

Geri Adımlama Tekniği ile Bir DC Motorun Konum ve Hız Kontrolü

Reşat Özgür DORUK^{*1}, Ahmed ZUGLEM¹

¹ Atılım Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, 06836, Ankara

(Alınış / Received: 27.11.2017, Kabul / Accepted: 29.03.2018, Online Yayınlanma / Published Online: 18.05.2018)

Anahtar Kelimeler

Doğru akım motoru,
Geri adımlamalı denetim,
Girdiden-hale-kararlılık,
Konum denetimi,
Hız denetimi

Özet: Bu çalışmada Lyapunov'un ikinci kararlılık yönteminin bir özinelemeli bir uyarlaması olan geri adımlama yöntemi fırçalı bir doğru akım motorunun denetimine uygulanmaktadır. Bozucu etkilerden bağımsız bir ortamda hem hız, hem de konum denetiminde başarı ile uygulanabildiği görülen yöntemin bozucu etkiler altındaki performansını inceleyebilmek için hem teorik hem de benzetim tabanlı analizler yapılmıştır. Teorik incelemede girdiden-duruma kararlılık kuramından yararlanılmıştır. Bu noktada girdi bozucu etkileri (bozucu torklar) temsil etmektedir. Yöntem uygulandığında, denetim kazançlarının seçiminde bir alt sınırın var olduğu ve bozucu etkilerden bağımsız ortamda olduğu gibi serbest seçilmesinin uygun olmayabileceği anlaşılmaktadır. Benzetimlerde ise bozucu etkiler rastgele sinyaller olarak modellenmiş olup, denetim kazançları yükseltildiğinde bozucu etkilerin baskılanabildiği gözlemlenmektedir. Geri adımlama tekniğinin bozucu etkiler altında kararlılık analizi ile birlikte doğru akım motorunun denetimine uygulanması literatüre önemli bir katkı sunmaktadır.

Speed and position control of a DC motor based on back-stepping technique

Keywords

DC motor,
Backstepping control,
Input-to-state stability,
Position control,
Speed control

Abstract: In this study, the backstepping method which is a recursive adaptation of the Lyapunov's second method is applied to the control of a brushed direct current motor. In a disturbance free environment, it is noted that the method works quite satisfactorily in both speed and position controls. In order to monitor its performance under the existence of disturbance torques theoretical and simulation based analyses are performed. Theoretical analysis is based on the input-to-state stability theorem where the input here refers to the external disturbance torques. When the approach is utilized, we found a lower bound and the selection of the control gains are restricted to relatively larger values. In the simulations, the disturbance torques are modeled as random signals and it is noted that the attenuation of the disturbances are improved with larger control gains. The application of backstepping control technique with a disturbance-to-state stability approach to control of direct current motors brings a novel contribution to the related literature.

1. Giriş

1.1. Geri adımlı kontrol

Geri adımlı kontrol yöntemi (backstepping control) Lyapunov'un ikinci metodu [1] olarak da bilinen kararlılık analiz yönteminin bir uyarlamasıdır. Burada yaklaşım doğrusal ya da doğrusal olmayan sistemin hal değişkenlerinin (state variables) teker teker ya da gruplar halinde ele alınarak her parça için (grup ya da tekil hal değişkeni) Lyapunov'un ikinci kararlılık yönteminin uygulanması şeklinde karşımıza çıkmaktadır. [2]. Lyapunov kararlılık yöntemi özü itibarıyla genel bir sistem metodolojisi olduğundan her türlü doğrusal ya da doğrusal olmayan sisteme uygulanabilir. Biraz önce bahsi geçen nedenle de geri adımlı kontrol yöntemi doğrusal ya da doğrusal olduğuna bakılmaksızın çoğu sisteme tatbik edilebilmek-

tedir. Buradaki temel kısıt sistemin karmaşıklık düzeyi ve bağıl derecesidir. Eğer tam bağıl dereceli [3] bir sistemimiz söz konusu ise sistemin karmaşıklığına bağlı olarak geri adımlı kontrol başarı ile uygulanabilir. Sistem çok karmaşık olduğunda türev alımından kaynaklı olarak çok sayıda yerine koyma işlemi yapılması gerekir. Bu tür durumlarda tasarımcının hatalı hesaplama yapma olasılığı artar ancak bu tasarımın yapılmasına herhangi bir engel teşkil etmez. Geri adımlı kontrol yönteminin çeşitli uygulamalarına literatürde rastlanılmaktadır. Bunlara örnek olarak savunma sanayi bazlı uygulamalar [4], güç elektroniği alanında uygulamalar [5], sinirsel ağlar ile kombine edilmiş uygulamalar [6], uçuş teknikleri alanında uygulamalar [7], otomotiv alanında uygulamalar [8] gösterilebilir. Bunun yanı sıra daha teorik uygulamalar örneğin kaotik (chaotic) sistemlerin kontrolüne yönelik olarak uygulandığı örneklere de [9] literatürde rastlanılmaktadır.

* İlgili yazar: resat.doruk@atilim.edu.tr

Bu kontrol yönteminin genel yapısının elverişliliğinden dolayı çok sayıda uygulamada uyarlamalı kontrol ile birleştirildiği görülmektedir [10, 11]. Diğer başarılı bir kombinasyon ise kayan kipli kontrol yöntemleri ile gerçekleştirilmiştir. Bunlara [12] çalışması örnek gösterilebilir. Geri adımlı kontrol yöntemi sistemlerin zamansallık türüne de bağımlı değildir. Ayrık zamanlı sistemlere de tatbik edildiği [13] çalışmasından rahatlıkla anlaşılmaktadır.

1.2. Elektrik motoru denetleyicileri

Elektrik motorları neredeyse tüm mühendislik disiplinlerinde karşımıza çıkan son derece önemli bir elektromekanik ayardır. Bu özelliği nedeniyle gerek akademik olsun gerekse sanayi alanında olsun motor kontrolü büyük önem taşımaktadır. Bahsedilen nedenlerden ötürü çok sayıda çalışma karşımıza çıkmaktadır. Bunlar sadece yükseköğretim kurumlarında okutulan kontrol sistemleri ya da güç elektroniği kitaplarında [14, 15] verilen doğrusal kontrol örneklerden ibaret değildir. Daha pratik bir Oransal+Tümlev+Türev (PID) denetleyici örneği [16]'da bulunmaktadır. Bunların yanı sıra çok sayıda ileri kontrol yöntemlerinin motor denetleyici tasarımlarına uygulandığını literatürde çok rahat bir şekilde görebilmekteyiz. Bunlar arasında [17] izdüşümsel denetim yöntemini motor hız ve konum denetimine uygulamaktadır. [18] ise geri beslemeye dayalı girdi-çıkıtı doğrusallaştırmasını motor kontrolüne uygulamaktadır. Daha ileri kontrol tekniklerinden yararlanmak suretiyle yapılan çalışmalar arasında doğrusal olmayan kontrol teknikleri uygulanarak yapılan çalışmalar [19], akıllı denetim teknikleri (sinirsel ağlar, öğrenimli kontrol v.b.) [20, 21], uyarlamalı kontrol yaklaşımları [22, 23] ve faz kenetlemeli çevrim [24] görülebilmektedir. Ayrıca gürbüzlük (robustness) sağlamak amacıyla da yapılan denetleyici tasarımı üzerine araştırmalarda mevcuttur. Bunlara örnek olarak [25] gösterilebilir.

