucunda ortaya çıkan yeni yapının dinamik özelliklerinin bilinmesi önemlidir. Bir yapıda yapılan kütle, katılık ve sönüm değişikliklerinden sonra elde edilen yeni yapının dinamik özelliklerinin belirlenmesi *düz yapısal değişiklik* olarak adlandırılmaktadır. Tersine, bir yapının istenilen dinamik özelliklere sahip olması için gerekli kütle, katılık ve sönüm özelliklerinin belirlenmesi işlemi de *ters yapısal değişiklik* olarak adlandırılmaktadır. Araştırmacılar düz ve ters yapısal değişiklik uygulamalarında kullanılmak üzere etkili ve pratikte uygulanabilir yöntemlerin geliştirilmesi için çaba göstermektedirler [1-8]. Geliştirilen bu yöntemler incelenen yapının fiziksel özelliklerinin, modal özelliklerinin veya cevap özelliklerinin yani FTF'lerinin kullanımına dayalıdır. Bunun yanında duyarlılık özelliğini kullanan ve iteratif olarak işlem yapan yöntemler de bulunmaktadır. Bunlar arasında pratik uygulamalara en elverişli olanların FTF'lerin kullanımına dayalı olanların olduğu söylenebilir. Çünkü FTF'ler doğrudan mevcut yapı üzerinde ölçülürler ve bu yöntemlerin kullanımında yapının fiziksel veya modal özelliklerinin bilinmesine ihtiyaç duyulmamaktadır.

Bir sistemin doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması veya yeni modların oluşturulması için gerekli yapısal değişikliklerin bulunması ters yapısal değişikliğin uygulama alanlarından biridir ve bu konuda çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir [9-18]. Çakar [19], bir sistemin bir veya daha fazla doğal frekansının kütle eklenerek belirli frekanslara kaydırılması için bir yöntem sunmuştur. Ters rezonansların istenilen değerlere atanması veya kaydırılması da

araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Mottershead [20], ters rezonans frekanslarının duyarlılığını incelemiş, ters rezonansların doğal frekans ve mod biçimlerine duyarlı olduğunu ve bunların lineer kombinasyonu olarak ifade edilebildiğini göstermiştir. Mottershead ve Lallemand [21], tek bir yay değişikliği ile bir transfer FTF üzerinde bir rezonans frekansını hemen yanındaki bir ters rezonansına kaydırarak bu rezonans frekansının ilgili FTF'de kaybolmasını sağlamışlardır. Mottershead [22], kütle ve yay değişiklikleri ile noktasal veya çapraz FTF'lerdeki ters rezonansların istenilen frekanslara atanması için genel bir yöntem sunmuştur. Sunulan yöntemde sistemin reseptansları kullanılmaktadır. Mottershead vd. [23], kütle veya yere bağlı yay değişiklikleri ile bir sistemde düğüm noktaları oluşturulması için FTF'lerin kullanımına dayalı bir yöntem sunmuşlardır. Prells vd. [24], tek bir değişiklik ile doğal frekans ve ters rezonansların kaydırılabilirliğini incelemiştir.

Bu çalışmada, bir yapının noktasal veya çapraz FTF'lerinde bir ters rezonansın kütle değişikliği ile istenilen bir değere kaydırılması problemi incelenmiştir. Bu kaydırmayı gerçekleştirecek kütle hesabı için Sherman-Morrison (SM) [25] formülüne dayalı bir yöntem sunulmuştur. Bu yöntem ilk sistemin kısıtlı sayıdaki FTF'lerini kullanmaktadır. Aşağıdaki bölümlerde ilk önce geliştirilen yöntemin teorisi verilmiş ve sonrasında sayısal uygulamalar ile yöntemin geçerliliği ve etkinliği gösterilmiştir.

