

# Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinde Bilgisayar Kullanımları Üzerine Bir İnceleme \*

Ebru Saka<sup>a</sup> ve Derya Çelik<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Kafkas Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kars/Türkiye (ORCID: 0000-0003-1975-3160); <sup>b</sup>Trabzon Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Trabzon/Türkiye (ORCID: 0000-0003-2043-4431)

**Makale Geçmişi:** Geliş tarihi: 23 Mart 2018; Yayına kabul tarihi: 11 Eylül 2018; Çevrimiçi yayın tarihi: 1 Ekim 2018

**Öz:** Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözmeye sürecinde yaşadıkları güçlükleri belirlemek ve bu güçlüklerin giderilmesinde bilgisayar teknolojisinin nasıl bir etkisinin olduğunu ortaya koymak amaçlanmıştır. Çalışmaya ilköğretim matematik öğretmenliği programı 4. sınıfta bulunan 20 öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcıların her biri matematiksel modelleme ve GeoGebra yazılımını kullanma ile ilgili deneyime sahiptir. Katılımcılar üçü deneysel, üçü teorik olmak üzere toplam altı matematiksel modelleme problemi üzerinde dörder kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Araştırmanın verileri video kayıtları, odak grup görüşmeleri, bilgisayar ekran çıktıları ve araştırmacının alan notları ile elde edilmiştir. Verilerin analizinde nitel analiz teknikleri kullanılmıştır. Belirlenen kodlar matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında sınıflandırılmıştır. Sonuçlar öğretmen adaylarının modelleme sürecinin her bir basamağında çeşitli güçlüklerle karşılaştığını, teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha fazla zorlandıklarını, bilgisayar kullanımının ise bu süreçte karşılaşılan güçlüklerin giderilmesine büyük ölçüde katkı sağladığını ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının uygun modelleri oluşturma ve bu modellemeyi doğrulama esnasında bilgisayar yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi ise olumsuzluk yaratan bir durum olarak ortaya çıkmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Matematik öğretmeni adayları, matematiksel modelleme, güçlükler, bilgisayar teknolojisi

**DOI:** 10.16949/turkbilmat.409160

**Abstract:** The purpose of this study is to identify the difficulties that preservice elementary mathematics teachers have experienced in solving the experimental and theoretical modeling problems and to show how the effect of computer usage is in eliminating these difficulties. The study sample consisted of 20 preservice teachers in their last year at the elementary mathematics education program. Each of the preservice teachers has experience with mathematical modeling and using GeoGebra software. The participants worked on six mathematical modeling problems, three experimental and three theoretical problems, in groups of four. The data were collected from the videos recorded during their work, the focus group discussions, the screencasts of the groups on the computers and the observation notes of the researcher. Qualitative analysis techniques were used in the analysis of the data. The determined codes are classified under the steps of the mathematical modeling process. The results show that preservice teachers encountered a variety of difficulties in each phase of the modeling process. They had more difficulty with theoretical modeling problems than with experimental modeling problems and the use of computers significantly contributed to the elimination of the difficulties. The fact that preservice teachers had a lot of confidence in the results obtained through the use of computer in modeling and verifying this model, has emerged as a negative effect of computer technology.

**Keywords:** Preservice mathematics teachers, mathematical modeling, difficulties, computer technology

[See Extended Abstract](#)

**Sorumlu yazar:** Ebru Saka  e-posta: [ebrudmirci@gmail.com](mailto:ebrudmirci@gmail.com)

\* Bu çalışma 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş hali olup birinci yazarın doktora tezinin bir parçasıdır.

**Kaynak Gösterme:** Saka, E. ve Çelik, D. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde bilgisayar kullanımları üzerine bir inceleme. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(3), 581-617.

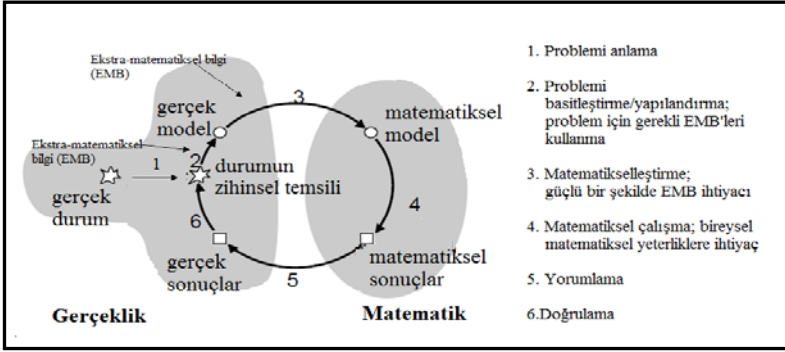
## 1. Giriş

Matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biri bireyleri gerçek yaşama hazırlamaktır. Ancak öğrenciler sınıf ortamında öğrendikleri bilgileri günlük yaşantılarında nerede ve nasıl uygulayabilecekleri konusunda güçlükler yaşamaktadır (Doruk ve Umay, 2011). Bu sorunun önüne geçmenin muhtemel yolu gerçek yaşamdaki matematiği sınıf ortamına getirmektir. Geleneksel matematik öğretiminin, öğrencilerin matematiği farklı bağlamlarda uygulama becerilerini geliştirmemesi nedeniyle matematik eğitiminde modelleme yaklaşımı ortaya çıkmıştır (Lingefjård, 2006).

Matematiksel modellemeye ilişkin literatürde birçok tanım olmakla birlikte en genel anlamda matematiksel modelleme, gerçek hayat problemlerini matematiksel olarak ifade etme, matematiğin yöntem ve tekniklerini kullanarak matematiksel bir sonuca ulaşma ve bulunan sonucu tekrar gerçek hayata yorumlama süreci olarak tanımlanabilir. Matematiğin gerçek hayatla ilgili uygulamalarını içermesi ve matematiği kullanarak olaylara daha analitik ve pratik çözümler üretebilme fırsatı sağlaması, matematiksel modelleme problemlerinin derslerde kullanılması gerektiği fikrini doğurmuştur (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006).

Matematiksel modelleme problemleri, rutin olmayan, karmaşık gerçek yaşam durumlarını ifade eden ve olası farklı çözümler içeren problem durumlarıdır (Lesh & Zawojewsky, 2007; Mousoulides, 2007). Çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların matematiksel modelleme problemlerini farklı şekillerde sınıflandırdıkları görülmektedir. Modelleme problemlerinin sınıflandırılmasındaki bu farkın araştırmacıların matematiksel modellemeyi farklı perspektiften ele almalarından ve problemleri sınıflarken farklı niteliklere odaklanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Matematiksel modelleme problemleri temelde teorik ve deneysel modelleme olmak üzere iki başlık altında toplanabilir (Berry & Houston, 1995; Kapur, 1982). Teorik modellemede matematiksel, istatistiksel ve bilgisayar temelli bilgiler yer alırken, deneysel modellemede deney, gözlem ve bunların sonuçlarına ait bilgiler verilerek matematiksel modellemenin çözümü istenir (Berry & Houston, 1995; Kapur, 1982).

Matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar (Blum, 1996; Borromeo-Ferri, 2006; Lesh & Doerr, 2003; Pollak, 1969; Sriraman, 2005) incelendiğinde matematiksel modelleme sürecinin de farklı şekillerde tanımlandığı görülmektedir. Bilişsel modelleme yaklaşımını benimseyen Borromeo-Ferri (2006) öğretmen ve öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki davranışlarını belirlemek amacıyla bir proje çalışması yürütmüş ve bunun sonucunda altı basamaklı bir matematiksel modelleme süreci tanımlamıştır (Bkz. Şekil 1). Borromeo-Ferri'nin (2006) benimsemiş olduğu bilişsel modelleme yaklaşımının ana amaçlarından biri farklı matematiksel karmaşıklık düzeylerindeki modelleme durumlarının farklı tipleri ile çeşitli modelleme süreçlerini analiz etmektir. Ayrıca bu yaklaşımla birlikte öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinde hangi bilişsel fonksiyonlarının yer aldığını anlayarak, yaşadıkları bireysel güçlükleri ve engelleri belirlemek bilişsel modelleme yaklaşımının bir diğer amacıdır (Kaiser & Sriraman, 2006).



Şekil 1. Bilişsel modelleme döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006)

Bu çalışmada öğretmen adaylarının farklı tipte modelleme problemleri ile çalışmaları sırasında yaşadıkları güçlüklerle ve teknolojinin bu güçlüklerle etkisine odaklanılacağından Borromeo-Ferri'nin (2006) ortaya koymuş olduğu matematiksel modelleme sürecinin göz önüne alınması uygun görülmüştür. Bilişsel modelleme sürecine göre problemi anlama basamağında kişi gerçek yaşam problemini tanımlar, problemi yapısallaştırarak içeriğini yorumlar. Basitleştirme basamağında probleme ait veriler arasındaki ilişkileri inceleme, modelde kullanılacak değişkenleri belirleme, varsayımda bulunma gibi çalışmalar yürütülür. Matematikselleştirme basamağında modelin oluşturulması ve matematiksel çalışmaların yapılması için gerçek yaşam durumu formülleştirilir. Matematiksel çalışma basamağında ise oluşturulan matematiksel model aracılığıyla problemin çözümü yapılır. Bu aşamada mevcut matematiksel bilgiler kullanılır. Yorumlama basamağında modelin uygulamalarının ve matematiksel sonuçların yorumlanması yapılarak gerçek yaşam durumu ile ilişkilendirilir. Doğrulama basamağında ise modelin çözümünden önceki koşullar ele alınarak modelin geçerliliği araştırılır. Gerekli görülürse model yeniden üretilir.

Gerçek yaşam problemlerinin çözümünde matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt-yeterliklerinin işe koşulması ve öğrencilere diğer bilimlerde, çevremizde ve günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözebilmelerini sağlayacak yeterliklerin kazandırılması gerekmektedir (Aydın-Güç, 2015). Bu doğrultuda matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi üzerine ulusal ve uluslararası literatürde çok sayıda çalışma (Örn. Aydın-Güç, 2015; Bal ve Doğanay, 2014; Blomhøj & Jensen, 2003; Kaiser, 2007; Korkmaz, 2010; Maaß, 2006; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013) yapılmıştır. Modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarının sonuçları incelendiğinde, öğrencilerin bazı zorluklar yaşadıkları, süreçleri tam olarak tamamlayamadıkları ya da bazı yeterliklerinin beklenen düzeyde gelişim göstermediği vurgulanmakta ve yaşanan zorluklar matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimini engellemektedir (Aydın-Güç, 2015). Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanması için süreçte yaşanan güçlüklerin giderilmesine yönelik çalışmaların gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Uluslararası Öğrenci Başarı Belirleme Programı (Program for International Student Assessment [PISA]) 2006 yılı bulguları da tüm dünyadaki öğrencilerin modelleme

etkinlikleri ile çalışma sürecinde problem yaşadıklarını ortaya koymuştur (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2007). PISA Matematik Uzmanları Grubu tarafından yapılan analizler, modelleme etkinliklerinde yaşanan zorlukların esasen bu görevlerin özünde bulunan bilişsel karmaşıklardan ve öğrencilerden beklenen yeterliklerden olabileceğini göstermiştir (Ural & Ülper, 2013). Bunun yanında matematiksel modellemenin öğretimi ve öğreniminin karmaşık olduğu ve birçok faktörden etkilendiği yapılan çalışmalarda belirtilmektedir (Borromeo-Ferri & Blum, 2011). Bunun bir sonucu olarak araştırmacılar matematiksel modelleme sürecinde yaşanan güçlükleri ortaya koymak amacıyla çalışmalar yürütmüştür (Örn. Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Schaap, Vos & Goedhart, 2011; Kant, 2011; Galbraith & Stillman, 2006; Şahin ve Eraslan, 2016; Borromeo-Ferri & Blum, 2013; Maaß, 2007; Korkmaz, 2010). Bu çalışmaların sonuçları incelendiğinde öğrencilerin modelleme sürecinin hemen hemen tüm basamaklarında zorluk yaşadığı görülmektedir.

Maaß (2007) 11 ve 16 yaşları arasındaki bir grup öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükleri “problem durumunu anlama, bir model oluşturma, matematiksel model ile çalışma, hataları yorumlama, doğrulama, yön duygusu, tartışma, tahmin ve vazgeçme” olarak sıralamıştır. Maaß (2007) bu güçlüklerin yanı sıra, öğrencilerin matematiksel ilişkileri kontrol edemediklerini, modelin geçerliliğini sağlamaları gerektiğinin farkında olmadıklarını ve modelleme sürecinde iletişim kuramadıklarını ifade etmiştir. Modelleme sürecinin basamaklarında yaşanan güçlükler odaklanan Blum ve Borromeo-Ferri (2009) 8. ve 10. Sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmada öğrencilerin modelleme sürecinde problemi yapılandırma, basitleştirme ve geçerliliğini sağlama aşamalarında güçlük yaşadıklarını ortaya koymuştur. Kant (2011) ise çalışmada ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerini incelemiş ve bu süreçte karşılaşılan güçlükleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Kant (2011) öğrencilerin problemi anlama, nitel bileşenleri nicelleştirme, değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, ana değişkeni belirleme, varsayımlarda bulunma, varsayımlardan hareketle uygun modeli oluşturma, matematikselleştirme, gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma, modelin geçerliliğini sağlama, gerçek duruma uygun alternatif modeller geliştirme ve var olan modeli geliştirme aşamalarında zorlandıklarını ifade etmiştir.

Modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanması ve modelleme yeterliklerinin gelişimi için süreçte yaşanan güçlüklerin giderilmesi önemli ve gereklidir. Karmaşık bir süreç olarak tanımlanan matematiksel modelleme sürecinde teknoloji kullanımının öğrencilere esnek çalışma fırsatı veren zengin bir ortam sağlayacağı, problem durumuna ilişkin farklı bakış açıları geliştirmekle beraber süreçte yaşanan güçlüklerin giderilmesinde de faydalı olabileceği araştırmacılar tarafından ifade edilmektedir (Ang, 2010; Siller & Greefrath, 2010; Yang & Yin, 2015).

Uluslar Arası Matematik Eğitimi Komisyonunun (International Commission on Mathematical Instruction [ICMI]) 1986’da yayınladığı raporda matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların gerekliliğine vurgu yapılmasıyla beraber matematiksel modelleme çalışmalarında teknoloji kullanımı ön plana çıkmaya başlamıştır. Teknolojinin öğretim programlarında da önemli bir yer bulmasıyla teknolojinin matematiksel modelleme

sürecine olumlu bir katkı sağlayacağı düşüncesi ve derslerde etkili bir şekilde kullanılması gerekliliği ortaya çıkmıştır (Blomhøj, 1993). Bu bağlamda son yıllarda özellikle uluslararası literatürde teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olan etkisine yönelik çalışmalar giderek artmıştır (Örn., Ang, 2010; Arzarello, Ferrara & Robutti, 2012; Geiger, 2011; Ghosh, 2015; Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez, 2011; Siller & Greefrath, 2010; Yang & Yin, 2015).

Ang'e (2010) göre teknoloji modelleme görevini yürüten bir öğrencinin önüne çıkan engellerin ve süreçte karşılaştıkları güçlüklerin önüne geçilmesinde köprü durumundadır. Yang ve Yin (2015) teknoloji ve matematiksel modelleme arasında sıkı bir ilişki olduğunu, bilgisayarların daha iyi modellere daha hızlı bir şekilde ulaşmayı sağlayan güçlü araçlar olduğunu ifade etmektedir. Geiger (2011) matematiksel modelleme problemlerinde dinamik geometri yazılımları veya elektronik tablolar ile bir gerçek durumun geometrik veya sayısal bir yapıya dönüştürülebileceğini, bilgisayar cebir sistemi araçlarının ise sınırlı bir zamanda öğrenciler tarafından ulaşılamayan sayısal ve cebirsel sonuçlara hızlı bir şekilde ulaşmada faydalı olacağını ifade etmiştir. Buna ek olarak teknolojik araçlar elde edilen modelin kontrol edilme sürecini de desteklemektedir. Teknoloji ve matematiksel modelleme ilişkisine odaklanan çalışmalar incelendiğinde birçok araştırmacı (Ghosh, 2015; Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis & Christou, 2009; Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez, 2011) modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının gerçek yaşam verilerinden kaynaklanan karmaşık hesaplamaları kolaylaştırdığına ve böylelikle hesaplamalarda zaman kaybını önlediğine dikkat çekmiştir. Teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde sağladığı bu fırsatlar göz önüne alındığında bu çalışma ile teknolojik araçların kullanımı ile beraber matematiksel modelleme sürecinde yaşanan güçlüklerin önemli ölçüde giderileceği düşünülmektedir. Bununla birlikte uluslararası çalışmalarda teknolojinin matematiksel modelleme sürecindeki önemine bu derecede vurgu yapılmasına rağmen ulusal literatürde matematiksel modelleme ile teknoloji ilişkisini araştıran sınırlı sayıda çalışma (Hıdıroğlu, 2012) yer almaktadır. Hıdıroğlu (2012) yaptığı tez çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli ortamda modelleme süreçlerini incelemiştir. Çalışmanın sonunda teknolojinin her bir modelleme basamağında etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Özellikle genel çözüm stratejisinin oluşturulmasında, çözüme ulaşmada ve çözümün doğrulanmasında teknolojinin önemli bir etkisi olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca yapılan çalışmalarda, araştırmacıların matematiksel modelleme problemlerine ilişkin sınıflandırmaları dikkate almadıkları ve süreci daha genel bir şekilde inceledikleri görülmektedir. Bu çalışmada ise matematiksel modelleme problemlerindeki sınıflandırma dikkate alınarak çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri olarak belirlenmiştir. Çalışmada bu sınıflandırmanın dikkate alınma nedeni, uygulama öncesinde yapılan ön çalışmalarda öğretmen adaylarının bu iki modelleme türüne yönelik farklı çözüm süreçlerinden geçmesi ve bu nedenle süreçte yaşanan güçlüklerde ve teknolojinin rollerinde farklılaşmaların ortaya çıkmasıdır. Bu nedenle bu çalışmada matematiksel modelleme problemlerinin farklı türleri ile çalışılarak süreçte karşılaşılan güçlükler ve teknolojinin karşılaşılan güçlüklerle etkisi ayrıntılı olarak ortaya koyulmuştur.

---

Bazı eğitimciler teknolojik araçların sınırlı olması veya başka nedenlerle teknoloji tabanlı olmayan modelleme etkinliklerinin tercih edilmesi gerektiğini savunmaktadır (Kadijevich, Haapasalo & Hvorecky, 2005). Ancak karmaşık, dinamik ve gerçek yaşam ile ilgili olayların herhangi bir teknolojik araç olmadan modellenmesi oldukça güçtür (Kadijevich ve ark., 2005). Bu bağlamda mevcut sistemde yetişen öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçları kullanmaya yönelik deneyim sahibi olması büyük önem taşımaktadır. Literatür incelendiğinde teknoloji donanımlı bir ortamda modelleme sürecini, bu süreçte yaşanan güçlüklerle birlikte ayrıntılı bir şekilde belirlemeye yönelik çalışmaların sınırlı sayıda olduğu söylenebilir (Galbraith & Stillman, 2006; Stillman, Galbraith, Brown & Edwards, 2007). Galbraith ve Stillman (2006) matematiksel modelleme basamakları arasındaki geçişlerde yaşanan zorlukları tanımlayan bir çerçeve oluşturmak amacıyla 14-15 yaşındaki öğrenciler ile bir çalışma yürütmüştür. Öğrenciler çalışma boyunca grafik hesap makinelerinden yararlanarak iki modelleme etkinliği ile çalışmıştır. Araştırmacılar bu çalışma sonucunda oluşturdukları çerçevenin model oluşturma sürecinin aşamalarında öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin tanımlanması açısından öğretmenlere yardımcı olacağına ifade etmiştir. Benzer şekilde Stillman ve arkadaşları (2007) daha önceki çalışmada belirledikleri çerçeveyi kullanarak ortaöğretim öğrencilerinin modelleme sürecinin basamakları arasındaki geçişlerde yaşadıkları güçlükleri araştırmıştır. Çalışmada öğrenciler teknolojik araç olarak yalnızca grafik hesap makinelerinden yararlanmıştır. Bu çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların kullandığı teknolojik araçların yalnızca grafik hesap makineleri ile sınırlı olduğu ve çalışmaların lise öğrencileri ile yürütüldüğü görülmektedir. Bu çalışmada ise öğretmen adayları ile çalışılmış olup, teknolojik araç olarak Excel programı ve GeoGebra yazılımlarını içeren internet erişimine sahip bilgisayarlar kullanılarak teknolojinin modelleme sürecine etkisi daha detaylı bir şekilde ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca bu çalışmayla bilgisayar teknolojisinin matematiksel modelleme sürecinde yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıları ortaya koyulmuştur. Araştırmanın bu yönüyle ilgili literatüre önemli katkılarının olacağı düşünülmektedir. Bunun yanında bu çalışmanın ileride yapılacak olan teknoloji destekli matematiksel modellemeye yönelik öğrenme ortamlarının tasarlanması ile ilgili çalışmalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

Tüm bunlardan hareketle yapılan bu araştırmayla öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde yaşadığı güçlükleri belirlemek ve bu güçlüklerin giderilmesinde teknolojinin nasıl bir etkisinin olduğunu ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma problemlerine cevap aranmıştır:

1. Matematik öğretmeni adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler nelerdir?
2. Bilgisayar teknolojilerinin, deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaşılan güçlüklerle etkileri nasıldır?

## 2. Yöntem

Matematik öğretmeni adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemleriyle çalışma sürecini, süreçte karşılaştıkları güçlükleri ortaya çıkarmak ve bu güçlüklerin giderilmesinde bilgisayar teknolojisinin nasıl bir rol oynadığını ortaya koymak amacıyla yapılan bu çalışma, dışarıdan herhangi bir müdahalede bulunmaksızın, birden fazla veri toplama aracı yardımıyla ayrıntılı ve derinlemesine incelemeyi amaçladığından bir durum (örnek olay) çalışmasıdır. Çalışmada geçen bilgisayar teknolojisi ifadesi GeoGebra yazılımı, Excel programı ve internet kullanımını içermektedir.

### 2.1. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı son sınıfında öğrenim gören 20 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersinde 8 haftalık bir süre zarfında gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının her biri matematiksel modelleme, Excel programı ve GeoGebra yazılımını kullanma ile ilgili deneyime sahiptir. Uygulama kapsamında derse devam eden 44 öğretmen adayından gönüllük esasına dayalı olarak dört kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Uygulama sürecinde bu gruplar sabit kalmıştır. Tüm uygulamalar araştırmacı tarafından bilgisayar laboratuvarında yürütülmüş olup her bir grup GeoGebra yazılımına ve internet erişimine sahip bilgisayarlara ulaşım imkânına sahip olmuştur. Öğretmen adayları bilgisayarlardan yararlanma veya yararlanmama konusunda serbest bırakılmıştır. Asıl çalışma problemlerinin uygulanmasından önce gruplar biri deneysel diğeri teorik olmak üzere iki matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışmıştır. Bu süre zarfında tüm grupların (11 grup) çalışmaları video ile kayıt altına alınmış ve aynı zamanda grupların çalışmaları esnasında alan notları tutulmuştur. Ayrıca grupların kâğıt üzerindeki cevapları ve bilgisayardaki çalışma dosyaları incelenmek üzere alınmıştır. İlk iki haftalık süreçte elde edilen veriler dikkate alınarak, süreç boyunca etkili çalışan ve düşüncelerini açık bir dille ifade eden 5 grup çalışma grupları olarak tespit edilmiştir. Grupların belirlenmesinde öğretmen adaylarının başarı seviyelerinin en az orta seviyede olmasına da dikkat edilmiştir. Araştırmaya dahil olan gruplar G1, G2, G3, G4, G5 şeklinde kodlanarak ele alınmıştır. Çalışma esnasında araştırmacı ortama müdahale etmeden gözlemci rolünü üstlenmiştir.

### 2.2. Veri toplama araçları

Araştırmanın temel veri toplama aracı, literatür desteğinde araştırmacılar tarafından geliştirilen, altı matematiksel (üçü deneysel ve üçü teorik) modelleme problemidir. Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri iki aşamalı bir yaklaşımla belirlenmiştir: (i) Literatürde bulunan veya araştırmacı tarafından geliştirilen 20 matematiksel modelleme problemi üzerinde, ilköğretim matematik öğretmenliği programında iki ayrı sınıfta toplam 80 öğrenci beş hafta boyunca çalışmıştır. Bu ön uygulama ile öğretmen adaylarının seviyesine uygun ve modelleme sürecine ilişkin zengin veri sağlayabilecek problemleri tespit etmek amaçlanmıştır. (ii) Asıl uygulamada kullanılacak olan matematiksel modelleme problemlerine son şeklini vermek ve verilerin analizinde nasıl bir yol izleneceğini belirlemek amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma asıl çalışmadan bir ders yılı önce ilköğretim matematik öğretmenliği programı son

sınıfa devam eden 6 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının belirlenmesinde gönüllülük esas alınmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adayları matematiksel modelleme ve GeoGebra yazılımını kullanma deneyimine sahiptir. Çalışma sırasında öğretmen adayları üçer kişilik iki grup şeklinde yaklaşık 6 hafta boyunca toplam 8 modelleme problemiyle (4 deneysel+4 teorik) çalışmıştır. Çözüm süreçlerinin benzerliği ve bağlam kaynaklı güçlükler sebebiyle iki problem elenmiş, üç deneysel ve üç teorik modelleme problemi ile asıl çalışmanın yapılmasına karar verilmiştir (Bkz. Tablo 1).