1.3. Geri adımlı elektrik motor denetleyicileri

Bu çalışmanın amacı geri adımlı kontrol yöntemlerinin doğru akım motor denetleyicisi tasarımında uygulanmasıdır. Benzer çalışmalar çeşitli motor türleri için literatürde mevcuttur. Örnek olarak, [22, 23, 26–28] araştırmaları gösterilebilir. Bu çalışmada yapılmak istenenler özetle şöyle sıralanabilir:

1. Doğrusal bir doğru akım motoru modelinden yararlanarak, geri adımlı kontrol tekniğine dayalı olarak hız ve konum denetleyicileri tasarlanacaktır.
2. Sistemin kararlılık analizi iki değişik yolla yapılacaktır. Bunlara sırasıyla bakacak olursak:
 - (a) Geri adımlı kontrol yönteminin ana özelliğinden ötürü her adımlar tamamlandığında Lyapunov açısından asimptotik olarak kararlı bir kapalı döngü elde edilecektir. Bu birinci teorik kararlılık analizini teşkil eder. Bunun yanı sıra benzetimler (simülasyonlar) yoluyla da sistemin kararlı bir tutum sergileyip sergilemediğini tespit etmek kısmen mümkün olup benzetimler

daha çok performans analizi açısından fayda sağlar. Ayrıca doğru akım motorlarında yük torku olarak (load torque) gördüğümüz girdi çoğu zaman kapalı döngüye bir dış bozucu etki (external disturbance torque) olarak gözükür. Benzetimler rastgele elde edilmiş bir dış yük torku verilerek yapılabilir ve bu sayede bozucu etkilere karşı temel bir performans testi elde etmiş oluruz.

- (b) Kapalı döngümüz girdilerden tamamen bağımsız olamayacaktır. 2a maddesinde de belirtildiği üzere kapalı döngümüze dış bozucu etki olarak yük torku girmektedir. Bu nedenle bu girdiye karşı kapalı döngü sistemin kararlılığının denetlenmesi önem arz etmektedir. Bu amaca ulaşmak için [29] çalışmasından da yola çıkarak girdi-hal değişkeni kararlılık analizi yapılacaktır.
- (c) Çalışma bütünüyle motorun denetimi ile ilgili konulara yoğunlaşmış olup doğru akım motor sürücü devresine ilişkin hususlar kapsam dışında tutulmuştur.

Bu noktada bazı noktalar açık kalabilir. Bunların başında neden Oransal+Tümlev+Türev (PID) gibi endüstride sıklıkla kullanılan bir denetleyicinin kullanımının tercih edilmediği sorusu gelmektedir. Bölüm 1'de bahsedildiği üzere geçmişte bu konuda çok sayıda çalışma yapılmış ve bu konuda oldukça deneyim kazanılmıştır. Bu çalışmada amaç alternatif bir yöntemden bahsetmektir. Bu yazıda ayrıca PID tipi denetleyicinin başarısız olduğunu ortaya koymak gibi bir amaç kesinlikle söz konusu değildir. Burada modern bir kontrol yöntemi ile benzer bir hedefe ulaşmak söz konusudur. Kullanılmakta olan yöntem hal uzayı (state space) tanım alanında geliştirilmiş bir yaklaşımdır. Daha önceden yapılmış bazı çalışmalar [30–32] göstermektedir ki hal uzayında yapılan tasarımlar performans kriterleri açısından (aşım ve yerleşme zamanları gibi) PID tipi denetleyicilere göre daha başarılı olmaktadır. Hal uzayı tanım alanında kutup yerleştirme, doğrusal karesel yöntemler (LQR) ve benzeri yöntemler kullanılabilir. Tasarımcı ayrıca bazı doğrusal olmayan kontrol yöntemlerini de söz konusu probleme uygulayabilir. Bunların başında Lyapunov tabanlı yöntemler gelmektedir. Bu çalışmadaki geri adımlama yöntemi de bunlardan bir tanesidir. Lyapunov tabanlı yöntemlerin bir avantajı (özellikle geri adımlama yaklaşımı), öncede kutup yerleştirme gibi bir numerik işleme ihtiyaç kalmadan tasarıma olanak vermesidir. Ayrıca kararlılık için hangi koşulların gerekli olduğunu bir kaç parametrenin değerleriyle belirlemek mümkündür. Bu yaklaşımda, doğrudan hata dinamikleriyle çalışması söz konusu olduğundan hal değişkenlerinin (dolayısıyla da çıktının) nasıl davranacağı konusunda önceden tahmin yürütmek mümkün olabilmektedir. Bu açıdan LQR yöntemine benzerlik arz etmekte ancak hesaplamalar analitik düzlemde yapıp daha sonra numerik değerler atanmaktadır. Söz konusu tasarımlarda kararlılık dışında önemli olan kriterler söz konusudur. Bunların başında en yüksek aşım (maximum overshoot) ve yerleşme zamanı (settling time) gelmektedir. Bunların analizini yapmak için

simülasyon sonuçlarına bakmak gereklidir. Bu analizler simülasyon bölümünde yapılmaktadır.

2. Teorik Gelişim

2.1. Lyapunov'un ikinci kararlılık yaklaşımı

Varsayalım ki, elimizde genel olarak aşağıdaki gibi modellenmiş genel bir sistemimiz olsun:

$$\dot{x} = f(x) \quad (1)$$

Yukarıdaki sistemde $f(0) = 0$ ve $x \in \mathfrak{R}^n$ şeklindedir. Lyapunov'un ikinci kararlılık yaklaşımı aşağıdaki hususları kapsar:

1. Yukarıdaki sistemde (1) $x = 0$ noktası bir denge noktası olarak ortaya çıkmaktadır.
2. Varsayalım ki elimizde $V(x)$ şeklinde aşağıdaki özellikleri sağlayan bir çok değişkenli fonksiyon olsun.
 - (a) $V(0) = 0$
 - (b) $V(x) > 0$ ya da diğer bir deyişle $V(x)$ pozitif kesindir.
 - (c) $V(x)$ radyal olarak sınırsızdır yani $\lim_{x \rightarrow \infty} V(x) = \infty$
3. Eğer $V(x)$ yukarıdakilere ek olarak aşağıdaki özelliği de sağlıyorsa o zaman (1) $x = 0$ denge noktası için asimptotik olarak kararlı bir sistem olur.

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) < 0 \quad (2)$$

ya da bir başka deyişle $\dot{V}(x) < 0$ yani negatif kesin.

Eğer orjinal sistemimizin denge noktası $x = 0$ dan farklı bir yerde örneğin $x = x_e$ noktasında konumlandırılmış ise o zaman denge noktası çıkarılarak mesela $e = x - x_e$ şeklinde yapılan tanımlamayla $e = 0$ şeklinde bir denge noktası elde edilebilir.

