

Matematiksel Modellemeyi Anlamak*

Understanding Mathematical Modelling

Ebru ERGÜL, Neşe IŞIK TERTEMİZ

Yazar Bilgileri

Ebru ERGÜL
Dr., Selçuk Üniversitesi,
Temel Eğitim Bölümü
ebru.ergul@selcuk.edu.tr
ORCID: 0000-0002-0298-7035

Neşe IŞIK TERTEMİZ
Prof. Dr., Gazi
Üniversitesi,
Temel Eğitim Bölümü
tertemiz@gazi.edu.tr
ORCID: 0000-0001-7033-7192

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, matematiksel modellemenin eğitim bağlamında sıkça karşılaşılan kavramsal belirsizliklerini gidermek ve “doğru anlama”yı destekleyen uygulanabilir ve bütüncül bir çerçeve sunmak adına matematiksel modelleme kavramını tanımlamak, döngüleri hakkında bilgi vermek, matematiksel modelleme yeterlikleri, nitelikli matematiksel modelleme etkinliklerinin ayırt edici özellikleri ile matematiksel modelleme sürecinin yürütülmesi ve değerlendirilmesini açıklamaktır. Çalışmada, matematiksel modellemenin problem çözmede izlenecek özel bir yol olduğu, matematiksel modelleme yeterliklerinin yalnızca bilişsel alt becerilerden ibaret olmadığı; bilişsel, üstbilişsel, duyuşsal ve sosyal boyutları içeren çok bileşenli bir yetkinlik alanı olduğu ortaya konulmaktadır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin seçimi ve tasarımına yönelik farklı kuramsal çerçevelerin bütünleştirilmesiyle, bu etkinliklerin öğretim programıyla uyumlu, gerçek yaşamla ilişkili, açık uçlu, çoklu çözüme imkân veren ve öğrencilerin düşünme süreçlerini görünür kılan görevler olarak yapılandırılması gerektiği vurgulanmaktadır. Ayrıca matematiksel modelleme sürecinin planlanması, yürütülmesi ve rubrikler, öz-akran değerlendirme, projeler, gözlemler ve yazılı testler gibi çoklu araçlarla değerlendirilmesine ilişkin ilkeler sunulmaktadır.

Makale Bilgileri

Anahtar Kelimeler
Matematik Eğitimi
Matematiksel Modelleme
Problem Çözme

Keywords
Mathematics Education
Mathematical Modelling
Problem-solving

Makale Geçmişi
Geliş: 28.11.2025
Düzeltilme: 06.12.2025
Kabul: 06.12.2025

ABSTRACT

The purpose of this study is to clarify the conceptual ambiguities frequently encountered in the educational use of mathematical modeling and to propose a practical and comprehensive framework that supports a “correct understanding” of the construct. To this end, the study aims to define mathematical modeling, present major modeling cycles, describe mathematical modeling competencies, outline the distinguishing characteristics of high-quality modeling tasks, and explain how the modeling process is implemented and assessed. The study highlights that mathematical modeling constitutes a specific pathway for problem solving and that modeling competencies extend beyond cognitive subskills; rather, they represent a multifaceted domain that encompasses cognitive, metacognitive, affective, and social dimensions. By integrating various theoretical frameworks on the selection and design of modeling tasks, the study underscores that such tasks must be aligned with the curriculum, grounded in real-life contexts, open-ended in nature, allow for multiple solution approaches, and make students’ thinking processes visible. Furthermore, the study outlines principles for planning, conducting, and evaluating the mathematical modeling process using multiple assessment tools, including rubrics, self- and peer assessment, projects, observations, and written tests.

*Çalışma ikinci yazarın danışmanlığını yaptığı, birinci yazarın “Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerilerinin Geliştirilmesi: Bir Eylem Araştırması” başlıklı doktora tezinden üretilmiştir.

Makale Türü

Araştırma

Önerilen Atıf Ergül, E. & Işık Tertemiz, N. (2025). Matematiksel modellemeyi anlamak. *SEBED*, 4(1), 61-83

1. GİRİŞ

Bilim ve teknolojiadaki hızlı değişimler, gerçek yaşam problemlerini çözebilen bireylere duyulan ihtiyacı artırmış; bu da problemi anlama, değişkenleri belirleme, sadeleştirme, matematikleştirme, yorumlama ve doğrulama gibi modelleme yetkinliklerini kritik hâle getirmiştir. Dolayısıyla gerçek bir problem çözme süreci için matematiksel modelleme aşamalarının bireylerce izleniyor olması bu açıdan büyük bir avantaj olarak görülebilir. Bu nedenle matematiksel modelleme, bireylerin gerçek yaşam durumlarını analiz etme ve çözüm üretme süreçlerine doğrudan katkı sağlayan temel bir problem çözme yaklaşımı olarak öne çıkmaktadır. Bu çerçevede, matematiksel modelleme problem çözmede önemli görülmektedir (Lesh & Doerr, 2003). Ayrıca matematiksel modelleme ile gerçek bir problem çözme sürecinin ortaya çıkması öğrencilerin rutin olmayan durumlarla karşılaşması için önemlidir (Işık-Tertemiz & Ergen, 2024). Çünkü matematiksel modelleme rutin olmayan problem durumlarını matematiksel süreç becerileriyle çözmeyi zorunlu kılmaktadır (Abay & Gökbulut, 2017; English & Watson, 2018; English & Watters, 2005; Türker-Biber & Yetkin-Özdemir, 2015). Dolayısıyla döngüsel yapısı, çoklu çözüme izin vermesi ve gerçek hayatta kurduğu bağ nedeniyle modelleme, tek çözümlü ve bağlamdan kopuk geleneksel problem çözmeden üstündür; bu üstünlüğün görülebilmesi ise kavramın açık ve tutarlı biçimde tanımlanmasına bağlıdır (Lesh & Doerr, 2003). Bu tanımlamanın doğru yapılandırılabilmesi, Programme for International Student Assessment [PISA] ve Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS] gibi uluslararası ölçümlerin sonuçlarının, Türkiye'deki öğrencilerin günlük yaşamla ilişkili, açık uçlu matematik problemlerinde zorlandıklarını ve modelleme temelli görevlerde üst düzeylere az sayıda öğrencinin ulaşabildiğini ortaya koymaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011a, 2011b, 2015, 2018, 2024a; 2024b). Ders kitaplarında rutin olmayan problem sayısının azlığı ise modellemenin çoğu zaman “bağlamlı problem” düzeyine indirgenmesine yol açmakta, bu da kavramın eğitimdeki gerçek işlevini görünmez kılmaktadır (Eğitim Bilişim Ağı [EBA], 2023; Toluk & Olkun, 2002). Bu durum, modellemenin ne olduğu ve ne olmadığı açıkça tanımlanmadıkça öğrencilerin gerçek yaşamı matematikle ilişkilendirme fırsatlarının sınırlı kalacağını göstermektedir. Bu bağlamda, Türkiye'deki güncel öğretim programlarının modelleme kavramını nasıl ele aldığı ve bu yaklaşımın alan yazınındaki kavramsal çerçeveye ne ölçüde uyum sağladığı kritik bir sorgulama alanı olarak karşımıza çıkmaktadır.

Türkiye'de uygulamada olan İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programlarında modelleme, problem çözme adımlarıyla ilişkilendirilmiş olmakla birlikte, kavramın kimi yerde “matematiksel model” ile yer değiştirmesi (MEB, 2018; 2024c) kavramsal netliğin hâlâ sağlanamadığını ortaya koymaktadır (Canbazoglu & Tarım, 2021). Bu durum, modellemenin ilgili öğretim programlarına sınırlı biçimde dâhil edildiğini düşündürmektedir. Alan yazını ise modelleme eğitime ilkökul yıllarında başlanması gerektiğini; aksi hâlde öğrencilerin özellikle süreçte anlama, sadeleştirme, yorumlama ve sunma aşamalarında zorlandıklarını ortaya koymaktadır (Asempapa, 2015; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; English & Watters, 2005; Ulu, 2017). Araştırmalar, bu güçlüklerin önemli bir bölümünün öğretmenlerin modellemeyi kısmen “bağlam içinde problem” ya da “model çizimi” olarak algılamasından kaynaklandığını ve öğretmenlerin modellemeye ilişkin kavram yanlışlarının bulunduğunu göstermektedir (Anhalt & Cortez, 2016; Gould, 2013; Stohlmann, 2019). Dolayısıyla modellemenin kavramsal sınırları netleştirilmedikçe, sınıf içi uygulamalar da hedeflenen kazanımları tam olarak yansıtamamaktadır. Tüm bunlar ışığında bu çalışmanın amacı, matematiksel modellemenin eğitim bağlamında sıklıkla karşılaşılan kavramsal belirsizliklerini gidermek ve “doğru anlama”yı destekleyen uygulanabilir bir çerçeve sunmaktır.

2. MATEMATİKSEL MODELLEME NEDİR?

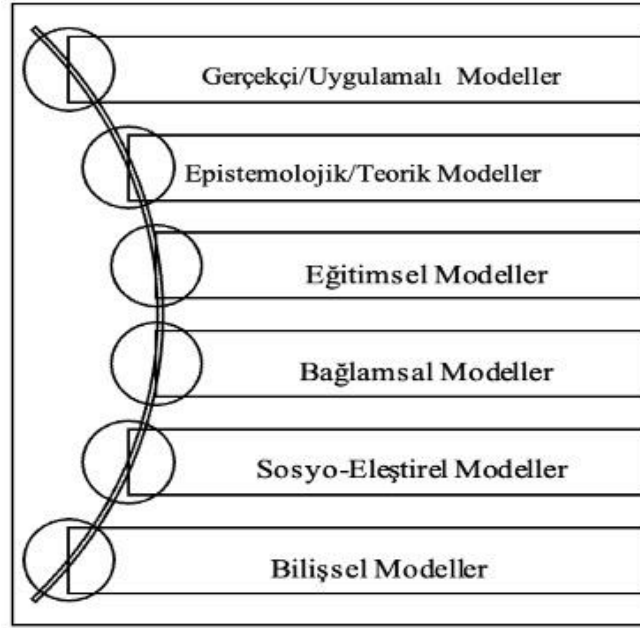
Matematiksel modelleme kavramını açıklamadan önce sıkça karıştırıldığı matematiksel model kavramını tanımlamak yerinde olacaktır. Matematiksel model, gerçek durumları, eylemleri ve süreçleri temsil eden matematiksel tekniklerden yararlanarak ve matematiksel kavramlara bağlı kalınarak oluşturulmuş sembolik temsillerdir (Stark & Nichols, 2005). Matematiksel modeller, gerçek hayattan bir nesnenin veya durumun fiziksel özelliklerinin ötesinde daha çok yapısal özelliklerini ve çalışma prensiplerini açıklama

ile ilgilenir (Lehrer & Schauble, 2007). Örneğin, “ $E = mc^2$ ” formülü kütle, ışık hızı ve enerji arasındaki ilişkiyi açıklayan bir matematiksel modeldir. Matematiksel modelleme ise, modelleme kavramının alt kavramlarından birisidir (Bukova-Güzel, 2021). Matematiksel Modelleme Eğitiminde Değerlendirme ve Öğretim Rehberi raporunda “Matematiksel modelleme hem işyerinde hem de okulda, büyük, dağınık, gerçekliğe dayalı soruları yanıtlamak için matematiği kullanır” denmektedir (Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) & Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2016, s. 7). Başka bir tanımda, çeşitli veri gösterimlerinin kullanımını, gerçek dünyayı çözmede uygun matematiksel yöntemlerin ve araçların seçilmesini, uygulanmasını içeren gerçek dünyadaki sorunları temsil etmek, çözmek için bir matematiksel model oluşturma ve geliştirme süreci olarak ifade edilmektedir (Spain Ministry of Education, 2023). En güncel tanımı ile “öğrencilerin gerçek dünya problemlerini çözmek için matematiksel bilgiyi uyguladıkları metodoloji” (Zheng & Leong, 2025) olarak ifade edilebilir.

