

Kriging Tabanlı Metamodellemenin Mühendislik Tasarımındaki Rolü: Veri Kaynakları, Yöntemsel Gelişmeler ve Uygulamalar

Nurullah YÜKSEL^{1*} 

¹Gazi University, Faculty of Technology, Industrial Design Engineering, Ankara, Turkey

Makale Bilgisi

Derleme makalesi
Başvuru: 08/12/2025
Düzeltilme: 19/01/2026
Kabul: 24/01/2026

Anahtar Kelimeler

Kriging Metamodeling
Engineering Design
Multi-Fidelity
Optimization

Article Info

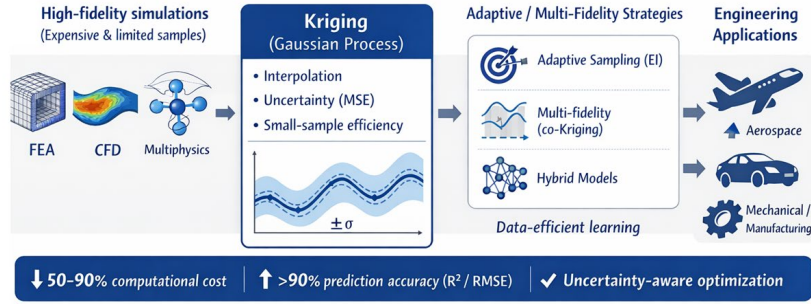
Review article
Received: 08/12/2025
Revision: 19/01/2026
Accepted: 24/01/2026

Keywords

Kriging Metamodelleme
Mühendislik Tasarımı
Çoklu-Fidelite
Optimizasyon

Grafik Özet (Graphical/Tabular Abstract)

Gauss süreci tabanlı Kriging ve benzeri modellerle yüksek doğruluklu sonlu elemanlar analizi (FEA), hesaplamalı akışkanlar dinamiği (CFD) ve çoklu fizik simülasyonları modellenmektedir; bu modeller, güvenilir belirsizlik nicelleştirme yetenekleriyle birlikte güçlü enterpolasyon performansı sağlar. Bu çalışmada, literatürde yer alan adaptif örnekleme, çoklu doğruluk modellemesi ve hibrit vekil stratejileri eleştirel bir şekilde incelenmiş ve analiz edilmiştir. / High-accuracy FEA, CFD, and multiphysics simulations are modeled using Gaussian process-based Kriging surrogate models, which provide strong interpolation performance together with reliable uncertainty quantification capabilities. In this study, adaptive sampling, multi-fidelity modeling, and hybrid surrogate strategies reported in the literature are critically reviewed and analyzed.



Şekil A: Veri açısından verimli mühendislik tasarım optimizasyonu için Kriging tabanlı vekil modelleme çerçevesi / **Figure A:** Kriging-based surrogate modeling framework for data-efficient engineering design optimization

Highlights (Önemli noktalar)

- Simülasyon sayısını %50–90 azaltır ve yüksek doğruluk sağlar. / Reduces simulations by 50–90% with high accuracy.
- Çoklu-fidelite ve hibrit Kriging modellerini entegre eder. / Integrates multi-fidelity and hybrid Kriging models
- belirsizlik farkındalıklı mühendislik optimizasyonu sağlar. / Enables uncertainty-aware engineering optimization

Aim (Amaç): Kriging tabanlı metamodellemenin mühendislik tasarımındaki rolünü, veri kaynakları, yöntemsel gelişmeler ve uygulama alanları kapsamında sistematik olarak incelemek. / To systematically examine the role of Kriging-based metamodeling in engineering design, with respect to data sources, methodological developments, and application domains.

Originality (Özgünlük): Kriging'i adaptif örnekleme, çoklu-fidelite ve hibrit yaklaşımlar ile birlikte disiplinler arası bir çerçevede bütüncül olarak ele alması. / Provides a comprehensive and interdisciplinary perspective by addressing Kriging together with adaptive sampling, multi-fidelity frameworks, and hybrid modeling approaches.

Results (Bulgular): Kriging modelleri yüksek-sadakatli analiz sayısını %50–90 azaltırken %90+ doğruluk sağlayabilmektedir. Hibrit ve çoklu-fidelite yaklaşımlar maliyet–doğruluk dengesini iyileştirmektedir. / Kriging models can reduce the number of high-fidelity analyses by 50–90% while achieving accuracy levels exceeding 90%. Hybrid and multi-fidelity approaches further improve the cost–accuracy trade-off.

Conclusion (Sonuç): XXX (EN). / XXX (TR). Kriging, belirsizlik nicelendirmesi ve yüksek doğruluk sunarak mühendislik tasarım optimizasyonunda güçlü ve veri-etkin bir yöntemdir. / Kriging is a powerful and data-efficient method for engineering design optimization, offering high predictive accuracy and uncertainty quantification capability.



Kriging Tabanlı Metamodellemenin Mühendislik Tasarımındaki Rolü: Veri Kaynakları, Yöntemsel Gelişmeler ve Uygulamalar

Nurullah YÜKSEL^{1*}

¹Gazi University, Faculty of Technology, Industrial Design Engineering, Ankara, Turkey

Makale Bilgisi

Derleme makalesi
Başvuru: 08/12/2025
Düzeltilme: 19/01/2026
Kabul: 24/01/2026

Anahtar Kelimeler

Kriging Metamodelleme
Mühendislik Tasarımı
Çoklu-Fidelite
Optimizasyon

Öz

Bu çalışma, Kriging tabanlı metamodelleme tekniklerinin mühendislik tasarımındaki güncel kullanım alanlarını, veri kaynaklarını ve yöntemsel gelişmelerini kapsamlı biçimde inceleyen bir derleme çalışmasıdır. Artan hesaplama maliyetleri nedeniyle FEA, CFD ve çoklu-fizik tabanlı analizlerin doğrudan kullanımının sınırlı kaldığı modern tasarım süreçlerinde, Kriging modellerinin sunduğu interpolatif yapı, belirsizlik nicelendirme yeteneği ve yüksek tahmin doğruluğu literatür örnekleri üzerinden değerlendirilmiştir. İncelenen çalışmalar, havacılık, makine ve otomotiv gibi alanlarda aerodinamik optimizasyon, yapısal güvenilirlik analizi, yorulma ömrü tahmini, çarpışma dayanımı değerlendirilmesi ve imalat süreç parametrisasyonu gibi uygulamalarda Kriging tabanlı yaklaşımların yaygın biçimde kullanıldığını göstermektedir. Bu uygulamalarda, Kriging modellerinin yüksek sadakatli analiz sayısını %50–90 oranında azaltabildiği ve Kök Ortalama Kare Hata (Root Mean Squared Error - RMSE) veya R^2 gibi doğruluk ölçütlerinde genellikle %90'ın üzerinde performans sağladığı rapor edilmiştir. Ayrıca, belirsizlik temelli adaptif örnekleme stratejileriyle entegre edilen Kriging modellerinin, küresel optimuma daha az sayıda örnekle ulaşılmasını mümkün kıldığı ve çoklu-fidelite modelleme çerçeveleriyle birlikte kullanıldığında maliyet–doğruluk dengesini belirgin biçimde iyileştirdiği rapor edilmiştir. Son yıllardaki eğilimler, durağan olmayan kovaryans yapıları ve derin öğrenme ile hibritleştirilmiş Kriging mimarilerinin, özellikle yüksek boyutlu ve güçlü doğrusal olmayan tasarım problemlerinde tahmin hatasını anlamlı ölçüde düşürdüğünü ortaya koymaktadır. Bu derleme, literatürdeki parçalı bilgi birikimini bütüncül bir çerçevede birleştirerek, Kriging tabanlı tasarım optimizasyonunun mevcut sınırlılıklarını, metodolojik boşluklarını ve gelecekteki araştırma yönelimlerini sistematik biçimde ortaya koymaktadır.

The Role of Kriging-Based Metamodeling in Engineering Design: Data Sources, Methodological Advances, and Applications

Article Info:

Review article
Received: 08/12/2025
Revision: 19/01/2026
Accepted: 24/01/2026

Keywords

Kriging Metamodeling
Engineering Design
Multi-Fidelity
Optimization

Abstract

This study is a review that comprehensively examines the current application areas, data sources, and methodological developments of Kriging-based metamodeling techniques in engineering design. In modern design processes, where the direct use of FEA, CFD, and multiphysics-based analyses is limited due to increasing computational costs, the interpolative structure, uncertainty quantification capability, and high predictive accuracy offered by Kriging models are evaluated through examples from the literature. The reviewed studies indicate that Kriging-based approaches are widely used in applications such as aerodynamic optimization, structural reliability analysis, fatigue life prediction, crashworthiness assessment, and manufacturing process parameterization across fields including aerospace, mechanical, and automotive engineering. In these applications, it is reported that Kriging models can reduce the number of high-fidelity analyses by approximately 50–90% while typically achieving performance levels exceeding 90% in accuracy metrics such as RMSE or R^2 . Furthermore, it is reported that Kriging models integrated with uncertainty-driven adaptive sampling strategies enable convergence to the global optimum with fewer samples and significantly improve the cost–accuracy trade-off when combined with multi-fidelity modeling frameworks. Recent trends reveal that non-stationary covariance structures and hybrid Kriging architectures integrated with deep learning substantially reduce prediction error, particularly in high-dimensional and strongly nonlinear design problems. By synthesizing fragmented knowledge in the literature within a unified framework, this review systematically identifies the current limitations, methodological gaps, and future research directions of Kriging-based design optimization.