2.2. Geri adımlı kontrol

Geri adımlı kontrol bir önceki bölümde anlatılan Lyapunov ikinci kararlılık analizi yönteminin bir uyarlamasıdır. Burada hal vektörü x 'in bileşenleri olan hal değişkenleri x_i 'ler tek tek Lyapunov'un ikinci kararlılık yöntemine uygun hale getirilmeye çalışılırlar. Elbette ki bu işlemin anlamlı olabilmesi için (1) denklemindeki sisteme bir girdi $u \in \mathfrak{R}^m$ ilave edilmesi gerekir. Ayrıca geri adımlamanın daha görünür bir şekilde incelenebilmesi için bu girdinin affın biçim [3] olarak ta adlandırılan aşağıdaki biçimde tekrardan yazılmasında yarar vardır.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3)$$

Yukarıdaki denkleme ilaveten sistemin şu an için tek bir girdiye sahip olduğunu varsayalım, yani $u \in \mathfrak{R}$ olmaktadır. Ayrıca geri adımlı kontrol için hal değişkenleri x_i 'lerden bir tanesinin çıktı olarak tanımlayalım. Bu noktada çıktı denklemi olarak şu yazılabilir:

$$y = Hx \quad (4)$$

Yukarıda H bu ilişkilendirmeyi yapan matristir. Burada H 'nin elemanlarından birisi 1 diğerleri ise 0 olmaktadır.

2.2.1. Bağlı derece kavramı

Bağlı derece kavramı girdi ile çıktı arasındaki ilişkiyi tanımlayan özel bir parametredir. Genel olarak bakıldığında doğrusal sistemlerdeki denetlenebilirlik kavramına kısmen benzerlik gösterir. En basit tanımıyla çıktının alınan zamana karşı türevinin ilk defa girdinin ortaya çıktığı sayısı şeklinde açıklanabilir. Matematiksel olarak:

$$\frac{d^{r-1}y}{dt^{r-1}} = \gamma_{r-1}(x) \quad (5a)$$

$$\frac{d^r y}{dt^r} = \gamma_r(x, u) \quad (5b)$$

şeklinde gösterilebilir. (5) denklemlerinde r parametresi bağlı dereceyi nitelemektedir. Türev alım sayısı r 'ye gelinceye kadar girdi değişkeninin (u) hiç bir şekilde görünmemesi gerekir. Eğer $r = n$ yani bağlı derece sistem derecesine eşit ise o zaman bu sistem tam bağlı dereceli olarak tanımlanır. $r < n$ olduğunda ise eksik bağlı dereceli olarak adlandırılır. Sistem tam bağlı dereceli olduğunda geri adımlı kontrol başarılı olmayı garanti etmektedir.

2.2.2. Kesin geri-besleme biçimi

(3)'deki genel affın biçim aşağıdaki gibi bir yapı oluşturmuş ise buna kesin geri besleme biçimi denilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 \\ \dot{x}_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3) + g_3(x_1, x_2, x_3)x_4 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u \end{aligned} \quad (6)$$

Yukarıdaki denklemde tüm hal değişkenleri x_i teker teker yazılmıştır. Vektörel biçimde yazılışları ise $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ şeklindedir. (6)'da gösterilen sistemin bağlı derecesi $y = x_1$ şeklindeki bir seçim için sistem derecesine eşittir ($r = n$).

2.2.3. Geri adımlı kontrolün uygulanması

Geri adımlı kontrolün uygulanmasında bağlı derecenin sistem derecesine eşit olmasının başarılı bir tasarım için gerekli olacağı giriş bölümünde belirtilmişti. Bu nedenle (6)'daki sistem $y = x_1$ seçimi yapıldığında tam bağlı dereceli olacak ve geri adımlama için uygun hale gelecektir. Uygulamada ilk etapta yapılması gereken çıktı $y = x_1$ için bir izleme hatası tanımlaması olmalıdır. Bu şu şekilde olabilir:

$$e = x_1 - x_{1r} \quad (7)$$

burada x_{1r} çıktının ya da x_1 'in ulaşması istenen değerdir. Dolayısıyla asimptotik olarak kararlı hale gelen son sistemde çıktı e 'nin sifira gitmesi gerekir ki bu amacımız yerine gelsin. x_{1r} parametresi çoğu zaman sabit olarak kabul edilir. Böylelikle çıktının hata dinamiği aşağıdaki şekilde olur:

$$\dot{e} = \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (8)$$

Bunu ikinci hal değişkeni x_2 ile bağlayabilmek için ikinci bir hata dinamiği daha tanımlamak gerekir bu hata dinamiği hal değişkeni x_2 ile sanal bir girdi arasında olmalıdır. Bir başka deyişle:

$$e_2 = x_2 - x_{2r} \quad (9)$$

Yukarıdan x_2 değişkeni çekilerek (8) içerisine yerleştirilir. Böyle yapıldığı zaman:

$$\dot{e} = \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)(e_2 + x_{2r}) \quad (10)$$

Şimdi, Kısım 2.1'de belirtilen özelliklere uygun bir Lyapunov fonksiyonu tanımlayalım:

$$V(e_1) = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (11)$$

Yukarıdaki denklemin zamana göre türevini alıp (10) denkleminde yerleştirme yaptığımızda aşağıdaki denklemi elde edilir:

$$\dot{V} = e_1\dot{e}_1 = e_1f_1(x_1) + e_1g_1(x_1)(e_2 + x_{2r}) \quad (12)$$

Bu denklemin negatif kesin özellikli olması istenmektedir. Elbette ki ikinci hal denkleminin (x_2)'ni ilgilendiren bazı terimler bulunduğu için bunlar ayrılarak bir sonraki adımda incelenirler.

$$\dot{V} = e_1\dot{e}_1 = e_1(f_1(x_1) + g_1(x_1)x_{2r}) + g_1(x_1)e_1e_2 \quad (13)$$

Şimdi burada yapılması gereken öyle bir x_{2r} bulunmalı ki (13) denkleminin $g_1(x_1)e_2$ hariç olan kısmı negatif kesin olabilsin. Eğer aşağıdaki şekilde bir seçim yapılabilirse:

$$x_{2r} = \frac{-K_1e_1 - f_1(x_1)}{g_1(x_1)} \quad (14)$$

(13) denkleminin aşağıdaki hali alır:

$$\dot{V} = -K_1e_1^2 + g_1(x_1)e_1e_2 \quad (15)$$

Yukarıdaki denkleminde $K_1 > 0$ olmalıdır. Ayrıca aynı denkleminde, e_2 terimini içeren bir bölüm bulunuyor. Bunun Lyapunov açısından incelemesi ikinci adımda yapılmaktadır. İkinci adımda olan aşağıdaki gibi yapılır. Öncelikli olarak x_{2r} değişkeninin neden olduğu tarama hatası tanımlanır. Bu:

$$e_2 = x_2 - x_{2r} \quad (16)$$

şeklinde olmalıdır. Bu denklemin zamansal dinamiği türev almayla elde edildiğinde (8)'den farklı olarak x_{2r} 'nin türevi söz konusu olur.