## 2. Teori

Yapısal değişikliğe uğramış bir sistemin reseptans (deplasman/kuvvet) tipindeki FTF matrisi  $[\alpha^*]$ , ilk sistemin FTF matrisi  $[\alpha]$  ve yapılan değişikliklere bağlı olarak SM formülü ile aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir [26-27]:

$$[\alpha^*] = [\alpha] - \frac{([\alpha]\{u\})(\{v^T\}[\alpha])}{1 + \{v^T\}[\alpha]\{u\}} \quad (1)$$

Burada  $\{u\}$  ve  $\{v\}$  yapılan değişiklikleri ihtiva eden vektörler ve  $\{.\}^T$  vektörün transpozudur. Sistemin  $r$  koordinatında bir  $\delta m$  kütle değişimi yapıldığında  $\{u\}$  ve  $\{v\}$  vektörlerinin  $r$  koordinatındaki elemanları  $u_r=1$ ,

$v_r = -\omega^2 \delta m$ ; diğer elemanları ise sıfırdır. Kare ve simetrik olan FTF matrisi sadece aktif koordinatları ( $a$ ) yani ölçüm ve değişim koordinatlarını kapsayacak biçimde yazılabilir [28]:

$$[\alpha_a^*] = [\alpha_a] - \frac{([\alpha_a]\{u\})(\{v^T\}[\alpha_a])}{1 + \{v^T\}[\alpha_a]\{u\}} \quad (2)$$

Değiştirilmiş sistemin FTF matrisindeki elemanlardan sadece biri, örneğin  $p$  ve  $q$  koordinatları için değişim koordinatı  $r$  olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq} - \omega^2 \delta m (\alpha_{rr} \alpha_{pq} - \alpha_{pr} \alpha_{rq})}{1 - \omega^2 \delta m \alpha_{rr}} \quad (3)$$

FTF frekansa bağlı olduğundan ilgilenilen frekans aralığındaki her  $\omega$  değeri için hesaplanacağı unutulmamalıdır. Burada kısalık bakımından örneğin  $\alpha_{pq}(\omega)$  yerine  $\alpha_{pq}$  yazılmıştır. Daha önce ifade edildiği gibi rezonans frekanslarında FTF grafiğinde tepeler, ters rezonans frekanslarında ise ters tepeler oluşur. Rezonans frekansları kutuplar (pole), ters rezonanslar ise sıfırlar (zeros) olarak da ifade edilir. Denklem (3) incelendiğinde değiştirilmiş bir sistemin rezonans frekanslarında FTF genliklerinde tepe olması için bu denklemin paydasının sıfır olması gerekir. Diğer taraftan herhangi bir FTF için ters rezonans tepeleri yani sıfırların oluşması için o frekans değerlerinde denklemindeki pay kısmının sıfır olması gerekir. Buna göre,  $r$  koordinatına kütle eklenerek değiştirilmiş bir sistemin  $\alpha_{pq}$  reseptansının bir  $\omega_s$  frekansında ters rezonansa sahip olması için (3) denkleminin payı bu frekans değeri için sıfıra eşitlenir:

$$\alpha_{pq} - \omega_s^2 \delta m (\alpha_{rr} \alpha_{pq} - \alpha_{pr} \alpha_{rq}) = 0 \quad (4)$$

Buradan,  $r$  koordinatına eklenmesi gereken kütle kolayca aşağıdaki formülle doğrudan hesaplanabilir:

$$\delta m = \frac{\alpha_{pq}}{\omega_s^2 (\alpha_{rr} \alpha_{pq} - \alpha_{pr} \alpha_{rq})}, \quad p, q \neq r \quad (5)$$

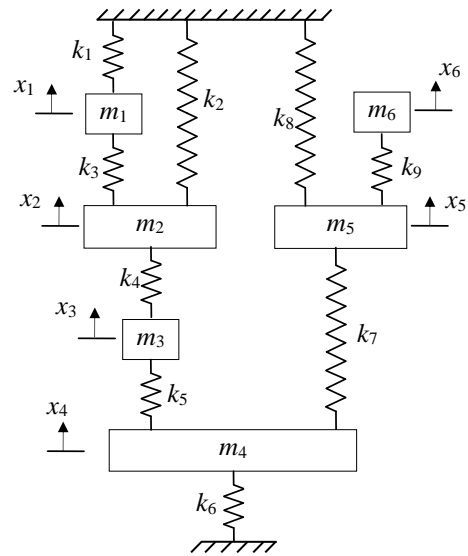
Şayet, herhangi bir noktasal FTF için ters rezonans oluşturulmak istenirse, mesela  $p$  koordinatı için, aşağıdaki ifade elde edilebilir:

$$\delta m = \frac{\alpha_{pp}}{\omega_s^2 (\alpha_{rr} \alpha_{pp} - \alpha_{pr} \alpha_{rp})}, \quad p \neq r \quad (6)$$