KISALTMALAR (ABBREVIATIONS)

CFD	Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics)
DOE	Deney Tasarımı (Design of Experiments)
EGO	Etkin Küresel Optimizasyon (Efficient Global Optimization)
EI	Beklenen İyileştirme (Expected Improvement)
FEA	Sonlu Elemanlar Analizi (Finite Element Analysis)
GEK	Gradyan Destekli Kriging (Gradient-Enhanced Kriging)
GP	Gauss Süreci (Gaussian Process)
LES	Büyük Girdap Benzetimi (Large Eddy Simulation)
MBD	Çok Cisimli Dinamik (Multibody Dynamics)
MDO	Çok Disiplinli Tasarım Optimizasyonu (Multidisciplinary Design Optimization)
MSE	Ortalama Kare Hata (Mean Squared Error)
NVH	Gürültü, Titreşim ve Sertlik (Noise, Vibration, and Harshness)
NSGA-II	Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)
NSGA-III	Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma III (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III)
PCA	Temel Bileşenler Analizi (Principal Component Analysis)
PCE	Polinom Kaos Açılımı (Polynomial Chaos Expansion)
RANS	Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)
RBF	Radyal Taban Fonksiyonu (Radial Basis Function)
RMSE	Kök Ortalama Kare Hata (Root Mean Squared Error)

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Mühendislik tasarım süreçleri, günümüzde giderek karmaşılaşan ürün gereksinimleri ve çok disiplinli performans kriterleri nedeniyle yoğun hesaplama gerektiren analizlere dayanmaktadır. Yüksek doğruluklu Sonlu Elemanlar Analizi (Finite Element Analysis-FEA), Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics - CFD), Çok Cisimli Dinamik (Multibody Dynamics - MBD) modelleri ve termo-mekanik çoklu fizik yaklaşımları, tasarım sürecinin erken safhalarında dahi sıkça kullanılmaktadır [1, 2]. Bu durum, tasarım uzayının yüksek boyutlu olduğu ve çok sayıda değerlendirme gerektiren optimizasyon çalışmalarında ciddi kısıtlar yaratmaktadır [3]. Mühendislik sistemlerinin doğrudan yüksek-sadakatli analizlerle optimize edilmesini çoğu durumda imkânsız kılmaktadır.

Vekil modeller, tam da bu noktada hesaplama yükünü azaltmak amacıyla geliştirilmiş ve mühendislik tasarımının hemen her alanında yaygın olarak kullanılan araçlardır. Vekil modeller, sınırlı sayıda yüksek doğruluklu analizden öğrenerek tasarım uzayının istatistiksel bir temsili oluşturur. Bu yaklaşım, özellikle Jones ve arkadaşları tarafından geliştirilen Beklenen İyileştirme (Expected Improvement - EI) temelli Etkin Küresel Optimizasyon (Efficient Global Optimization - EGO) algoritması sonrasında tasarım optimizasyonu topluluğunda standart bir yöntem hâline gelmiştir [4]. Günümüzde EGO ve benzeri Bayesiyen optimizasyon teknikleri, belirsizliğin yönlendirdiği örnekleme stratejileri sayesinde tasarım sürecini yüksek doğrulukla ve ekonomik biçimde ilerletmektedir.

Bu çerçevede Kriging (Gauss süreç regresyonu), mühendislik tasarımında kullanılan vekil modelleme yaklaşımları arasında kendine özgü bir konuma sahiptir. Kriging, doğrusal olmayan, çok modlu ve yüksek etkileşim içeren fonksiyonları temsil edebilme yeteneğinin yanı sıra, yalnızca tahmin edilen değeri değil, bu tahmine eşlik eden belirsizlik düzeyini de ortalama kare hata (Mean Squared Error - MSE) üzerinden nicel olarak sunmaktadır. Bu özellik, Kriging'i özellikle adaptif örnekleme ve gelişmiş optimizasyon algoritmalarıyla bütünleşik çalışan uygulamalarda öne çıkaran temel bir avantaj hâline getirmektedir [5-7]. Nitekim Han ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilen kapsamlı çalışmada, Kriging'in mühendislik optimizasyonunda en temsili vekil modellerden biri olduğu; modelin hem güçlü regresyon kabiliyeti hem de belirsizlik yönetimi açısından diğer yaklaşımlara kıyasla üstünlük sağladığı açık biçimde ortaya konmuştur [8].

Güncel literatür birlikte değerlendirildiğinde, Kriging'in mühendislik tasarımında yaygın biçimde benimsenmesinin üç temel nedene dayandığı görülmektedir. İlk olarak, Kriging modelleri küçük örneklemlerle problemlerde dahi yüksek tahmin doğruluğu sunabilmektedir. Yüksek sadakatli analizlerin sınırlı sayıda gerçekleştirilebildiği birçok mühendislik probleminde bu özellik önemli bir avantaj sağlamaktadır [9]. İkinci olarak, Kriging'in örtük fonksiyon ilişkilerini ve güçlü doğrusal olmayan davranışları yakalama kabiliyeti oldukça yüksektir. Bu durum özellikle aerodinamik optimizasyon, malzeme ve süreç tasarımı, yorulma ömrü tahmini, eklemeli imalat parametre optimizasyonu ve çok modlu fizik problemlerinde

belirleyici olmaktadır [10]. Üçüncü olarak ise Kriging'in belirsizliği doğrudan model yapısına entegre etmesi, adaptif örnekleme yöntemlerinde etkin bir rol üstlenmesini sağlamaktadır. Beklenen İyileşme, Alt İyileşme Sınırı ve İyileştirme Olasılığı gibi yaygın seçim kriterleriyle doğal olarak bütünleşebilmesi, Kriging'i birçok alternatif vekil modele kıyasla daha uygun bir seçenek hâline getirmektedir [11].

Uygulama alanları incelendiğinde, Kriging tabanlı metamodellemenin özellikle makine, havacılık-uzay ve otomotiv mühendisliği alanlarında yoğunlaştığı görülmektedir. Havacılık ve uzay mühendisliğinde; kanat profili optimizasyonu, süpersonik akış analizleri, aerodinamik sürüklenme tahmini ve Çok Disiplinli Tasarım Optimizasyonu (Multibody Dynamics - MDO) çalışmaları Kriging tabanlı algoritmaların yaygın biçimde kullanıldığı başlıca uygulama alanları arasında yer almaktadır [12]. Makine mühendisliği uygulamalarında ise termal yönetim sistemleri, ısı eşanjörleri, türbülanslı akış rejimleri, kompozit malzeme tasarımı, yorulma ömrü modellemesi ve yapısal güvenlik katsayısı tahmini gibi problemlerde Kriging modellerinin hesaplama maliyetini önemli ölçüde azalttığı rapor edilmektedir [13, 14]. Otomotiv mühendisliğinde de çarpışma dayanımı analizleri, Gürültü-Titreşim-Sertlik (Noise, Vibration, and Harshness - NVH) çalışmaları, hafifletme stratejileri, geometrik tolerans etkilerinin incelenmesi, motor performansı ve aerodinamik optimizasyon süreçlerinde Kriging tabanlı metamodellemenin giderek daha yaygın biçimde benimsendiği görülmektedir [15, 16].

Son yıllarda literatürde dikkat çeken bir diğer eğilim, Kriging'in tek-fideliteli yapısının ötesine geçilerek daha gelişmiş modelleme çerçevelerine doğru genişlemesidir. Çoklu-fideliteli Kriging yaklaşımları, düşük maliyetli ancak düşük doğruluklu modeller ile yüksek doğruluklu simülasyonları birlikte kullanarak doğruluk-maliyet dengesini optimize etmeyi hedeflemektedir [17, 18]. Buna ek olarak, hibrit modelleme yaklaşımlarında Kriging; yapay sinir ağları, radyal taban fonksiyonlu ağlar, fizik-temelli modeller ve derin öğrenme yöntemleriyle birleştirilerek hem yüksek boyutlu problemlerle başa çıkmayı hem de veri verimliliğini artırmayı amaçlayan bütünleşik çerçeveler içerisinde değerlendirilmektedir [19].

Genel olarak literatür, Kriging tabanlı vekil modellerin mühendislik tasarımında hesaplama maliyetini azaltırken yüksek tahmin doğruluğu ve

belirsizlik farkındalığı sunduğunu ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, mevcut çalışmaların büyük bir kısmı belirli uygulama alanlarına veya yöntemsel alt başlıklara odaklanmaktadır. Bu derleme çalışması, Kriging modellerinin mühendislik tasarımındaki kullanımını yalnızca genel bir çerçevede tanıtmakla sınırlı kalmayıp, son dönemde makine, havacılık-uzay ve otomotiv mühendisliği özelinde gelişen uygulama alanlarını karşılaştırmalı olarak ele almaktadır. Literatürdeki derlemeler çoğunlukla yöntemi teorik olarak açıklamakta veya yalnızca belirli bir alt alana odaklanmaktadır. Ancak Kriging'in veri elde etme süreçleri, adaptif örnekleme stratejileri, çoklu-fideliteli yapılar, hibrit yaklaşımlar, yüksek boyutlu problemler ve modern optimizasyon algoritmalarıyla entegrasyonu aynı kapsam dahilinde sunulmamaktadır. Bu çalışma, yöntemin mühendislik tasarımındaki rolünü bütüncül bir perspektifle inceleyerek, güncel, kapsamlı ve disiplinlerarası bir kaynak sunmaktadır.

2. KRIGING VEKİL MODEL (KRIGING SURROGATE MODEL)

Kriging, karmaşık ve hesaplama maliyeti yüksek simülasyon modellerini sınırlı sayıdaki örnek noktasından yola çıkarak yüksek doğrulukla yaklaşık biçimde temsil etmeyi amaçlayan istatistiksel bir metamodelleme tekniğidir [20, 21]. Bu teknik model yanıtının hem global bir eğilim fonksiyonu hem de örnek noktaları arasındaki uzamsal korelasyonları yakalayan bir Gauss süreci (Gaussian Process – GP) ile ifade edilir. Bu yaklaşım, tasarım uzayındaki davranışın yalnızca polinom bir eğilimle değil, aynı zamanda yerel varyasyonlarla birlikte modellenmesini sağlamaktadır [22]. GP varsayımı altında, sonlu sayıda noktadaki fonksiyon değerleri ortaklaşa çok değişkenli normal dağılıma uyar. Bu özellik, kapalı formda tahmin denklemleri elde edilmesini ve belirsizlik ölçümünün analitik olarak ifade edilmesini mümkün kılar [1]. Modelin genel formülasyonu Denklem (1)'de verilmiştir:

$$f(x) = p(x) + z(x) \quad (1)$$

Bu ifadede $p(x)$, deterministik eğilim bileşenini; $Z(x)$ ise ortalaması sıfır olan bir GP temsil eder. Stokastik terimin kovaryansı, örneklenen tasarım noktaları arasındaki uzamsal yakınlığı yansıtan bir korelasyon fonksiyonu tarafından belirlenir.