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2r} \quad (17)$$

ve (6) ve (14)'den yerleştirdiğimizde aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\dot{e}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 + \frac{(K_1\dot{e}_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\dot{x}_1)g_1(x_1) + (K_1e_1 + f_1(x_1))\frac{\partial g_1}{\partial x_1}\dot{x}_1}{g_1^2(x_1)} \quad (18)$$

Referansımızın sabit olması nedeniyle $\dot{e}_1 = \dot{x}_1$ olur bu nedenle yukarıdaki denkleme yerleştirme yapıldıktan sonra (6) denkleminde de yola çıkmak suretiyle (18) aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir:

$$\dot{e}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 + \frac{(K_1(f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2))g_1(x_1)}{g_1^2(x_1)} + \frac{(K_1e_1 + f_1(x_1))\frac{\partial g_1}{\partial x_1}(f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2)}{g_1^2(x_1)} \quad (19)$$

Daha sonra birinci adımda olduğu gibi hata tanımlamamız $e_3 = x_3 - x_{3r}$ şeklinde yapılmalı ve daha sonra $x_3 = x_{3r} + e_3$ şeklinde yerleştirme yapılmalıdır. Bu noktada (11)'dekine benzer şekilde bir Lyapunov fonksiyonu tanımlanmalı ancak bu (11)'tekinin üstüne ek olarak yapılmalıdır. Şöyle ki:

$$V(e_1, e_2) = V(e_1) + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (20)$$

Yukarıdaki denklemin türevini aldığımızda:

$$\dot{V}(e_1, e_2) = \dot{V}(e_1) + e_2\dot{e}_2 = -K_1e_1^2 + g_1(x_1)e_1e_2 + e_2\dot{e}_2 \quad (21)$$

\dot{e}_2 ifadesi (19) denkleminde alınmalıdır. Daha sonra yukarıda da belirtildiği üzere $x_3 = x_{3r} + e_3$ şeklinde (21) denkleminde yerleştirme yapılmalıdır. Devam etmeden önce ise e_3 ifadesini içeren terimler ayrılmalıdır. Bu aşamadan sonra e_2 terimi içeren bölümler birinci adımda olduğu gibi stabilize edilmelidir. Bu noktada, e_2 hata dinamiğine ilişkin terimlerin toplamının $\dot{V}(e_1, e_2)$ ifadesi içerisinde $-K_2e_2^2$ ($K_2 > 0$) şeklinde açığa çıkması makul bir seçim olacaktır. Böylelikle bu şekilde devam edildiğinde yani:

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}e_i^2 \quad (22)$$

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + e_i\dot{e}_i$$

şeklinde adımlar ilerlediğinde son Lyapunov türevimizin aşağıdaki biçimi olması gerekir:

$$\dot{V}(e_1, \dots, e_n) = -K_1e_1^2 - \dots - K_n e_n^2 \quad \forall K_i > 0 \quad (23)$$

Yukarıda görüldüğü üzere $\dot{V}(e_1, \dots, e_n)$ tamamen negatif kesin hale gelmiştir. Geri adımlı kontrol tekniğinde nihai hedef budur. Son adımda ekstra hata terimleri olmamalı ve tamamen negatif kesin bir Lyapunov türevi elde edilmelidir. Burada en son adımda $\dot{V}(e_1, \dots, e_n)$ uygun hale getirilmesinde ana sistem girdisi olan u seçilmektedir. Tam bağımlı dereceli sistemde bu normal bir durumdur. Geri adımlı kontrolde ana sistem girdisinin atanması son adıma kalmalıdır.

2.3. Girdiden-hale-kararlılık kavramı

Genel bir sistem açısından kararlılık denildiğinde akla ilk gelen metodoloji Lyapunov yöntemidir. Bu yaklaşımı Bölüm 2.1 kısmında matematiksel hatlarıyla işledik. Ancak bu yöntemi kullanarak yapılan kontrol sistemi tasarımları ideal ortamda kapalı döngü kararlılığı göstermektedir. Sistemde bir bozucu etki söz konusu olduğunda kapalı

döngü tamamen girdilerden bağımsız olamaz ve en az bir bozucu etki kapalı döngü sisteme girdi olarak gözükür. Bu durumda klasik Lyapunov yaklaşımı kararlılığın analizinde yeterli olamaz. Böyle bir durumda kararlılığın analizi eğer farklı bir teorik yöntemle başvurulmazsa ancak simülasyonlar yoluyla yapılabilir. Ancak simülasyonlar yoluyla yapılan analizlerde bir dizi eksiklik söz konusu olacaktır. Zira kullanılan bozucu etki girdisi rastgele süreçlerden elde edilmiş (çoğunlukla Gauss dağılımı) bir sinyeldir ve tüm girdi formlarını kapsamayabilir. Bu çalışmada sözü geçen türden bir analiz yapılacağı gibi [29] çalışmasında geliştirilen girdiden-hale-kararlılık yöntemiyle yapılan teorik bir analizde yer alacaktır. Girdiden-hale-kararlılık analizini yapabilmek için bazı tanımlara başvurmamız gereklidir. İlerleyen bölümlerde bunları ve sonrasında ilgili kuramları vereceğiz.

2.3.1. \mathcal{H} ve \mathcal{H}_∞ sınıfı fonksiyon tanımları

\mathcal{H} sınıfı fonksiyon: $\gamma(0) = 0$ ve $\gamma: \mathfrak{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathfrak{R}_{\geq 0}$ tanım alanı özelliğini taşıyan sürekli ve kesin olarak artan nitelikteki fonksiyonlar bu gruba girerler.

\mathcal{H}_∞ sınıfı fonksiyon: Yukarıdaki özelliğinin yanı sıra $\lim_{s \rightarrow \infty} = \infty$ özelliğine sahip olan fonksiyonlar bu ad ile tanımlanırlar.

2.3.2. Lyapunov kararlılığı tekrardan

Bölüm 2.3.1 verilen tanımlamalar ışığında Lyapunov'un ikinci kararlılık kuramını tekrar ele alacak olursak aşağıdakileri yazabiliriz [29]:

Lyapunov Kararlılığı: $\dot{x} = f(x)$ şeklindeki otonom bir sistemimiz olduğunu varsayalım. Yine elimizde $V(x) > 0$ ve $V(0) = 0$ özelliklerini taşıyan bir $V(x)$ fonksiyonu olsun. Bunlara ilaveten $V(x)$ aşağıdaki özelliği sağlıyor olsun:

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \leq -\alpha(|x|) \quad (24)$$

Yukarıdaki eşitsizlikte sağ taraftaki $-\alpha(|x|)$ ifadesi \mathcal{H}_∞ sınıfına mensup bir fonksiyondur. Bu kuralı sağlayan $\dot{x} = f(x)$ için $x = 0$ noktası asimptotik olarak kararlı olmaktadır.

Bu tanımlamada $\dot{x} = f(x)$ kapalı döngü sistemimizi nitelediğini düşünebiliriz. Bu yaklaşım ilk tasarımıda kullanılmaktadır.

2.3.3. Girdiden-hale kararlılık

Sözgelimi Bölüm 2.3.2'de bahsi geçen sistemin birde w şeklinde bir girdisi olsun. Bu girdi kapalı döngü sistemde dış bozucu etkilere karşılık gelmektedir. Matematiksel olarak bu sistemi aşağıdaki gibi yazalım:

$$\dot{x} = f(x, w) \quad (25)$$

burada $w \in \mathfrak{R}$ olmaktadır. Bu şekilde bir girdi olduğunda (24) denkleminde girdi w ile ilgili bir bölüm yerleştirilmesi yerinde olacaktır [29]. Bunu yaptığımız zaman:

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, w) \leq \theta(|w|) - \alpha(|x|) \quad (26)$$

Yukarıda $\theta(|w|)$ yine \mathcal{H}_∞ türü bir fonksiyondur. Bu özelliği sağlayan $V(x)$ fonksiyonu bir *Girdiden-Hale-Kararlılık (ISS) Lyapunov Fonksiyonudur*. Bu tür $V(x)$ yazılabilen (25) şeklinde sistemler girdiden-hale-kararlı sistemler olurlar. Bu yaklaşım w dış bozucu etkileri nitelediği zaman teorik bir gürbüz kararlılık analizi yapılmasına olanak verecektir. Ayrıca, (26) eşitsizliği burada harcama eşitsizliği olarak bilinen önemli bir kontrol kavramıyla da tanımlanabilmektedir [33]. Bu kavram H_∞ kontrol tekniklerinde karşımıza çıkar ve bozucu etki bastırılması kavramı ile ilişkilendirilebilir [34]. Burada $V(x)$ bir depolama fonksiyonu, $\omega(x, w) = \theta(|w|) - \alpha(|x|)$ ise kaynak fonksiyonu (supply function) işlevi görür.