Dikkat edilirse burada sadece değişiklik koordinatları ile ilgili reseptanslara ihtiyaç duyulmaktadır. İhtiyaç duyulan bu reseptanslar da sayısal olarak hesaplanabilir veya deneysel uygulamalarda ölçülerek elde edilebilirler.

### 3. Sayısal Uygulama

Bu bölümde, sunulan yöntemin geçerliliği çeşitli sayısal uygulamalarla gösterilmeye çalışılmıştır. Bunun için birçok yapısal değişiklik çalışmalarında [19, 21-23] kullanılan ve Şekil 1'de verilen altı serbestlik dereceli kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır. Sistemdeki tüm yayların yay sabitleri 1 N/m ve kütleler 1 kg kabul edilmiştir.



Şekil 1. Altı serbestlik dereceli kütle-yay sistemi [21-23].

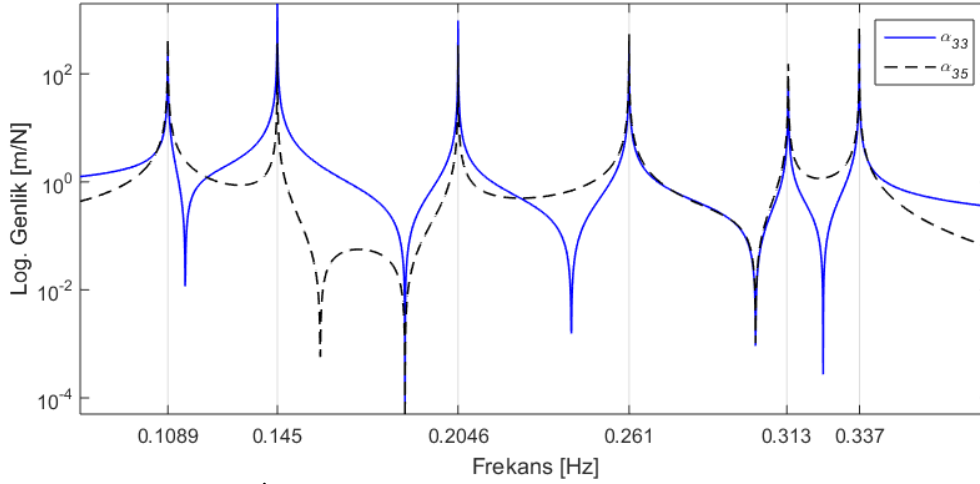
MATLAB<sup>®</sup> yazılımı kullanılarak sistemin özdeğer problemi çözülmüş ve sistemin belirlenen doğal frekansları ve mod biçimleri Tablo 1'de verilmiştir. Sunulan yöntem FTF'leri

kullandığından, sistemin reseptans tipindeki FTF'leri 0-0.3 Hz frekans aralığında  $10^{-4}$  Hz adımlarla elde edilmiştir. Bunlardan  $\alpha_{33}$  ve  $\alpha_{35}$  Şekil 2'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi noktasal

FTF'de her rezonans tepesinden sonra bir ters rezonans oluşmaktadır. Çapraz FTF'de ise üç tane ters rezonans olup bunlardan iki tanesi noktasal FTF'dekiler ile çakışmaktadır.