Kriging metamodelleme yaklaşımın temel yapısı Şekil 1'deki akış şemasında gösterilmektedir. Bu

sürecin ilk adımında, model girdilerinin belirlenen aralıklarda örneklendiği bir tasarım nokta kümesi tanımlanır ve her bir nokta için toplam duyarlılık indeksleri hesaplanır [23]. Bu hesaplama, gerçek modelin doğrudan çalıştırılmasıyla elde edilen temel veri setini oluşturur. Ardından, bu veri seti kullanılarak Kriging metamodeli kurulur [24, 25]. Bu metamodel, deterministik eğilim bileşimi ile stokastik Gauss süreçlerini bir araya getirerek hem tasarım uzayının genel davranışını hem de örnek noktaları etrafındaki yerel değişimlerin yapısını yakalar. Bir sonraki aşamada çapraz doğrulama hata ölçütlerine dayanan performans metrikleriyle model doğruluğu değerlendirilir. Eğer model doğruluğu yeterli değilse akış şemasında gösterildiği gibi tasarım uzayına yeni bir örnek noktası eklenir (Şekil 1). Daha sonra bu nokta için duyarlılık indeksleri yeniden hesaplanır. Güncellenen Kriging modeli doğruluk değerlendirmesi tekrarlar. Bu yinelenmeli süreç, modelin talep edilen hata toleransını karşılayacak doğruluk düzeyine ulaşmasına kadar devam eder. Böylece Kriging modeli, tasarım uzayının hem küresel hem yerel özelliklerini yeterli örneklerle yakalayacak biçimde adaptif olarak iyileştirilmiş olur. Model doğruluğu kabul edilebilir seviyeye ulaştığında, metamodel duyarlılık analizine yönelik optimizasyon aşamasında kullanılır [26]. Bu aşamada toplam duyarlılık indekslerinin alt ve üst sınırlarını belirlemek üzere optimizasyon algoritmaları kullanılır. Bu teorik yapı, Kriging'in sınırlı sayıda yüksek maliyetli analizden hem tahmin doğruluğunu hem de belirsizlik bilgisini eşzamanlı olarak üretebilmesine olanak tanıdığı için, mühendislik tasarımındaki rolünü belirleyen temel unsurdur.

Kriging modelinin temel özelliklerinden biri olan interpolatif yapısı, sınırlı sayıda yüksek maliyetli simülasyon çıktısını kayıpsız biçimde kullanarak tasarım uzayında sürekli ve düzgün bir temsil oluşturmaya olanak tanır. Bu özellik, özellikle pahalı sayısal analizlerin söz konusu olduğu mühendislik problemlerinde Kriging'i etkili bir vekil modelleme yaklaşımı hâline getirmektedir. Nitekim aerodinamik şekil optimizasyonu, turbomakine geometrisi ve kanat profili tasarımı gibi uygulamalarda, Kriging tabanlı metamodelleme ile yüksek doğruluklu CFD çözümlerine yakın tahminler elde edilebildiği literatürde yaygın biçimde rapor edilmiştir [27]. Benzer şekilde, yapısal tasarım ve dayanım analizlerinde Von Mises gerilmesi, yer değiştirme, doğal frekans ve yorulma ömrü gibi FEA tabanlı

çıktılar Kriging modelleri aracılığıyla etkin biçimde temsil edilebilmekte; bu sayede topoloji optimizasyonu sonrasında yürütülen ayrıntılı tasarım, hafifletme çalışmaları ve güvenlik katsayısı optimizasyonu süreçleri önemli ölçüde hızlandırılmaktadır [28, 29].



Şekil 1. Kriging tabanlı optimizasyonun genel akış şeması (General flowchart of Kriging-based optimization)

Kriging'in mühendislik tasarımındaki bir diğer önemli avantajı, tahminlere eşlik eden belirsizlik bilgisini doğrudan sağlayabilmesidir. Tasarım uzayındaki her noktada yalnızca beklenen performans değerinin değil, aynı zamanda tahmin belirsizliğinin de elde edilmesi; güvenilirlik indeksleri, hata olasılıkları ve güvenlik katsayılarının daha az sayıda gerçek simülasyonla tahmin edilmesine olanak tanımaktadır. Bu özellik, özellikle belirsizlik altındaki karar verme süreçlerinde Kriging tabanlı yaklaşımları diğer vekil modelleme yöntemlerinden ayıran kritik bir üstünlük olarak öne çıkmaktadır [30].

Veri etkinliği açısından değerlendirildiğinde de Kriging modellerinin mühendislik tasarımında önemli avantajlar sunduğu görülmektedir. Eklemeli imalat süreç parametrelerinin optimizasyonu gibi; yüksek sıcaklık, faz dönüşümleri ve eriyik havuzu dinamiği içeren karmaşık fiziksel süreçler, ayrıntılı ve yüksek maliyetli çoklu-fizik analizler gerektirmektedir [31, 32]. Bu tür problemlerde geniş Deney Tasarımı (Design of Experiments – DOE) tablolarının oluşturulması çoğu zaman pratik olmadığından, Kriging modelleri sınırlı sayıda simülasyon veya deneysel veriden süreç

parametreleri ile performans çıktıları arasındaki karmaşık ilişkileri öğrenerek yeni tasarım kombinasyonlarının hızlı ve güvenilir biçimde tahmin edilmesini mümkün kılmaktadır [33].

Kriging tabanlı vekil modeller, literatürde yaygın olarak kullanılan diğer metamodelleme yaklaşımlarıyla karşılaştırıldığında hem belirgin avantajlar hem de bazı sınırlılıklar sunmaktadır. Örneğin, Yapay sinir ağları ve ağaç tabanlı yöntemler büyük veri kümelerinde yüksek tahmin doğruluğu sunabilmelerine rağmen belirsizlik nicelendirmesi sağlamamaları ve az örneklemlerle problemlerde aşırı uyum riski taşımaları nedeniyle pahalı simülasyon temelli tasarım problemleri için her zaman uygun değildir [34, 35]. Destek Vektör Regresyonu ise orta ölçekli problemler için dengeli bir performans sergilemekle birlikte, adaptif örnekleme ve çoklu-fidelite çerçeveleriyle entegrasyon açısından Kriging kadar esnek bir yapı sunmamaktadır [36]. Buna karşılık Kriging modelleri, sınırlı sayıda yüksek maliyetli analizden yüksek doğruluklu tahminler üretebilmesi ve belirsizlik bilgisini doğrudan sağlaması sayesinde pahalı simülasyon tabanlı mühendislik tasarım problemlerinde öne çıkmaktadır. Bununla birlikte, yüksek boyutlu problemlerde artan hesaplama maliyeti ve korelasyon matrislerinin çözümüne bağlı ölçeklenebilirlik sorunları, Kriging yönteminin başlıca sınırlılıkları arasında yer almaktadır.

3. VERİ KAYNAKLARI VE ELDE ETME YÖNTEMLERİ (DATA SOURCES AND ACQUISITION METHODS)

Mühendislik tasarımında kullanılan Kriging tabanlı yedek modellerin doğruluğu ve genellenebilirliği; büyük ölçüde kullanılan veri setlerinin niteliğine, veri kaynaklarının güvenilirliğine ve uygulanan örnekleme stratejisinin etkinliğine bağlıdır. Bu nedenle modern tasarım uygulamalarında kullanılan veri kaynakları genellikle üç ana kategoride ele alınmakta olup, her bir kategori Kriging modelinin istatistiksel ve interpolatif yapısıyla doğal bir uyum göstermektedir. Bu veri kaynakları arasında en yaygın olanı, sayısal simülasyonlardan elde edilen verilerdir. Özellikle FEA, CFD ve MBD tabanlı modeller, karmaşık ve çok-fizikli mühendislik problemlerinin yüksek doğrulukla temsil edilmesine olanak tanımaktadır. Örneğin, Wang ve arkadaşları CFD tabanlı aerodinamik tasarım süreçlerinde Kriging metamodelinin, yüksek derecede doğrusal olmayan akış davranışlarını sınırlı sayıda veri kullanarak ve görece düşük hesaplama maliyetiyle etkin biçimde temsil

edebildiğini göstermiştir [37]. Benzer şekilde, Zhang ve arkadaşları tarafından yürütülen çalışmada, ısı transferi optimizasyon problemlerinde Kriging tabanlı yedek modellerin hem hesaplama yükünü önemli ölçüde azalttığı hem de yüksek tahmin doğruluğu sağladığı rapor edilmiştir [38]. Sayısal simülasyonlara ek olarak, bazı mühendislik tasarım problemlerinde veriler tamamen ya da kısmen fiziksel deneylerden elde edilmektedir. Ancak çarpışma testleri, yorulma deneyleri ve malzeme karakterizasyon ölçümleri gibi yüksek maliyetli ve zaman alıcı deneysel süreçler, araştırmacıları çoğu zaman sınırlı veri ortamlarında çalışmaya zorlamaktadır. Bu tür durumlarda, Kriging'in güçlü interpolatif yapısı sınırlı sayıda deney noktasından dahi güvenilir modellerin oluşturulmasına olanak tanımaktadır. Dahası, deneysel verilerin sayısal simülasyon sonuçlarıyla birlikte kullanılması durumunda, Kriging tabanlı modeller hibrit veri kümelerini tutarlı ve etkin bir şekilde işleyebilmekte; bu da tasarım sürecine önemli bir esneklik ve doğruluk kazandırmaktadır [39]. Bu iki ana veri kaynağını tamamlayıcı nitelikte, literatürde yaygın olarak kullanılan açık erişimli referans veri kümeleri de vekil model yaklaşımlarının doğrulanması ve karşılaştırılması için standart bir temel oluşturmaktadır. Özellikle RAE2822 hava profili ve ONERA M6 kanadı gibi klasik aerodinamik referans geometrileri, farklı Kriging varyantlarının akış çözümlerini değerlendirmek amacıyla sıklıkla kullanılmaktadır [40, 41]. Nitekim Zhang ve arkadaşları, Kriging tabanlı modellerin çok sadakatli veri kümeleriyle eğitilerek optimizasyon süreçlerini çok daha verimli ve düşük maliyetli hale getirdiğini göstermiştir [42].