3. Doğru Akım Motorları

Bu bölümde doğru akım motorlarının konum ve hız kontrolleri için doğrusal dinamik modelleri sunulacaktır.

3.1. Matematiksel model

Doğru akım motoru akımı mekanik enerjiye çeviren bir tork transdüktörüdür. Burada voltaj-hız-tork ilişkisini sunan basit bir model sunulacak olup pozisyon ve hız kontrolü için kullanılacaktır. En temel haliyle matematiksel model aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\dot{\theta} = \omega \quad (27a)$$

$$\dot{\omega} = \alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L \quad (27b)$$

$$\dot{i}_a = \gamma\omega + \rho i_a + sV_a \quad (27c)$$

Yukarıdaki denklemede $\alpha = -\frac{B}{J}$, $\beta = \frac{K_t}{J}$, $\gamma = -\frac{K_b}{L_a}$, $\rho = -\frac{R_a}{L_a}$, $s = \frac{1}{L_a}$ ve $v = \frac{1}{J}$ şeklindedir.

Tablo 1. Doğru Akım Motoru Parametreleri

Tanım	Simge	Değer
Yük Eylemsizlik Momenti	J	0.01 kg · m ²
Rulman Sürtünme Katsayısı	B	0.1 N · m · sec/rad
Armatür Direnci	R_a	1 Ω
Armatür Endüktansı	L_a	0.5 H
Tork Sabitesi	K_t	0.01 N · m/A
Geri Endükleme Sabitesi	K_b	0.01 V · sec/rad
Anma Voltajı	V_{rat}	500 V
Anma Akımı	I_{rat}	680 A
Anma Hızı	ω_{rat}	500 ϕ /d

Ayrıca (27) denkleminde θ motorun açısız konumu, ω motorun açısız hızı, τ_L yük torku (bozucu etki torku), i_a armatür akımı ve V_a motora uygulanan voltaj (armatür voltajı/girdi) değişkenlerini temsil etmektedir. BU değişkenlerin tork ile olan ilişkisi $\tau_m = K_t \times i_a$ şeklinde olur. Bu nedenle K_t tork sabitesi olarak adlandırılır. Bu modelde kontrol edilmesi istenen değişkenler konum θ ya da hız ω olacaktır. Kontrol yasası ise armatür voltajı V_a üzerine tanımlanacaktır.

4. Geri Adımlı Kontrol Yöntemi ile Motor Denetleyici Tasarımları

4.1. Motor hız kontrolü

4.1.1. Birinci adım: Hız tarama hatası çözümü

Geride adımlı kontrol yöntemi ile hız kontrolü için modelimizin (27b) ve (27c) kısımları kullanılmalıdır. Ayrıca bu amaçla seçilmesi gereken sistem çıktısında açılmal hız değişkeni ω 'dır. İlk adımda bir hız tarama hatası tanımlanmalıdır. Bu:

$$e_\omega = \omega - \omega_r \quad (28)$$

bu tanımlamadaki ω_r motorumuzun ulaşması istenen açılmal hızdır. Tasarım açısından sabit ya da değişken olması yöntemi çok etkilemeyeceğinden bu örnekte sabit olarak kabul edilecektir. Bu nedenle açılmal hız tarama hatası dinamiği aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\dot{e}_\omega = \dot{\omega} - \dot{\omega}_r = \dot{\omega} = \alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L \quad (29)$$

Bunun arkasından (9) ve (19) denklemlerinde yaptığımız gibi diğer adımda kullanacağımız hata değişkenini tanımlamamız gerekiyor:

$$e_i = i_a - i_r \quad (30)$$

Yukarıda görülmekte olan i_r değişkeni sanal bir kontrol talep girdisi olup birinci adımda otomatik olarak üretilmektedir. Bu yönüyle ω_r girdisinden farklıdır. Zira bu kullanıcı talebi olup serbest seçimli bir talep girdisidir. Bölüm 2.2.3'te yapıldığı üzere bu hatayı armatür akımının (i_a) yerine koymamız gerekecektir ($i_a = e_i + i_r$). Bu işlemi (29) denkleminde uyguladığımızda aşağıdaki sonucu alırız:

$$\dot{e}_\omega = \dot{\omega} - \dot{\omega}_r = \dot{\omega} = \alpha\omega + \beta(e_i + i_r) + v\tau_L \quad (31)$$

Denklemdaki parantezi açıp e_i terimini ayırdığımızda:

$$\dot{e}_\omega = \dot{\omega} - \dot{\omega}_r = \dot{\omega} = \alpha\omega + \beta e_i + \beta i_r + v\tau_L \quad (32)$$

Bir sonraki işlem, (11)'de olduğu gibi birinci Lyapunov fonksiyonunu tanımlamak olmalıdır:

$$V(e_\omega) = \frac{1}{2}e_\omega^2 \quad (33)$$

ve zamana karşı değişimi:

$$\dot{V}(e_\omega) = e_\omega \dot{e}_\omega \quad (34)$$

(29) eşitliğini yukarıdaki denkleme yerleştirdiğimizde aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_\omega) &= e_\omega (\alpha\omega + \beta e_i + \beta i_r + v\tau_L) \\ &= \beta e_\omega e_i + e_\omega (\alpha\omega + \beta i_r) + v e_\omega \tau_L \end{aligned} \quad (35)$$

Yukarıdaki denklemden parantez içindeki terimi $-K_\omega e_\omega$ ($K_\omega > 0$) fadesine dönüştürecek bir seçim yapılması gerekir. Bunu sağlayacak sanal kontrol yasamız aşağıdaki gibi olmalıdır:

$$i_r = \frac{-K_\omega e_\omega - \alpha\omega}{\beta} \quad (36)$$

Böylelikle (35) aşağıdaki hali alır:

$$\dot{V}(e_\omega) = \beta e_\omega e_i - K_\omega e_\omega^2 + v e_\omega \tau_L \quad (37)$$

Yukarıdaki denklemin elde etmemizle birlikte birinci adım tamamlanmış oluyor. Burada hatırlatılması gereken husus (37) denkleminde iki adet serbest değişken bulunmaktadır. Bunlardan birincisi Bölüm 2.2.3'de de karşımıza çıkan bir sonraki adımın yani armatür akımı tarama hatası e_i diğeri ise yük torku ya da bozucu dış etki değişkeni olan τ_L . Akım tarama hatası ile ilgili husus son adımda çözülecektir. Ancak τ_L bir dış etken olduğundan bu değişken en son Lyapunov türevinde de aynen var olacaktır. Bu değişkenin etkisi simülasyon ve teorik girdi-hal-kararlılık kuramından (Bölüm 2.3.3) yola çıkarak incelenecektir.