Matematiksel modelleme, gerçek bir problemten yola çıkmayı, ilgili matematiksel problemi soyutlamayı, çözmeyi ve ardından çözümleri kontrol etmeyi içerir (Erbaş vd., 2024). Bu bağlamda matematiksel modelleme, otantik senaryoların matematik dünyasına çevrildiğinde başlayan döngüsel bir süreç ve bu sürecin tamamındaki ilişkiler olarak da düşünülebilir (Canbazoğlu & Tarım, 2021). Bunun yanı sıra matematiğin çevremizdeki ürün ve süreçlerde nasıl kullanıldığını göstermenin mümkün olduğu, matematik ve diğer birçok alanı bir araya getiren disiplinler arası da bir konudur. Ancak matematiksel modelleme kalkülüs veya lineer cebir gibi kesin bir matematiksel bilgi bütünü değildir. Bir süreçtir ve çoğu süreç gibi çeşitli tanımları vardır (Lingefjärd, 2007). Matematiksel modellemede, matematik ile gerçek yaşam arasında köprü kurulması yoluyla gerçek yaşamdaki bir durumun matematiksel olarak ifade edilmesi gereklidir (Bukova-Güzel, 2021). Dolayısıyla, gerçek hayattan veya gerçekçi bir durumun matematiksel yöntemler kullanılarak analiz edilmesi süreci olarak da ifade edilebilir (Erbaş vd., 2014). Bu süreçte bireyler, çözümler bulmak için uygun araçları ve yöntemleri seçmekte ve kullanmakta, bunları doğrulamak için çözümlerini gerçek dünyaya yeniden uygulamakta, gerekirse, gelişmiş çözümler üretmek için modeller geliştirmektedirler (Canbazoğlu & Tarım, 2021). Kısacası matematiksel modelleme, gerçek bir problem durumunun matematiksel kavramlara dönüştürüldüğü, uygun yöntem ve araçlarla çözüldüğü, çözümün yeniden gerçek bağlama döndürülüp test edildiği, döngüsel ve geliştirilebilir bir süreç olarak düşünülebilir. Tanımların kesişiminde ortaya çıkan bu bütüncül yapı, modellemenin ne olduğuna dair temel bir çerçeve sunmaktadır; ancak alan yazınında bu çerçeveyi farklı biçimlerde yorumlayan çeşitli perspektifler bulunmaktadır. Bu nedenle izleyen bölümde matematiksel modelleme perspektifleri tartışılacaktır.

3. MATEMATİKSEL MODELLEME PERSPEKTİFLERİ

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan araştırmalar, modellemenin eğitimde kullanılmasına ilişkin farklı araştırmacıların farklı perspektiflere sahip olduklarını göstermektedir. Farklı perspektiflere bakarken, hangi amaçlar ile geliştirildiklerini her zaman akılda tutmak gerekmektedir (Vorhölter vd., 2019). Bu doğrultuda önceleri teorik ve gerçek yaşama uygun modelleme olarak iki gruba ayrılan modelleme yaklaşımlarının zamanla çeşitlilik göstererek Kaiser ve Sriraman’ın (2006) araştırmalarına göre altı başlık altında sınıflandığı görülmektedir. İlgili sınıflama Şekil 1 ile sunulmuştur.



Şekil 1. Matematiksel modelleme perspektifleri (Bukova-Güzel, E. (2021). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme (4. Baskı, s. 12-13). Ankara: Pegem.)

Şekil 1’de yer alan matematiksel modelleme perspektiflerinden ilki *gerçekçi/uygulamalı modellerdir*. Bu perspektif Burkhardt, Haines, Crouch, Kaiser, Schwarz ve Pollak gibi önemli isimler ile anılmakta ve Anglo-Sakson pragmatizmi ve uygulamalı matematiğe dayanarak gerçekçi veya otantik problemlere ilişkin yaratıcı çözümler ortaya koyma, gerçek yaşam durumlarını modelleme ve modelleme yeterliklerini geliştirmeyi hedeflemektedir (Bukova-Güzel, 2021, s.12). *Epistemolojik/Teorik modeller* ile matematiksel etkinlikler arasındaki bağlantıların desteklenmesi, matematiğin yeniden kavramsallaştırılması ve okul matematiğinin modelleme bakış açısıyla yeniden düzenlenmesi amaçlanmaktadır (Dost, 2023, s.52). Chevallard, Freundenthal ve Treffers gibi isimlerin öncülüğünde Romans epistemolojiye dayanan bu perspektifte (Bukova-Güzel, 2021, s.12) öğrenme sürecinin yapılandırılması ve desteklenmesi, kavram tanıtımı ve geliştirilmesi, motivasyonun desteklenmesi ve matematiğe karşı tutumların geliştirilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca matematiksel modelleme sürecinin eleştirel olarak anlaşılmasının desteklenmesine ve model geliştirme amaçlarına da hizmet edilmektedir (Dost, 2023, s.52). *Bağlamsal modeller* Chamberlin, Lesh, Doerr, Sriraman gibi isimler ile ön plana çıkan, bilgi işleme yaklaşımını kaynak olarak benimsemiş bir modelleme perspektifidir (Bukova-Güzel, 2021, s.13). Odağında ise sözel ve açık uçlu problemleri çözme gibi konuyla ilişkili ve psikolojik hedefler bulunmaktadır (Dost, 2023, s.52). *Sosyo-Eleştirel modeller* yaşadığımız dünyayı eleştirel bir yolla anlama gibi pedagojik hedeflere odaklanmaktadır. Barbosa, D’Ambrosio ve Skovsmose gibi isimler matematiksel modellemede sosyo-eleştirel yaklaşımı benimsemektedir (Bukova-Güzel, 2021, s.13). *Bilişsel modeller*, modelleme sürecinde oluşan bilişsel süreçlerin analiz edilmesi ve bu bilişsel süreçlerin anlaşılmasını amaçlamaktadır (Dost, 2023, s.52). Böylece öğretmenler öğrencilerin hangi aşamada takıldıklarını görebilir ve buna uygun öğrenme ortamları tasarlayabilir. Çünkü modelleme sürecinde ortaya çıkan bilişsel yapılar, matematiksel düşünmenin desteklenmesinde yol göstericidir (Bukova-Güzel, 2021, s.13). Bu perspektifler, modellemenin eğitimde farklı amaçlara hizmet edebildiğini ve her yaklaşımın modelleme sürecini kendi pedagojik önceliklerine göre konumlandığını göstermektedir. Bu çeşitliliğin daha iyi anlaşılabilmesi için, modelleme süreçlerinin nasıl işlediğini ve bu süreçlerde hangi yeterliklerin geliştirildiğini ortaya koyan matematiksel

modelleme döngülerine yönelmek gerekmektedir. Bu bağlamda bir sonraki bölümde matematiksel modelleme döngüleri ve yeterlikleri incelenecektir.

4. MATEMATİKSEL MODELLEME DÖNGÜLERİ VE YETERLİKLERİ

Modelleme döngülerinin tarihsel çizgisi, ilk örneklerinde düz, sırayla ilerleyen bir akıştan adımlar arasında gerektiğinde geri dönüp düzeltme yapmaya izin veren yapılara doğru bir gelişim göstermektedir. Geçmişten günümüze matematiksel modelleme döngülerinden bazıları Tablo 1 ile şöyle özetlenebilir:

Tablo 1.

Matematiksel Modelleme Döngüleri

No	Döngü Sahibi	Döngünün Aşamaları	Döngünün Alt Bileşenleri	Döngünün Yapısı (Doğrusal/Döngüsel)
1	Pensore (1978)	-Gerçekçi problemi belirleme ve gerçekliği tanımlama -Matematiksel model oluşturma -Matematiksel problemi belirleme ve çözüm stratejisi geliştirme -Çözüm stratejisini uygulama ve matematiksel problemi çözme -Matematiksel çözümü yorumlama -Modeli doğrulama ve sonuçlar oluşturma -Düzenleme ve raporlaştırma	-	Döngüsel
2	Pollak (1979)	-Gerçekçi problem -Gerçekçi model -Matematiksel model -Matematiksel sonuçlar	-Yalınlaştırma -Soyutlama -Hesaplama -Yorumlama	Doğrusal
3	Kapur (1982)	-Uygun değişkenleri seçme -Değişkenler arası bağlantıyı ortaya çıkarma -Değişkenler ve bağlantılara göre model ortaya koyma -Modeli test etme	-	Doğrusal
4	Müller ve Witmann (1984)	-Gerçek yaşam durumu -Matematiksel model -Matematiksel çözüm -Gerçek yaşam durumuna uygunluk	-Model kurma -Modelde verilerin işlenmesi -Yorumlama/ İlişkin çıkarımlar	Döngüsel
5	Mason (1988)	-Gerçek yaşam -Matematiksel modeli tanımlamak -Matematiksel modeli formüle etmek -Matematiksel modeli çözmek -Çözümü yorumlamak -Modeli doğrulamak	-	Döngüsel
6	NCTM (1989)	-Gerçek hayat problem durumu -Problemi formülleştirme -Matematiksel model -Modeli ile çözme	-Sadeleştirme -Matematikleştirme -Dönüştürme -Yorumlama -Doğrulama	Döngüsel

7	Berry ve Houston (1995)	-Problemi anlama -Değişkenleri seçme -Matematiksel modeli kurma -Matematiksel problemi çözme -Çözümü yorumlama -Modeli doğrulama -Modeli başka problemler için geliştirme -Rapor hazırlama	-	Döngüsel
8	Berry ve Davies (1996)	-Gerçek yaşam durumu -Modeli formüle etme -Matematiksel olarak çözme -Çözümleri yorumlama -Çözümü değerlendirme -Modeli revize etme -Rapor	-	Döngüsel
9	Doerr (1997)	-Gerçek hayat problem durumu -Modele ve işleme karar verme -Değerlendirme, yorumlama ve yeniden yapma -Veriyi ve bilgiyi elde etme -Problem ile karşılaşma ve onu tanımlama	-	Döngüsel
10	Abrams (2001)	-Problemi ortaya çıkarma -Modeli kurma -Matematiksel ürünleri belirleme -Yeni bilgi elde etme	-Temsil etme -Manipüle -Uyarlama/dönüştürme -Analiz etme	Döngüsel
11	Verschaffel, Greer ve De-Corte (2002)	-Araştırılan fenomen -Durum modeli -Matematiksel model -Modelden türetme -Yorumlanan sonuçlar -Rapor	-Anlama -Modelleme -Matematiksel analiz -Yorumlama -İletişim	Döngüsel
12	Lesh ve Doerr (2003)	-Tanımlama -Manipülasyon -Dönüştürme -Doğrulama	-	Döngüsel
13	Voskoglou (2006)	-Problem analizi -Matematikleştirme -Modelin çözümü -Modelin doğrulanması -Sonuçların yorumlanması	-	Döngüsel
14	Galbraith ve Stillman (2006)	-Karmaşık gerçek yaşam durumu -Gerçek yaşam problem durumu -Matematiksel model -Matematiksel çözüm -Çözümün gerçek yaşam anlamı -Modeli revize etme veya çözümü kabul etme -Rapor	-Anlama, yapılandırma, basitleştirme, içeriği yorumlama -Varsayımda bulunma, formüle etme, matematikleştirme -Matematiksel çalışma yapma -Matematiksel çıktıları yorumlama -Birleştirme, eşleştirme, doğrulama	Döngüsel