Literatürde yaygın olarak kullanılan bazı mühendislik veri setleri Tablo 1'de özetlenmiştir. Tabloda, bu veri setlerinin kullanım alanları, içerdiği veri sayıları ve oluşturulma tarihleri sunulmaktadır. Aerodinamik analizlere ait ONERA M6, NASA CRM, RAE2822 ve NACA 0012 gibi yüksek çözünürlüklü ve düzgün dağılımlı CFD veri setleri, akış alanındaki sürekli değişimler nedeniyle Kriging modelinin hem lokal hem de global davranışlarını başarıyla yakalayabilmektedir. Benzer şekilde, UIUC ve AFBench gibi geometrik airfoil veri tabanlarında da şekil-performans ilişkilerinin görece pürüzsüz olması, Kriging'in yüksek doğrulukla modelleme yapmasına olanak tanımaktadır. Buna karşın, aeroakustik veya türbülans etkilerinin baskın olduğu Airfoil Self

Noise, BLASTNet ve Büyük Girdap Benzetimi (Large Eddy Simulation – LES) Periodic Hill gibi daha karmaşık ve gürültülü veri setlerinde Kriging modellerinin performansı veri gürültüsüne ve güçlü doğrusal olmayan ilişkilere karşı daha duyarlı hale gelmektedir. Bununla birlikte, uygun kernel fonksiyonlarının seçimi ve hiperparametre optimizasyonu sayesinde bu tür veri setlerinde de tatmin edici yedek modeller elde etmek mümkündür. Öte yandan, çarpışma dayanımı veya malzeme arayüzü davranışı gibi süreksizlik içeren EuroNCAP ve Microbond veri setleri Kriging açısından daha zorlu bir modelleme ortamı sunmaktadır. Bu tür problemlerde, adaptif örnekleme stratejileri ve genişletilmiş kovaryans fonksiyonlarının kullanımı, model doğruluğunu ve genellenebilirliği artırmak açısından etkili bir yaklaşım olarak öne çıkmaktadır.

Kriging tabanlı vekil modellerin başarısı yalnızca seçilen model yapısına değil, aynı zamanda problemin fiziksel doğasına uygun veri stratejisinin benimsenmesine bağlı olduğu açıktır. Kullanılan veri setlerinin süreklilik düzeyi hiperparametre seçimi ve örnekleme yoğunluğunun belirlenmesinde belirleyici rol oynamaktadır. Dolayısıyla, Kriging modellerinin mühendislik tasarım süreçlerinde güvenilir ve genellenebilir sonuçlar sunabilmesi için, veri kaynağının niteliği ile model varsayımlarının tutarlı bir şekilde eşleştirilmesi gerekmektedir. Bu, hem hesaplama maliyetlerinin kontrol altında tutulmasına hem de yedek modellerin optimizasyon süreçlerinde etkin bir şekilde kullanılmasına olanak sağlamaktadır.

Tablo 1. Simülasyon Tabanlı ve Veri Tabanlı Mühendislik Tasarımı için Referans Veri Kaynakları
(Reference Data Sources for Simulation-Based and Data-Driven Engineering Design)

Veri seti	Veri sayısı	Veri tipi	Yıl	Kullanım amacı	Kriging tabanlı modelleme bulguları
ONERA M6 Kanat Veri Seti [41]	10^4 – 10^6 çözüm noktası	3B basınç alanları, şok dalgası konumu	1970	3B kanat aerodinamiği, vekil model doğrulaması	Basınç dağılımını yüksek doğrulukla temsil edilebilir
Airbus RAE2822 Airfoil Rüzgâr Tüneli Verileri [40]	10^3 – 10^5 çözüm noktası	Basınç dağılımı, aerodinamik kuvvet ve moment değerleri	1980	Transonik aerodinamik analiz, CFD doğrulaması ve Kriging tabanlı airfoil optimizasyonu	Kriging destekli optimizasyon ile sürüklenme azaltımı sağlanabilir
EuroNCAP / NCAP Test Verileri [43]	10^2 – 10^3 test	Çarpışma deformasyonu, ivme-zaman eğrileri	1990	Çarpışma dayanımı optimizasyonu, vekil çarpışma modelleme	Çarpışma tepkileri düşük hata ile tahmin edilebilir
UIUC Airfoil Coordinates Database [44]	~1.650 kanat profili	Kanat profili koordinat dosyaları ve geometrik bilgiler	2000	Airfoil optimizasyonu, şekil parametrisasyonu ve aerodinamik davranış analizi	Geometri–performans ilişkileri etkin biçimde modellenebilir
LES Periodic Hill Dataset (NASA) [45]	4,7 M hücre	Yüksek çözünürlüklü LES hesapları ve 2-D periyodik tepe geometrisi	2000	Ayrık akış modellerinin doğrulanması, Kriging tabanlı CFD surrogate model geliştirilmesi	Yüksek gradyanlı akış bölgelerinde kabul edilebilir doğruluk elde edilebilir
NASA CRM Modeli [46]	10^5 – 10^7 nokta	Kanat–gövde aerodinamiği, Cl–Cd eğrileri	2009	Industrial aerodynamic Endüstriyel aerodinamik optimizasyon, çok disiplinli optimizasyon (MDO)	Çok disiplinli optimizasyonda hesaplama maliyeti azaltılabilir
Airfoil Self-Noise Dataset (UCI) [47]	1.503 örnek	Frekans, aç, kordon uzunluğu, serbest akım hızı, emiş tarafı deplasman kalınlığı	2014	Aerodinamik gürültü modellemesi, aeroakustik analiz, surrogate model doğrulaması	Gürültü tahmini makul doğrulukla tahmin edilebilir.
NASA NACA 0012 Airfoil Grid Dataset [48]	4097 yüzey noktası	Kanat profili yüzeyi ve wake bölgesi için yüksek çözünürlüklü örgüler	2014	Turbulans modeli doğrulaması, CFD tabanlı surrogate model eğitimi, airfoil akış simülasyonu	Akış alanı başarıyla temsil edilebilir.
Microbond Test FEA Dataset [49]	432 simülasyon	Mikrobond testleri için FEA simülasyon verileri;	2023	Fiber-matris arayüzündeki yapısal etkilerin analizi, mikrobond testlerinin değerlendirilmesi	Arayüz gerilmeleri düşük hata ile tahmin edilebilir

BLASTNet 2.0 Turbulans Veri Ağı [50]	744 örnek	DNS/LES simülasyonundan elde edilen 3-D hız verileri	2023	Turbulans süper çözünürlük, makine öğrenimi tabanlı 3-D akış tahmini, surrogate model eğitimi	Kararlı ve genellenebilir tahminler elde edilebilir
AFBench (Airfoil Benchmark) Dataset [51]	200.000 örnek	Airfoil geometrileri	2024	Gelişmiş airfoil ters tasarımı, derin öğrenme tabanlı airfoil generasyonu, surrogate model eğitimi	Yüksek genelleme kabiliyetine sahiptir
DeepJEB Dataset [52]	2.138 3D jet motor braket tasarımı	3D geometriler ve FEA sonuçları	2024	Jet motoru braket performans analizi, vekil model geliştirme	Gerilme ve yer değiştirme yüksek doğrulukla tahmin edilebilir.

4. MÜHENDİSLİK TASARIMINDA

KRIGING UYGULAMALARI

(APPLICATIONS OF KRIGING IN ENGINEERING DESIGN)

Kriging tabanlı vekil modeller, mühendislik tasarımında farklı disiplinlerde karşılaşılan karmaşık, yüksek hesaplama maliyetine sahip ve çoğu zaman güçlü doğrusal olmayanlık içeren optimizasyon problemlerinin çözümünde giderek daha önemli bir araç hâline gelmiştir. Bu artan ilginin temelinde, Kriging'in sınırlı sayıda yüksek doğruluklu veriden güvenilir tahminler üretebilmesi ve tasarım uzayını istatistiksel olarak temsil edebilmesi yatmaktadır. Son yıllarda, bu yöntem yalnızca tek başına bir metamodelleme aracı olarak değil, disipline özgü fiziksel kısıtların açık biçimde modellendiği ve veri odaklı makine öğrenmesi yaklaşımlarıyla desteklenen hibrit çerçeveler içerisinde de yaygın biçimde kullanılmaktadır. Bu doğrultuda, Kriging'in farklı mühendislik alanlarındaki kullanım biçimleri, sunduğu avantajlar ve ele aldığı problem türleri, literatürde rapor edilen örnek çalışmalar üzerinden ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Bu disiplinler arasında havacılık ve uzay mühendisliği, yüksek çözünürlüklü CFD analizleri ve MDO problemlerinin hesaplama açısından son derece maliyetli olması nedeniyle, Kriging tabanlı yaklaşımların en yoğun ve etkin biçimde uygulandığı alanlardan biri olarak öne çıkmaktadır [53]. Özellikle aerodinamik şekil optimizasyonu çalışmalarında, kanat profilleri ve kanat-gövde konfigürasyonları için kaldırma ve sürüklenme katsayılarının Kriging tabanlı vekil modellerle temsil edilmesi, iteratif CFD çağrılarının sayısını önemli ölçüde azaltmaktadır. Bu bağlamda, Han, RAE2822 geometrileri üzerinde EI tabanlı bir Kriging yaklaşımı kullanarak, geleneksel gradient tabanlı yöntemlere kıyasla daha geniş bir tasarım uzayının sistematik biçimde taranabildiğini ve

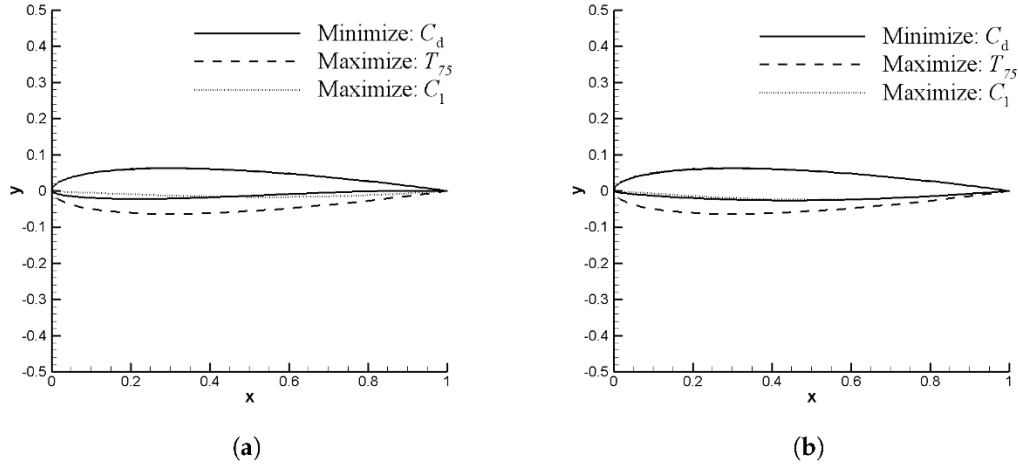
toplam CFD çağrılarının yaklaşık yarıya indirildiğini göstermiştir [54].