4.1.2. İkinci adım: Armatür akımı tarama hatası çözümü

İkinci adımda yapılması gereken armatür akımı tarama hatası $e_i = i_a - i_r$ 'den yola çıkarak armatür akımı hata dinamiğini denklemini elde etmektir.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{i}_a - \dot{i}_r \\ &= \gamma\omega + \rho i_a + sV_a + \frac{K_\omega \dot{e}_\omega + \alpha\dot{\omega}}{\beta} \\ &= \gamma\omega + \rho i_a + sV_a + \frac{(K_\omega + \alpha)}{\beta} \dot{\omega} \\ &= \gamma\omega + \rho i_a + sV_a + \frac{(K_\omega + \alpha)}{\beta} (\alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L) \\ &= \left(\gamma + \frac{(K_\omega + \alpha)}{\beta} \right) \omega + (\rho + K_\omega + \alpha) i_a + sV_a + \frac{v(K_\omega + \alpha)}{\beta} \tau_L \end{aligned} \quad (38)$$

Şu aşamada yapılması gereken işlem (33) denkleminde tanımlanan Lyapunov fonksiyonu üzerine eklenecek şekilde son Lyapunov fonksiyonunu (hız ve armatür akımı tarama hatası için tanımlanan) tanımlamaktır. Şöyle ki:

$$V_2(e_\omega, e_i) = V_1(e_\omega) + \frac{1}{2}e_i^2 \quad (39)$$

Birinci adımda yaptığımız gibi zamana karşı türevini aldığımızda:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_\omega, e_i) &= \dot{V}_1(e_\omega) + e_i \dot{e}_i \\ &= \beta e_\omega e_i - K_\omega e_\omega^2 + v e_\omega \tau_L + \\ &\quad + e_i \left(\left(\gamma + \frac{(K_\omega + \alpha)}{\beta} \right) \omega + (\rho + K_\omega + \alpha) i_a + sV_a + \frac{v(K_\omega + \alpha)}{\beta} \tau_L \right) \\ &= e_i \left(\beta e_\omega + \left(\gamma + \frac{(K_\omega + \alpha)}{\beta} \right) \omega + (\rho + K_\omega + \alpha) i_a + sV_a \right) \\ &\quad - K_\omega e_\omega^2 + \left(\frac{v(K_\omega + \alpha)}{\beta} + v e_\omega \right) \tau_L \end{aligned} \quad (40)$$

Yukarıdaki eşitlikte en sağda görülmekte olan terim dış bozucu etki ya da yük torku olup tasarım açısından bu etkinin yok varsayılmasında bir sakınca yoktur $\tau_L = 0$. Tasarımın tamamlanması için ise (40) denklemindeki ilk parantezin içerisindeki terimlerin negatif kesin bir çarpan oluşturacak şekilde yerine koyma işlemi yapılması gerekmektedir. Bu amaca ulaşmak için kontrol girdisi olan

armatür voltajının (V_a) aşağıdaki şekilde atanması yeterli olacaktır:

$$V_a = \frac{1}{s} \left(-K_i e_i - \beta e_\omega - \left(\gamma + \frac{\alpha(K_\omega + \alpha)}{\beta} \right) \omega - (\rho + K_\omega + \alpha) i_a \right)$$

$$V_a = \frac{1}{s} \left(-K_i (i_a - i_r) - \beta (\omega - \omega_r) - \left(\gamma + \frac{\alpha(K_\omega + \alpha)}{\beta} \right) \omega - (\rho + K_\omega + \alpha) i_a \right) \quad (41)$$

yukarıdaki denklemde i_r (36) eşitliğinde tanımlanmaktadır. Tüm bu işlemlerin sonucunda (40) aşağıdaki hali alır:

$$\dot{V}_2(e_\omega, e_i) = -K_\omega e_\omega^2 - K_i e_i^2 + \left(\frac{v(K_\omega + \alpha)}{\beta} e_i + v e_\omega \right) \tau_L \quad (42)$$

Böylelikle ideal (dış bozucu etkinin söz konusu olmadığı) ortamda ($\tau_L = 0$) kapalı döngü sistemimiz Lyapunov anlayışı bakımından asimptotik olarak kararlı olur. Son olarak unutulmaması gereken faktör $K_i > 0$ ve $K_\omega > 0$ olması gerekliliğidir. Hız denetleyicisinin blok şeması Şekil 29'da görülebilir.

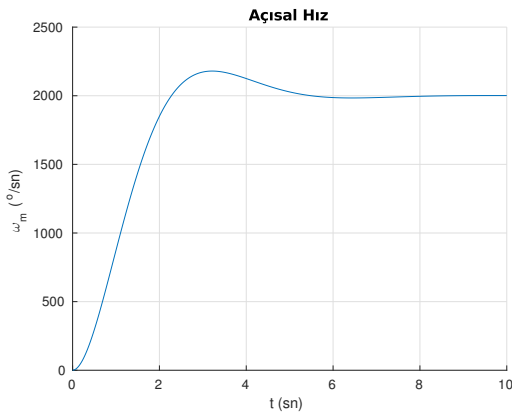
4.1.3. İlgili benzetim sonuçları

Bu bölümde Tablo 1'de verilen parametreler için Bölüm 4.1 tasarlanan denetleyicimizin performansını sergileyeceğiz.

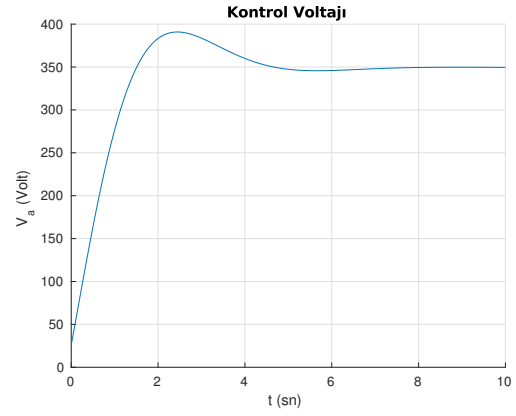
Tablo 2. (41) denetleyicisinin motor hız kontrolüne uygulanmasına ilişkin parametreleri

Parametre	Değer
Denetleyici Kazancı K_ω	0.5
Denetleyici Kazancı K_i	1
Benzetim Uzunluğu T_f	10 sn
Referans Hız Değeri ω_r	2000 °/sn

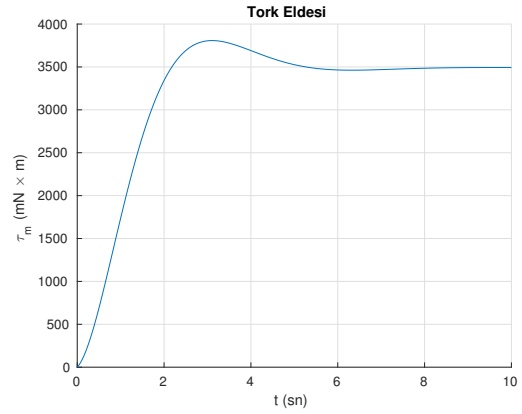
Tablo 2'de belirtilen detaylar için ve bozucu etkilerden bağımsız bir ortamda yapılan benzetim sonuçları Şekil 1 - 4'de gösterilmektedir.