**Tablo 1.** Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri ve özellikleri

	Matematiksel Modelleme Problemleri	Özelliği
Deneysel Modelleme Problemleri	Bir Mil Dünya Rekoru	Problemde öğretmen adaylarından veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu fark etmeleri, bu veriler doğrultusunda doğrusal bir modele ulaşmaları ve bu model yardımıyla geleceğe yönelik tahminde bulunmaları beklenmektedir.
	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Problemde öğretmen adaylarından veriler arasında üstel bir ilişki olduğunu fark etmeleri, bu veriler doğrultusunda üstel bir model oluşturmaları ve bu model yardımıyla tahminde bulunmaları beklenmektedir.
	Yağış Miktarı	Problemde öğretmen adaylarından veriler arasında trigonometrik bir ilişki olduğunu fark etmeleri ve bu verileri kullanarak trigonometrik bir model oluşturmaları beklenmektedir.
Teorik Modelleme Problemleri	Deniz Feneri	Problemde öğretmen adaylarından kıyıdaki bir deniz fenerinin ilk kez görüldüğü anda, bir geminin kıyıdan yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturmaları beklenmektedir.
	Merdiven Problemi	Problemde öğretmen adaylarından halı üzerinde duvara dayalı olarak duran merdivenin üzerindeki herhangi bir noktanın, merdivenin kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel modeli oluşturmaları istenmektedir. Bu problemde öğretmen adaylarından geometrik yer kavramını kullanarak matematiksel modele ulaşmaları beklenmektedir.
	Dönme Dolap	Problemde öğretmen adaylarından bir dönme dolabın en alt noktasındaki koltuğun zamana bağlı olarak yerden yüksekliğindeki değişimi veren trigonometrik bir modele ulaşmaları beklenmektedir.

Modelleme problemlerini çözme sürecinde her bir grubun çalışması her iki çalışmada da ayrı ayrı video ile kayıt altına alınmıştır. Matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaşılan güçlükleri nedenleriyle birlikte tespit etmek ve bilgisayar teknolojisinin bu süreçteki rolüyle ilgili grupların görüşlerini almak amacıyla her problem çözme etkinliği sonrasında odak grup görüşmesi gerçekleştirilmiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerine çözüm sunmak açısından bilgisayarda yapmış oldukları tüm çalışmalara ilişkin ekran kayıtları alınmıştır. Böylelikle tekrar edilmesi zor veya nadiren oluşan durumların saptanmasına olanak sağlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).



Tüm bunlara ek olarak uygulamalar sırasında araştırmacı tarafından alınan alan notlarıyla grupların matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ve bilgisayarların bu güçlüklerin giderilmesinde nasıl bir rol oynadığını daha ayrıntılı betimleme ve örneklendirme imkânı elde edilmiştir.

### **2.3. Verilerin analizi**

Araştırmanın verileri nitel analiz teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Literatür incelendiğinde matematiksel modelleme sürecinde yaşanan güçlüklerin belirlenmesine yönelik Galbraith ve Stillman (2006) tarafından ortaya konulan teorik çerçeve dikkat çekmektedir. Araştırmacılar oluşturdukları bu çerçevenin öğretmenler, araştırmacılar ve program geliştirmeciler tarafından modelleme görevleri düzenlemek ve verilen bir görevde nerelerde güçlükler oluşabileceğini önceden tahmin etmek amacıyla kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Ancak yapılan ön çalışmalar, öğretmen adaylarının modelleme problemlerini çözme sürecinde bu çerçevede yer alan göstergelerin birçoğunu gerçekleştirmediğini veya bu göstergeler dışında farklı güçlükler yaşadıklarını göstermiştir. Galbraith ve Stillman'ın (2006) teorik çerçevesi kullanılarak teorik modelleme problemlerinde karşılaşılan güçlüklerle ilişkin yapılan veri analizinin bir bölümü Tablo 2'de verilmiştir. Tabloda (-) işareti, ilgili göstergeye yönelik güçlük yaşanmadığını ifade ederken, (+) işareti ilgili göstergeye yönelik güçlük yaşandığını ifade etmektedir. Tabloda koyu renge boyanmış kısımlar ise ilgili göstergeye yönelik herhangi bir çalışmanın yapılmadığını ifade etmektedir. Bununla birlikte tabloda yer alan G1 ve G2 kısaltmaları ise araştırmaya dahil olan grupları temsil etmektedir.

Pilot çalışma verilerinin analizi sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi için Galbraith ve Stillman'ın (2006) teorik çerçevesi de dikkate alınarak içerik analizi yapılmasına karar verilmiştir. Bu doğrultuda her bir çalışma grubuna ait veriler ayrı ayrı incelenerek öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ne tür güçlükler yaşadıklarına ait kodlamalar yapılmıştır. Kodların oluşturulmasında matematiksel modelleme sürecinin kendi doğasına yönelik matematiksel kavramların kullanılmasına özen gösterilmiştir. Elde edilen kodlar Borromeo ve Ferri'nin (2006) ortaya koymuş olduğu bilişsel modelleme sürecinin (problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama) basamaklarına göre gruplandırılarak tümdengelimsel bir yol izlenmiştir (Patton, 2002). Son olarak öğretmen adaylarının modelleme sürecinde yaşadıkları güçlüklerin giderilmesi açısından teknolojik araçların nasıl rolleri olduğu tespit edilmiştir. Bu amaçla video kayıtları, odak grup görüşmeleri, alan notları, bilgisayar ekranı kayıtları ve çözüm dosyalarından elde edilen veriler bir araya getirilerek bir bütünlük içinde analiz edilmiştir. Bu doğrultuda farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak analiz edilmiş, benzerlikler tespit edilerek birbirleri ile ilişkilendirilmiştir.

**Tablo 2.** Pilot çalışma sonrasında Galbraith ve Stillman'ın (2006) teorik çerçevesi kullanılarak yapılan veri analizinden bir bölüm

	Teorik Modelleme Problemleri							
	Deniz Feneri		Salıncak Problemi		Merdiven		Kremalı Pasta	
	G1	G2	G1	G2	G1	G2	G1	G2
2. Gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel modele geçiş								
Cebirsel modelin içereceği bağımlı ve bağımsız değişkenleri saptama	-	+	+	+	-	-	-	-
Bağılantılı varsayımlarda bulunma	-	+	+	+	+	+	-	-
Hesaplamaya olanak sağlayan matematiksel tabloyu ve teknolojiyi seçme							-	+
Formülü çoklu durumlara uygulayabilmek için uygun tekniği seçme								
Modelin grafiksel gösterimini seçmek için uygun teknolojiyi seçme								
3. Matematiksel modelden matematiksel çözüme geçiş								
Uygun formülleri uygulama	-	+	+	+	+	+	+	+
Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları ve teknolojiyi kullanma							-	+
Fonksiyon işlevselliğini çoklu durumlara otomatik olarak sağlamak için uygun teknolojiyi kullanma								

### 3. Bulgular

Bu bölümde öğretmen adaylarının modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler, bu güçlüklerin giderilmesinde bilgisayar teknolojisinin etkileri ve varsa bilgisayar teknolojisinin sebep olduğu güçlüklerle yönelik bulgular deneysel ve teorik modelleme problemleri açısından iki başlık altında sunulacaktır.

#### 3.1. Deneysel modelleme problemlerinde teknoloji kullanımının süreçte karşılaşılan güçlüklerle etkisi

Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler ve bu güçlüklerin giderilmesi açısından bilgisayar teknolojisinin rolüne ilişkin bulgular matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında sunulmuştur.

### 3.1.2. Problemi Anlama

Bu basamakta öğretmen adayları problemde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Tablo 3, bu basamağa ilişkin tespit edilen güçlüklerin hangi gruplarda ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığını göstermektedir.

**Tablo 3.** Problemi anlama basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Problemde istenenleri belirleyememe	-	-	G2, G3, G4

Tablo 3'te görüldüğü gibi G2, G3 ve G4 grupları Yağış Miktarı Problemi'nde verilenlerle istenenleri ilişkilendirme, dolayısıyla ne istendiğini belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Problemi anlama basamağında interneti kullanan G2 grubu problemde verilen her iki yerleşim yerinin konumu ile ilgili internette araştırma yapmıştır. G2 grubu problemdeki yerlerin farklı yarım kürelerde olduğu bilgisine ulaşmış ve her iki yer için yıllık yağış miktarını veren iki farklı matematiksel model oluşturmaları gerektiği sonucuna varmıştır. Bu bağlamda bilgisayar teknolojisi kullanımı öğretmen adaylarına araştırma yapma imkanı sağlayarak problemi anlama basamağında yaşanan bu güçlüğün giderilmesine katkıda bulunmuştur.

### 3.1.3. Basitleştirme

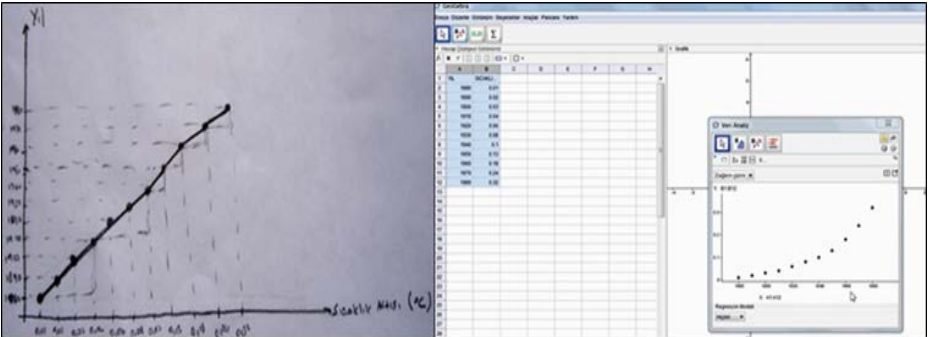
Bu basamakta öğretmen adaylarının yaşadığı güçlükler Tablo 4'te verilmiştir.

Bu basamakta tespit edilen güçlüklerin birçoğu modellemeye ilişkin literatürde ifade edilen güçlüklerle örtüşmektedir. Burada bilgisayar teknolojisinin varlığı bazı güçlüklerin (örn. değişkenleri belirleme) ortaya çıkmasında; bazı güçlüklerin (örn. verilere ait grafiği uygun bir şekilde çizme) ise giderilmesinde etkili olmuştur. Öğretmen adaylarının değişkenleri belirleme konusunda yaşadıkları güçlüğün temel sebeplerinden biri problemi anlamak için yeterince zaman ayırmadan, verilenler ve istenenleri belirleme gayretini gösterme işinden kaçınmalarıdır. Bunun yerine doğrudan ellerindeki deneysel verileri GeoGebra yazılımına girip üzerlerinde çeşitli işlemler yapmaya başlamışlardır. Bu bağlamda çözüme hızlı bir şekilde ulaşmak açısından yazılıma çok fazla güvendikleri söylenebilir. G1 grubu için bu neredeyse tüm problemlerde gösterilen tipik bir davranış olmuştur.

**Tablo 4.** Basitleştirme basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
İlgili-ilgisiz verileri ayırt edememe	G1, G2, G4, G5	-	G1
Gerçek yaşam durumunu matematiksel forma dönüştürememe	G1, G3	-	G1
Değişkenleri belirleyememe	-	G1	G1
Veriler arasındaki ilişkileri belirleyememe	G1, G2, G3	G2, G3	G1, G2, G3, G4, G5
Verilere ait grafiğini uygun şekilde çizememe	G1	G3	G1
Verilere ait grafiği uygun bir şekilde yorumlamama	G1, G2, G3, G4	-	G2

Grupların çoğu, tüm problemlerde veriler arasındaki ilişkileri belirleme ve bu doğrultuda verilere ait uygun grafiği oluşturma konusunda güçlük yaşamıştır. Bu güçlüklerin iki temel sebebi olduğu düşünülmektedir: (i) öğretmen adaylarının fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleriyle ilgili sınırlı bilgi alt yapısı, (ii) öğretmen adaylarının verileri bütüncül bir yaklaşımla ele alamamış olması. Birinci gerekçe hem elle yapılan, hem de yazılımla yapılan grafik çizimlerini yorumlamayı güçleştirmiştir. İkinci gerekçe ise özellikle elle yapılan grafik çizimlerinde uygun olmayan ölçeklendirmeler sonucu grupların yanlış çıkarımlara ulaşmalarına sebep olmuştur. Grupların veriler arasındaki ilişkileri belirleme ve verilere ait uygun grafiği oluşturma konusunda yaşadıkları güçlüklerin giderilmesinde bilgisayar teknolojisinin belirgin bir rolü ortaya çıkmıştır. Örneklendirmek gerekirse; başlangıçta G1 ve G3 grupları verilere ait grafiği çizmek amacıyla kâğıt-kalem kullanmıştır. Ancak her iki grubun da kâğıt-kalem ile yapmış olduğu grafik çizimi, veriler arasındaki ilişkileri görmelerini ve modelin ne olabileceğine yönelik tahminde bulunmalarını zorlaştırmıştır. Bunun üzerine G1 ve G3 grupları GeoGebra yazılımını kullanarak verilerin grafiğini oluşturmuştur (Bkz. Şekil 2).

**Şekil 2.** G3 grubunun kâğıt-kalem ve GeoGebra yazılımını kullanarak çizdiği grafikler

Şekil 2’de görüldüğü gibi G3 grubu kağıt-kalemle çizdiği grafiğe bakarak, veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu düşünmüş ve bu doğrultuda verileri temsilen doğrusal bir model oluşturmuştur. G3 grubu doğrulama basamağında oluşturdukları doğrusal modelin veriler için uygun sonuçlar vermediğini fark etmiştir. Bunun üzerine GeoGebra yazılımını kullanan G3 grubu, Şekil 2’de sağ taraftaki grafiği elde etmiş ve verileri temsilen üstel bir fonksiyon modeli oluşturmuştur.