Bu yaklaşımın doğal bir uzantısı olarak, Kriging'in Bayesyen optimizasyon çerçevesiyle birlikte kullanılması, yüksek belirsizlik içeren bölgelerde yeni örnekleme noktalarının seçilmesini kolaylaştırarak global optimuma ulaşma sürecini daha etkin hâle getirmektedir [55]. Benzer şekilde, MDO problemlerinde aerodinamik, yapısal ve tahrik disiplinlerinin her biri için ayrı surrogate modellerin oluşturulması ve bu modellerin üst seviye optimizasyon döngülerinde birlikte kullanılması, sistem düzeyinde optimizasyonun toplam çözüm maliyetini belirgin biçimde düşürmektedir [56]. Özellikle aerotermal yüklerin hesaplanmasının yüksek maliyetli olduğu senaryolarda, Kriging'in Baskın Olmayan Sıralamalı Genetik Algoritma II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III - NSGA-III) gibi çok amaçlı evrimsel algoritmalarla entegre edilmesi sayesinde, ısı yük, sürüklenme ve yapısal gerilme gibi birbiriyle çelişen kriterlerin eşzamanlı olarak optimize edilebildiği çalışmalar rapor edilmiştir [57-59].

Havacılık uygulamalarını tamamlayıcı biçimde, Kriging modelleri uçak geometrileri ve kanat profillerinin doğrudan optimizasyonunda da yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu kapsamda, Ariyarat ve Kanazaki, çok amaçlı aerodinamik tasarım problemlerini çözmek üzere Kriging ve Radyal Taban Fonksiyonu (Radial Basis Function – RBF) tabanlı hibrit çok-fideliteli bir EGO yaklaşımı geliştirmiştir (Şekil 2). Sonuçlar, yöntemin daha hızlı yakınsama sağladığını ve gerçekçi aerodinamik tasarım problemlerinde daha düşük hata seviyeleriyle belirgin üstünlük sunduğunu ortaya koymaktadır [60]. Benzer şekilde, Yamazaki ve Arakawa, Darrieus tipi düşey eksenli rüzgâr türbini için Kriging tabanlı bir vekil model kullanarak kanat profilini optimize etmiş; CFD

destekli optimizasyon sonucunda, akış ayrılmasını azaltan ve daha büyük hücum kenarı yarıçapına sahip yeni bir profil önermiştir. Bu yeni profil, NACA642A015'e kıyasla daha yüksek aerodinamik performans sergilemiştir [61]. Wang ve arkadaşları ise, pahalı CFD tabanlı uçak

optimizasyonlarında etkili tasarım değişkenlerini belirlemek amacıyla Kriging tabanlı bir değişken eleme yöntemi (KRG-VSM) önermiş; yöntem, NACA0012 hava profili üzerinde yapılan testlerde hesaplama maliyetini %95'e kadar azaltmıştır [62].

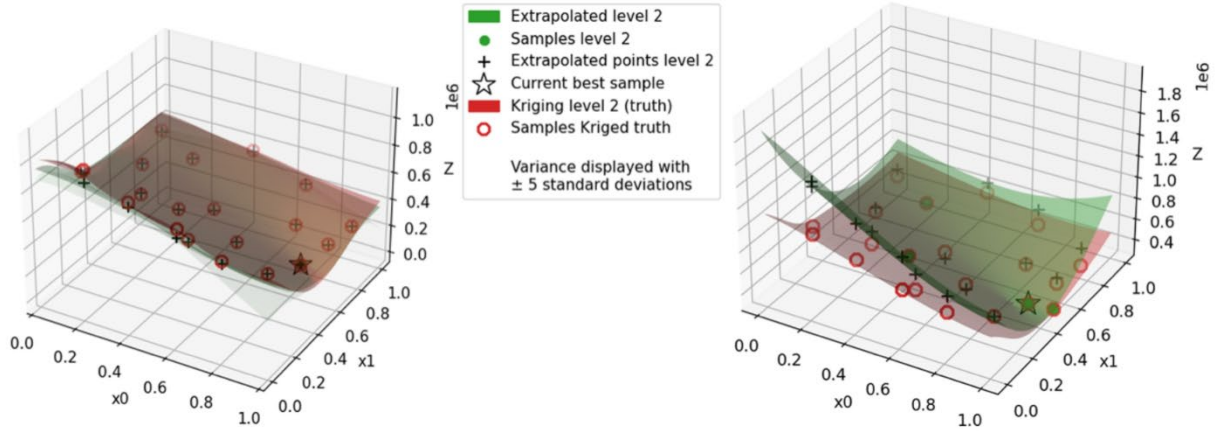


Şekil 2. Üç amaçlı airfoil şekil optimizasyonunda elde edilen kanat profillerinin karşılaştırılması. (a) Çok-fideliteli yaklaşımın (b) tek-fideliteli yaklaşım [60]. (Comparison of wing profiles obtained in three-purpose airfoil shape optimization. (a) Multi-fidelity approach (b) single-fidelity approach)

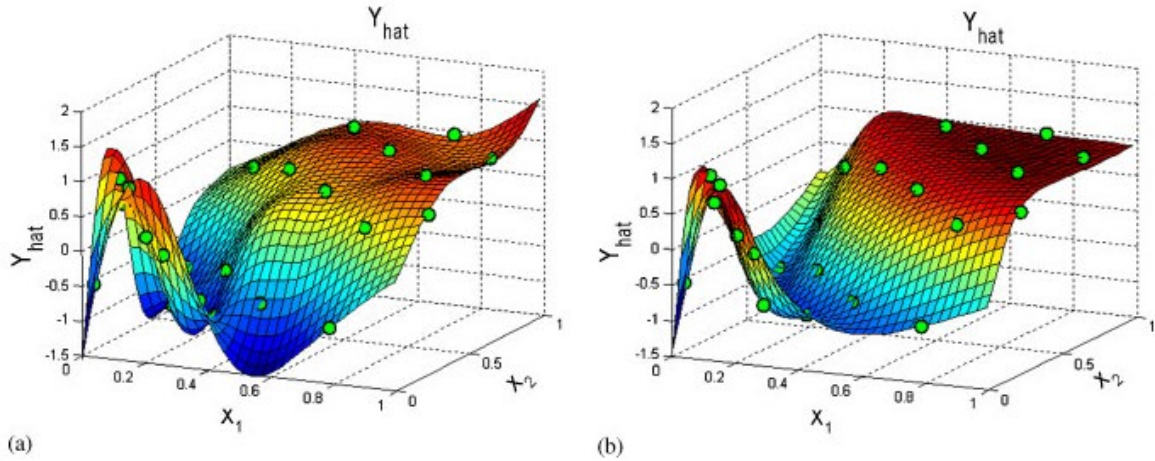
Havacılık uygulamalarının ötesinde, Kriging tabanlı yaklaşımlar denizcilik ve akışkan-yapı etkileşimi problemlerinde de etkin sonuçlar sunmaktadır. Örneğin, Wenink ve arkadaşları, düşen bir cankurtaran botunun kesit tasarımına yönelik CFD analizlerinde, grid yakınsama bilgisini doğrudan modelleme sürecine entegre eden çok düzeyli Kriging tabanlı yeni bir ekstrapolasyon yöntemi önermiştir. Bu hiyerarşik yaklaşım, yüksek maliyetli yüksek-fidelity örnekleme ihtiyacını azaltmayı hedeflemekte olup, mevcut çok düzeyli Kriging yöntemleriyle benzer doğruluk seviyelerine ulaşırken daha yüksek bir sağlamlık potansiyeli sunduğunu göstermektedir (Şekil 3) [63]. Benzer bir optimizasyon stratejisi, Zarezadeh ve arkadaşları tarafından bir marine yüzey kıran pervanesinin hidrodinamik performansını artırmak amacıyla uygulanmıştır. Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier Stokes – RANS) tabanlı CFD analizleri, NSGA-II evrimsel algoritması ve Kriging metamodeli birlikte kullanılarak pervanesinin arka kenar geometrisi optimize edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, optimizasyonun pervane performansını iyileştirdiğini ve bunun su direnci ile verimlilik açısından anlamlı kazanımlar sağladığını ortaya koymaktadır [64].

Hava araçlarının yanı sıra, otomotiv mühendisliği; çarpışma güvenliği, aerodinamik performans, güç aktarma organları ve NVH problemlerini kapsayan

çok disiplinli yapısı nedeniyle Kriging tabanlı metamodelleme stratejilerinin yoğun biçimde kullanıldığı bir diğer önemli uygulama alanıdır [65]. Yapısal ve titreşimsel tasarım problemleri, Kriging'in yüksek doğruluk ve belirsizlik nicelendirme yeteneği sayesinde öne çıktığı bir başka kritik alanı oluşturmaktadır [66]. Bu bağlamda, Iyengar ve Dimitri, dönen makinelerin dinamik davranışlarının modellenmesinde, klasik Polinom Kaos Açılımı (Polynomial Chaos Expansion - PCE) yöntemlerinin yetersiz kaldığı yüksek boyutlu ve güçlü doğrusal olmayan problemler için, boyut indirgeme ve Kriging tabanlı hibrit bir belirsizlik değerlendirme yaklaşımı önermiştir. Önerilen yöntem, Monte Carlo ve PCE yaklaşımlarına kıyasla dört kat daha az eğitim verisiyle 0.1 normalize hata seviyesine ulaşmış, özellikle şok dalgaları yakınında maksimum hatayı %50 oranında azaltmıştır [67]. Benzer şekilde, Toal, sürekli ve ayrık tasarım değişkenlerini aynı çerçevede ele alabilen çoklu-çıkıtlı bir Kriging modeli kullanarak kafes kiriş yapılarının hem geometrik hem de malzeme parametrelerini optimize etmiştir [24]. Xiong ve arkadaşları ise, standart Kriging'in durağanlık varsayımının karmaşık mühendislik problemlerinde yetersiz kaldığını göstererek konuma bağlı, durağan olmayan bir kovaryans yapısı geliştirmiştir. Şekil 4'te görüldüğü üzere, önerilen model yüksek gradyanlı bölgelerde daha düşük tahmin hatası üretmektedir [68].