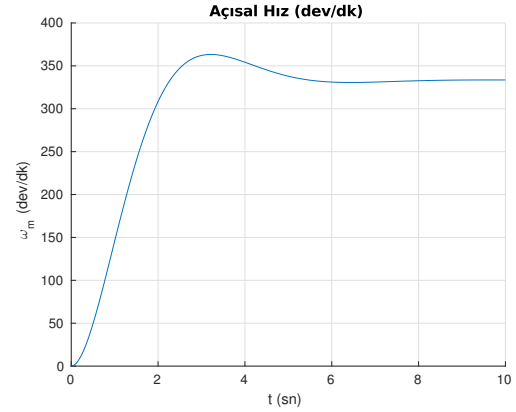
Şekil 1. Bozucu etki olmayan ortamda hız denetim sonuçları: Açısal hız değışımi



Şekil 2. Bozucu etki olmayan ortamda hız denetim sonuçları: Kontrol voltajı girdisi



Şekil 3. Bozucu etki olmayan ortamda hız denetim sonuçları: Tork gereksinimi



Şekil 4. Bozucu etki olmayan ortamda hız denetim sonuçları: RPM cinsinden hız değışımi

4.1.4. Diğer denetim karakteristikleri yönünden inceleme

Bu noktaya kadar motor hız denetleyicisi kapalı döngü kararlılık yönünden incelenmiştir. Bu bölümde denetleyici en yüksek aşım ve yerleşim zamanı kriterleri yönünden incelenecektir. K_ω ve K_i denetleyici parametrelerinin çeşitli değerleri için en yüksek aşım ve yerleşim zamanı değerleri Tablo 3'de görülebilmektedir. Yukarıdaki tablodan anlaşılacağı üzere, girdi voltajında çok ciddi bir

Tablo 3. Kontrol kazançları K_ω ve K_i 'nin değişik değerleri için en yüksek aşım zamanı ve yerleşme zamanı verileri. Sütun tanımları sırasıyla K_ω, K_i : kontrol kazançları, t_s : yerleşme zamanı, $\omega(t)$ Tepe: motor hızının aldığı en yüksek değer, $M_p(\%)$: En yüksek aşım oranı yüzde olarak, (V_a) Tepe: motora uygulanan girdi voltajının en yüksek değeri. Yerleşme zamanının (t_s) hesaplanmasının söz konusu olamayacağı durumlarda 10%-90% aralığı için yükselme zamanı (t_r) verilmiştir. G/D: Geçerli Değil (Not Applicable) anlamına gelmektedir.

#	K_ω	K_i	$t_r(^*), t_s(2\%)$	$t_s(5\%)$	$\omega(t)$ Tepe	$M_p(\%)$	(V_a) Tepe
1	0.5	1	4.84s	4.25s	2179 °/s	8.95	380V
2	0.5	0.5	4.93s	4.66s	2424 °/s	21.2	450V
3	1	1	4.2s	G/D	2089 °/s	4.45	373V
4	2	1	1.56s	G/D	2009 °/s	0.45	354V
5	2	2	1.26s	G/D	2004 °/s	0.20	357V
6	5	2	1.08s	G/D	G/D	G/D	360V
7	5	5	0.62s	G/D	G/D	G/D	503V

değişikliğe yol açmadan aşım olgusunun etkileri azaltılabilmektedir. K_i 'nin değerinin girdi voltajını doğrudan etkilediği görülmektedir. Yerleşme zamanı olarak 1-1.5 saniyelik bir bölge uygun görünmektedir. Ancak daha hızlı yanıt almak istenirse yükselen bir kontrol girdisiyle karşılaşma durumu ortaya çıkacaktır. Bu yapılandırma önerilmemekle birlikte bir Bölüm 4.3'de işlendiği üzere bozucu etkilerin varlığı söz konusu olduğunda gerekli olabilmektedir.

4.2. Açısız konum denetimi

4.2.1. Birinci adım: Konum tarama hatası çözümü

Açısız konumun kontrolü için (27)'nin tüm alt denklemleri kullanılmalıdır. Burada ilk olarak bir konum tarama hatası e_θ tanımlanması gerekir. Bunun için aşağıdaki yazılması yeterli olacaktır:

$$e_\theta = \theta - \theta_r \quad (43)$$

Yukarıdaki denklemde θ_r istenen son konum değeridir. Hız kontrolünde olduğu gibi bu değerinde sabit kabul edilebilir. Bu hatanın dinamiği de sözü edilen nedenle aşağıdaki gibi olur:

$$\dot{e}_\theta = \dot{\theta} = \omega \quad (44)$$

Bir sonraki adımla bağlantı için açısız tarama hatasının $e_\omega = \omega - \omega_r$ şeklinde tanımlanması gerekecektir. Ancak burada ω_r ifadesi ikinci adımda etkileyecek nitelikte bir sanal kontrol girdisidir ve (28) denklemindeki eşleniğinden farklı bir nitelik taşımaktadır. Bu tanımlamayı (44) içerisine yerleştirdiğimiz zaman $\dot{e}_\omega = \omega_r + e_\omega$ şeklini alacaktır. Birinci Lyapunov fonksiyonumuz hız kontrolünde olduğu gibi kareseldir:

$$V_1(e_\theta) = \frac{1}{2}e_\theta^2 \quad (45)$$

ve değişimi:

$$\dot{V}_1(e_\theta) = e_\theta \dot{e}_\theta = e_\theta(\omega_r + e_\omega) = e_\theta \omega_r + e_\theta e_\omega \quad (46)$$

Burada çok açık bir şekilde görülmektedir ki, eğer $\omega_r = -K_\theta e_\theta$ şeklinde bir sanal kontrol girdisi seçersek $V_1(e_\theta)$ ifadesi aşağıdaki hali alır:

$$\dot{V}_1(e_\theta) = -K_\theta e_\theta^2 + e_\theta e_\omega \quad (47)$$

Yukarıdaki denklemle birlikte birinci adım için amacımıza ulaşılmış bulunuyoruz. Sağ taraftaki hata çarpımını ikinci adımı ilgilendirmektedir.

4.2.2. İkinci adım: Hız tarama hatasının çözümü

Bunun için hız tarama hatasını bir kez daha ele almak gerekir. Böylelikle:

$$\begin{aligned} \dot{e}_\omega &= \dot{\omega} - \dot{\omega}_r = \alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L + K_\theta \dot{e}_\theta \\ &= \alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L + K_\theta \omega \\ &= (\alpha + K_\theta)\omega + \beta i_a + v\tau_L \end{aligned} \quad (48)$$

Bir sonraki adıma geçmeden önce hız kontrolü örneğinde olduğu gibi armatür akımı tarama hatasının tanımlanarak Lyapunov fonksiyonuna bağlanması gerekir. Bir başka deyişle $e_i = i_a - i_r$. Bu tanımlı yukarıdaki denkleme yerleştirirsek:

$$\dot{e}_\omega = (\alpha + K_\theta)\omega + \beta(e_i + i_r) + v\tau_L \quad (49)$$

İkinci adım için Lyapunov fonksiyonumuz:

$$V_2(e_\theta, e_\omega) = V_1(e_\theta) + \frac{1}{2}e_\omega^2 \quad (50)$$

ve \dot{V}_2 buradan:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_\theta, e_\omega) &= \dot{V}_1(e_\theta) + e_\omega \dot{e}_\omega \\ &= -K_\theta e_\theta^2 + e_\omega [e_\theta + (\alpha + K_\theta)\omega + \beta e_i + \beta i_r + v\tau_L] \end{aligned} \quad (51)$$

Aşağıdaki şekilde bir i_r ,

$$i_r = \frac{-K_\omega e_\omega - e_\theta - (\alpha + K_\theta)\omega}{\beta} \quad (52)$$

seçtiğimizde (51) aşağıdaki hali alır:

$$\dot{V}_2(e_\theta, e_\omega) = -K_\theta e_\theta^2 - K_\omega e_\omega^2 + \beta e_\omega e_i + v e_\omega \tau_L \quad (53)$$

Üçüncü ve son adımda süreç tamamlanacaktır.