### 3.1.4. Matematikselleştirme

Grafik, denklem, eşitsizlik gibi matematiksel yapılar oluşturularak matematiksel modellerin formüle edildiği bu basamakta karşılaşılan güçlüklerle ilişkin bilgiler Tablo 5’te verilmiştir.

**Tablo 5.** Matematikselleştirme basamağında karşılaşılan güçlükler

Deneyisel modelleme problemleri

Güçlükler	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Uygun olsun veya olmasın tüm durumları doğrusal modelleme gayreti		G1, G2, G3	-
Verilen tüm noktaları aynı anda sağlayan model bulma gayreti	G1, G2, G3, G5	-	G2, G3, G4

Tablo 5’ten görülebileceği gibi G1, G2 ve G3 grupları üstel bir fonksiyon modeline ulaşmalarının beklendiği Dünyadaki Sıcaklık Artışı Problemi’nde verilen noktaları ikiye eşleştirerek bu noktaları referans alan doğruların eğimini elde etmiştir. Bu eğimlerin ortalamasından hareketle problemdeki verileri temsil eden genel doğru denkleminin eğimini bulmayı düşünmüşlerdir. Ancak çok adımlı işlemler ve tam olmayan sayılar grupların kağıt-kalem çözümünden vazgeçmelerine sebep olmuştur. GeoGebra yazılımına yönelen gruplar regresyon analizi komutu yardımıyla farklı fonksiyon türlerini dikkate alan modeller oluşturmuştur. Örneğin G1 grubunun yaptığı regresyon analizi ile ulaştığı sonuç Şekil 3’te verilmiştir.

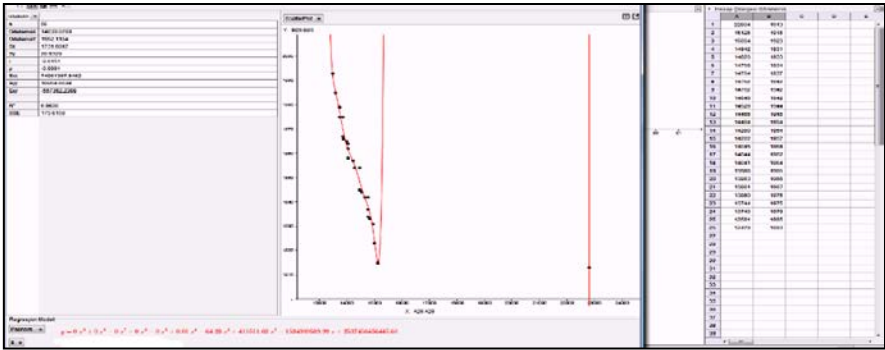
c) Değerleri GeoGebra programında tabloya girdik. Regresyon analizini "log" ja göre oluşturduk. Bunun sonucunda:

$$y = 2010.87 + 20.46 \cdot \ln(x)$$

(x: sıcaklık artışı, y: g.İ.)  
denklemine ulaştık.  
Analizi logaritmaya göre yapmamızın sebebi ilk baştaki sıcaklık artışı çok küçük olarak artıyor, her geçen bu artış gitgide artmaktadır.

**Şekil 3.** G1 grubunun modeli oluşturmaya yönelik yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar

G1 grubu veriler arasındaki artışların başlangıçta daha az olduğunu, daha sonra giderek arttığını ifade etmiş, bu nedenle veri analizini logaritma fonksiyonuna göre yaptıklarını belirtmiştir. Bu anlamda G1 grubu verilerin genel eğilimini yorumlayarak veriler için en uygun modelin hangisi olabileceği konusunda tartışmış ve matematiksel modeli kolaylıkla oluşturabilmiştir. GeoGebra yazılımının sunduğu, regresyon analizini kolaylıkla yapma fırsatı grupları her zaman doğru matematiksel modeli oluşturmaya götürmemiştir. Veriler için en uygun modelin mevcut noktaların tamamının üzerinden geçmesi gerektiği düşüncesine sahip bazı gruplar karmaşık, kullanışsız ve yalnızca problem verileri için geçerli olan modeller elde etmiştir (Bkz. Şekil 4).



Şekil 4. G3 grubunun modeli belirlemeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 4'te görüldüğü gibi G3 grubu 1 Mil Dünya Rekoru Problemi'nde birden fazla fonksiyon türünü referans alan regresyon analizleri yapmış ve elde ettikleri modellere ilişkin grafikleri incelemiştir. Grup üyeleri elde ettikleri her bir modele ait grafiğin verilerden kaçının üzerinden geçtiğini araştırmıştır. Sonuç olarak en fazla nokta üzerinden geçen 6. dereceden polinom fonksiyonu aranan model olarak belirlenmiştir. Ancak burada modelin bağlama uygunluğu dikkate alınmamıştır. Temel ölçüt verilen noktaları sağlaması olmuştur. G3 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru Problemi için belirledikleri matematiksel model ve modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kâğıdında yaptığı açıklamalar Şekil 5'te verilmiştir.

a) GeoGebra programını kullanarak iki değişkenli regresyon denklemini kullanarak verileri hesap aızalgesine (süreleri salise cinsinden) yazdık. Analiz ettiğimiz sonuçlara göre regresyon modelini 6. dereceden polinom fonk. olarak belirledik. Değerleri bulduğumuz yeri yazdık uygunluğunda sağlama defru cevaba yakın çıktı.

$$y = 0 \cdot x^6 - 0 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 - 0 \cdot x^3 + 14,49 \cdot x^2 - 137902,87x + 546715616,83$$

x: zaman  
y: tarin

Şekil 5. G3 grubunun modeli belirlemeye yönelik yaptığı açıklamalar

G1 ve G2 grupları da bu problem için benzer düşüncelerle G3 grubuna benzer bir çözüm üretmiştir. Bu problem için G4 ve G5 grupları ise, regresyon analizini kullanarak uygun matematiksel modelleri belirleyebilmiştir.

Bu bulgulardan hareketle, matematikselleştirme basamağında teknoloji bazı grupların uygun modellere hızlı ve kolay bir şekilde ulaşmasını sağlarken, bazı grupların ise bağlamdan kopuk modeller oluşturmasına sebep olmuştur. Bu durum, yazılımın sunduğu kolaylıkların tek başına bir anlam ifade etmediğinin en güzel örneklerinden biridir.

### 3.1.5. Matematiksel Çalışma

Matematikselleştirme basamağıyla birlikte yürütülen bu basamakta grupların karşılaştıkları güçlükler Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6.** Matematiksel çalışma basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Deneyisel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Gerçek yaşam verileriyle işlem yapma	G3	G1, G2, G3	G3

Tablo 6'dan görülebileceği gibi G1, G2 ve G3 grupları gerçek yaşam verilerinin küsuratlı, çok büyük ya da çok küçük olması nedeniyle kâğıt-kalem ile matematiksel hesaplama yapmada zorlanmışlardır. Yapılan odak grup görüşmelerinde, bu zorluk sebebiyle grup üyelerinin kâğıt-kalem hesaplamalarından vazgeçtikleri ve GeoGebra ile hesaplama yapmaya başladıkları belirlenmiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı Problemi'nde G2 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıda verilmiştir:

*Araştırmacı: Modele yönelik hesaplamalarınızı GeoGebra olmadan yapamazdık demişsiniz. Neden?*

*Öğrenci 1: Üstel modelle hesaplama yapmak çok zor çünkü.*

*Araştırmacı: Neden zor?*

*Öğrenci 2: Biz hep direk işte, y eşittir oradan bir formül, yani hiç böyle şu üzeri şu, ya da logaritmaya gidelim, yani ln kullanalım gibi şeylere girmiyoruz.*

*Araştırmacı: Neden böyle yapıyorsunuz peki?*

*Öğrenci 3: Daha zorluyor sanki.*

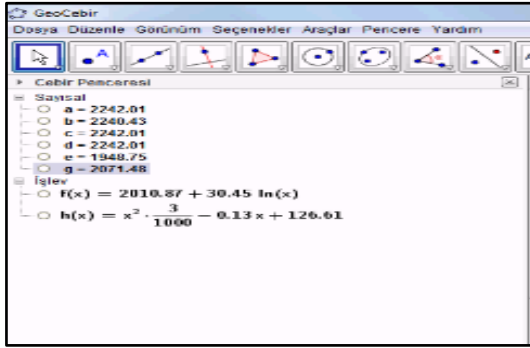
*Araştırmacı: Neden?*

*Öğrenci 1: Mesela doğrusal yapınca hemen y yerine koy x çıkıyor direk. Üstel daha karmaşık. GeoGebra'da hızlı bir şekilde hesaplayabiliyoruz.*

*Öğrenci 2: Hem işlem hatası da yapmıyoruz. Sonuçlar daha doğru çıkıyor.*

Yapılan görüşmede G2 grup üyeleri üstel fonksiyon modelini belirleme ve bu modelle hesaplama yapmanın zorluğunu belirtmiş, modelle ilgili hesaplamalarını GeoGebra yazılımı ile kolay ve hızlı bir şekilde yaptıklarını ifade etmiştir. Bunun yanında yazılımı

kullanarak yapılan hesaplamaların işlem hatalarından arınık doğru sonuçlar olduğunu söylemişlerdir. Hesaplamalarını GeoGebra yazılımı yardımıyla yapan G4 ve G5 grupları da hızlı ve kolay bir şekilde matematiksel sonuçlara ulaşabilmiştir (Bkz. Şekil 6).



Şekil 6. G4 grubunun GeoGebra’da yaptığı matematiksel hesaplamalar

Şekil 6’den görülebileceği gibi G4 grubu oluşturdukları iki farklı matematiksel modeli gerçek yaşam verileri açısından kolay ve hızlı bir şekilde karşılaştırabilmiştir. Sonuç olarak, matematiksel çalışma basamağında bilgisayar teknolojisinin karmaşık gerçek yaşam verileri ile işlem yapmaya dönük güçlükleri ortadan kaldırdığı söylenebilir.

### 3.1.6. Yorumlama

Bu basamak genel anlamda matematiksel çözümlerin gerçek yaşam durumu açısından sorgulanmasını gerektirmektedir. Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerinde yorumlama basamağında yaşadığı güçlükleri Tablo 7’de yer verilmiştir.

**Tablo 7.** Yorumlama basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi göz ardı etme	G1, G4	G1, G4	G1, G3, G4
Çözümün gerçekçi olup olmadığını dikkate almama	G3	-	-
Çözümün gerçek yaşam durumunu karşılama yeterliliğini belirleyememe	G5	-	-

Tablo 7’ye göre G1 ve G4 tüm deneysel modelleme problemlerinde, G3 grubu ise Yağış Miktarı Problemi’nde oluşturdukları matematiksel modelin gerçek yaşam ile ilişkisine bakmamıştır. G3 grubu 1 Mil Dünya Rekoru Problemi için oluşturduğu matematiksel modelden elde ettiği sonuçların, bağlam açısından gerçekçi olup olmadığı ile ilgilenmemiştir. Modelin yalnızca problemdeki verilere yakın sonuçlar vermesini yeterli



kabul etmiş, modelin bir bütün olarak mevcut durumu yorumlamadaki yeterliliğini incelememiştir. G5 ise 1 Mil Dünya Rekoru Problemi için oluşturduğu matematiksel modelin hangi durumlarda geçerli olduğunu ve bu durumun çözüm için bir sorun yaratıp yaratmayacağını ortaya koyma konusunda zorlanmıştır. G5 grubu belirlediği matematiksel modelin hiçbir zaman sıfır değerini vermemesi gerektiğini ve modelin belirli bir aralık için geçerli olması gerektiğini ifade etmişse de bu aralığı belirleyememiştir. Belirlenen model öğretmen adaylarını ilerleyen zamanlarda bir milin sıfır saniyede koşulması gibi gerçek yaşamda mümkün olmayacak bir durumla karşı karşıya bırakmıştır. G5 (1 Mil Dünya Rekoru hariç) ve G2 ise tüm deneysel modelleme problemlerinde elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırmış ve sonuçları tartışmıştır. Örneğin 1 Mil Dünya Rekoru Problemi için G2 internet yardımıyla atletizmde dünya rekorlarına ait verileri incelemiştir. Bu araştırma sonucunda grup oluşturdukları modelin gerçek hayat verilerine çok yakın değerler ürettiğini görmüştür. Bu bağlamda yorumlama basamağında internet kullanımı katılımcıların gerçek yaşam verilerine ulaşılmasını ve modelden elde edilen sonuçların gerçekçi olup olmadığını yorumlanmasını kolaylaştırmıştır. Bilgisayar teknolojisinin yorumlama basamağında oynadığı bu rol, matematiksel dünyadan gerçek dünyaya dönüşü kolaylaştırmıştır.

### 3.1.7. Doğrulama

Matematiksel modelin sonuçlarının test edildiği ve modelin geçerliğinin sorgulandığı doğrulama basamağında yaşanan güçlükler Tablo 8’de verilmiştir.