Şekil 3. Düşük kütle durumu için optimizasyon sürecinin sonunda elde edilen çok seviyeli Kriging ekstrapolasyon sonuçlarının görselleştirilmesi. Önerilen yöntem ile referans yöntemin ekstrapole edilen yüzeyleri, örnek noktaları ve belirsizlik dağılımları karşılaştırmalı olarak gösterilmektedir [63]. (Figure 3. Visualization of the multi-level Kriging extrapolation results obtained at the end of the optimization process for the low mass condition. The extrapolated surfaces, sample points, and uncertainty distributions of the proposed method and the reference method are shown comparatively)



Şekil 4. (a) Durağan ve (b) durağan olmayan Kriging modelleri kullanılarak elde edilen tahmin yüzeylerinin karşılaştırılması [68]. (Comparison of prediction surfaces obtained using (a) stationary and (b) non-stationary Kriging models)

Kriging tabanlı modellerin disiplinler arası kullanımını vurgulayan bir diğer önemli alan ise biyomedikal mühendisliktir. Sarfare ve arkadaşları, kavopulmoner destek cihazları için hemoliz tahmininde kullanılan güç-kanunu katsayılarını belirlemek amacıyla CFD tabanlı Kriging vekil modelleme yaklaşımını uygulamıştır. Çalışmada, Eulerian ve Lagrangian hemoliz modelleri kullanılarak cihaza özel katsayılar kalibre edilmiş ve bu katsayılar yardımıyla alternatif tasarımların hemoliz indeksleri tahmin edilmiştir. Sonuçlar, deneysel MIH değerleriyle karşılaştırıldığında, Lagrangian yaklaşımda %7–15, Eulerian yaklaşımda ise %16–20 sapma ile yüksek bir uyum sağlandığını, buna karşılık idealize katsayıların

kullanılması durumunda tahmin hatasının iki mertebeye kadar arttığını göstermektedir [69].

Son olarak, Kriging tabanlı metamodelleme yaklaşımları üretim süreçlerinde ve termal-akışkan sistemlerde de yaygın biçimde uygulanmaktadır [70]. Talaşlı imalat, kaynak, döküm, ısıl işlem ve katmanlı imalat gibi süreçlerde sınırlı deneysel veriden yüksek doğruluklu kalite tahminleri üretilerek optimum parametre kombinasyonlarının belirlenmesi mümkün olmaktadır [71, 72]. Benzer şekilde, gaz türbini yanma odaları, pompalar ve ısı değiştiriciler gibi termal-akışkan sistemlerde geliştirilen çok hedefli Kriging tabanlı optimizasyon çerçeveleri, verim ve basınç kaybı gibi performans kriterlerinin eşzamanlı olarak iyileştirilebildiğini göstermektedir [73].

Tüm bu çalışmalar birlikte değerlendirildiğinde, Kriging tabanlı metamodelleme yaklaşımlarının yalnızca yüksek maliyetli analizleri ikame eden araçlar olmadığı; aynı zamanda tasarım uzayındaki belirsizlikleri yöneten, karar verme süreçlerini yönlendiren stratejik bileşenler hâline geldiği açıkça görülmektedir. Havacılık ve uzay mühendisliğinden yapısal optimizasyona, akışkanlar mekaniğinden üretim süreçlerine kadar uzanan geniş bir uygulama yelpazesinde, Kriging modelleri hem küresel hem de yerel eğilimleri yakalayabilme yetenekleri sayesinde klasik deterministik yöntemlere kıyasla daha veri-etkin ve esnek çözümler sunmaktadır. Literatürde özellikle durağan olmayan kovaryans yapıları, çoklu-fideliteli modellerin maliyet avantajı ve adaptif örnekleme stratejilerinin optimizasyon performansına katkısı gibi temaların giderek belirginleştiği görülmekte olup, bu eğilimler Kriging'in modern mühendislik tasarımında vazgeçilmez bir yöntem hâline geldiğini göstermektedir.

5. TARTIŞMA (DISCUSSION)

Bu çalışma, Kriging tabanlı vekil modellerin mühendislik tasarımındaki yönetsel evrimini disiplinler arası bir bakış açısıyla ele alarak, mevcut literatürdeki temel sınırlılıkları ve geleceğe yönelik araştırma yönelimlerini bütüncül bir çerçevede değerlendirmektedir. İncelenen çalışmalar, özellikle yüksek boyutlu tasarım uzayları, çoklu-fidelite veri entegrasyonu, güvenilirlik odaklı optimizasyon ve hibrit modelleme yaklaşımlarında Kriging'in hâlen önemli metodolojik zorluklar barındırdığını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, son yıllarda geliştirilen yeni yöntemlerin bu zorlukların bir kısmını aşmaya yönelik kayda değer ilerlemeler sunduğu da açıkça görülmektedir.

Bu genel çerçeve içerisinde, literatürde uzun süredir tartışılan en kritik sınırlamalardan biri, yüksek boyutlu problemlerde korelasyon matrislerinin büyümesiyle ortaya çıkan hesaplama yükü ve türevsel maliyetlerdir. Klasik Kriging modellerinin bu tür problemlerde ölçeklenebilirliğinin sınırlı kalması, araştırmacıları daha veri-etkin ve hesaplama açısından elverişli yaklaşımlara yönlendirmiştir. Bu doğrultuda, gradient-enhanced Kriging (Gradient-Enhanced Kriging - GEK) gibi türev destekli yöntemlerin adjoint analizlerle birlikte kullanılması, model doğruluğunu artırırken ihtiyaç duyulan örnek sayısını azaltan önemli bir gelişme olarak öne çıkmaktadır [74]. Benzer şekilde, aktif alt-uzay yöntemleri, Temel Bileşenler

Analizi (Principal Component Analysis- PCA) tabanlı boyut indirgeme teknikleri ve fizik bilgisiyle zenginleştirilmiş özellik çıkarımı yaklaşımları, yüksek boyutlu tasarım uzaylarında hesaplama maliyetini düşürmeyi hedefleyen tamamlayıcı stratejiler olarak benimsenmektedir. Ancak, bu yöntemler indirgeme sürecinde ortaya çıkan bilgi kaybı riski nedeniyle, yüksek doğruluk gerektiren mühendislik uygulamaları için hâlen önemli bir araştırma boşluğu oluşturmaktadır.

Yüksek boyutluluk problemlerine paralel olarak ele alınması gereken bir diğer temel araştırma eksen, çoklu-fidelite veri entegrasyonudur. Perdikaris ve arkadaşlarının öncü çalışmalarıyla birlikte gelişen co-Kriging ve hiyerarşik çoklu-fidelite yaklaşımları, farklı sadakat seviyelerine sahip veri kaynaklarını bir araya getirerek doğruluk ve hesaplama maliyeti arasında dengeli çözümler sunmayı amaçlamaktadır [75]. Söz konusu modellerin doğrusal olmayan sistemlerde tutarlılık kaybı ve doğruluk düşüşü gibi zorluklarla karşılaşabildiği görülmektedir. Bu bulgular doğrultusunda, güncel çalışmalar çoklu sadakatli veri kaynakları arasındaki ilişkileri daha esnek ve doğrusal olmayan korelasyon yapılarıyla tanımlamaya odaklanmakta ve bu yolla model genellenebilirliğini artırmayı hedeflemektedir [76].

Çoklu-fidelite yaklaşımlarla doğrudan ilişkili bir diğer konu, Kriging modellerinin aktif öğrenme ve adaptif örnekleme süreçlerindeki rolüdür. Kriging'in belirsizlik tahmini yapabilme yeteneği, özellikle güvenilirliğin kritik olduğu mühendislik uygulamalarında önemli bir avantaj sunmaktadır. Ancak, literatürde adaptif örnekleme stratejilerinin henüz tam anlamıyla olgunlaşmadığı; birçok çalışmada lokal optimuma sıkışma veya gereğinden fazla örnekleme gibi sorunların devam ettiği rapor edilmektedir. Bhosekar ve Ierapetritou'nun derleme çalışmasında da vurgulandığı üzere, ardışık model iyileştirmeye dayalı aktif öğrenme yaklaşımları büyük bir potansiyel taşımakla birlikte, bu yöntemlerin veri kıtlığı koşullarındaki davranışı henüz yeterince anlaşılmış değildir.

Bu metodolojik tartışmaların doğal bir uzantısı olarak, son yıllarda dikkat çeken bir diğer eğilim hibrit Kriging modelleridir. Tek bir yedek modelin tüm problem sınıflarında üstün performans göstermesinin beklenemeyeceği gerçeğinden hareketle, Kriging'in farklı makine öğrenmesi ve optimizasyon yöntemleriyle birleştirildiği hibrit çerçeveler giderek daha fazla araştırılmaktadır.

Özellikle, derin öğrenme ile bütünleştirilen Kriging modelleri, yüksek boyutlu geometrik uzayların etkin temsili ve fizik tabanlı veri genişletme süreçleri açısından umut verici sonuçlar sunmaktadır [77]. Bununla birlikte, bu hibrit yaklaşımların eğitimi ve belirsizlik nicelendirmesi açısından henüz standartlaştırılmış bir metodolojiye sahip olmadığı da literatürde açıkça görülmektedir.

Son olarak, hesaplamalı verimlilik konusu Kriging tabanlı yöntemlerin endüstriyel ölçekte uygulanabilirliği açısından belirleyici bir faktör olarak öne çıkmaktadır. Özellikle sekansiyel optimizasyon süreçlerinde her iterasyonun yeniden model eğitimi gerektirmesi, büyük veri kümeleri için ciddi zaman maliyetlerine yol açmaktadır. Bu noktada, GPU hızlandırmalı Kriging eğitimlerinin geleneksel CPU tabanlı yaklaşımlara kıyasla bir mertebeye varan hızlanmalar sağladığına ilişkin bulgular, alandaki önemli ilerlemeleri ortaya koymaktadır. Buna karşın, yüksek boyutlu problemlerde ölçeklenebilir matris çözüm tekniklerinin geliştirilmesi ve daha düşük bellek gereksinimine sahip çekirdek fonksiyonlarının tasarlanması, literatürde hâlen açık bir araştırma ihtiyacı olarak varlığını sürdürmektedir.