			-İletişim, çözümü savunma -Modelleme sürecinin tekrar etmesi	
15	Borromeo-Ferri (2006)	-Gerçek durum -Durumun zihinsel temsili -Gerçek model -Matematiksel model -Matematiksel sonuçları -Gerçek sonuçlar	-Problemi anlamak -Problemi sadeleştirmek -Matematikleştirmek -Matematiksel olarak çalışmak -Yorumlamak -Doğrulamak	Döngüsel
16	Blomhøj ve Jensen (2007)	-Algılanan gerçeklik -Sistem -Matematiksel sistem -Modelin sonuçları -Eylem/ kavrayış	-Durumun formüle edilmesi -Sistematik hale getirme -Matematikleştirme -Matematiksel analiz -Yorumlama/değerlendirme -Doğrulama	Döngüsel
17	Blum ve Leiß (2007)	-Gerçek durum -Durum modeli -Gerçek model -Matematiksel model -Matematiksel sonuçlar -Gerçek sonuçlar	-Problemi anlamak -Problemi basitleştirme -Matematikleştirmek -Matematiksel çalışma -Yorum -Gerçeklik -Sunma	Döngüsel
18	Mousoulides (2007)	-Betimleme ve anlama -Eldekileri açıklayıcı bir şekilde kullanma -İnceleme ve tahmin -Doğrulama ve iletişim	-Problemi belirleme -Değişkenleri tanımlama -Bir model oluşturma -Çözümü inceleme -Çözümü doğrulama	Döngüsel
19	Blum ve Borromeo-Ferri (2009)	-Problemi anlama -Model kurma -Matematik kullanımı -Sonucu açıklama	-	Döngüsel
20	Ang (2010)	-Gerçek yaşam -Matematiksel problem -Varsayımda bulunma -Denklemleri formüle etme -Denklemleri çözme -Çözümü yorumlama -Gerçek yaşam çözümü -Verileri karşılaştırma	-Modeli formüle etme -Modeli revize etme -Modeli yorumlama	Döngüsel
21	Hıdıroğlu (2012)	-Karmaşık gerçek yaşam durumu -Gerçek yaşam problem durumu -Gerçek yaşam problem durumu modeli -Yardımcı matematiksel modeller -Ana matematiksel modeller -Matematiksel çözüm -Gerçek yaşam çözümü -Kısa çözüm raporu	-Problemin analizi -Sistematik yapıyı kurma -Matematikleştirme -Üst matematikleştirme -Matematiksel analiz -Yorumlama/değerlendirme -Modelin doğrulanması	Döngüsel

Tablo 1'e göre mevcut alan yazınında yer alan matematiksel modelleme döngüleri; yapısal özellikleri, ayrıntı düzeyleri, sonucun ifade edilişi ve paylaşımın süreçteki rolü bakımından belirgin farklılıklar göstermektedir. Yapısal açıdan erken dönem döngüler daha çok doğrusal bir akış önerirken, güncel döngüler öğrencilerin önceki basamaklara geri dönmesine olanak tanıyan döngüsel ve iteratif yapılara sahiptir. Böylece bazı modeller sabit bir sıra izlerken, çoğu modelleme yaklaşımı öğrencilerin düşünme süreçlerine göre şekillenen ileri-geri geçişleri sürecin doğal bir parçası olarak değerlendirmektedir. Döngülerin ayrıntı düzeyleri de önemli ölçüde çeşitlenmektedir. Bazı modeller yalnızca temel basamakları sunarken, diğerleri zihinsel eylemleri, alt süreçleri ve değerlendirme ölçütlerini ayrıntılı biçimde tanımlamaktadır. Bu durum, modelleme sürecinin farklı araştırmacılar tarafından farklı bilişsel derinliklerde kavramsallaştırıldığını ve Tablo 1'de yer alan döngülerin neden yapısal olarak farklılaştığını açıklamaktadır. Sonucun ifade edilişi ve doğrulama süreçleri bakımından da dikkate değer farklılıklar vardır. Bazı döngülerde "sonucu bağlamda açıklama" ve "doğrulama" aynı basamak içinde örtük biçimde yer alırken, daha güncel döngülerde bu iki süreç ayrı, gerektiğinde tekrar tekrar uygulanabilir basamaklar olarak tanımlanmıştır. Bu modellerde öğrencilerin çözümünü bağlamda gerekçelendirmesi, ardından modelinin geçerliliğini farklı açılardan test etmesi ve uyumsuzluk durumunda önceki aşamalara dönerek düzenleme yapılması, sürecin temel bir bileşeni olarak konumlandırılmaktadır. Benzer biçimde, sonuçların paylaşılması ve raporlanması bazı döngülerde ikincil bir ayrıntı olarak ele alınırken, diğer modellerde sunum, gerekçelendirme ve geri bildirim alma sürecin ayrı bir evresi olarak tanımlanmaktadır. Bu farklı yaklaşımlar, matematiksel modellemenin yalnızca teknik bir problem çözme etkinliği değil, aynı zamanda iletişimsel ve sosyal bir süreç olduğuna işaret etmektedir. Bu farklılıkların ardından önemli bir nokta da döngülerin alt bileşenlerinin nasıl konumlandırıldığıdır. Döngülerin içerdiği alt süreçler, modellemenin bilişsel yapısını belirleyen temel aşamaları tanımlamaktadır. Döngüsel yapının ayrıntılandırılma düzeyi bu bileşenlerin çeşitliliğine bağlı olarak değişmektedir. Bu alt bileşenler, modelleme sürecinin nasıl kavramsallaştırıldığını belirlediği için döngüler arasındaki farklılıkların temel nedenlerinden birini oluşturmaktadır. Aynı zamanda bu bileşenler, modelleme yeterliklerinin yapı taşlarını oluşturduğu için hem bilişsel hem üstbilişsel hem de öğretimsel açıdan kritik bir konuma sahiptir.

Matematiksel modellemelerde yer alan farklılıkların yanı sıra matematiksel modelleme döngülerinin belirgin ortak yönleri de bulunmaktadır. Tüm döngüler gerçek bir durumdan hareket etmeyi, bu durumu matematiksel dile aktarmayı, matematiksel temsiller üzerinde işlemlerle çözüm üretmeyi ve elde edilen sonucu bağlamda açıklayarak geçerliliğini sınamayı temel bir süreç olarak görmektedir. Döngüler arasındaki asıl farklılık, bu süreçlerin ne kadar ayrıntılandırıldığına, geri bildirim döngülerinin ne ölçüde görünür kılındığına ve ölçme-değerlendirme sürecinde bu unsurlara ne kadar vurgu yapıldığına ilişkindir.

Matematiksel modelleme yeterliği genel anlamda, gerçek yaşam problemlerini matematiksel olarak ifade edebilme, bu problemler için uygun modeller geliştirebilme, elde edilen çözümleri bağlam içinde kullanabilme ve değerlendirebilme gücü olarak tanımlanmaktadır (Biccard & Wessels, 2011; Kaiser & Maaß, 2007). Tablo 1'de yer alan döngülerin alt bileşenleri aynı zamanda matematiksel modelleme yeterliklerinin temel yapı taşlarını da oluşturmaktadır. Bu nedenle alan yazınında modelleme yeterlikleri çoğunlukla ilgili döngünün basamaklarıyla özdeşleştirilmekte ve her bir basamak ayrı bir yeterlik alanı olarak ele alınmaktadır (Greefrath, 2020; Kaiser, 2007; Maaß, 2004). Bu bağlamdan Borromeo-Ferri'nin (2006) modelleme döngüsüne dayalı bilişsel yeterlikleri; problemi anlama, sadeleştirme, matematikleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama alanlarında yapılandırılmıştır. Blum ve Borromeo-Ferri (2009), Blum ve Kaiser (1997), Ikeda ve Stephens (1998), Blomhøj ve Jensen (2007) gibi araştırmacılar da modelleme yeterliklerini benzer biçimde döngü bileşenleri üzerinden tanımlamaktadır. Ancak modelleme yeterliklerine ilişkin çerçeveler bilişsel boyutla sınırlı değildir. Matematiksel modelleme sürecinde bilgi ve becerinin yanı sıra üstbilişsel farkındalık, isteklilik ve duyuşsal-sosyal etmenler de bulunmaktadır (Bukova-Güzel, 2021; Cevikbaş vd., 2022; Maaß, 2006; Zubi vd., 2019). Dolayısıyla matematiksel modelleme süreci, öğrencilerin yalnızca matematiksel bilgilerini uyguladıkları değil, aynı zamanda kendi düşünme süreçlerini planlayıp izledikleri bir bilişsel-üstbilişsel etkinliktir. Bu bağlamda, Maaß (2006) ve Kertil vd. (2016),

modelleme sürecinin her aşamasının planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin gibi üstbilişsel eylemlerle yakından ilişkili olduğunu vurgulamaktadır. Bu doğrultuda Hıdıroğlu (2015), modelleme döngüsünü üstbilişsel eylemlerle ilişkilendirerek ayrıntılı alt kategoriler hâlinde açıklamıştır. Şimşeker ve Güzel (2025), bir fen lisesi öğrencisinin modelleme görevleri sırasında sergilediği üstbilişsel eylemleri incelemiş ve öğrencinin problemi çözme sürecinde yansıtıcı düşünme, strateji seçimi ve hata farkındalığı gibi süreçleri aktif biçimde kullandığını göstermiştir. Benzer biçimde, Miranda ve Sgreccia (2025) yapay zekâ destekli öğretim ortamlarında gerçekleştirilen matematiksel modelleme etkinliklerinde, öğretmen geri bildiriminin üstbilişsel yansıtma süreçlerini desteklediğini ve bunun da öğrencilerin eleştirel düşünme ve model kurma doğruluğu üzerinde olumlu etkiler yarattığını ortaya koymuştur. Bu bulgular, matematiksel modellemenin yalnızca problem çözme süreci değil, öğrencilerin nasıl düşündüklerini izleme, düşünme biçimlerini düzenleme ve bu yolla bilişsel süreçlerini yönetme becerilerini geliştiren bütüncül bir öğrenme alanı olduğunu ortaya koymaktadır.