**Tablo 1.** İlk sistemin doğal frekansları ve mod biçimleri

| Mod                  | 1      | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       |
|----------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\omega$ (Hz)        | 0.1089 | 0.1450  | 0.2046  | 0.2610  | 0.3135  | 0.3369  |
| Mod biçim vektörleri | 0.0962 | -0.4027 | 0.7451  | -0.3310 | -0.3761 | -0.1496 |
|                      | 0.1473 | -0.4712 | 0.2588  | 0.2280  | 0.7068  | 0.3711  |
|                      | 0.2769 | -0.6199 | -0.3965 | 0.4019  | -0.2455 | -0.4001 |
|                      | 0.2769 | -0.2541 | -0.3965 | -0.5049 | -0.2455 | 0.6216  |
|                      | 0.4242 | 0.0685  | -0.1377 | -0.5590 | 0.4613  | -0.5206 |
|                      | 0.7973 | 0.4027  | 0.2110  | 0.3310  | -0.1602 | 0.1496  |



**Şekil 2.** İlk sistemin noktasal ve çapraz FTF'leri:  $\alpha_{33}$  (-),  $\alpha_{35}$  (--).

İlk uygulama olarak 3 koordinatına ait noktasal FTF'de 5 koordinatına bir kütle ekleyerek keyfi seçilen 0.22 Hz frekansında bir ters rezonans frekansı oluşturulmaya çalışılacaktır. Bunun için gerekli kütle doğrudan Denklem (6) ile bulunabilir. Gerekli olan reseptans tipindeki FTF'lerin 0.22 Hz frekansındaki değerleri matris olarak aşağıda verilmiştir:

$$[\alpha(0.22)] = \begin{bmatrix} \alpha_{33} & \alpha_{35} \\ \alpha_{53} & \alpha_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7175 & -0.5189 \\ -0.5189 & 0.4126 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Denklem (6) yardımıyla 5 koordinatına eklenmesi gereken kütle

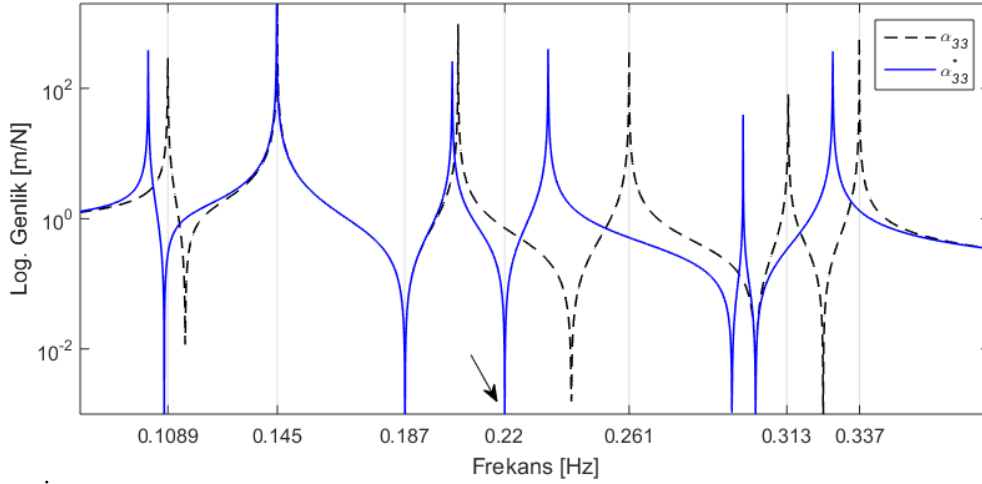
$$\delta m = \frac{(-0.7175)}{(2\pi(0.22))^2 \left( (-0.7175)(0.4126) - (-0.5189)^2 \right)} = 0.664 \text{ kg}$$

olarak bulunur. Bu kütle ilk sisteme eklenerek değiştirilmiş sistemin FTF'leri (2) denklemi yardımıyla elde edilmiştir. Değiştirilmiş sistemin 3 koordinatına ait noktasal FTF'si ( $\alpha_{33}^*$ ) ilk sisteminki ( $\alpha_{33}$ ) ile Şekil 3'te karşılaştırılmıştır. Beklendiği gibi bu kütle eklenmesiyle ilk sistemin doğal frekansları ve ters rezonans frekansları daha küçük değerlere doğru kaymıştır. Değiştirilmiş sistemin noktasal FTF'sinin 0.22 Hz frekansında bir ters rezonansa sahip olduğu açıkça görülmektedir. İlk sistemin FTF'sine bakıldığında bu frekansın hemen üstünde 0.24 Hz frekansında bulunan ters rezonansın kütle eklenmesiyle 0.22 Hz