**Tablo 8.** Doğrulama basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Modelin geçerliliğini sağlayamama	G1, G2, G3	-	G3, G4
Modeli farklı modellerle kıyaslayarak uygunluğuna karar verememe	G5	G3, G4, G5	-

Modelin geçerliliğini sağlayamama, modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik yeterli çalışma yapılması veya bu durumun hiç dikkate alınmamasını ifade etmektedir. G5 grubu dışındaki gruplar belirledikleri modeli sadece bir kaç problem verisi için test etmiş, modelin farklı durumlar veya farklı veriler için genellenebilir ve geçerli olup olmadığını sorgulama konusunda yetersiz kalmıştır. Özellikle G3 grubu GeoGebra yazılımına çok güvenmiş ve yazılımın her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi ile modelin geçerliliğini sağlamayı ihmal etmiştir. Bu durum bilgisayar teknolojisinin modelleme sürecine olumsuz bir etkisi olarak ortaya çıkmıştır. 1 Mil Dünya Rekoru Problemi’nde G3 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıda verilmiştir:

*Araştırmacı: Modelinizin doğruluğundan emin misiniz?*

*Öğrenci 9: Yani biraz şüphe duyuyoruz aslında.*

*Araştırmacı: Neden?*

*Öğrenci 10: Ayşe bizden çok farklı düşünüyordu ama biz programa güvendik.*

*Öğrenci 9: Şurada diyorum altı üstü 2 saniye kadar rekor farklılığı var. Yıl olarak sadece bu kadar yıl var diyorum. Bu seferde diyorlar ki mesela aynı dakikada koşmuş ama yıl olarak yine aynı yılda koşmuş.*

*Öğrenci 10: Yani böyle farklılıklar demek ki olabiliyor hani yani tam zaten matematiksel model demek tam bir şey bulmak imkânsız zaten. Yani matematiksel modellemede zaten tam net bir sonuç bulamıyorduk. Yaklaşık değerler buluyorduk. Onun için ben mesela bu sonucu daha güvenilir buldum yani bilgisayardaki sonucu. Mesela doğrusal yaptığımızda 2011 bulmuştuk.*

*Öğrenci 9: Ben 2011' i yine doğru kabul etmezdim mesela. 2011 çok uzak geliyor bana. 1998, 2001, 1999 bunlar daha mantıklı geliyor ama yapamadık, ispatlayamadık bu durumu.*

*Araştırmacı: Hala emin değilsiniz yani.*

*Öğrenci 10: Biz GeoGebra' ya güveniyoruz.*

Yapılan görüşmeden grup üyelerinden birinin modelin sonuçlarından şüphe etmesine rağmen, diğer grup üyelerinin GeoGebra' ya güvendikleri ve sonuçlarının doğru olduğunu belirttikleri anlaşılmaktadır. Katılımcıların yazılım yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi modelin doğrulanmasına yönelik yaklaşımlarını olumsuz yönde etkilemiştir. Buna karşılık G2 grubu Yağış Miktarı Problemi'nde internet ve GeoGebra yazılımını kullanarak oluşturduğu modelin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığını incelemiştir. G2 grubu bu amaçla problemde verilen Amerika Birleşik Devletleri'nin Chicago ve Hawaii eyaletlerine yakın eyaletlerin yıllık yağış miktarı verilerini internette araştırmıştır. G2 grubu daha sonra ulaştıkları verileri GeoGebra yazılımı aracılığıyla modellerinde yerine yazarak elde ettikleri değerleri problem verileri ile karşılaştırmıştır. G2 grubu ulaştıkları verilerin problem verilerine yakın sonuçlar verdiğini tespit etmiştir. Bunun sonucunda G2 grubu modellerinin genellenebilir bir model olduğuna karar vermiştir. Bu örnekte doğrulama basamağında internet ve GeoGebra yazılımı kullanımı, modelin sonuçlarının sorgulanmasına ve eleştirilmesine katkıda bulunmuştur.

Bu basamakta gruplar modeli doğrulamak amacıyla farklı modellerin grafiklerini inceleyerek kendi modelleri ile karşılaştırmıştır. Ancak G3 ve G4 grupları Dünyadaki Sıcaklık Artışı Problemi'nde, G5 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı Problemi'nde bu yaklaşımla modelin uygunluğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. Bunun temel nedeni problem verilerinin tüm modellerde yakın sonuçlar vermesi ve tüm modellerde grafiklerin benzer şekilde olmasıdır. Bu grupların yalnızca problem verilerine odaklandıkları, genel bağlamı dikkate almadıkları için bu türden bir zorlukla karşılaştıkları düşünülmektedir. Bu bağlamda bilgisayar teknolojisi doğrulama basamağında modelin test edilmesini kolaylaştırırken, öğretmen adaylarının modeli sadece problem verileri için test etme yaklaşımı modelin geçerliliğinin sağlanmasını zorlaştırmıştır.

### 3.2. Teorik Modelleme Problemlerinde Teknoloji Kullanımının Süreçte Karşılaşılan Güçlüklerle Etkisi

Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha çok zorluk yaşamıştır. Teorik modelleme problemlerinin çok fazla sayısal veri içermemesi, katılımcıların uygun varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesinde zorlanmalarına neden olmuştur. Bununla ilişkili olarak öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımı yardımıyla değişkenleri içeren dinamik yapıları oluşturmada güçlük yaşamışlardır. Öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler ve teknolojinin bu güçlükler açısından ortaya çıkan rollerine ilişkin bulgular matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında sunulmuştur.

#### 3.2.1. Problemi Anlama

Bu basamakta öğretmen adaylarının yaşadıkları güçlüklerle ilişkin bilgiler Tablo 9'da verilmiştir.

**Tablo 9.** Problemi anlama basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Problem durumunu anlayamama	G1, G5	G3, G4	-
Problemde istenenleri belirleyememe	-	G1, G2, G3	G1
Problem durumuna ilişkin kritik noktaları tespit edememe	G1, G2, G3	-	G2, G3

Tablo 9 incelendiğinde, grupların Dönme Dolap dışındaki diğer sorularda problem durumunu anlamlandırmada güçlük yaşadığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının problemde ne istendiğini tam olarak anlamadan problemi basitleştirme gayreti içine girmeleri ise en çok Merdiven Problemi'nde güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Gruplar problemdeki değişkenlerin belirlenmesini ve matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyecek olan kritik durumları tespit etme konusunda da zorlanmıştır. Deniz Feneri probleminde kritik durumları belirlemeye yönelik G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

*Öğrenci 1: Şimdi bak, normalde deniz fenerinin amacı nedir? Kıyıya yaklaşanların yönünü bulmasıdır değil mi?*

*Öğrenci 2: Evet.*

*Öğrenci 1: Ama sen çok uzak bir şeye açılırsan deniz fenerini göremezsin.*

*Öğrenci 2: Göremezsin, evet.*

*Öğrenci 1: Diyor ki sana, tam diyor gördüğü, görünmeye başladığı noktadan uzaklığı nedir diyor, yükseklik böyle iken. Anladın mı?*

*Öğrenci 2: Anladım, tamam.*

*Öğrenci 1: Mesela deniz fenerinin boyu ne kadar yüksek olursa o kadar açıdan daha çok görür değil mi?*

Öğrenci 2: *Tamam*

Öğrenci 1: *Ama kısa olursa daha çok yaklaşması gerekir. Yani ikisi de artan değerler. Eğer bir fonksiyon olacaksa bu, şu şekilde artan bir değer olması gerekiyor bunun.*

G1 grubuna ait konuşmalardan görüldüğü gibi grup üyeleri deniz fenerinin boyu ne kadar yüksek olursa deniz fenerinin daha çok mesafeden görüneceğini, kısa olursa geminin kıyıya daha çok yaklaşması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak grup üyeleri kıyıda yaklaşan bir geminin deniz fenerini her konumda görememesinin nedeninin dünyanın yuvarlaklığından kaynaklandığını belirleyememiştir. Grupların problem durumuna ilişkin kritik durumu belirleyememesi sürecin basitleştirme, matematikselleştirme gibi sonraki basamaklarında güçlük yaşamasına sebep olmuştur. G4 ve G5 grupları ise, tüm teorik modelleme problemleri için gerçek yaşam durumu ile ilgili önemli durumları tespit edebilmiştir. Gruplar teorik modelleme problemlerinin problemi anlama basamağında bilgisayar teknolojisine başvurmamıştır.

### 3.2.2. Basitleştirme

Grupların basitleştirme basamağında yaşadıkları güçlükler Tablo 10'da yer verilmiştir.

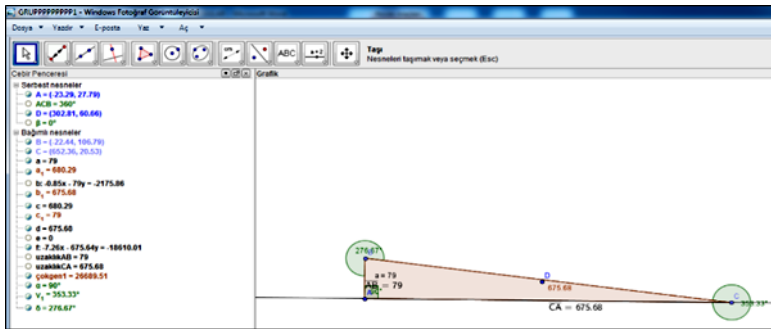
**Tablo 10.** Basitleştirme basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Uygun varsayımlar belirleyememe	G2, G3	G2	G1, G3
Değişkenleri belirleyememe	G1, G2, G3, G4, G5	G1, G2, G4	G1, G2, G3
Değişkenler arasındaki ilişkileri belirleyememe	G1, G5	G1, G3, G4, G5	G2, G3
Probleme durumuna uygun yapıyı kağıt-kalem ile çizememe	G5	-	-
Problem durumuna uygun yapıyı yazılım yardımı ile oluşturamama	G1	G1, G3, G4, G5	G2, G3

Tablo 10'a göre teorik modelleme problemlerinde gruplar en fazla problemle ilişkili değişkenlerin belirlenmesinde zorluk yaşamıştır. Gruplar yapılan görüşmelerde; problemlerde nicel verilerin az olması, bilinmeyen sayısının fazla olması ve problemlerin içerdiği farklı disiplinlere ilişkin kavramların (hız, hareket gibi) modelin oluşturulması için gerekli değişkenleri belirleme sürecini güçleştirdiğini ifade etmiştir. Bununla birlikte; G1, G2 ve G3 grupları problemin yapısına uygun matematiksel modelin oluşturmalarını sağlayacak varsayımların belirlenmesinde de güçlükler yaşamıştır. Bu gruplar modele çabucak ulaşmak gayesiyle probleme ilişkin bazı önemli durumları ihmal etmiştir. Bunun bir sonucu olarak uygun bir çözüme ulaşamayan gruplar tekrar başa dönmüştür. Bu gruplardan biri olan G2, Deniz Feneri Problemi'nde problem durumu hakkında bilgi edinme, varsayımları ve değişkenleri belirleme amacıyla internette araştırma yapmaya karar vermiştir. G2 bu amaçla deniz fenerlerinin özelliklerini araştırmış, bunlardan hangilerini modelde kullanacakları, hangilerini ihmal edecekleri konusunda fikir sahibi olmuştur. Grup üyeleri, ayrıca, Türkiye'deki deniz fenerlerinin boylarına ve görüş mesafelerine ait verileri araştırarak bu iki değişken arasında bir bağlantı elde etmeye karar

vermiştir. Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinde internet kullanımı matematiksel modelleme probleminin basitleştirilmesi ve değişkenlerin belirlenmesi açısından öğretmen adaylarına araştırma yapma imkânı sağlamıştır. Böylelikle modelleme sürecinde internetin varlığı problemi etkileyen durumların tartışılması ve en uygun değişkene karar verilmesi açısından gruplara yardımcı olmuştur.

Değişkenler arasındaki ilişkileri tespit sürecinde tüm gruplar zorluk yaşamıştır. Bu süreçte bazı gruplar problem durumuna ilişkin internet üzerinden deneysel veriler toplayarak (Örn. Deniz Feneri Problemi'nde G2 grubu) mevcut ilişkiyi ortaya koymaya çalışmış, bazıları ise kağıt üzerinde statik veya GeoGebra ekranında dinamik yapılar vasıtasıyla değişkenler arasındaki ilişkiye yönelik kanıtlar toplamaya çabalamıştır. Grupların statik veya dinamik yapı oluşturma gayretleri ise farklı güçlüklerin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Kağıt üzerindeki statik çizimler dikkate alındığında örneğin; Deniz Feneri Problemi'nde G5 grubu, problem durumunu betimleyen şekli ve ilgili özellikleri tam olarak çizimlerine yansıtamamalarının bir sonucu olarak mevcut ilişkiyi görmede zorlanmıştır. GeoGebra ekranında yapılan dinamik çizimler dikkate alındığında ise; grupların problem durumu ile birlikte yazılımı kullanma konusundaki teknik bilgi eksikliklerinin, uygun dinamik yapıları oluşturmalarını güçleştirdiği görülmüştür. Gruplar dinamik inceleme yapmalarını mümkün kılacak GeoGebra yazılımının sürgü oluşturma özelliğini kullanmada zorlanmıştır. Teknik boyuta ilişkin aksaklıklara rağmen, grupların GeoGebra ekranında oluşturdukları uygun dinamik yapılar değişkenler arasındaki ilişkileri görme ve formüle etme konusunda onlara çok yardımcı olmuştur. Şekil 7' de G1 grubunun Deniz Feneri Problemi için oluşturduğu dinamik yapı görülmektedir.