6. SONUÇLAR (CONCLUSION)

Bu çalışma, mühendislik tasarımında Kriging tabanlı yedek modellerin kullanımını; veri elde etme stratejileri ve disiplinler arası uygulamalar bağlamında kapsamlı bir bakış açısıyla incelemiştir. İncelenen literatür, Kriging'in güçlü interpolatif yapısı ve belirsizlik kestirimi yeteneği sayesinde, özellikle doğrusal olmayan ve çok modlu mühendislik problemlerinde en yaygın kullanılan yedek modelleme yaklaşımlarından biri hâline geldiğini açıkça ortaya koymaktadır. Bu yönüyle Kriging, yalnızca bir yaklaşık modelleme aracı değil, deterministik ve belirsizlik altındaki tasarım kararlarında etkin bir karar destek mekanizmasıdır.

Çalışmanın temel bulgularından biri, veri kalitesi ile deney tasarımı stratejilerinin model başarısı üzerindeki belirleyici rolüdür. Tasarım uzayını homojen biçimde örnekleyen yöntemlerin, Beklenen İyileşme gibi bilgiye dayalı seçim kriterleriyle birleştirilmesi, sınırlı sayıda yüksek maliyetli simülasyonla küresel optimuma etkin biçimde yaklaşılmasını mümkün kılmaktadır. Buna ek olarak, çoklu-fidelite veri entegrasyonu, hesaplama maliyetini düşürürken tahmin doğruluğunu koruyan güçlü bir yöntemsel çerçeve sunmaktadır.

Farklı mühendislik disiplinlerinde rapor edilen

uygulamalar, Kriging tabanlı yaklaşımların tasarım döngülerini hızlandırdığını ve kabul edilebilir maliyet-doğruluk dengesini pratik olarak sağlayabildiğini göstermektedir. Özellikle derin öğrenme ile bütünleştirilen hibrit Kriging modelleri, yüksek boyutlu tasarım uzaylarının yönetimi ve veri verimliliğinin artırılması açısından gelecek vadede bir araştırma yönü olarak öne çıkmaktadır. Gelecekteki çalışmaların yüksek boyutlu problemlerde ölçeklenebilirliğin artırılması, çoklu-fidelite ve aktif öğrenme çerçevelerinin daha sağlam hâle getirilmesi ve hibrit yedek modeller için standartlaştırılmış belirsizlik nicelendirme yaklaşımlarının geliştirilmesine odaklanması beklenmektedir. Bu doğrultuda, GPU destekli eğitim süreçleri ve fizik bilgisiyle zenginleştirilmiş modelleme yaklaşımlarının, Kriging tabanlı tasarım optimizasyonunun endüstriyel ölçekte daha yaygın ve güvenilir biçimde uygulanmasına önemli katkılar sunacağı öngörülmektedir.

Bu makalenin yazarı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

Nurullah YÜKSEL: Araştırma yapmış, sonuçlarını analiz etmiş ve maklenin yazım işlemini gerçekleştirmiştir.

He conducted research, analyzed the results, and wrote the paper.

ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

There is no conflict of interest in this study.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Rasmussen, C. E. (2004). Gaussian Processes in Machine Learning, in Advanced Lectures on Machine Learning: ML Summer Schools 2003, Canberra, Australia, February 2 - 14, 2003, Tübingen, Germany, August 4 - 16, 2003, Revised Lectures, O. Bousquet, U. von Luxburg, and G. Rätsch, Editors, Springer Berlin Heidelberg: Berlin, Heidelberg. p. 63-71.
- [2] Forrester, A., A. Sobester, & A. Keane (2008). Engineering design via surrogate modelling: a practical guide. John Wiley & Sons.
- [3] Kaymaz, I. (2005). Application of kriging method to structural reliability problems. Structural safety. 27(2), 133-151.
- [4] Liu, H., Y.-S. Ong, X. Shen, & J. Cai (2020). When Gaussian process meets big data: A

- review of scalable GPs. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*. 31(11), 4405-4423.
- [5] Wu, J. & P. Frazier (2019). Practical two-step lookahead Bayesian optimization. *Advances in neural information processing systems*. 32.
- [6] Bliet, L. (2022). A Survey on Sustainable Surrogate-Based Optimisation. *Sustainability*. 14(7), 3867.
- [7] Yun, W., Z. Lu, W. Zhang, & X. Jiang (2021). A novel inverse strain range-based adaptive Kriging method for analyzing the combined fatigue life reliability. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 64(6), 3311-3330.
- [8] Ulaganathan, S., I. Couckuyt, F. Ferranti, E. Laermans, & T. Dhaene (2015). Performance study of multi-fidelity gradient enhanced kriging. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 51(5), 1017-1033.
- [9] Hu, J., Q. Zhou, P. Jiang, X. Shao, & T. Xie (2018). An adaptive sampling method for variable-fidelity surrogate models using improved hierarchical kriging. *Engineering Optimization*. 50(1), 145-163.
- [10] Ni, P., J. Li, H. Hao, & H. Zhou (2021). Reliability based design optimization of bridges considering bridge-vehicle interaction by Kriging surrogate model. *Engineering Structures*. 246, 112989.
- [11] Moustapha, M., B. Sudret, J.-M. Bourinet, & B. Guillaume (2016). Quantile-based optimization under uncertainties using adaptive Kriging surrogate models. *Structural and multidisciplinary optimization*. 54(6), 1403-1421.
- [12] Weinmeister, J., X. Gao, & S. Roy (2019). Analysis of a Polynomial Chaos-Kriging Metamodel for Uncertainty Quantification in Aerodynamics. *AIAA Journal*. 57(6), 2280-2296.
- [13] Liu, H., Z. Liu, L. Tu, J. Liang, & Y. Zhang (2024). Sensitivity Analysis of Fatigue Life for Cracked Carbon-Fiber Structures Based on Surrogate Sampling and Kriging Model under Distribution Parameter Uncertainty. *Applied Sciences*. 14(18), 8313.
- [14] Qian, H.-M., J. Wei, & H.-Z. Huang (2023). Structural fatigue reliability analysis based on active learning Kriging model. *International Journal of Fatigue*. 172, 107639.
- [15] Aye, C. M., N. Pholdee, A. R. Yildiz, S. Bureerat, & S. M. Sait (2019). Multi-surrogate-assisted metaheuristics for crashworthiness optimisation. *International Journal of Vehicle Design*. 80(2-4), 223-240.
- [16] Zhang, Y., Y. Shan, X. Liu, & T. He (2024). Integrated shape-morphing and surrogate model-assisted multi-objective structural optimization of an automobile wheel made of lightweight materials to improve its impact resistance. *Engineering Optimization*. 56(12), 1972-1998.
- [17] Nie, T., G. Qin, Y. Wang, & J. Sun (2023). Correlating sparse sensing for large-scale traffic speed estimation: A Laplacian-enhanced low-rank tensor kriging approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 152, 104190.
- [18] Li, J. & J. Cai (2020). Massively Multipoint Aerodynamic Shape Design via Surrogate-Assisted Gradient-Based Optimization. *AIAA Journal*. 58(5), 1949-1963.
- [19] Yang, X., G. Tartakovsky, & A. M. Tartakovsky (2021). Physics Information Aided Kriging using Stochastic Simulation Models. *SIAM Journal on Scientific Computing*. 43(6), A3862-A3891.
- [20] Qian, J., J. Yi, Y. Cheng, J. Liu, & Q. Zhou (2020). A sequential constraints updating approach for Kriging surrogate model-assisted engineering optimization design problem. *Engineering with Computers*. 36(3), 993-1009.
- [21] Xiao, S., L. Zhenzhou, & L. Xu (2017). Global sensitivity analysis based on random variables with interval parameters by metamodel-based optimisation. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*. 5.
- [22] Chu, L., J. Shi, E. Souza de Cursi, & S. Ben (2020). Efficiency improvement of Kriging surrogate model by subset simulation in implicit expression problems. *Computational and Applied Mathematics*. 39(2), 119.
- [23] Kleijnen, J. P. C. (2009). Kriging metamodeling in simulation: A review. *European Journal of Operational Research*. 192(3), 707-716.
- [24] Toal, D. J. J. (2023). Applications of multi-fidelity multi-output Kriging to engineering design optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 66(6), 125.
- [25] Meng, D., S. Yang, A. M. P. d. Jesus, & S.-P. Zhu (2023). A novel Kriging-model-assisted reliability-based multidisciplinary design optimization strategy and its application in the offshore wind turbine tower. *Renewable Energy*. 203, 407-420.
- [26] Li, X., H. Zhu, Z. Chen, W. Ming, Y. Cao, W. He, & J. Ma (2022). Limit state Kriging modeling for reliability-based design optimization through classification uncertainty