Matematiksel modelleme süreci yalnızca bilişsel bir problem çözme etkinliği değil, aynı zamanda öğrencilerin duygusal tepkilerinin öğrenme sürecini şekillendirdiği karmaşık bir etkileşim alanı olarak ele alınabilir. Buna göre matematiksel modellemenin duyuşsal ve sosyal yeterlikler kapsamında ele alınabilecek boyutları bulunmaktadır (Bukova-Güzel, 2021). Nitekim Du vd. (2025) tarafından yapılan araştırma, öğrencilerin modelleme görevlerine yönelik öz-yeterlik inançları, ilgi ve kaygı düzeylerinin katılım motivasyonlarını anlamlı biçimde yordadığını göstermiştir. Benzer biçimde, Francis vd. (2025) matematik öğretmenlerinin modelleme öğretiminde duygusal öz-farkındalık geliştirmesinin, öğrencilerin öğrenmeye yönelik tutumlarını olumlu etkilediğini ve modelleme sürecinde daha yüksek duygusal dayanıklılık kazandırdığını ortaya koymuştur. Hidayat vd. (2025), öğretmenlerin modelleme uygulamalarına ilişkin kaygı, güven ve tutum bileşenlerinin sınıf içi etkililiği belirleyen temel faktörler olduğunu belirtmiştir. Buna ek olarak, Shekhmirzova ve Gribina (2024) proje tabanlı modelleme etkinliklerinin öğrencilerde duygusal zekâ ve öz-kontrol gelişimini desteklediğini vurgulamıştır. Bu araştırmaların bütüncül olarak ortaya koyduğu sonuç, matematiksel modellemenin yalnızca analitik bir süreç değil, öğrencilerin duygusal katılım, öz-farkındalık ve tutum dinamikleriyle iç içe geçmiş bütüncül bir öğrenme deneyimi olduğudur. Sosyal yeterlik kapsamında ele alındığında ise matematiksel modelleme, öğrencilerin iletişim, iş birliği ve sosyal etkileşim yeterliklerini geliştiren bütüncül bir öğrenme sürecidir. Tang vd. (2025), öğrencilerin modelleme temelli işbirlikli problem çözme süreçlerine katılımını etkileyen sosyal faktörleri incelemiş ve iletişim yeterliği, grup içi güven ve sosyal öz-yeterliğin öğrencilerin tartışma katılımını anlamlı biçimde yordadığını göstermiştir. Benzer biçimde, Shekhmirzova ve Gribina (2024), proje tabanlı modelleme etkinliklerinin öğrencilerin sosyal iletişim, ortak karar alma ve empatik etkileşim becerilerini güçlendirdiğini ortaya koymuştur. Bu bulgular, matematiksel modellemenin yalnızca bireysel problem çözme etkinliği değil, öğrencilerin birlikte düşünme, karşılıklı iletişim kurma ve ortak anlam üretme becerilerini geliştiren sosyal bir öğrenme ortamı olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak matematiksel modelleme yeterliği, bilişsel, üstbilişsel, duyuşsal ve sosyal boyutları içeren çok bileşenli ve karmaşık bir düşünme süreci olarak konumlanmaktadır. Bu çok boyutlu sürecin etkili bir biçimde ilerleyebilmesi için uygun özelliklere sahip matematiksel modelleme etkinliklerinin tasarlanması ve kullanılması önem taşımaktadır. Bu nedenle modelleme etkinliklerinin hangi özelliklere sahip olması gerektiğinin açık biçimde belirlenmesi gerekmektedir.

5. MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNİN AYIRT EDİCİ ÖZELLİKLERİ

Matematiksel model oluşturma etkinlikleri, başlangıçta gerçek hayattaki matematiksel uygulamaları anlamlandırmak için kullanılırken, bugün öğrencilerin matematiksel düşünme sistemlerini, kavramsallaştırma süreçlerini, grup çalışması becerilerini ve matematiksel yaratıcılıklarını geliştirmeye odaklanan, rutin olmayan ve karmaşık gerçek yaşam problemleri etrafında kurgulanan görevler hâline gelmiştir (Eraslan & Şahin, 2023; Zubi vd., 2019). Bu etkinliklerde amaç, öğrencilerin kendi matematiksel

düşünce ve süreçlerini kavramsallaştırmalarına yardımcı olabilecek, paylaşılabılır, genellenebilir, değiştirilebilir ve yeniden kullanılabilir modeller üretmelerini sağlamak ve öğretmenler ile araştırmacılara öğrencilerinin problem durumuna ilişkin anlayışlarını görünür kılmaktır (Eraslan & Şahin, 2023; Lesh & Doerr, 2003). Bu nedenle matematiksel modelleme etkinliklerinde metinler teknik dilden arındırılmakta, öğrencilerden çözüm süreçlerini ayrıntılı ve yazılı biçimde ifade etmeleri beklenmektedir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinde tek bir doğru cevaptan çok, farklı ve gerekçelendirilmiş çözüm modellerine ulaşmak esastır (Eraslan, 2011; Kertil vd., 2016). Modelleme etkinliklerinin grup çalışmasına dayanması, tartışma ve tekrar eden döngülerle sosyal bir öğrenme ortamı oluşturması bu görevlerin ayrırt edici yönlerindendir (Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016). Tüm bunların yanı sıra matematiksel modelleme etkinlikleri için Chamberlin ve Coxbil (2012) tarafından tanıtıcı makale, hazırlık soruları, veri/bilgi tablosu, problem durumu ve çözümlerin sunumu olmak üzere beş aşamadan oluşan çerçeve tanımlanmıştır (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023; Zawojewski vd., 2003). Tanıtıcı makale ve hazırlık soruları öğrenciyi bağlama alıştırmayı; veri/bilgi tablosu aşaması öğrencilerin veri üretmesini veya verileri anlamlı hâle getirmesini; problem durumu aşaması müşteriye/danışana yönelik model geliştirilmesini; sunum aşaması ise farklı çözümlerin tartışılması ve gerektiğinde modelin yeniden düzenlenmesini amaçlamaktadır (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023). Bu çerçeve, modelleme etkinliklerini hem öğrenme süreçlerini derinleştiren hem de öğrencilerin matematiksel düşünme yapılarını çok boyutlu biçimde ortaya koyan güçlü pedagojik araçlar hâline getirmektedir.

Maaß (2006), bir etkinliğin modelleme etkinliği olarak nitelenebilmesi için önce hangi nitelikleri taşıması gerektiğini sorgulayan bir çerçeve önermektedir. Buna göre, etkinliğin hangi matematiksel alana ait olduğu, hangi amaçlara hizmet ettiği, öğretim programındaki kazanımlarla nasıl örtüştüğü, ne ölçüde açık uçlu ve yaşamla ilişkili kurgulandığı, öğrencilerin önceki modelleme deneyimlerinin etkinlik seçimini nasıl etkilediği, etkinliğin olası yararları ve öğrencilere nasıl bir formatta sunulduğu sistematik olarak sorgulanmalıdır (Maaß, 2006). Bu sorular, modelleme görevini yalnızca “ilginç bir problem” olmaktan çıkarıp, programla uyumlu, bilişsel olarak anlamlı ve pedagojik olarak amaca dönük bir öğrenme ortamına dönüştürme amacına hizmet etmektedir. Bu sorgulayıcı çerçeveyi somutlaştıran ölçütler ise Bukova-Güzel (2021) tarafından ortaya konulmaktadır. Buna göre modelleme etkinliği; açık ve anlaşılır olmalı, problem durumu mümkün olduğunca açık uçlu seçilmeli, gerçek yaşamda anlamlandırılabilir olmalı ve ideal olarak gerçek veriler içermelidir. Gerektiğinde animasyon, video, resim gibi çoklu temsillerle zenginleştirilmeli; kimi zaman bireysel çalışmayı, kimi zaman iş birliğini teşvik etmeli; öğrencilerin ilgisini çekmeli ve onların bilgi ile deneyim düzeyine uygun olmalıdır (Bukova-Güzel, 2021). Lesh vd. (2000) ise bir etkinliğin “model oluşturma etkinliği” olarak kabul edilebilmesi için altı temel prensibe uygun olmasını şart koşmaktadır: *Model oluşturma prensibi*, öğrencilerin karmaşık bir problem durumu için amaç belirleyerek bir veya birden fazla model geliştirmelerini, bu süreçte farklı çözüm yollarını, somut, grafiksel, sembolik ya da sözel temsilleri kullanarak matematiksel açıdan anlamlı ürünler üretmelerini öngörür (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023; Lesh vd., 2000). Böylece etkinlik, sentez düzeyinde yaratıcı düşünmeyi ve üst düzey akıl yürütmeyi harekete geçiren bir model tasarım sürecine dönüşür. *Gerçeklik prensibi*, problem durumunun öğrencilerin bilgi ve deneyimleriyle ilişkilendirebilecekleri, yaşantılarında karşılaşılabilecekleri türden “gerçek” bir bağlama oturtulmasını gerektirir (Kertil vd., 2016). Yalnızca matematiksel beceriyi değil, gerçek hayattaki bir müşterinin/danışanın ihtiyacına yanıt verme hissini uyandıran; yaş gruplarının gerçeklik algısına uygun, yaşantısal olarak inandırıcı bir durum kurgulanmalıdır (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023). *Öz değerlendirme prensibi*, geliştirilen modelin yeterliliğine ilişkin kararın esasen öğrenciler (bireysel ya da grup) tarafından verilmesine dayanır; modelleme döngülerinin gerektiğinde tekrarlanarak çözümlerin gözden geçirilmesi, eksiklerin fark edilip giderilmesi ve en uygun modele doğru ilerlenmesi beklenir (Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016). *Model dokümantasyon (açığa çıkarma) prensibi*, öğrencilerin çözüm yolunu “zihinde kalmış” bir süreç olarak bırakmak yerine açıkça ortaya koymasını zorunlu kılar. Öğrencilerden dikkate değer buldukları değişkenleri, sayıtları, olası çözüm yollarını ve seçtikleri yöntemi mektup ya da rapor biçiminde yazılı olarak belgelendirmeleri istenir (Bukova-Güzel,

2021; Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016). Bu sayede hem öğrenme süreci görünür hâle gelir hem de geliştirilen model başkaları tarafından anlaşılabilir ve kullanılabilir bir ürüne dönüşür (Chamberlin & Moon, 2005). *Model genelleme prensibi*, üretilen modelin sadece tek bir problem durumu ile sınırlı kalmayıp, benzer ve ilişkili diğer gerçek yaşam durumlarına uyarlanabilir, taşınabilir ve yeniden kullanılabilir olmasını şart koşar (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016). Son olarak *etkili prototip (örnek) prensibi*, geliştirilen modelin hem mümkün olduğunca basit ve hatırlanabilir hem de matematiksel açıdan işlevsel ve güçlü olması gerektiğini vurgular (Eraslan & Şahin, 2023). Elde edilen model, yapısal olarak benzer yeni problemler için “ilk başvurulacak örnek” niteliğinde olmalı; aradan zaman geçtikten sonra bile temel çözüm fikri hatırlanabilir olmalıdır (Bukova-Güzel, 2021; Kertil vd., 2016). Böyle bakıldığında Maaß’ın (2006) sorgulayıcı soruları, Bukova-Güzel’in (2021) seçim ölçütleri ve Lesh vd.’nin (2000) altı prensibi birlikte ele alındığında, matematiksel modelleme etkinliklerinin hem tasarımı hem de değerlendirilmesi için güçlü, bütüncül bir çerçeve ortaya koymaktadır. Bu bütüncül çerçeve, yalnızca nitelikli bir modelleme etkinliğinin nasıl seçileceğini değil, aynı zamanda modelleme sürecinin sınıf içinde nasıl yapılandırılması ve yönetilmesi gerektiğini de belirleyen temel ilkeleri görünür kılmaktadır.

6. MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNİ YÜRÜTMEK

Matematiksel modelleme etkinlikleri, ciddi bir ön hazırlık gerektiren yapılar olarak ele alınmakta; bu kapsamda etkinlikler planlanırken öncelikle etkinliğin amacı, hedeflenen sınıf seviyesi ve etkinliğin ilişkili olduğu konu, kazanım ya da kavramların netleştirilmesi gerekmektedir (Bukova-Güzel, 2021). Uygulamanın türü (sınıf içi, sınıf dışı, proje çalışması, performans görevi vb.) açıkça belirlenmeli; modelleme etkinliğini seçme, revize etme ya da geliştirme aşamaları sistematik biçimde izlenmelidir (Eraslan & Şahin, 2023). Seçilen, revize edilen ya da geliştirilen modelleme etkinliğinin uygulama öncesinde mutlaka çözülmesi, uygulama sırasında karşılaşılabilecek birçok güçlüğün önüne geçilmesi açısından kritik önemdedir (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023). Çözülebilirliği kanıtlanan modelleme etkinliği için araç-gereç seçimi, uygulama ortamının düzenlenmesine ilişkin ayrıntılar, öğrencilerin görev ve sorumlulukları, öğrencilerin çalışma biçimi (bireysel ya da grup çalışması), değerlendirme sürecinin nasıl yürütüleceği ve öğrenci çözümlerinin nasıl sunulacağı önceden yapılandırılmalıdır (Bukova-Güzel, 2021). Ayrıca matematiksel modelleme etkinliklerinin genel akışında, önce konu ya da kavramlara yönelik ısınma etkinliklerinin yapılması, ardından süreç normlarının ve değerlendirme ölçütlerinin uygulamaya katılacak kişi ya da grupla paylaşılması, sonrasında modelleme etkinliğinin sunulması ve öğrencilerin etkinlik süresince çalışmalarının sistematik biçimde izlenmesi önerilmektedir (Bukova-Güzel, 2021). Dolayısıyla, matematiksel modelleme etkinliklerinin tasarımından uygulanmasına uzanan bu çok aşamalı süreç, ancak kapsamlı bir ön hazırlık ve titizlikle yapılandırılmış bir uygulama planıyla etkili ve sürdürülebilir bir öğrenme deneyimine dönüşebilir.

Modelleme etkinliklerinin doğası gereği yoğun bir sosyal etkileşimi teşvik ettiği; bu nedenle bireysel uygulamadan çok grup çalışması şeklinde yürütülmesinin daha çok benimsendiği vurgulanmaktadır (Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016). İlgili alan yazınından derlenen bilgiler ışığında (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023; Maaß, 2006) süreç boyunca dikkat edilmesi gereken temel hususlar şöyle somutlaştırılabilir:

- Modelleme etkinliği öğrencilere sunulduktan sonra, metni okuyup anlamaları için yaklaşık 5–10 dakikalık bir süre tanınmalıdır.
- Öğretmenler modelleme sürecinde öğrencilere aşırı yönerge, açıklama ve gerekçe sunmadan, daha çok katılımı kolaylaştırıcı bir kolaylaştırıcı rol üstlenmelidir.
- Grup çalışması aşamasında her bir öğrencinin aktif rol üstlenmesi özellikle vurgulanmalı; çalışmanın başında yöneltilecek sorularla problem durumunun doğru anlaşılıp anlaşılmadığı kontrol edilmelidir.
- Etkinlik süresince öğrenciler çözüm üretmeye cesaretlendirilmeli, farklı düşünme ve çözüm yolları teşvik edilmeli ve ortaya konan tüm düşünce ve çözüm yolları dikkatlice dinlenmelidir.

- Modelleme süreci ilerlerken gerekli görülen noktalarda ek bilgiler sunulmalı, problem bağlamının anlaşılması ve modelin tutarlılığı açısından kritik olan hususlar özellikle vurgulanmalıdır.

Bu çerçevede, iyi yapılandırılmış bir uygulama planı eşliğinde yürütülen modelleme etkinlikleri, öğrencilerin hem matematiksel düşünme süreçlerini hem de işbirlikçi öğrenme becerilerini derinleştiren güçlü öğrenme deneyimleri sunmakta; ancak bu deneyimlerin niteliğini görünür kılmak ve sürecin hedeflenen kazanımları ne ölçüde karşıladığını belirlemek için modelleme sürecinin sistematik biçimde değerlendirilmesi gerekmektedir.

7. MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNİ DEĞERLENDİRMEK

Değerlendirme, matematiksel modelleme sürecinde merkezi bir rol oynamaktadır. Çünkü değerlendirme, öğrencilerin öğrenme ve gelişim düzeyine ilişkin daha net bir bakış açısı sağlayarak öğretmenleri bilgilendirmekte ve aynı zamanda öğretmen ile öğrenci arasında sürdürülebilir bir iletişim kanalı oluşturmaktadır. Bununla birlikte, modelleme sürecinde öğrencilerin çalışmalarını değerlendirmek, sürecin doğası gereği güçtür. Bu güçlük, öğretmenlerin neyi ve modelleme görevinin amaçlanan hedefleri doğrultusunda öğrencilerin çalışmalarını nasıl değerlendireceklerine ilişkin bilgi ve beceriye sahip olma gerekliliğinden kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla, modelleme görevlerine yönelik anlamlı değerlendirme kriterleri geliştirebilmek için, öğretmenlerin modelleme sürecinde öğrencilerin düşüncelerinin ve ortaya koydukları fikirlerin ardındaki mantığı analiz edebilmeleri kaçınılmaz bir gereklilik olarak ortaya çıkmaktadır (Erbaş vd., 2024). Bu bağlamda matematiksel modellemeyi değerlendirmeyi asıl değerli kılan unsur da öğrencilerin yaşadıkları matematiksel düşünme süreçleri ve problemi ele alış yöntemlerine ilişkin deneyimlerine ulaşmaktır (Eraslan & Şahin, 2023). Dolayısıyla, matematiksel modellemede değerlendirmenin temel işlevi, yalnızca ortaya çıkan ürünü puanlamak değil, öğrencilerin düşünme süreçlerini görünür kılarak öğretimsel kararları daha bilinçli ve hedef odaklı biçimde yönlendirebilmektir.

Matematiksel modelleme yeterliklerini ölçme ve değerlendirmeye yönelik bütüncül ve mikro düzeyli olmak üzere iki temel yaklaşım bulunmaktadır (Frejd, 2013; Houston, 2007). İlk yaklaşımda matematiksel modelleme yeterliklerinin bütüncül olarak değerlendirilmesi gerekliliği dile getirilmektedir. Niss ve Jensen (2011) tarafından matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi için önerilen bu çerçeve kapsama derecesi, hareket alanı ve teknik seviyeden oluşmaktadır. Kapsama derecesi olarak belirtilen boyut, bir yeterliğin tanımlanan bütün boyutlarının bir kişi tarafından ne oranda sergilenebildiği ile ilgilidir. Bir öğrencinin matematiksel modelleme sürecinin aşamalarını ve alt süreçlerinin ne kadarını kendi başına gerçekleştirebildiği bu duruma örnektir. Hareket alanı, bir öğrencinin sahip olduğu matematiksel modelleme yeterliğini sergileyebildiği gerçek hayat durumlarının kapsamını ifade etmektedir. Teknik seviye ise, bir öğrencinin modelleme sürecinde ihtiyaç duyacağı matematiksel araçlara sahip olma ve bunları esnek ve etkili bir şekilde kullanabilme seviyesidir. İkinci yaklaşımda ise alt becerilerin her birinin ayrı ayrı ele alınması ve daha mikro düzeylerde (atomik) değerlendirilmesi inancı hakimdir (Kertil vd., 2016). Öğrencilerin modelleme sürecindeki düşünme biçimlerini bütüncül veya mikro düzeyde izleyebilmek ve öğretimsel kararları bu verilere dayalı biçimde güçlendirebilmek için, sürece uygun değerlendirme araçlarının bilinçli bir şekilde seçilmesi ve yapılandırılması kritik önem taşımaktadır.

Öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini değerlendirmeye yönelik gerçekleştirilen çeşitli araştırma projelerinde (Schukajlow vd., 2015) değerlendirme araçları olarak modelleme etkinliklerinin sosyal ve duyuşsal süreçlerinin değerlendirilmesi için akran ve bireysel (öz) değerlendirme formlarının kullanılabileceği (Eraslan & Şahin, 2023) ya da öğretmen akran değerlendirmesi için grup elemanlarından birbirlerinin katkılarını ya da başka bir grubun çözüm yaklaşımlarının değerlendirilmesinin istenebileceği bildirilmektedir. Burada rubrikler ve kontrol listeleri de kullanılabilir. Bireysel değerlendirme için öğretmen sunum yapan gruptan kendi çözüm yaklaşımlarını, eksik yönlerini, varsayımları, doğrulamaları vb. ölçütler açısından kendilerini eleştirmelerini bekleyebilir (Bukova-Güzel, 2021). Bilişsel süreçler için genellikle dereceli puanlama anahtarı (rubrik) kullanılmaktadır (bkz. Şekil 2) (Göktepe-Yıldız, 2020).

İlgili Beceriler	1 PUAN (Orta)	2 PUAN (İyi)	3 PUAN (Çok İyi)
Varsayım üretebilme	Doğru veya hiç varsayım üretilmedi.	Yalnızca bir varsayım üretili.	2 ve daha fazla varsayım üretili.
Sistemik bir yöntem/model geliştirebilme	Sonuca ulaşmak için en az bir yöntem denendi ancak sonuçlandırılmadı.	Sonuca ulaşmak için sistemik bir yöntem geliştirildi ve sonuca ulaşıldı.	Sonuca ulaşmak için 2 veya daha fazla sistemik yöntem geliştirildi ve sonuçlandırıldı.
Matematiksel işlem yapabilme	Çözüme uygun matematiksel işlemler seçilmedi veya seçilse de doğru işlem yapılmadı.	Çözüme uygun matematiksel işlemler seçildi ama işlemlerde hatalar yapılmıştır.	Uygun matematiksel işlemler seçildi ve doğru işlemler yapılarak sonuca ulaşılmıştır.
Raporlaştırabilme	Rapor, çözüm süreci hakkında yeterli bilgi vermemektedir.	Rapor çözüm süreci hakkında sınırlı bilgi vermekte olup okuyucu tarafından net şekilde anlaşılmamaktadır.	Rapor çözüm süreci hakkında yeterli bilgi vermekte ve okuyucu tarafından net şekilde anlaşılmaktadır.
Sunum yapabilme	Sunum aşamasında çözüm süreci hakkında yeterli açıklama yapılmamış ve yöntemlerini açıklayamamışlardır.	Çözüm süreci hakkında yeterli bilgi verilmiş ancak modellerinin doğruluğunu savunamamışlardır.	Çözüm süreci hakkında yeterli bilgi verilmiş, modellerinin doğruluğunu gerekçelendirerek savunmuşlardır.