Şekil 7. G1 grubunun Deniz Feneri problemi için oluşturduğu dinamik model

G1 grubu tüm model oluşturma sürecinde bu dinamik yapıdan faydalanmıştır. Diğer taraftan G4 ve G5 grupları Merdiven Problemi için sürgü özelliğini kullanamasa da, GeoGebra' da oluşturdukları yapı yardımıyla merdiven üzerindeki noktanın elips şeklinde bir yörüngede hareket ettiğini fark etmiştir. Bu gruplar oluşturduğu yapıda merdivenin uzunluğunu sabit tutamasa da, noktanın her iki eksene olan uzaklığının değiştiğini ve bu uzaklıkların toplamının sabit olduğunu görmüştür. Bu örnekler GeoGebra yazılımının teorik modelleme problemlerinde, değişkenler arasındaki ilişkilerin dinamik olarak incelenmesi ve keşfedilmesi sürecine katkı yaptığını göstermektedir.

### 3.2.3. Matematikselleştirme

Grupların teorik modelleme problemlerinin matematikselleştirme basamağında yaşadıkları Tablo 11’ de verilmiştir.

**Tablo 11.** Matematikselleştirme basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Temel matematiksel kavramlar ile ilgili yeterli bilgiye sahip olmama	-	G1, G2, G3	G1, G2, G3
Farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin dikkati dağıtması	-	G1, G2, G3	G1, G2, G3
Kâğıt-kaleme dayalı işlemlerle uygun modeli oluşturmama	G3	G1, G2, G3	G1, G2, G3
Yazılıma dayalı işlemlerle uygun modeli oluşturmama	G1, G2	-	G3
Sözel ifadeleri cebirselleştirememesi	G4	G2, G3	-

Bu basamakta öğretmen adayları matematiksel modele ulaşma konusunda çeşitli güçlükler yaşamıştır. Grupların problemi anlama ve basitleştirme aşamasında yaşadıkları güçlükler, matematikselleştirme basamağındaki yaklaşımlarını etkilemiş, bu basamağın uygun bir şekilde tamamlanmasını güçleştirmiştir. Bu basamakta gruplar temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği nedeniyle modeli oluşturmada zorlanmıştır. Bu güçlük özellikle G1, G2, G3 gruplarında Merdiven ve Dönme Dolap Problemleri’nde ortaya çıkmıştır. Merdiven Problemi’nde grupların elips ve geometrik yer bulma; Dönme Dolap Problemi’nde periyot ve trigonometrik fonksiyon kavramlarına ilişkin bilgi eksiklikleri ve bu probleme yönelik basitleştirme basamağında yaşadıkları güçlükler (uygun grafiği çizme, değişkenler arası ilişkileri belirleme) grupların uygun matematiksel modele ulaşmalarını zorlaştırmıştır. Bunun yanında aynı gruplar Merdiven ve Dönme Dolap Problemleri’nde problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri (özellikle fizik) çağrıştıran kelimeler (hız, hareket, zaman) nedeniyle istenen duruma uygun matematiksel modelleri oluşturma konusunda zorlanmıştır. Bu gruplar ile yapılan odak grup görüşmelerinde öğretmen adayları hız-zaman kavramlarının fizik disiplinini çağrıştırdığını, bu yüzden fizik formüllerini hatırlama ihtiyacı hissettiklerini belirtmiştir.

G3 grubu tüm teorik modelleme problemlerinde, G1 ve G2 grupları ise Merdiven ve Dönme Dolap Problemleri’nde uygun grafik veya şekillerin çizilmemesi veya yapılan işlem hataları nedeniyle kâğıt-kalem ile uygun matematiksel modelleri oluşturma konusunda zorlanmıştır. Buna karşın G4 grubu tüm teorik modelleme problemlerinde kâğıt-kalem ile uygun matematiksel modellere ulaşmış ve uygun bir model elde edebilmiştir. G5 grubu ise Deniz Feneri Problemi ve Merdiven Problemi’nde kâğıt-kalem ile uygun modellere ulaşabilmiştir. G1, G2 ve G3 gruplarının kâğıt-kalemle matematiksel modeli oluşturma konusunda yaşadıkları güçlükler, grupları bilgisayar teknolojisi yardımıyla matematiksel modellerini oluşturmaya yönlendirmiştir. Özellikle Dönme Dolap Problemi’nde G4 grubu dışındaki tüm gruplar problem için oluşturdukları verileri GeoGebra yazılımına yazarak regresyon analizi yapmış ve uygun matematiksel modele ulaşabilmiştir. Bu bağlamda

GeoGebra yazılımı kâğıt-kalem ile ulaşılmaması zor olan modellerin oluşturulmasını ve veriler için en uygun modelin belirlenmesini kolaylaştırmıştır. Matematikselleştirme basamağında ortaya çıkan bir diğer zorluk; bazı grupların değişkenler arasında tespit ettikleri ilişkileri matematiksel forma dönüştürürken zorlanmasıdır. Örneğin G4 grubu Deniz Feneri Problemi'nde sözel olarak düşündüklerini formüle etmede zorlandıklarını belirtmiştir.

### 3.2.4. Matematiksel Çalışma

Öğretmen adaylarının matematiksel modelin çözümünü gerçekleştirdikleri ve matematiksel sonuçlar elde etmeye çalıştığı bu basamağa yönelik yaşadıkları güçlükler Tablo 12' de yer verilmiştir.

**Tablo 12.** Matematiksel çalışma basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Çözüm için matematiksel bilgiyi uygun şekilde kullanamama	G3, G5	-	-

Gruplar deneysel modelleme problemlerinde olduğu gibi teorik modelleme problemlerinde de matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği ve matematiksel modelin çözümüne yönelik yapılan işlem hataları nedeniyle matematiksel çalışmalarda güçlükler yaşamıştır. Bu güçlük G3 ve G5 gruplarının Deniz Feneri Problemi ile çalışması sırasında belirgin şekilde ortaya çıkmıştır. Merdiven Problemi'nde G4 ve G5 grupları dışındaki gruplar matematiksel modeli elde edemediğinden bu basamağa yönelik bir çalışmada bulunmamıştır. Dönme Dolap Problemi'nde ise, G4 grubu dışındaki gruplar problem için veriler oluşturarak bilgisayar teknolojisine dayalı bir matematikselleştirme süreci takip etmiştir. Bu gruplar matematiksel çalışmalarını yine teknoloji aracılığıyla yürütmüştür. Bu bağlamda GeoGebra yazılımı hem matematiksel modelin oluşturulmasında hem de sonuçların üretilmesinde öğretmen adaylarına kolaylık sağlamıştır.

### 3.2.5. Yorumlama

Matematiksel sonuçların analiz edildiği, gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlandığı ve çözümün kelimelerle ifade edildiği bu basamakta gruplar elde ettikleri modelleri gerçek yaşama taşımakta güçlük yaşamıştır.

**Tablo 13.** Yorumlama basamağında karşılaşılan güçlük

Güçlük	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi göz ardı etme	G1, G3	G4, G5	G1, G2, G3, G4

Tablo 13'te görüldüğü gibi gruplar zaman zaman matematiksel modelin sonuçlarının gerçek yaşam ile olan ilişkisini incelemeyi göz ardı etmiştir. Bu güçlük G1 ve G3 gruplarının Deniz Feneri Problemi ile çalışmasında, G4 ve G5 gruplarının Merdiven

Problemi ile çalışmasında ve G1, G2, G3, G4 gruplarının Dönme Dolap Problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

Teknolojinin varlığı bazı gruplar için bu aşamada kolaylık sağlamıştır. Örneğin; Deniz Feneri Problemi'nde G2 ve G5 grupları matematiksel modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırmıştır. G2 grubu internette yaptığı araştırma sonucunda Şile Deniz Feneri'nin gerçek yaşamda ne kadar görüş mesafesine sahip olduğu bilgisine ulaşmıştır. Bilgisayar teknolojisinin yorumlama basamağında oynadığı bu rol, matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişi kolaylaştırmıştır.

### 3.2.6. Doğrulama

Bu basamağa yönelik öğretmen adaylarının yaşadığı güçlükler Tablo 14'te verilmiştir.

**Tablo 14.** Doğrulama basamağında karşılaşılan güçlükler

Güçlükler	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Modelin geçerli ve genellenebilir olmasını göz ardı etme	G1, G3	G2, G3	G2, G3
Modelin geçerliliği hakkında karar verememe	G2	G5	-

Tablo 14'ten görülebileceği gibi Deniz Feneri Problemi'nde G1 ve G3 grupları modeli elde ettikten sonra modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik bir çalışma yapmamıştır. Bu gruplar oluşturdukları matematiksel modelin başka deniz fenerleri için genellenebilir olup olmadığını dikkate almamıştır. G1 grubu matematiksel modeli yazılım aracılığıyla oluşturduklarından çözümlerinin doğru olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının bilgisayar teknolojisine aşırı güven duyması, modelin doğrulanmasını göz ardı etmelerine neden olmuştur. Bu durum matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmıştır. Merdiven probleminde ise G2 ve G3 grupları özel durumlar için belirledikleri matematiksel modelleri doğrulamak için yine özel durumları incelemiştir. Bu anlamda çalışma grupları matematiksel modelin geçerliliğini sağlayamamıştır. Benzer şekilde Dönme Dolap Problemi'nde G2 ve G3 grupları elde ettiği matematiksel modelin geçerli ve genellenebilir olup olmadığını dikkate almamış, modeli doğrulamaya yönelik bir çalışma yapmamıştır. Buna bağlı olarak G2 grubu Deniz Feneri Problemi'nde, G5 grubu ise Merdiven Problemi'nde modelin geçerliliğini tüm durumlar için sağlayamamaları nedeniyle modelin doğruluğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır.

Buna karşın, G4 grubu Deniz Feneri Problemi'nde, G1 ve G5 grupları ise Dönme Dolap Problemi'nde GeoGebra yazılımından yararlanarak modellerini doğrulamıştır. G4 grubu kâğıt-kalem ile oluşturduğu modele yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çizimle modelden elde ettikleri sonuçları doğrulamıştır. G1 ve G5 grupları ise Dönme Dolap Problemi için GeoGebra yazılımı ile elde ettiği matematiksel modelleri farklı değerler için test etme imkânı bulmuştur (Bkz. Tablo 15).



**Tablo 15.** G4 Grubunun dönme dolap probleminde modeli oluşturmaya ve doğrulamaya yönelik yaptığı çalışmalar

The image shows a handwritten mathematical solution on the left and a GeoGebra interface on the right. The handwritten work includes a diagram of a circle with points A, B, C, and D, and a central point O. The text describes a rotating door problem where a point on the door moves in a circular path. The solution involves finding the height h(t) of the point at time t. The final equation derived is  $h(t) = 25 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)\right)$ . The GeoGebra interface shows a circle with center O and radius 25, and a point A on the circle. The equation of the circle is  $C: (x - 26.19)^2 + (y - 25.02)^2 = 625$ . The point A is at  $(26.19, 25.02)$ . The radius is 25. The angle of rotation is  $\alpha$ , and the height h is calculated as  $h = 25(1 - \cos\alpha)$ . The final equation is  $h(t) = 25 \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)\right]$ .

Tablo 15'te görüldüğü gibi G4 grubu kâğıt-kalem ile oluşturduğu modeli GeoGebra yazılımında farklı değerler için test ederek doğrulamıştır. G4 grubu oluşturduğu  $h(t)$  fonksiyonu için GeoGebra yazılımında farklı değerler girmiştir. Daha sonra bu değerlerin fonksiyondaki karşılığını incelemiş ve sonuçları tartışmıştır. Grup üyeleri elde ettikleri değerlerin yakın sonuçlar olduğunu görmüş ve modellerinin doğru bir model olduğuna karar vermiştir. Bu bağlamda doğrulama basamağında bilgisayar teknolojisi kullanımı matematiksel modellerin ve bu modeller yardımıyla elde edilen gerçek yaşam verilerinin problem durumuna gerçekçi bir çözüm getirip getirmediğinin sorgulanmasını kolaylaştırmıştır. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde her bir basamakta güçlük yaşadığı, bilgisayar teknolojisinin kullanımı ise matematiksel modelleme sürecini büyük ölçüde kolaylaştırdığı görülmektedir. Bir sonraki bölümde çalışmadan elde edilen bulgular alanyazın ışığında tartışılmıştır.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde yaşadığı güçlükleri belirlemek ve bu güçlüklerin giderilmesinde bilgisayar teknolojisinin nasıl bir etkisinin olduğunu ortaya koymak amacıyla yapılan bu çalışmada öğretmen adaylarının modelleme sürecinin her bir basamağında çeşitli güçlüklerle karşılaştığı tespit edilmiştir. Döngüsel bir süreç olarak kabul edilen matematiksel modelleme sürecinin herhangi bir basamağında yaşanan güçlükler sürecin sonraki basamaklarında da çeşitli güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur. Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha çok zorlanmıştır. Bu durum Berry ve Houston'ın (1995) çalışmasında ortaya koyduğu teorik modelleme problemlerinin deneysel modelleme problemlerine göre daha karmaşık ve zor olduğu sonucuyla paralellik göstermektedir. Teorik modelleme problemlerinin doğasından kaynaklı olarak sayısal veri içermemesi ve istenen durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı nedeniyle uygun varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesinde daha fazla güçlük yaşanmasına sebep olmuştur. Bilgisayar teknolojisinin kullanımı ise matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan güçlüklerin giderilmesine büyük ölçüde katkı sağlamıştır.

Öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler incelendiğinde, her iki modelleme türünde benzer ve farklı güçlüklerin ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmen adayları hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde problemde istenenleri belirlemede zorlanmıştır. Öğretmen adaylarının problemde istenenleri netleştirmeden basitleştirme işlemlerine başlaması problemi doğru bir şekilde anlayıp uygun işlemler yapmaları açısından zorluk çıkartmıştır. Ulaşılan bu sonuca benzer biçimde Kant (2011) ve Maaß'ın (2007) çalışmasında öğrencilerin problemi anlama ve analiz etmek için yeterli zaman harcamadan hızlı bir şekilde çözüme ulaşma isteği problemin anlaşılmasını zorlaştırmıştır. Ancak bu çalışmalardan farklı olarak G2 grubunun problemin bağlamını yorumlamak amacıyla internette yaptığı araştırmalar problemde istenenlerin uygun bir şekilde belirlenmesini kolaylaştırmıştır. Bu bağlamda problemi anlama basamağında bu gruptaki bilgisayar teknolojisi kullanımı, problemin anlaşılmasında kolaylaştırıcı bir rol üstlenmiştir. Bunun yanında her iki modelleme türünde de öğretmen adayları değişkenleri belirleme ve değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koyma konusunda zorlanmıştır. Öğretmen adaylarının ön bilgileri, geçmiş deneyimleri ve problemi uygun şekilde anlamlandıramamaları uygun değişkenlerin belirlenmesini olumsuz yönde etkilemiştir. Özellikle problem durumuna ilişkin kritik durumların belirlenmesinde (Örn. Deniz Feneri Problemi'nde dünyanın yuvarlak oluşunun dikkate alınmaması) öğretmen adaylarının ön bilgileri ve geçmiş deneyimleri problemin anlaşılmasını zorlaştırmıştır. Buna karşın G2 grubu Deniz Feneri Problemi için internette yaptığı araştırma sonucunda modelde kullanacağı değişkenleri kolaylıkla belirleyebilmiştir. Bu bağlamda Geiger'in (2011) de belirttiği gibi basitleştirme basamağında durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı ve en uygun değişkenin hangisi olduğuna karar verme konusunda yaşanan güçlüklerin giderilmesi açısından internet öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamıştır. Ayrıca matematiksel modelleme sürecinde internetin varlığı, uygun varsayımların belirlenmesi ve modelde kullanılacak değişkenlerin gerçek yaşam değerlerinin elde edilmesi açısından öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamıştır.

Her iki problem türünde de öğretmen adayları değişkenleri içeren uygun şekil ve grafikleri çizme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu güçlük özellikle kâğıt-kalemle yapılan çalışmalarda ortaya çıkmıştır. Deneysel modelleme problemlerinde grafik çizimi amacıyla GeoGebra yazılımının kullanılması ise kâğıt-kalemle yapılan ölçeklendirme hatalarının ve çizim zorluklarının giderilmesine katkıda bulunmuştur. Bu durum Carreira, Amado ve Canário'nun (2013) çalışmasında ortaya koyduğu; öğrencilerin grafik çizmek amacıyla kâğıt-kalem yerine GeoGebra yazılımını kullandıkları ve yazılımın grafik çiziminde öğrencilere kolaylık sağladığı sonucuyla paralellik göstermektedir. Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında özellikle matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik çalışmalarda öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri matematiksel modelin oluşturulmasını zorlaştırmıştır. Buna karşın özellikle deneysel modelleme problemlerinde GeoGebra yazılımının kullanımı farklı matematiksel modellerin kolaylıkla oluşturulmasını sağlamıştır. Bu bağlamda temel matematiksel kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri nedeniyle modelin

oluşturulmasında yaşanan güçlükler, bilgisayar teknolojisi ile beraber büyük ölçüde giderilmiştir.

Her iki modelleme türü için öğretmen adayları oluşturdukları matematiksel modellerin sonuçlarının gerçek yaşam durumunda işleyişini ve elde ettikleri modelin yeterli bir model olup olmadığını inceleme konusunda zorlanmıştır. Deneysel modelleme problemlerinde modelin yalnızca problemdeki verilere yakın sonuçlar vermesinin yeterli kabul edilmesi ve modelin bir bütün olarak mevcut durumu yorumlamadaki yeterliliğinin araştırılmaması bu duruma bir örnektir. Teorik modelleme problemlerinde ise gruplar genellikle modelin sonuçlarının gerçek yaşamdaki anlamını tartışmak yerine çözüm yolunun doğruluğunu araştırmıştır. Bu durum Kant'ın (2011) ortaya koyduğu öğrencilerin gerçek hayat probleminin modelle olan ilişkisine bakmadıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. Bu durumun Zbiek ve Conner'in (2006) belirttiği gibi yorumlamanın bilinçaltı bir eylem olmasından ve her zaman açıkça ifade edilmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Buna karşın G2 ve G5 grupları hem deneysel hem de teorik modelleme problemleri için elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırmıştır. Bu gruplar modelden elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam değeriyle karşılaştırarak yorumlayabilmiştir. Bu bağlamda yorumlama basamağında bilgisayar teknolojisi kullanımı matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişte yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Doğrulama basamağında ise öğretmen adayları modelin farklı durumlar için geçerli ve genellenebilir olup olmadığını dikkate alma konusunda zorlanmıştır. Bu sonuca paralel olarak birçok çalışma sonucunda da öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlamada güçlük yaşadıkları sıkça ulaşılan sonuçlardan biridir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Kant, 2011; Maaß, 2007). Bu durumun aksine bu çalışmada G1, G4 ve G5 grupları GeoGebra yazılımını kullanarak oluşturdukları modelin geçerliliğini farklı durumlar için inceleme fırsatı bulmuştur. Bu bağlamda doğrulama basamağında bilgisayar teknolojisinin varlığı öğretmen adaylarının doğrulama basamağını ihmal etmelerinin önüne geçmiştir. Ancak deneysel modelleme problemlerinde G3 grubu oluşturduğu modeli sadece birkaç problem verisi için test etmiştir. Bu grubun bilgisayar teknolojisine aşırı güven duyması modelin geçerliliğini göz ardı etmelerine sebep olmuştur. Bu durum bilgisayar teknolojisinin olumsuz bir etkisi olarak ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde Lingefjärd'in (2000) çalışmasında da öğrenciler teknolojiye çok fazla güvenmiş ve bu durum öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlama aşamasını göz ardı etmesine neden olmuştur.

Deneysel ve teorik modelleme problemlerinde benzer güçlüklerin yanı sıra farklı güçlüklerin de ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında modelin oluşturulması için gerekli veya gereksiz olan verilerin ayırt edilmesinde güçlükler yaşamıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise uygun varsayımların belirlenmesinde güçlükler yaşanmıştır. Gerçek yaşam durumu ile ilgili internette araştırma yapan gruplar ise uygun varsayım ve değişkenleri belirlerken daha az zorlanmıştır. Deneysel modelleme problemlerinin matematikselleştirme basamağında modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasında daha önceki deneyimlerin ağırlıklı olarak doğrusal modellemeye ilişkin olması, diğer fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleri hakkındaki eksik veya hatalı bilgiler uygun modelin oluşturulmasını

---

zorlaştırmıştır. Matematiksel modeli oluşturmak amacıyla GeoGebra yazılımında çalışan gruplar ise oluşturdukları veriler için regresyon analizi uygulayarak matematiksel modellerini kolaylıkla oluşturmuştur. Bu bağlamda matematikselleştirme basamağında bilgisayar teknolojisi kullanımı modelin oluşturulmasında yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Teorik modelleme problemlerinde matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda ise problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin, farklı disiplinlere yönelik değişkenler ve kavramların kullanılmasına neden olması, istenen duruma uygun matematiksel modellerin oluşturulmasını zorlaştırmıştır. Deneysel modelleme problemlerinin matematiksel çalışma basamağında öğretmen adayları kâğıt-kaleme dayalı yaptıkları çalışmalarda gerçek yaşam verileri ile hesaplama yapmakta zorlanmıştır. Öğretmen adayları daha sonra yaşadıkları bu zorluk nedeniyle hesaplamalarını yapmak amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Bu bağlamda matematiksel çalışma basamağında bilgisayar teknolojisi kullanımı Ang'in (2010) de belirttiği gibi karmaşık veya sıkıcı sayısal hesaplamalar ile mücadele etmek yerine modelin uygulanması ve matematiğe odaklanma konusunda öğretmen adaylarına destek olmuştur. Ayrıca bu durum Geiger'in (2011) ortaya koymuş olduğu sınırlı bir zamanda öğretmen adayları tarafından ulaşılması güç olan sayısal ve cebirsel sonuçlara hızlı bir şekilde ulaşılması konusunda teknolojik araçların büyük kolaylık sağladığı sonucuyla paralellik göstermektedir. Teorik modelleme problemlerinde öğretmen adayları özellikle dinamik yapıların oluşturulmasında ve yazılımın sürgü özelliğini kullanma konusunda zorlanmıştır. Köse, Uyan ve Özen (2012) de öğretmenlerin ve öğrencilerin dinamik yapıların oluşturulmasında sürükleme ve sürüklemenin uygun kullanımı konusunda zorlandıklarını ifade etmiştir. Teorik modelleme problemlerinde teknolojinin uygun olmayan şekilde kullanımı veya teknoloji kullanımı konusunda yapılan teknik hatalar matematiksel modelleme sürecinin uygun bir şekilde tamamlanmasını etkilemiştir. Bu sonuçtan hareketle öğretmen adaylarının gerçek yaşam durumlarına ait geometrik yapıları oluşturma konusunda daha fazla deneyim kazanmalarının gerekliliği ortaya çıkmaktadır (Köse, Uyan ve Özen, 2012).

## 5. Öneriler

Gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların varlığı öğretmen adaylarına önemli fırsat sağlamış ve yaşanan birçok güçlüğü önüne geçilmesinde etkili olmuştur. Bu bağlamda bilgisayar teknolojisinin öğrenciler için sağladığı zengin bilişsel ortam ve modelleme sürecinde sağladığı fırsat ve imkânlar düşünüldüğünde, öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri ile çalışmaları sürecinde uygun teknolojik araçların sağlanması önerilmektedir. Bunun yanında matematiksel modelleme derslerinin içeriğinde teknoloji destekli matematiksel modellemeye yer verilmesi, teknoloji ile matematiksel modellemeyi entegre edecek modelleme etkinlikleri geliştirilmesi ve uygulanması önerilmektedir.

Her iki modelleme problemi türünde öğretmen adaylarının problem anlama basamağında problemde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Bu güçlüğü ortadan kaldırılması için öğretmen adaylarının problem üzerinde düşünmesi

ve problemi anlamaya yönelik matematik okuryazarlığının geliştirilerek matematik dilini kullanmaları sağlanabilir. Bununla birlikte her iki modelleme türünde öğretmen adayları uygun varsayım ve değişkenlerin belirlenmesinde, ilgili ve ilgisiz verilerin ayırt edilmesinde güçlükler yaşamıştır. Bu zorluğu ortadan kaldırmak amacıyla öğretmen adaylarının gerçek yaşam durumlarını yorumlamasına ve matematik ile ilişkilendirmesine olanak sağlayan matematiksel modelleme etkinlikleriyle güçlü ve uzun süreli deneyimler yaşaması gerekmektedir. Bununla birlikte modelleme sürecinde internet kullanımı problemin bağlamının araştırılması ile beraber uygun varsayım ve değişkenlerin belirlenmesi sürecini desteklemiş, ilgili-ilgisiz verilerin belirlenmesi konusunda öğretmen adaylarının fikir sahibi olmasını sağlamıştır. Bu nedenle öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde internet erişimine sahip bilgisayarlar sağlanmalıdır.

Hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının yorumlama ve doğrulama basamaklarında zorlandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının yorumlama basamağında yaşadıkları güçlüklerin giderilmesi amacıyla öğretmen adaylarına modelleme problemlerinin sınıf-ıçi uygulamaları ile ilgili sorgulama yapmalarını sağlayacak daha çok fırsat verilmelidir. Doğrulama basamağında yaşanan güçlüklerin giderilmesi için ise alternatif çözüm yollarının geliştirilmesine yönelik öğretmen adayları teşvik edilmelidir. Bununla birlikte yorumlama ve doğrulama basamaklarında bilgisayar teknolojisi kullanımı yaşanan güçlükleri büyük ölçüde gidermiştir. Bu nedenle gerekli teknolojik araçlar sağlanarak, öğretmen adayları modeli sorgulama ve alternatif çözüm yolları üretme amacıyla bilgisayar teknolojisini kullanmaya teşvik edilebilir.

Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinin modeli oluşturma basamağında GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmış ancak veriler için uygun modeli belirleme konusunda önemli güçlükler yaşamıştır. Öğretmen adaylarının yaşadığı bu güçlüğün grafik okuma, grafiği yorumlama ve fonksiyon türlerine yönelik bilgi ve deneyim eksikliklerinden kaynaklandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu güçlüğün giderilmesi için öğretmen adaylarının yetiştirilmesinde bu kavramları içeren günlük yaşam etkinliklerine yer verilmesi, verilerin eğilimi ile ilgili tartışmalar yapılmalıdır.