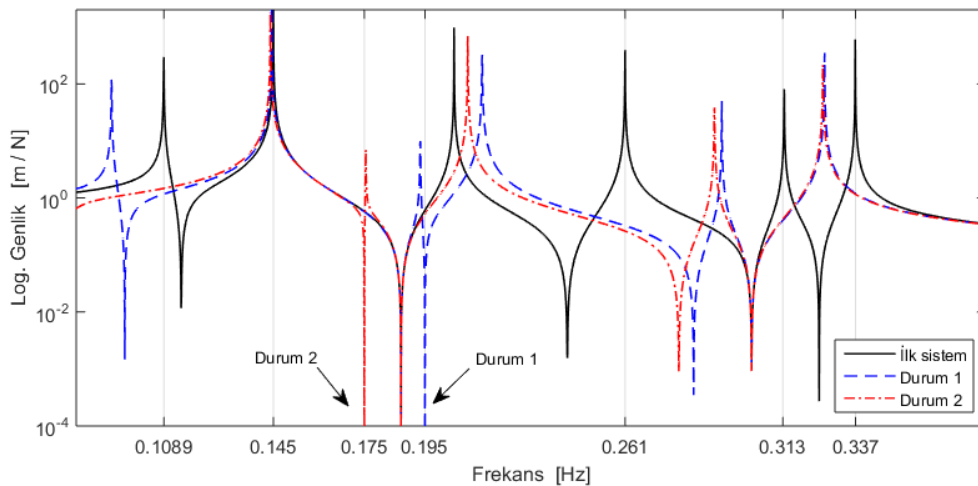
frekansına kaydığı anlaşılmaktadır. Dikkat edilirse ikinci doğal frekans (0.145 Hz) ve hemen sağındaki ters rezonans frekansı (0.187 Hz) bu değişimden etkilenmemiştir. Bu durum, bu modun 5 koordinatındaki değişimlere duyarlı olduğunu gösterir. Bir başka deyişle 5 koordinatı ikinci mod için düğüm yani hareketsiz noktadır. Tablo 1’de verilen mod biçim vektörlerine bakıldığında, ikinci modda 5 koordinatının genliğinin diğerlerine göre oldukça küçük olduğu görülebilir.

Aynı FTF ve değişim koordinatı için 0.187 Hz frekansının biri sağında (Durum 1: 0.195 Hz) ve biri de solunda (Durum 2: 0.175 Hz) olmak

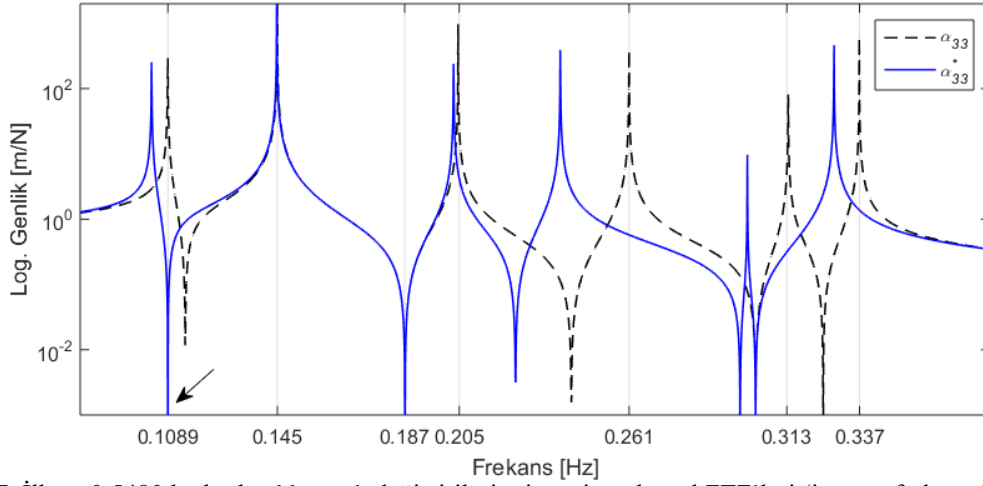
üzere iki farklı durum göz önüne alınmıştır. Bu durumlar için eklenmesi gereken kütleler sırasıyla 1.8832 kg ve 4.9766 kg olarak belirlenmiştir. Her bir değişiklik ayrı ayrı uygulanıp elde edilen değiştirilmiş sistemlerin FTF’leri Şekil 4’te karşılaştırılmıştır. Grafikler incelendiğinde, her iki durum için sistemin istenilen frekanslarda ters rezonansa sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca her iki durumda ikinci doğal frekansın (0.185 Hz) ve onu takip eden ters rezonans frekansının (0.1871 Hz) değişmeyecek üçüncü doğal frekansı takip eden 0.242 Hz frekansındaki ters rezonansın istenilen değerlere kaydığı görülmektedir.