Şekil 2. Matematiksel modelleme değerlendirme rubriği (Eraslan, A., & Şahin, N. (2023). İlkokul ve ortaokulda etkinlik örnekleriyle matematiksel modelleme (3. Baskı, s. 53). Ankara: Pegem)

Puanlama anahtarlarında yer alacak beceriler öğretmenin seçimine göre değişiklik gösterebilir (Eraslan & Şahin, 2023; Şahin & Eraslan, 2018). Mevcut bir değerlendirme rubriği ile bilişsel anlamda modelleme yeterlikleri de ölçülebilir (Anhalt & Cortez, 2015; Leong, 2012; Tekin-Dede & Bukova-Güzel, 2018). Tüm bunların yanı sıra, modelleme yeterliklerini ölçme ve değerlendirme için çoktan seçmeli testler (Haines & Crouch, 2001; Haines vd., 2001; Hankeln vd., 2019; Izard vd., 2003) (bkz. Şekil 3), proje değerlendirmeleri, gözlemler ve görüşmelerden de yararlanılabilir (Kertil vd., 2016). Çoktan seçmeli testlerde yer alan soru örneklerinden bazıları Kertil'in (2008) çalışmasından Şekil 3'teki gibi aktarılabilir:

1) Aşağıdaki verilen durum üzerinde düşününüz.

"Yeni bir tramvay hattına bir adet istasyon yapılacaktır. En fazla sayıda insanın bu servisten yararlanabilmesi için durak nereye yapılmalıdır?" sorusu üzerinde düşününüz. Taşımacılık şirketi insanların bu hizmetten yararlanmasını istemekte fakat talebe göre ek sefer koymayı düşünmemektedir.

Yukarıdaki probleme çözüm bulmaya yönelik oluşturulacak basit bir matematiksel model için aşağıdaki varsayımlardan hangisi basit bir matematiksel model için en az önemlidir?

A) Yolcular tramvayı yakalamak için çok uzun mesafe yürümemelidir.

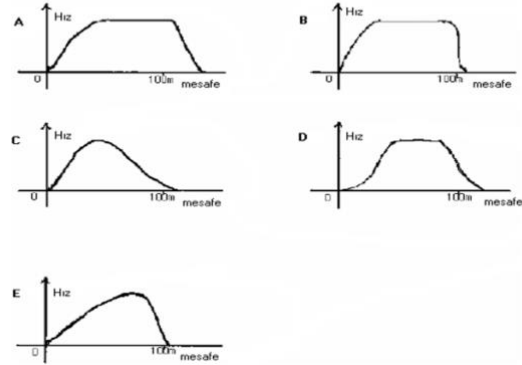
B) Tramvay 20'ser dakikalık aralıklarla sefer yapacaktır.

C) Bu güzergâhta yalnız bu tramvayın sefer yapacağı

D) Tramvay sürücüsünün tramvayı her iki yönünde de kullanabilmesi

E) Tramvay durağının herhangi bir yere inşa edilebilir varsayımı

3) Bir koşucu katıldığı bir olimpi 100 metre yarışını kazandıktan sonra, seyircileri selamlayıp durarak dev ekranda yarışın tekrarını izliyor. Aşağıdaki grafiklerden hangisi koşulan mesafeye bağlı olarak yarışın başlangıcından koşucunun seyircileri selamlaması ve yarışın dev ekranda tekrar gösterilmesine kadar olan süreçte koşucunun hız değişimini en iyi gösterir?



Şekil 3. Modelleme testi soru örnekleri

Eğer öğretmen değerlendirmeyi sadece kendisi gerçekleştirecek ise sunumların tartışılması esnasında grupların çözümlerine, uygun olan ya da olmayan varsayımlarına ve modellerine yönelik geri bildirimde bulunabilir (Eraslan & Şahin, 2023). Öğrencilerin sunumları esnasındaki problem çözümleri, afişler ve posterler (bkz. Şekil 4) "en iyi" başlığı altında değerlendirilerek sınıf panolarında sergilenebilir (Bukova-Güzel, 2021).



Şekil 4. Öğrencilerin “En İyi” kategorisinde sergilenen afiş (solda) ve poster (sağda) örnekleri

Sonuç olarak, matematiksel modellemede değerlendirme sürecinin çoklu araçlar ve farklı bakış açılarıyla yapılandırılması, hem öğrencilerin modelleme yeterliklerinin bütüncül biçimde görünür kılınmasını hem de öğretim sürecinin daha amaçlı ve kanıta dayalı biçimde yönlendirilmesini mümkün kılmaktadır.

8. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, matematiksel modellemenin eğitim bağlamında sıklıkla karşılaşılan kavramsal belirsizliklerini gidermek ve “doğru anlama”yı destekleyen bütüncül bir çerçeve ortaya koymak amaçlanmıştır. Literatürde yer alan tanımlar, modelleme döngüleri, modelleme yeterlikleri ve modelleme etkinliklerinin ayırt edici özellikleri bir araya getirilerek, kavramın yalnızca kuramsal düzeyde değil, sınıf içi uygulamalar açısından da tutarlı bir biçimde konumlandırılması hedeflenmiştir. Elde edilen çerçeve, özellikle öğretmenler ve öğretmen adayları için modellemenin parçalı ve belirsiz görünen yapısını sistematik hâle getirmekte; modelleme kavramını, bileşenleri ve süreç yönetimini daha görünür kılmaktadır (Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Lesh & Doerr, 2003; Niss & Blum, 2020). Bu doğrultuda ortaya konan bütüncül bakış, matematiksel modellemenin hem kuramsal hem de uygulamaya dönük boyutlarını netleştirerek, alanda daha tutarlı, amaçlı ve sürdürülebilir öğretimsel yaklaşımların geliştirilmesine katkı sunmaktadır.

Çalışmada ulaşılan sonuçlar, öncelikle “matematiksel modellemenin ne olduğu ve ne olmadığı” sorusunun yeniden ve açık biçimde ele alınması gerektiğine işaret etmektedir. Türkiye bağlamında uygulamada olan İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programlarında modellemenin kimi zaman problem çözme adımlarıyla özdeşleştirilmesi, kimi zaman ise “matematiksel model” kavramı ile yer değiştirmesi, kavramsal netliğin henüz tam olarak sağlanamadığını göstermektedir (MEB, 2018; 2024c). Ders kitaplarındaki rutin olmayan problem sayısının sınırlı olması ve modellemeye çoğunlukla yalnızca “bağlamli problem” düzeyinde yer verilmesi, modelleme kavramının eğitimdeki gerçek işlevinin görünürlüğünü azaltmaktadır (EBA, 2023; Toluk & Olkun, 2002). Çalışmada ortaya konulan çerçeve, modellemeyi yalnızca bağlam içeren alıştırma ya da model çizimi ile sınırlamamakta; gerçek yaşam durumundan yola çıkan, sadeleştirme,

matematikleştirme, yorumlama ve doğrulama gibi aşamaları içeren döngüsel bir süreç olarak tanımlamaktadır (Borromeo-Ferri, 2006; Erbaş vd., 2014; Lingefjärd, 2007). Bu bütüncül yaklaşım, matematiksel modellemenin eğitimdeki yerini daha doğru konumlandırmak ve uygulamaya yönelik kavramsal berraklığı güçlendirmek açısından önemli bir yönlendirme sunmaktadır.

Bir diğer sonuç, matematiksel modelleme yeterliğinin yalnızca bilişsel alt becerilerden oluşan teknik bir yapı olarak değil; bilişsel, üstbilişsel, duyuşsal ve sosyal boyutları içeren çok bileşenli bir yetkinlik alanı olarak ele alınması gerektiğini göstermektedir. Modelleme yeterliklerinin çoğu çerçevede doğrudan modelleme döngüsünün adımlarıyla ilişkilendirilmesi (Borromeo-Ferri, 2006; Kaiser, 2007; Maaß, 2004), uygulama sırasında sürecin “doğru çözüm yolu izleme”ye indirgenmesine yol açabilmektedir. Oysa bu çalışmada vurgulandığı üzere modelleme yeterlikleri; problemi anlama, sadeleştirme, matematikleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama gibi bilişsel süreçlerin yanı sıra, planlama, izleme ve değerlendirme gibi üstbilişsel eylemleri; inanç, motivasyon ve tutumları içeren duyuşsal; grup içinde tartışma ve çözüm sunma gibi sosyal yeterlikleri de kapsamaktadır (Bukova-Güzel, 2021; Cevikbas vd., 2022; Kertil vd., 2016; Maaß, 2006; Zubi vd., 2019). Bu sonuç, matematiksel modellemenin yalnızca teknik bir problem çözme rutini değil, öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini dönüştüren derin bir öğrenme alanı olarak konumlandırılması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Çalışmada, iyi bir modelleme etkinliğinin ayırt edici özelliklerine ilişkin farklı kuramsal çerçevelerin bir arada ele alınması da önemli sonuçlar doğurmaktadır. Maaß'ın (2006) etkinlik seçiminde sorulmasını önerdiği sorgulayıcı sorular, Bukova-Güzel'in (2021) modelleme etkinliği seçim ölçütleri ve Lesh vd.'nin (2000) model oluşturma prensipleri birlikte incelendiğinde; modelleme etkinliklerinin yalnızca “ilginç” problemler olarak değil, öğretim programıyla uyumlu, gerçek yaşamla ilişkilendirilebilir, açık uçlu, çoklu çözüm yollarına izin veren ve öğrencilerin düşünme süreçlerini görünür kılan görevler olarak tasarlanması gerektiği ortaya çıkmaktadır (Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016; Zubi vd., 2019). Bu çerçeve, aynı zamanda modelleme sorularının model oluşturma, gerçeklik, öz değerlendirme, model dokümantasyonu, model genelleme ve etkili prototip gibi temel prensipleri taşıyacak biçimde yapılandırılmasını gerektirmektedir (Bukova-Güzel, 2021; Lesh vd., 2000). Böyle tasarlanan modelleme soruları, öğrencilerin yalnızca tekil bir bağlamda çözüm üretmelerini değil, ürettikleri modeli gerekçelendirmelerini, yazılı olarak görünür kılmalarını, benzer durumlara genelledebilmelerini ve gerektiğinde yeniden düzenleyebilmelerini de zorunlu kılmakta; dolayısıyla modellemenin bilişsel, üstbilişsel ve sosyal boyutlarını eşzamanlı olarak harekete geçirmektedir (Eraslan & Şahin, 2023; Kertil vd., 2016). Bu doğrultuda, modelleme etkinliklerinin metin yapısı, veri/bilgi sunumu, hazırlık soruları, problem durumu ve çözüm sunumu gibi bileşenler üzerinden yapılandırılması, hem öğrencilerin modelleme sürecine daha anlamlı biçimde katılmalarına hem de öğretmenlerin süreci izleyip değerlendirebilmelerine imkân tanımaktadır (Chamberlin & Coxbill, 2012; Zawojewski vd., 2003). Bu bütüncül değerlendirme, çalışmanın modelleme etkinliklerinin tasarımına ilişkin sunduğu kuramsal ve uygulamalı kavrayışı derinleştirerek, öğretim sürecinin niteliğini artırmaya yönelik uygulanabilir bir yol haritası ortaya koymaktadır.