- quantification. *Reliability Engineering & System Safety*. 224, 108539.
- [27] Pham, V., M. Tyan, T. A. Nguyen, & J.-W. Lee (2024). Extended Hierarchical Kriging Method for Aerodynamic Model Generation Incorporating Multiple Low-Fidelity Datasets. *Aerospace*. 11(1), 6.
- [28] Zhang, J., M. Xiao, P. Li, & L. Gao (2022). Quantile-based topology optimization under uncertainty using Kriging metamodel. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 393, 114690.
- [29] Zheng, Y., J. Chen, X. Cai, J. Xiang, & C. Zhang (2025). Concurrent topology optimization for structures and cellular materials based on Kriging model. *Computers & Structures*. 318, 107966.
- [30] Wu, P. & Y. Li (2023). Adaptive kriging model-based structural reliability analysis under interval uncertainty with incomplete data. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 66(1), 22.
- [31] Ding, C., J. Wang, S. Zhang, S. Yang, & Y. Ma (2025). A novel active learning stochastic Kriging metamodel for improving reliability and stability of additive manufacturing processes. *Reliability Engineering & System Safety*. 260, 111043.
- [32] Al Khalil, M., N. Lebaal, F. Demoly, & S. Roth (2024). Bio-inspired-based structures optimization for additive manufacturing using metaheuristic Kriging. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 31(21), 5290-5299.
- [33] Wang, X., L. Wang, H. Chi, B. Yuan, Q. Sun, W. Sun, & Y. Cui (2025). Uncertainty design optimization of the main bearing in tunnel boring machine based on the Kriging model with partial least squares. *Tunnelling and Underground Space Technology*. 162, 106648.
- [34] Li, P., Z. Wang, B. Zhao, T. Becker, & K. Soga (2025). Surrogate modeling for identifying critical bridges in traffic networks under earthquake conditions. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*. 138, 104512.
- [35] Cinar, A. C. (2020). Training feed-forward multi-layer perceptron artificial neural networks with a tree-seed algorithm. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 45(12), 10915-10938.
- [36] Mao, F., M. Chen, K. Zhong, J. Zeng, & Z. Liang (2024). An XGBoost-assisted evolutionary algorithm for expensive multiobjective optimization problems. *Information Sciences*. 666, 120449.
- [37] Wang, Z., Y. Tu, K. Zhang, Z. Han, Y. Cao, & D. Zhou (2024). An optimization framework for wind farm layout design using CFD-based Kriging model. *Ocean Engineering*. 293, 116644.
- [38] Zhang, K., J. Yao, Z. He, J. Xin, & J. Fan (2021). Probabilistic Transient Heat Conduction Analysis Considering Uncertainties in Thermal Loads Using Surrogate Model. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 58(4), 1030-1042.
- [39] Erdogan Erten, G., M. Yavuz, & C. V. Deutsch (2022). Combination of Machine Learning and Kriging for Spatial Estimation of Geological Attributes. *Natural Resources Research*. 31(1), 191-213.
- [40] Alguacil, A., L. Becherucci, M. Sanjosé, & S. Moreau (2023). Broadband noise of the transonic RAE 2822 Airfoil. in *AIAA AVIATION 2023 Forum*. 2023.
- [41] Destarac, D. & A. Dumont (2022). ONERA M6 Wing Test-Case, Original and TMR.
- [42] Zhang, Y., Z.-h. Han, & W.-p. Song (2024). Multi-fidelity expected improvement based on multi-level hierarchical kriging model for efficient aerodynamic design optimization. *Engineering Optimization*. 56(12), 2408-2430.
- [43] Hobbs, C., P. Gloyns, & S. Rattenbury (1999). European new car assessment programme (euroncap)-assessment protocol and biomechanical limits.
- [44] UIUC UIUC Airfoil Coordinates Database. 1995 [cited 2025 07.12.2025]; Available from: https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html.
- [45] NASA Turbulence Modeling Resource. 2005 [cited 2025; Available from: https://turbmodels.larc.nasa.gov/other_les.html .
- [46] rgwyatt NASA Common Research Model (CRM). 2012 [cited 2025 05.12.2025]; Available from: <https://commonresearchmodel.larc.nasa.gov/>.
- [47] Brooks, T., D. Pope, & M. Marcolini Airfoil Self-Noise [Dataset]. 1989 [cited 2025 07.12.2025]; Available from: <https://archive.ics.uci.edu/dataset/291/airfoil+self+noise>.
- [48] Tools, A. Airfoil database search 2000 [cited 2025 05.10.2025]; Available from: <http://airfoiltools.com/search/index?m%5Bgpr%5D=naca4d&m%5Bsort%5D=1>.
- [49] Dsouza, R. Finite Element Analysis Dataset: Microbond Tests with Diverse Cases and Parameters. 2023 [cited 2025 07.12.2025]; Available from: <https://researchportal.tuni.fi/en/datasets/finite-element-analysis-dataset-microbond-tests-with-diverse-case/>.

- [50] Chung, W. T., B. Akoush, P. Sharma, A. Tamkin, K. S. Jung, J. Chen, J. Guo, D. Brouzet, M. Talei, & B. Savard (2023). Turbulence in focus: Benchmarking scaling behavior of 3D volumetric super-resolution with BLASTNet 2.0 data. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 36, 77430-77484.
- [51] Liu, J., J. Wu, H. Xie, J. Wang, L. Wei, W. Ouyang, J. Jiang, X. Liu, S. TANG, & M. Zhang (2024). Afbench: A large-scale benchmark for airfoil design. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 37, 82757-82780.
- [52] Hong, S., Y. Kwon, D. Shin, J. Park, & N. Kang (2025). Deepjeb: 3d deep learning-based synthetic jet engine bracket dataset. *Journal of Mechanical Design*. 147(4), 041703.
- [53] Drężek, P. S., S. Kubacki, & J. Żółtak (2023). Kriging-based framework applied to a multi-point, multi-objective engine air-intake duct aerodynamic optimization problem. *Aerospace*. 10(3), 266.
- [54] Han, Z. Improving Adjoint-Based Aerodynamic Optimization via Gradient-Enhanced Kriging, in 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition.
- [55] Dumont, A., J.-L. Hantrais-Gervois, P.-Y. Passaggia, J. Peter, I. Salah el Din, & É. Savin (2018). Ordinary kriging surrogates in aerodynamics, in *Uncertainty Management for Robust Industrial Design in Aeronautics: Findings and Best Practice Collected During UMRIDA, a Collaborative Research Project (2013–2016) Funded by the European Union*, Springer. p. 229-245.
- [56] Xiao, M., L. Gao, X. Shao, H. Qiu, & P. Jiang (2012). A generalised collaborative optimisation method and its combination with kriging metamodels for engineering design. *Journal of Engineering Design*. 23(5), 379-399.
- [57] Xu, Y., M. Sun, G. Chen, R. Xiao, H. Gong, J. Yang, & S. Yang (2025). Multi-objective optimization of variable altitude high-dimensional compression-ignition aviation piston engine based on Kriging model and NSGA-III. *Energy*. 320, 135306.
- [58] Liu, Q., L. Feng, Y. Wang, J. Lin, & L. Zhu (2025). Lightweight Design and Research of Electric Towing Winch Based on Kriging-NSGA-III-TOPSIS Multi-Objective Optimization Technology. *Machines*. 13(10), 922.
- [59] Zhang, Z., F. Xu, & X. Sun (2022). Optimization of process parameters during hydroforming of tank bottom using NSGA-III algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 119(5), 4043-4055.
- [60] Ariyarat, A. & M. Kanazaki (2017). Multi-Fidelity Multi-Objective Efficient Global Optimization Applied to Airfoil Design Problems. *Applied Sciences*. 7(12), 1318.
- [61] Yamazaki, W. & Y. Arakawa (2015). Inexpensive airfoil shape optimization for vertical axis wind turbine and its validation. *Journal of Fluid Science and Technology*. 10(2), JFST0015-JFST0015.
- [62] Wang, Y., X. Duan, J. Wang, J. Guo, & M. Han (2025). Kriging-Based Variable Screening Method for Aircraft Optimization Problems with Expensive Functions. *Algorithms*. 18(6), 332.
- [63] Wenink, R., M. van der Eijk, N. Yorke-Smith, & P. Wellens (2023). Multi-fidelity Kriging extrapolation together with CFD for the design of the cross-section of a falling lifeboat. *International Shipbuilding Progress*. 70(2), 115-150.
- [64] Zarezadeh, M., N. M. Nouri, & R. Madoliat (2025). Improving hydrodynamic performance of surface piercing propeller through trailing-edge optimization. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*. 239(1), 166-177.
- [65] Lee, U. (2024). A new adaptive Kriging-based optimization (AKBO) framework for constrained optimization problems: A case study on shared autonomous electric vehicle system design. *Expert Systems with Applications*. 252, 124147.
- [66] Baklouti, A., K. Dammak, & A. El Hami (2022). Uncertainty analysis based on kriging meta-model for acoustic-structural problems. *Applied Sciences*. 12(3), 1503.
- [67] Iyengar, N. & D. Mavris (2025). Polynomial Chaos Kriging Models for Uncertainty Quantification in High-Speed Flow Applications. *Journal of Aircraft*. 62(5), 1314-1331.
- [68] Xiong, Y., W. Chen, D. Apley, & X. Ding (2007). A non-stationary covariance-based Kriging method for metamodeling in engineering design. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 71(6), 733-756.
- [69] Sarfare, S., A. Palazzolo, M. Afaq, G. Ghali, G. Giridharan, & M. Rodefled (2025). CFD-Based Hemolysis Study of Fontan Cavopulmonary Assist Device Using Kriging Surrogate Modeling. *Artificial Organs*. 49(5), 802-812.

- [70] Gomes, M. V., I. D. L. Bogle, E. C. Biscaia Jr, & D. Odloak (2008). Using kriging models for real-time process optimisation, in *Computer Aided Chemical Engineering*, Elsevier. p. 361-366.
- [71] Matta, A., M. Pezzoni, & Q. Semeraro (2012). A Kriging-based algorithm to optimize production systems approximated by analytical models. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 23(3), 587-597.
- [72] Li, S., X. Y. Fan, Y. H. Guo, X. Liu, H. Y. Huang, Y. L. Cao, & L. L. Li (2021). Optimization of injection molding process of transparent complex multi-cavity parts based on Kriging model and various optimization techniques. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 46(12), 11835-11845.
- [73] Santos, L. F., C. B. Costa, J. A. Caballero, & M. A. Ravagnani (2023). Multi-objective simulation–optimization via kriging surrogate models applied to natural gas liquefaction process design. *Energy*. 262, 125271.
- [74] Han, Z.-H., Y. Zhang, C.-X. Song, & K.-S. Zhang (2017). Weighted Gradient-Enhanced Kriging for High-Dimensional Surrogate Modeling and Design Optimization. *AIAA Journal*. 55(12), 4330-4346.
- [75] Perdikaris, P., M. Raissi, A. Damianou, N. D. Lawrence, & G. E. Karniadakis (2017). Nonlinear information fusion algorithms for data-efficient multi-fidelity modelling. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 473(2198).
- [76] Wang, X., S. Song, X. Peng, & W. Zhang (2024). Efficient multi-fidelity reduced-order modeling for nonlinear flutter prediction. *Aerospace Science and Technology*. 155, 109612.
- [77] Chen, K., E. Liu, M. Deng, X. Tan, J. Wang, Y. Shi, & Z. Wang (2024). DKNN: deep kriging neural network for interpretable geospatial interpolation. *International Journal of Geographical Information Science*. 38(8), 1486-1530.