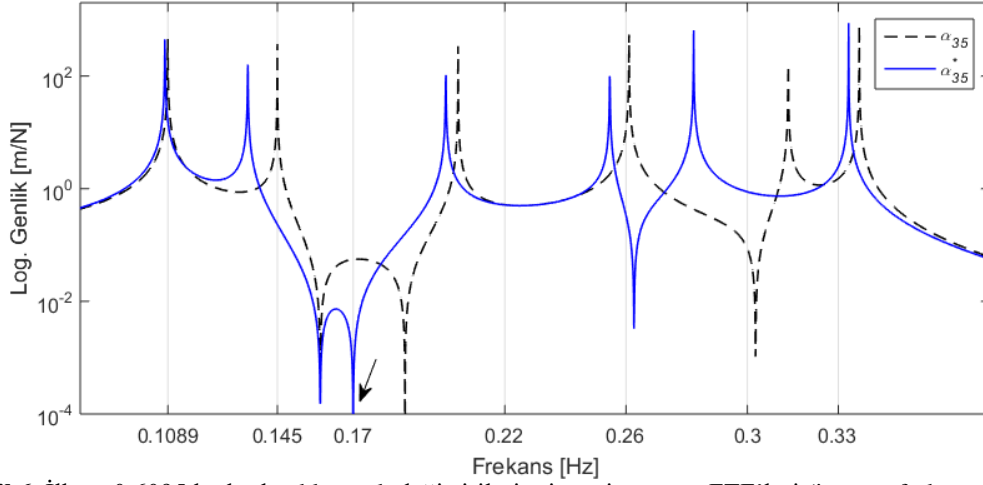
Şekil 3. İlk ve 0.664 kg kütle eklenerek değiştirilmiş sistemin noktasal FTF’leri (istenilen frekans 0.22 Hz, değişiklik koordinatı:5).



Şekil 4. İki farklı kütle eklenerek değiştirilmiş sistemin noktasal FTF’leri ( $\alpha_{33}^*$ ). (Durum 1: 1.883 kg, Durum 2: 4.976 kg, değişiklik koordinatı: 5)



Şekil 5. İlk ve 0.5480 kg kütle eklenerek değiştirilmiş sistemin noktasal FTF'leri (istenilen frekans 0.1089 Hz, değişiklik koordinatı:5).



Şekil 6. İlk ve 0.6095 kg kütle eklenerek değiştirilmiş sistemin çapraz FTF'leri (istenilen frekans 0.17 Hz, değişiklik koordinatı:2).

Diğer bir uygulama olarak aynı noktasal FTF için bu defa özel olarak ilk sistemin birinci doğal frekansı olan 0.1089 Hz frekansında yine 5 koordinatına bir kütle ekleyerek bir ters rezonans frekansı oluşturulmaya çalışılacaktır. Bu frekansta ters rezonans oluşturulması halinde bu rezonans frekansında sistem üzerindeki 3 koordinatının hareketsiz kalması sağlanabilecektir. Bunun için eklenmesi gereken kütle Denklem (6) ile 0.5480 kg olarak hesaplanmıştır. Bu kütle orijinal sisteme eklenerek değiştirilmiş sistemin FTF'leri (2) denklemi yardımıyla elde edilmiş, ilk sistemin ve değiştirilmiş sistemin 3 koordinatına ait noktasal FTF'leri Şekil 5'te karşılaştırılmıştır. Şekilde görüldüğü gibi son sistemin noktasal FTF'si 0.1089 Hz frekansında bir ters rezonansa sahiptir. İlk sistemin FTF'sine bakıldığında bu