Matematiksel modelleme sürecinin yürütülmesine ilişkin elde edilen sonuçlar, etkinliklerin “doğal akışa bırakılan” bir süreç olmaktan çıkarılması gerektiğine de işaret etmektedir. Etkinliğin amacı ve hedeflenen sınıf düzeyi ile ilişkili kazanımların önceden netleştirilmesi, etkinliğin uygulama öncesinde öğretmen tarafından çözümlere olası zorlukların öngörülmesi, araç-gereç ve ortam düzenlemesinin yapılması, çalışma biçiminin (bireysel ya da grup) belirlenmesi ve süreç normları ile değerlendirme ölçütlerinin öğrencilerle açık biçimde paylaşılması, modelleme sürecinin niteliğini artıran kritik adımlar olarak ortaya çıkmaktadır (Bukova-Güzel, 2021; Eraslan & Şahin, 2023). Süreç boyunca öğretmenin aşırı yönlendirme yapmadan kolaylaştırıcı rol üstlenmesi, tüm öğrencilerin grup çalışmasında aktif katılımının teşvik edilmesi, ısınma etkinlikleriyle bağlamın anlaşılmasının desteklenmesi ve farklı çözüm yollarına ulaşılmasının teşvik edilmesi, modelleme etkinliklerinin hem bilişsel hem sosyal boyutunu güçlendiren bulgular arasındadır (Kertil vd., 2016; Maaß, 2006). Tüm bu bulgular, matematiksel modellemenin etkili bir öğrenme deneyimine dönüşebilmesi için sürecin bilinçli olarak yapılandırılmasının, öğretimsel

kararların ise sistematik ve amaç odaklı bir yaklaşımla şekillendirilmesinin vazgeçilmez olduğunu göstermektedir.

Değerlendirme boyutuna ilişkin, matematiksel modelleme yeterliklerinin tek boyutlu ve tek araçla ölçülmesinin gerçekçi olmadığı sonucuna varılabilir. Bütüncül ve mikro düzeyli değerlendirme yaklaşımlarının bir arada ele alınması (Frejd, 2013; Houston, 2007), modelleme sürecinin hem genel yetkinlik düzeyi hem de alt beceriler düzeyinde izlenmesi gerektiğine işaret etmektedir. Niss ve Jensen'in (2011) kapsama derecesi, hareket alanı ve teknik seviye boyutlarından oluşan çerçevesi, öğrencinin modelleme yetkinliğini geniş bir perspektiften değerlendirme imkânı sunarken; rubrikler, öz ve akran değerlendirme formları, proje değerlendirmeleri, gözlemler ve görüşmeler, sürecin farklı bileşenlerini detaylı biçimde görünür kılmaktadır (Anhalt & Cortez, 2015; Bukova-Güzel, 2021; Göktepe-Yıldız, 2020; Kertil vd., 2016; Şahin & Eraslan, 2018). Bunun yanında Haines & Crouch (2001) ve Hankeln vd. (2019) tarafından geliştirilen çoktan seçmeli testler, modelleme sürecinin basitleştirme, matematikleştirme, yorumlama ve doğrulama gibi alt yeterliklerini ayrı ayrı izleyebilme olanağı sunmakta; bu yönüyle hem araştırma hem de tanılama açısından önemli araçlar olarak öne çıkmaktadır. Bu çalışma kapsamında ortaya konan çerçeve, bu araçların birbirinin alternatifi değil, tamamlayıcısı olarak görülmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Kaynakça

- Abay, S., & Gökbulut, Y. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri: Fermi problemleri uygulamaları. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, (9), 65-83. https://dergipark.org.tr/tr/pub/goputeb/issue/34356/379918#article_cite
- Abrams, J. P. (2001). *Mathematical modeling: Teaching the open-ended application of mathematics*. In *The teaching of mathematical modeling and the role of representation* (pp. 269–282). National Council of Teachers of Mathematics.
- Ang, K. C. (2010). Implementing mathematical modelling in the mathematics classroom: The Singapore experience. *ZDM – Mathematics Education*, 42(3), 247–256.
- Anhalt, C., & Cortez, R. (2015). Mathematical modeling: A structured process. *Mathematics Teacher*, 108(6), 446–452.
- Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modelling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education*, 8(1), 16-29. <https://journalofmathed.scholasticahq.com/article/90005-mathematical-modeling-essential-for-elementary-and-middle-school-students>
- Berry, J. S. & Davies, A. (1996). "Written Reports". In C. R. Haines & S. Dunthorne (Eds.), *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices*, s. 3.3–3.11. London: Arnold.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Stanley Thornes Publishers.
- Biccard, P., & Wessels, D. C. J. (2011). Documenting the development of modelling competencies of grade 7 mathematics students. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14* (pp. 375–383). Dordrecht: Springer.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 45-56). Boston: Springer.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58. <https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH601/3rd%20%26%204rth%20unit%20unit%20Modelling%20cycle.pdf>
- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgemeinschaft, University of Kassel, Kassel.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). Deal with modelling problems. *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics-ICTMA*, 12, 222.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Bukova-Güzel, E. (2021). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme* (4. Baskı), Ankara: Pegem.
- Canbazoglu, H. B., & Tarım, K. (2021). İlkokulda matematiksel modelleme için bir öğretim çerçevesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (51), 210-225. <https://doi.org/10.53444/deubefd.825361>
- Cevikbas, M., Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 205–236. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6>
- Chamberlin, S. A., & Coxbil, E. (2012). Using model-eliciting activities to introduce upper elementary students to statistical reasoning and mathematical modeling. In L. Hatfield & R. Mayes (Eds.), *Quantitative reasoning and mathematical modeling: A driver for STEM-integrated education and teaching in context* (pp. 169–179). Laramie: WISME.

- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47. <https://doi.org/10.4219/jsge-2005-393>
- Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) & Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM). (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in mathematical modeling education*. Philadelphia: COMAP & SIAM.
- Doerr, H.M. (1997). Experiment, simulation and analysis: an integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19(3), 265-282, DOI: 10.1080/0950069970190302.
- Dost, Ş. (2023). *Matematik eğitiminde modelleme etkinlikleri* (2. Baskı). Ankara: Pegem.
- Du, W., Wijaya, T. T., Cao, Y., & Li, X. (2025). What factors influence secondary students' active participation in mathematics classrooms: A theory of planned behavior perspective. *Acta Psychologica*, 251, 103876. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2025.103876>
- Eğitim Bilişim Ağı. (2023). *İlkokul matematik ders kitapları*. https://ders.eba.gov.tr/ders/proxy/VCollabPlayer_v0.0.992/index.html#/main/vcEbaSearch/2/der s%2520kitab%25C4%25B1%2520/1?pageSize=24 sayfasından erişilmiştir.
- English, L. D., & Watson, J. M. (2018). Modelling with authentic data in sixth grade. *ZDM- Mathematics Education*, 50(1-2), 103-115. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-017-0896-y>
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59-80. <https://doi.org/10.1007/BF03217401>
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 365-377. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8593/106870>
- Eraslan, A., & Şahin, N. (2023). *İlkokul ve ortaokulda etkinlik örnekleriyle matematiksel modelleme* (3. Baskı). Ankara: Pegem.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Aydoğan Yenmez, A., Çakıroğlu, E., Kertil, M., Didiş, M. G., ... Korkmaz, H. (2024). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları* (2. Baskı). Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21. DOI: 10.12738/estp.2014.4.2039
- Francis, D. C., Hong, J., Bharaj, P. K., Schutz, P., & Yu, B. (2025). Advancing mathematics teacher development through holistic individualized coaching: A multiphase mixed methods study. *Methods in Psychology*, 14, 100456. <https://doi.org/10.1016/j.metps.2025.100456>
- Frejd, P. (2013). Modes of modelling assessment-A literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 413-438. <https://www.jstor.org/stable/43589797>
- Galbraith, P. L., & Stillman, G. (2006). *A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process*. *ZDM - Mathematics Education*, 38(2), 143-162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>
- Gould, H. (2013). *Teachers' conceptions of mathematical modeling*. Unpublished dissertation. Teachers College Columbia University, New York.
- Göktepe-Yıldız, S. (2020). Reflections from the pre-service teachers' geometric modeling design process: Is it half the base or the height?, *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(4), 250-270. <https://doi.org/10.17278/ijesim.812035>
- Greefrath, G. (2020). Mathematical modelling competence. Selected current research developments. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (17), 38-51. DOI: 10.35763/aiem.v0i17.303

- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA*, 20(3), 129-138. <https://doi.org/10.1093/teamat/20.3.129>
- Haines, C., Crouch, R., & Davies, J (2001). Understanding students' modelling skills. In J. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics Education, ICTMA 9: Applications in science and technology* (pp. 366–380). Chichester: Horwood.
- Hankeln, C., Adamek, C., & Greefrath G. (2019). Assessing sub-competencies of mathematical modelling. Development of a new test instrument. In G. A. Stillman, & J. P. Brown (Eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 143–160). Cham: Springer.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama*. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Hidayat, R., Ayub, A. F. M., & Bahurudin Setambah, M. A. (2025). *Modelling for secondary mathematics teacher: Insight from expert*. Universiti Putra Malaysia Institutional Repository. <http://psasir.upm.edu.my/id/eprint/119260>
- Houston, K. (2007). Assessing the “phases” of mathematical modelling. In *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 249-256). Boston: Springer.
- Ikeda, T., & Stephens, M. (1998). Some characteristics of students' approaches to mathematical modelling in the curriculum based on pure mathematics. *Journal of Science Education in Japan*, 22(3), 142-154. <https://doi.org/10.14935/jssej.22.142>
- Işık-Tertemiz, N., & Ergun, S. N. (2024). Understanding mathematics and process skills in primary school. In Y. İnel, B. Kılcan, & T. Çetin (Eds.), *Contemporary educational tendencies in the 2nd century of the Republic of Türkiye: Research and practices* (pp.437-485). Ankara: Pegem.
- Izard, J., Crouch, R., Haines, C., Houston, K., & Neill, N. (2003). Assessing the impact of teaching mathematical modelling: Some implications. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics – ICTMA 12* (pp. 165-177). Sawston: Woodhead.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 110–119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom – problems and opportunities. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 99–108). New York: Springer.
- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as a bridge between school and university. *ZDM-Mathematics Education*, 38, 196-208. <https://doi.org/10.1007/BF02655889>
- Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13(2), 185-192. <https://doi.org/10.1080/0020739820130210>
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kertil, M., Çetinkaya, B., Erbaş, A. K., & Çakıroğlu, E. (2016). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 539-560), Ankara: Pegem.
- Kılıç, Z. (2020). *Farklı disiplinler ile ilişkilendirme bağlamında matematiksel modelleme etkinliklerinin geliştirilmesi ve uygulanması: Ortaokul öğrencileri örnekleme*. Yüksek Lisans Tezi, Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.