Teorik modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının teknolojiyi kullanarak gerçek yaşam durumuna ait dinamik yapıları oluşturma konusunda güçlük yaşadığı görülmüştür. Bu güçlüğün ortadan kaldırılması için bilgisayar destekli matematik öğretimi derslerinde matematiksel modelleme problemlerine yer verilmesi ve öğrencilerin gerçek yaşam durumlarına ait geometrik yapıları oluşturma konusunda deneyim kazanması önerilmektedir.

Çalışmanın bir diğer sonucu olarak öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha fazla güçlük yaşadığı görülmüştür. Öğretmen adayları, yaşadığı bu güçlüğün teorik modelleme problemlerinin sayısal veri içermemesinden kaynaklandığını ve bu durumun değişkenlerin belirlenmesinde ve çözüm yoluna karar vermede güçlük yaşamalarına sebep olduğunu ifade etmiştir. Bu güçlüğün giderilmesi için öğretmen adaylarının teoriye dayalı gerçek

---

yaşam durumları ile daha fazla deneyim yaşamaları sağlanabilir. Bu çalışmada ele alınan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri ile sınırlı tutulmuştur. İleride yapılacak çalışmalarda matematiksel modelleme problemlerine yönelik alanyazında yer alan farklı araştırmacılara ait sınıflandırmalar ele alınarak matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolü ve yaşanan glklerde farklılık oluşturup oluşturmadığı incelenebilir.

## **A Study on the Computer Usage in Mathematical Modeling of Pre-Service Mathematics Teachers**

### **Extended Abstract**

#### **Introduction**

One of the most important aims of mathematics education is to prepare individuals for real life. However, students have difficulties in how and where they can apply the information they learn in their daily life (Doruk & Umay, 2011). The possible way to overcome this problem is to bring the math in everyday life to the classroom environment. Traditional mathematics teaching has emerged as a modeling approach in mathematics education because students do not develop their application skills in different contexts (Lingefjård, 2006). The inclusion of real-life applications of mathematics and the ability to produce more analytical and practical solutions to the phenomena using mathematics gave rise to the idea that mathematical modeling should be used in lessons (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006). However, when studies on mathematical modeling are examined, it is seen that students have various difficulties in almost every step of the mathematical modeling process. The PISA-2006 findings also revealed that students from all over the world are experiencing problems in the process of working with modeling activities (Ural & Ulper, 2013). Successful completion of the modeling process and elimination of difficulties in the process for the development of modeling competencies are important and necessary. The use of technological tools in mathematical modeling studies has come to the forefront, with emphasis on the necessity of technological tools in the process of mathematical modeling, which was published in 1986 by the International Commission on Mathematical Instruction. With technology finding an important place in teaching programs, it has become necessary to use the technology effectively in lessons with the thought that it will make a positive contribution to the mathematical modeling process (Blomhøj, 1993). It is expressed by researchers that the use of technology in the process of mathematical modeling, which is defined as a complex process, may be useful in solving the difficulties experienced in the process as well as developing different perspectives on the problem situation (Ang, 2010). However, it can be said that there is a limited number of study (Galbraith & Stillman, 2006; Stillman, Galbraith, Brown & Edwards, 2007) to determine the modeling process in a technology equipped environment, together with the difficulties experienced in this process. In addition, studies have shown that researchers have not considered the classifications of mathematical modeling problems and have studied the process more generally. Mathematical modeling problems which are used in the study by considering the classification in mathematical modeling problems are determined as experimental and theoretical modeling problems. Thus, by studying different types of mathematical modeling problems, the effect of the technology on the difficulties encountered during the modeling process is elaborated. Nevertheless, it is thought that this study will shed light on the studies on designing learning environments for technology-supported mathematical modeling in the future. For this reasons the aim of this research is to identify the difficulties faced by preservice mathematics teachers

---

in solving experimental and theoretical modeling problems and to show how the effect of computer usage is in eliminating these difficulties.

### **Methodology**

The case study method was used in this study. The study sample consisted of 20 preservice teachers in their last year at the elementary mathematics education program. Each of the prospective teachers has experience with mathematical modeling and using GeoGebra software. The participants worked on six mathematical modeling problems, three experimental and three theoretical problems, in groups of four. Groups included in the study were coded as G1, G2, G3, G4, G5. Each group was provided a computer with GeoGebra software and internet access and was free to use technology as they want. Participants' works during the process was recorded with video camera. The data were collected from the videos recorded, the focus group discussions, the work files and screencasts of the groups on the computers and the observation notes of the researcher. The data were analyzed comparatively using content analysis. Coding was done to find out what difficulties preservice teachers had in the process of solving mathematical modeling problems. The codes obtained were classified under the steps of the mathematical modeling process. Finally, it has been determined how the effects of computer usage are in terms of eliminating the difficulties faced by preservice teachers in the modeling process.

### **Results**

In this study it has been found that the prospective teachers have encountered various difficulties in each step of the modeling process. The use of technological tools has contributed to the elimination of many difficulties experienced in the process. For the understanding phase of experimental modeling problems, groups had difficulties to relate what was given in the problem. In this phase G2, who made research using the internet, was able to determine appropriately what was given in the problem. Most of the groups, in the simplification step, had difficulty in determining the relationship between the data in all experimental problems and creating the appropriate graph of the data in this direction. Especially in hand made graphic drawings, improper scaling has caused the resultant groups to reach incorrect conclusions. A clear role for GeoGebra has emerged in resolving the difficulties that groups have experienced in determining relationships between data and creating appropriate graphs of data. Using the internet in theoretical modeling problems, simplifying the problem of mathematical modeling and determining the variables provided the possibility of conducting research for preservice teachers. When the dynamic drawings on the GeoGebra screen are taken into consideration; it has been found that the lack of technical knowledge on the use of software together with the problem situation of the groups make it difficult to form appropriate dynamic structures. Groups have been forced to use the slider tool of GeoGebra software to allow them to perform dynamic inspections. Despite technical difficulties, the dynamic structures that groups create on the GeoGebra screen have helped them to see and formulate the relationships between variables. In addition, groups can easily see the relationships by creating graphs of the data using GeoGebra software for experimental modeling problems. In the mathematization step of experimental modeling

---



problems, multi-step operations and decimal numbers caused groups to give up paper-pencil solution. Groups directed to GeoGebra software could easily generate models considering different types of functions with the help of regression analysis. However, the opportunity offered by GeoGebra software to easily perform regression analysis has not always led groups to form the right mathematical model. Some groups with the idea that the most appropriate model for the data should pass over all of the existing points have obtained complex, useless and only valid models for problem data. This has emerged as a negative effect of computer usage on the work of some groups. In the mathematical working phase, computer usage has virtually eliminated difficulties to deal with complex real-life data. The use of technological tools in the validation phase of experimental modeling problems has affected both this phase as positive and negative. The use of the internet and GeoGebra software in the validation phase has contributed positively to the process by contributing to the questioning and criticizing of the model's results. However, too much trust in the results obtained by some groups with software, has affected their attitude towards validation of the model negatively. In the interpretation phase of both experimental and theoretical modeling problems, most of the groups were forced to take the mathematical model to consider the transition to real life situations. However, the G2 and G5 groups have reached real life data using the Internet and have found that the model they produce is very close to real life data. In this context, the use of the internet in the interpretation phase, has facilitated the attainment of real life data and interpretation of whether the results obtained from the model are realistic.

### **Conclusions and Discussion**

The results show that the preservice teachers meet various difficulties in each step of the modeling process and that the use of technological tools greatly contributes to the elimination of difficulties faced by preservice teachers in this process. Preservice teachers have more difficulties in theoretical modeling problems than experimental modeling problems. This is paralleled by Berry and Houston's (1995) study that theoretical modeling problems are more complex and difficult than experimental modeling problems. Since theoretical modeling problems do not have numerical data originating from the nature and because of the excess of variables that affect the problem situation, has led to further difficulties in determining appropriate assumptions and variables. The use of technological tools has greatly contributed to the elimination of difficulties in the mathematical modeling process. The use of the Internet in the understanding and interpretation phases has greatly eliminated the difficulties experienced in these steps by understanding the problem situation and investigating the real life values of the results obtained. In the mathematical study phase, technological tools have made it possible to overcome the difficulties due to the difficulty of processing and the mistakes in processing with real life data. This is paralleled by the fact that Geiger's (2011) facilitates the technological tools to quickly achieve numerical and algebraic results, which are difficult for preservice teaches to achieve. In light of these results, it is suggested to provide appropriate technological tools in the process of students working with mathematical modeling problems. Also it is suggested that mathematical modeling lessons include technology-supported mathematical modeling activities.

## Kaynaklar/References

- Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*. Retrieved November 10, 2015 from [http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010\\_18134.pdf](http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf)
- Arzarello, F., Ferrara, F., & Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: The role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications*, 31(1), 20-30.
- Aydın-Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Bal, A. P. ve Doğanay, A. (2014). Sınıf öğretmenliği adaylarının matematiksel modelleme sürecini anlamalarını geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1363-1384.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Blomhøj, M. (1993). Modelling of dynamical systems at O-level. In J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley, & M. Niss (Eds.), *Innovation in mathematics education by modelling and applications* (pp. 257-268). Chichester: Ellis Horwood.
- Blomhøj, M. & Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im mathematikunterricht – trends und perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, 23, 15-38.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo-Ferri, R., & Blum, W. (2013, February). *Barriers and motivations of primary teachers for implementing modeling in mathematics lesson*. Paper presented at 8th Congress of European Research in Mathematics Education, Antalya, Turkey.
- Borromeo-Ferri, R., & Blum, W. (2011). Are integrated thinkers better able to intervene adaptively? – A case study in a mathematical modelling environment. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol.7, pp. 927-936). Rzesow, Poland: University of Rzeszow.
- Carreira, S., Amado, N., & Canário, F. (2013, February). *Students' modelling of linear functions: How geogebra stimulates a geometrical approach*. Paper presented at CERME 8, Antalya, Turkey.
- Doruk, B. K. ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41), 124-135.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 143-162.

- Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers' adoption of innovative practices with technology and mathematical modeling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling*, (ICTMA 14) (pp. 305 – 314). New York: Springer.
- Ghosh, J. B. (2015). Learning mathematics in secondary school: The case of mathematical modelling enabled by technology. In S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 203-222). Switzerland: Springer International Publishing.
- Hidroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Kadijevich, D., Haapasalo, L., & Hvorecky, J. (2005). Using technology in applications and modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 114-122.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling education, engineering and economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Kant, S. (2011). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri ve karşılaşılan güçlükler* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13(2), 185-192.
- Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri* (Yayınlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Köse, N., Uygan, C. ve Özen, D. (2014). Dinamik geometri yazılımlarındaki sürükleme ve çeşitlerinin geometri öğretimindeki rolü. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 3(1), 35-52.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003). Foundations of model and modelling perspectives on mathematic teaching and learning. In R. A. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspectives on mathematics teaching, learning and problem solving* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R. A., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 763-802). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lingefjård, T. (2000). *Mathematical modeling by prospective teachers using technology* (Unpublished doctoral dissertation). University of Georgia, USA.
- Lingefjård, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2), 96-112.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.

- Maaß, K. (2007). Modelling tasks for low achieving students – first results of an empirical study. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of The European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2120-2129). Larnaca: University of Cyprus.
- Mousoulides, N. (2007). *A modeling perspective in the teaching and learning of mathematical problem solving* (Unpublished doctoral dissertation). University of Cyprus, Cyprus.
- Mousoulides, N., Chrysostomou, M., Pittalis, M., & Christou, C. (2009, February). *Modeling with technology in elementary classrooms*. Paper presented at CERME 6, Lyon, France.
- Mousoulides, N., Christou, C., & Sriraman, B. (2006). *From problem solving to modelling-a meta analysis*. Retrieved August 14, 2011 from <http://www.umt.edu/math/reports/sriraman/mousoulideschristousriraman.pdf>.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2007). *PISA 2006: Science competencies for tomorrow's world* (Vol. 1). Paris: OECD Publications.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Pollak, H. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 2(2-3), 393-404.
- Santos-Trigo, M., & Reyes-Rodríguez, A. (2011). Teachers' use of computational tools to construct and explore dynamic mathematical models. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(3), 313-336.
- Schaap, S., Vos, P., & Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: Exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 137-146). Netherlands: Springer.
- Siller, H. S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, S., & Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2136-2145). France: INRP.
- Sriraman, B. (2005). *Conceptualizing the notion of model eliciting*. Retrieved February 21, 2015 from <http://www.umt.edu/math/reports/sriraman/mousoulideschristousriraman.pdf>.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, 2, 688-697.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67.
- Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Ural, A., & Ülper, H. (2013). The evaluation of the relationship between pre-service elementary mathematics teachers' mathematical modeling and reading comprehension skills. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 6(2), 214-241.

- 
- Yang, Z., & Yin, F. (2015). The interaction between mathematical modeling and computer. In Yang, L., & Zhao, M. (Eds.), *International Industrial Informatics and Computer Engineering Conference (IIIEEC 2015)* (pp. 685-688). China: Atlantis Press.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 63(1), 89-112.
-