frekansın hemen sağındaki ters rezonansın kütle eklenmesiyle istenilen değere kaydığı, bununla beraber birinci doğal frekansın da 0.1035 Hz değerine kaydığı görülmektedir.

Son bir uygulama olarak 3 ve 5 koordinatları arasındaki çapraz FTF dikkate alınmıştır. Bu FTF'nin 0.17 Hz frekansında bir ters rezonansa sahip olması istenmektedir. Bunun için 2 koordinatına bir kütle eklenecektir. Eklenmesi gereken kütle Denklem (5) ile 0.6095 kg olarak hesaplanmıştır. Bu kütle sisteme eklenmesiyle elde edilen yeni sistemin FTF'si Şekil 6'da ilk sistemin FTF'si ile birlikte verilmiştir. Görüldüğü gibi bu FTF 0.17 Hz frekansında ters rezonansa sahiptir. Eklenen kütle 0.1871 Hz frekansındaki ters rezonansı 0.17 Hz frekansına kaydırarak anlaşılacaktır.

#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada, bir sistemin noktasal veya çapraz FTF'lerinde ters rezonans frekanslarının kütle değişikliği ile istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır. Bu sayede belirlenen frekansta yapı üzerinde belirlenen konumda titreşim hareketinin oluşmaması sağlanmaktadır. Bunu sağlayacak gerekli kütle değişikliğinin hesabı için Sherman-Morrison (SM) formülüne dayalı olarak bir yöntem sunulmuştur. Burada tek bir frekans durumu için kesin sonuç veren bir denklem elde edilmiştir. Benzer denklemler başka çalışmalarda da elde edilmesine karşın bu çalışmada SM formülü kullanılarak ilgili denklemler elde edilmiştir. Yöntemin geçerliliği altı serbestlik dereceli bir kütle-yay sistemi için yapılan çeşitli uygulamalarla gösterilmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Genel olarak bir sisteme kütle eklendiğinde doğal frekanslar ve ters rezonans frekansları azalma eğilimi gösterirler. Ancak seçilen bazı değişiklik koordinatlarında bazı modların etkilenmediği görülmüştür. Yapılan incelemede bu koordinatların ilgili modun düğüm noktasına karşılık geldiği görülmüştür. Kaydırılacak frekans ilk sistemin doğal frekanslarından biri olarak da seçilebilmektedir. Bu durumda bu frekanstaki rezonans durumu ortadan kaldırılabilmektedir. Yöntem ölçülen FTF'lerin kullanımına dayalı olup sistemin fiziksel veya modal özelliklerine ihtiyaç duymamaktadır. Bu bakımdan yöntem pratik değere sahip olup gerçek sistemler için oldukça elverişlidir.