- Lehrer, R., & Schauble, L. (2007). A developmental approach for supporting the epistemology of modelling. In *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 153-160). Boston: Springer.
- Leong, K. E. (2012). Assessment of mathematical modeling. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 3(1), 61–65. <https://ssrn.com/abstract=2431553>
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In *Beyond constructivism* (pp. 3-33). London: Routledge.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly, R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and science education*. (pp. 591-646). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Lingefjård, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education—Necessity or unnecessarily. In *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 333-340). Boston: Springer.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 77-97. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0005-z>
- Maaß, K. (2004). *Mathematisches modellieren im unterricht: Ergebnisse einer empirischen studie*. Franzbecker, Germany: Hildesheim.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM- Mathematics Education*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn? In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, Teachers and Children*. (pp. 201-215). London: Hodder & Stoughton.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2011a). Ölçme, değerlendirme ve sınav hizmetleri genel müdürlüğü. <http://odsgm.meb.gov.tr/test/analizler/docs/timss/TIMSS-2011-4-Sinif%20Raporu.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2011b). Ölçme, değerlendirme ve sınav hizmetleri genel müdürlüğü. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_06/23161945_timss_2015_on_raporu.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2015). Ölçme, değerlendirme ve sınav hizmetleri genel müdürlüğü. <https://odsgm.meb.gov.tr/www/2015-pisa-ulusal-raporu/icerik/204> sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)* <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMATİK%20ÖĞRETİM%20PROGRAMI%202018v.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2024a). PISA 2022 Türkiye raporu. https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_03/21120745_26152640_pisa2022_rapor.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024b). TIMSS 2023 Türkiye raporu. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_12/23102111_timss2023rapor2012kapakli.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024c). *İlkokul matematik dersi öğretim programı (1, 2, 3 ve 4. Sınıflar)*. <https://mufredat.meb.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Miranda, A., & Sgreccia, N. (2025). Covariational instruction and MWS–AI integration: Modeling teacher–AI interactions in math education. *Book of Abstracts, HELMeTO 2025*, University of Naples Federico II, 234–236. https://www.iris.unina.it/retrieve/c4d83188-e30e-4794-b055-3b5f9568bb8a/BOA_HELMeTO_2025_con_ISBN_compressed.pdf#page=234
- Mousoulides, N. G. (2007). *The modeling perspective in the teaching and learning of mathematical problem solving* (Doctoral dissertation, University of Cyprus).
- Müller, G., & Wittmann, E. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*. Braunschweig: Vieweg.
- National Research Council. (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. National Academy Press.

- Niss, M. A., & Jensen, T. H. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Denmark: English Edition.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI study (pp. 3–32). Cham: Springer.
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling*. London: Routledge.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). *PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
- Penrose, O. (1978). How can we teach mathematical modelling? *Journal of Mathematical Modelling for Teachers*, 1(2), 31-42.
- Pollak, H.O. (1978), On Mathematics Application and Real Problem Solving*. *School Science and Mathematics*, 78: 232-239. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1978.tb09351.x>
- Schukajlow, S., Krug, A., & Rakoczy, K. (2015). Effects of prompting multiple solutions for modelling problems on students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 393–417. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9608-0>
- Shekhmirzova, A. M., & Gribina, L. V. (2024). Developing emotional intelligence through mathematical modelling projects. *International Journal of Advanced Studies in Education and Sociology*, 12(3), 45–58. <https://elibrary.ru/item.asp?id=54098572>
- Spain Ministry of Education. (2023). *Curriculum planning and development division (CPDD)*. Retrieved from <https://www.moe.gov.tr/curriculum-guides/>
- Stark, R. M., & Nichols, R. L. (2005). *Mathematical foundations for design: Civil engineering systems*. New York: Dover.
- Stohlmann, M. (2019). *In-service teachers' understanding of mathematical modeling*. The 118th Annual convention of the School Science and Mathematics Association. Salt Lake City, UT: SSMA.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2018). İlkokulda model oluşturma etkinlikleri nasıl uygulanmalı?. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 99-117. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ekuaad/issue/35893/412071>
- Şimşeker, M., & Güzel, E. B. (2025). Metacognitive actions displayed by a science high school student during the mathematical modeling process. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 5(1), 45–62. <https://tujme.org/index.php/tujme/article/view/162>
- Tang, J., Zheng, Y., Wijaya, T. T., Su, M., & Listiawan, T. (2025). Determinants of student discussion participation in the mathematical collaborative problem-solving process using PLS-SEM and FsQCA. *Scientific Reports*, 15, 21086. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-21086-3>
- Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling skills. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33-72. DOI: 10.63301/tme.v27i2.2040
- Toluk, Z., & Olkun, S. (2002). Türkiye'de matematik eğitiminde problem çözme: İlköğretim 1- 5. sınıflar matematik ders kitapları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 2(2), 563-581.
- Tutak, T., & Güder, Y. (2014). Matematiksel modellemenin tanımı, kapsamı ve önemi. *Turkish Journal of Educational Studies*, 1(1), 173-190. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/turkjes/issue/34150/377625>
- Türker-Biber, B., & Yetkin-Özdemir, İ. E. (2015). Matematik öğretiminde matematiksel modelleme yaklaşımı. *Cito Eğitim: Kuram ve Uygulama*, 27, 39-50.
- Ulu, M. (2017). Errors made by elementary fourth grade students when modelling word problems and the elimination of those errors through scaffolding. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(3), 553-580. <https://iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/176>
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. In *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 257–276). Springer.
- Vorhölter, K., Greefrath, G., Borromeo Ferri, R., Leiß, D., & Schukajlow, S. (2019). Mathematical modelling. In *Traditions in German-speaking mathematics education research* (pp. 91-114). Cham: Springer.

- Voskoglou, M. G. (2006). The use of mathematical modelling as a tool for learning mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Scienze Matematiche)*, 16, 121–130.
- Zawojewski, J. S., Lesh, R., & English, L. D. (2003). A models and modelling perspective on the role of small group learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337–358). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Zheng, S. X., & Leong, K. E. (2025). Metacognition's mediating effect on undergraduate achievement goals and mathematical modelling competency. *International Journal of Instruction*, 18(2), 455-472. <https://doi.org/10.29333/iji.2025.18225a>
- Zubi, I. A., Peled, I., & Yarden, M. (2019). Children with mathematical difficulties cope with modelling tasks: what develops?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(4), 506-526. DOI: 10.1080/0020739X.2018.1527404

EXTENDED ABSTRACT

1. INTRODUCTION

Mathematical modelling is a pivotal domain within contemporary mathematics education, enhancing learners' abilities to analyse real-world situations, transform these situations into mathematical structures, develop solution strategies, and interpret their results by meaningfully connecting them back to the original context. Nevertheless, substantial conceptual ambiguity persists in the literature regarding the definition, scope, intended purposes, and pedagogical implementation of modelling. Such ambiguity leads to inconsistencies in how teachers employ modelling in classroom practices—specifically, for what purposes and in what ways modelling should be integrated—and hinders the development of a shared understanding about the design, enactment, and assessment of modelling activities. This study aims to make these uncertainties visible and to examine, within a comprehensive framework, the theoretical foundations of mathematical modelling, the structural features of modelling cycles, the multidimensional nature of modelling competencies, the defining characteristics of high-quality modelling tasks, and the principles guiding how the modelling process should be planned, implemented, and evaluated. In doing so, the study seeks to offer teachers, preservice teachers, and researchers a coherent reference that integrates both theoretical perspectives and classroom-oriented considerations of mathematical modelling.

2. DISCUSSION AND RESULTS

The findings of the study indicate that the concept of mathematical modelling is not defined uniformly in the literature; rather, different theoretical approaches assign distinct functions to modelling. While realistic approaches conceptualize modelling as a means of explaining everyday life contexts through mathematics, epistemological perspectives view it as a process through which students construct mathematical concepts. Socio-critical approaches, on the other hand, attribute to modelling a role in interrogating social, environmental, and cultural contexts. These distinctions lead to variations in the purpose, contextual framing, task structure, and assessment approaches adopted in the design of modelling activities.

The examination of modelling cycles reveals that the modelling process is not linear but instead possesses a cyclic and iterative structure. Many modelling cycles (e.g., those proposed by Mason, Doerr, Borromeo-Ferri, Blum & Leiß, and Lesh & Doerr) describe a flexible process that enables students to revisit previous steps and reconstruct their models. This demonstrates that modelling is not a one-way problem-solving routine; rather, the stages of problem comprehension, simplification, mathematization, working mathematically (solution generation), interpretation, and validation mutually trigger one another when needed. Consequently, it is important for teachers who manage the modelling process to plan it not as a

fixed sequence, but as a flexible cognitive trajectory that may shift according to students' evolving lines of reasoning.

The study further highlights that modelling competencies constitute a multi-componential structure. Although cognitive sub-skills are critical, metacognitive regulation (planning, monitoring, evaluating), affective components (self-confidence, motivation, beliefs), and social processes (communication, discussion, collaboration) are among the key determinants of modelling performance. This finding underscores the necessity for modelling activities to extend beyond mathematical content alone and to offer students opportunities to make their thinking processes visible, generate assumptions, justify their choices, and negotiate meaning with peers.

An analysis of the distinguishing features of modelling tasks shows that effective modelling activities must be realistic, open-ended, supportive of multiple solution pathways, capable of revealing students' mathematical thinking, and structured in ways that enable the construction of adaptable models. The synthesis of frameworks proposed by researchers such as Lesh, Bukova-Güzel, and Maaß demonstrates that modelling tasks should be aligned with curriculum objectives while simultaneously supporting students' model-building processes.

The findings regarding the implementation of the modelling process indicate that teachers should assume a guiding role that avoids excessive direction. Prior to instruction, teachers need to analyse the task, anticipate potential student difficulties, determine the working format (individual or group work), and employ purposeful questioning throughout the process to enhance students' metacognitive awareness. During the modelling process, students should be encouraged to discuss their assumptions, generate alternative strategies, and revise their models. Group discussions significantly contribute to deepening students' reasoning processes and strengthening their ability to justify their solutions.

The findings concerning the assessment of the modelling process demonstrate that focusing solely on the final product is insufficient; instead, the entire process must be monitored. The use of multiple assessment tools—such as rubrics, self-assessment, peer assessment, project-based evaluations, observations, and written tests—is recommended. This multifaceted approach makes both the sub-processes of modelling and students' holistic performance visible. Moreover, explicitly communicating assessment criteria to students beforehand supports more deliberate and reflective engagement throughout the modelling process.

ARAŞTIRMANIN ETİK İZNİ

Bu çalışma etik izin gerektirmemektedir. Çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması gerektiği belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

ARAŞTIRMACILARIN KATKI ORANI

Mevcut araştırmaya 1. Yazar %60, 2. Yazar %40 oranında katkı sağlamıştır.

Yazar 1: Araştırmanın tasarlanması, veri toplama ve analizi, bulguların sunumu, sonuç ve tartışma yazımı, çeviri ve dil düzeltmeleri.

Yazar 2: Araştırmanın tasarlanması, yöntemin belirlenmesi, danışmanlık, çeviri ve dil düzeltmeleri.

ÇATIŞMA BEYANI

Bu araştırma kapsamında herhangi bir kişi, kurum ya da kuruluşla finansal, ticari veya kişisel düzeyde çıkar ilişkisi bulunmamaktadır.