#### 5. Kaynaklar

- Özgüven H. N. (1990). Structural Modifications Using Frequency Response Functions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **4(1)**:53-63.
- Bucher I. and Braun S. (1993). The Structural modification inverse problem: An exact solution. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **7(3)**: 217-238.
- Sivan D.D. and Ram Y. M. (1996). Mass and Stiffness Modifications to Achieve Desired Natural Frequencies. *Comm. in Numerical Methods in Engineering*, **12**: 531-542.
- Chang K.J., and Park Y.P. (1998). Substructural Dynamic Modification using Component Receptance Sensitivity. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **12**: 525-541.
- Tao L. and Jimin H. (1999). Local structural modification using mass and stiffness changes. *Engineering Structures*, **21(11)**:1028-1037.
- Park Y.H., and Park Y.S. (2000). Structural Modification Based on Measured Frequency Response Functions: An Exact Eigenproperties Reallocation. *Journal of Sound and Vibration*, **237(3)**: 411-426.
- Ram Y.M. (2000). Dynamic Structural Modification. *The Shock and Vibration Digest*, **32(1)**: 11-17.
- Braun S. G., and Ram Y. M. (2001). Modal Modification of Vibrating Systems: Some Problems and Their Solutions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15(1)**:101-119.
- Tsuei Y. G. and Yee E. K. L.(1989). A method for modifying dynamic properties of undamped mechanical systems. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **111**:403-408.
- Ram Y.M. (1994). Enlarging a spectral gap by structural modification. *Journal of Sound and Vibration*, **176(2)**:225-234.
- McMillan J., and Keane A. J. (1996). Shifting resonances from a frequency band by applying concentrated masses to a thin rectangular plate. *Journal of Sound and Vibration*, **192 (2)**:549-562.
- Kyprianou A., Mottershead JE. and Ouyang H. (2004). Assignment of natural frequencies by an added mass and one or more springs. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **18**:263-289.
- Farahani K. and Bahai H. (2004). An inverse strategy for relocation of eigenfrequencies in structural design. Part I: first order approximate solutions. *Journal of Sound and Vibration*, **274**:481-505.
- Lawther R. (2007). Assessing how changes to a structure can create gaps in the natural frequency spectrum. *International Journal of Solids and Structures*, **44**:614-635.
- Ouyang H., Richiedei D., Trevisani A. and Zanardo G. (2012). Eigenstructure assignment in undamped vibrating systems: a convex-constrained modification method based on receptances. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **27(2)**:397-409.
- Ouyang H., Richiedei D., Trevisani A. and Zanardo G. (2012). Discrete mass and stiffness modifications for the inverse eigenstructure assignment in vibrating systems: Theory and experimental validation. *International Journal of Mechanical Sciences*, **64**: 211-220.
- Ouyang H. and Zhang J. (2015). Passive modifications for partial assignment of natural frequencies of mass-spring systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. **50-51**:214-226.

18. Liu Z., Li W., Ouyang H. and Wang D. (2015). Eigenstructure assignment in vibrating systems based on receptances. *Archive of Applied Mechanics*, **85**:713-724.
19. Çakar, O. (2017). Bir sistemin doğal frekanslarının kütle eklenerek kaydırılması üzerine bir çalışma. *18.Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu-UMTS2017, (5-7 Temmuz 2017) Bildirileri, M. İtik (Editör), Trabzon*, 381-386.
20. Mottershead J. E. (1999). On the zeros of structural frequency response functions and their sensitivities, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **12(5)**: 591-597.
21. Mottershead J. E. and Lallement G. (1999). Vibration Nodes, and the Cancellation of Poles and Zeros by Unit-Rank Modifications to Structures. *Journal of Sound and Vibration*, **222(5)**:833-851.
22. Mottershead J. E. (2001). Structural Modification for the Assignment of Zeros Using Measured Receptances. *ASME Journal of Applied Mechanics*, **68**: 791-798.
23. Mottershead J. E., Mares C., and Friswell M. I. (2001). An inverse method for the assignment of vibration nodes. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15(1)**:87-100.
24. Prells, U., Mottershead, J.E. and Friswell, M.I. (2003). On Pole-Zero Placement By Unit-Rank Modification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **17(3)**: 611-633.
25. Sherman J. and Morrison W.J. (1950). Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in one Element of a Given Matrix. *Annals of Mathematical Statistics*, **21(1)**:124-127.
26. Akgün M.A., Garcelon J.H., and Haftka R.T. (2001). Fast Exact Linear and Non-Linear Structural Reanalysis and the Sherman-Morrison-Woodbury Formulas. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, **50**: 1587-1606.
27. Çakar O. (2011). Mass and stiffness modifications without changing any specified natural frequency of a structure. *Journal of Vibration and Control*, **17(5)**:769-776.
28. Sanliturk K.Y. (2002). An Efficient Method for Linear and Nonlinear Structural Modifications. *Proceedings of ESDA 2002: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, ESDA 2002/APM-028, (8-11, July 2002), Istanbul, Turkey.