4.2.3. Üçüncü adım: Armatür akımı tarama hatasının çözümü

Konum kontrolü açısından son adıma başlarken armatür akım hatasını ele almak gerekir: $e_i = i_a - i_r$. Bunun değişimi ise:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{i}_a - \dot{i}_r = \gamma\omega + \rho i_a + sV_a + \frac{K_\omega \dot{e}_\omega + \dot{e}_\theta + (\alpha + K_\theta)\dot{\omega}}{\beta} \\ &= \gamma\omega + \rho i_a + sV_a \\ &\quad + \frac{K_\omega((\alpha + K_\theta)\omega + \beta i_a + v\tau_L) + \dot{\omega} + (\alpha + K_\theta)(\alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L)}{\beta} \end{aligned} \quad (54)$$

Son aşamaya gelmeden önce bir Lyapunov fonksiyonu tanımlamamız gerekmektedir:

$$V_3(e_\theta, e_\omega, e_i) = V_2(e_\theta, e_\omega) + \frac{1}{2}e_i^2 \quad (55)$$

ve,

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(e_\theta, e_\omega, e_i) &= \dot{V}_2(e_\theta, e_\omega) + e_i \dot{e}_i \\ &= -K_\theta e_\theta^2 - K_\omega e_\omega^2 + \beta e_\omega e_i + v e_\omega \tau_L + e_i \dot{e}_i \\ &= -K_\theta e_\theta^2 - K_\omega e_\omega^2 + v e_\omega \tau_L + e_i (\beta e_\omega + \dot{e}_i) \end{aligned} \quad (56)$$

Aşağıda görüldüğü biçimde bir kontrol voltajı atarsak denetleyicimizin tasarımı tamamlanmış olacaktır:

$$V_a = \frac{1}{s} [-K_i e_i - \beta e_\omega - A_2 x_2 - A_3 x_3] \quad (57)$$

Burada A_1 ve A_2 terimleri aşağıda verildiği gibi olmalıdır:

$$A_2 = \gamma + \frac{K_\omega \alpha + K_\theta K_\omega + \alpha(K_\theta + \alpha) + 1}{\beta} \quad (58)$$

$$A_3 = \alpha + \rho + K_\theta + K_\omega$$

Son olarak yukarıda türetilen konum kontrol yasamız sonucunda ortaya çıkan son Lyapunov fonksiyonu değişimi aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(e_\theta, e_\omega, e_i) &= -K_\theta e_\theta^2 - K_\omega e_\omega^2 - K_i e_i^2 + v e_\omega \tau_L \\ &\quad + \frac{(K_\omega v + \alpha v + v K_\theta)}{\beta} e_i \tau_L \end{aligned} \quad (59)$$

Sonuç olarak söyleyebilir ki, bozucu etkiler olmadığı sürece ($\tau_L = 0$) kapalı döngü motor konum denetleyicimiz kararlı olarak çalışacaktır. Konum denetleyicisinin blok şeması Şekil 30'da görülebilir.

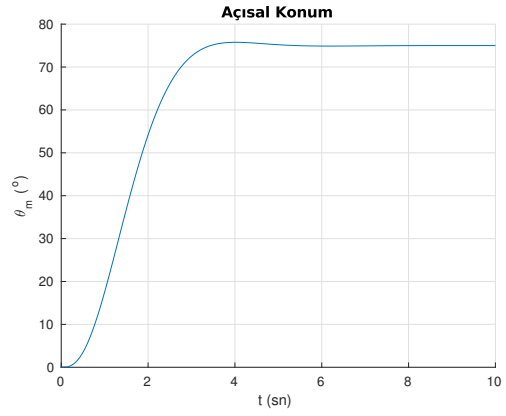
4.2.4. İlgili benzetim sonuçları

Bu bölümde Tablo 1'de verilen parametreler için Bölüm 4.2 tasarlanan denetleyicimizin performansını sergileyeceğiz.

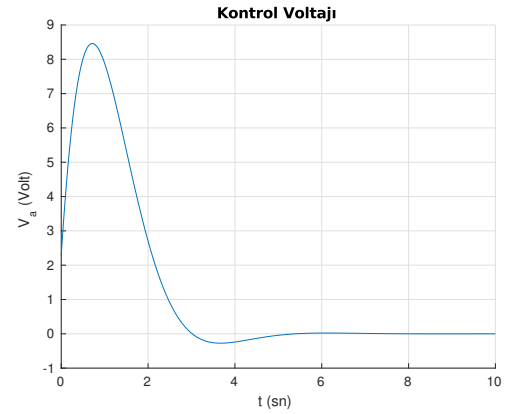
Tablo 4. (57) denetleyicisinin motor konum kontrolüne uygulanmasına ilişkin parametreleri

Parametre	Değer
Denetleyici Kazancı K_θ	0.5
Denetleyici Kazancı K_ω	1
Denetleyici Kazancı K_i	2
Benzetim Uzunluğu T_f	10 sn
Referans Konum Değeri θ_r	75 °

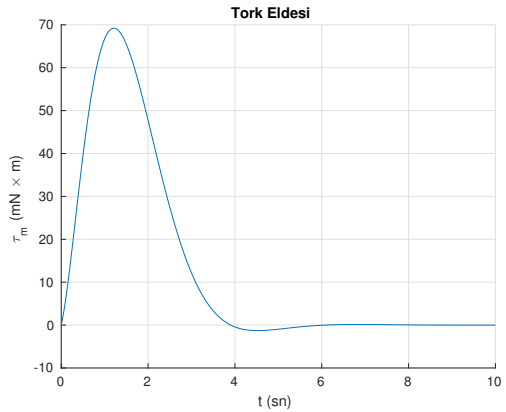
Tablo 4'de verilen senaryoya göre konum denetleyicimizin performansına ilişkin sonuçlar Şekil 5 - 8'de görülmektedir.



Şekil 5. Bozucu etki olmayan ortamda konum denetim sonuçları: Açısal Konum değişimi



Şekil 6. Bozucu etki olmayan ortamda konum denetim sonuçları: Kontrol voltajı girdisi



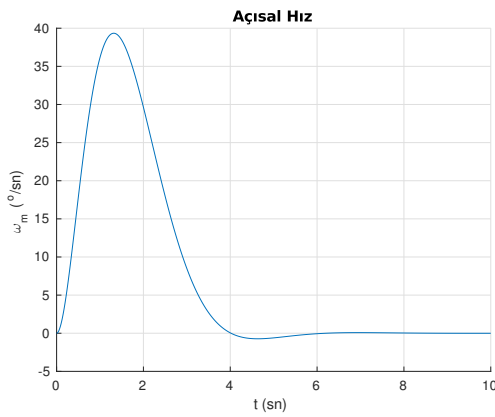
Şekil 7. Bozucu etki olmayan ortamda konum denetim sonuçları: Tork gereksinimi

4.2.5. Diğer denetim karakteristikleri yönünden inceleme

Bu noktaya kadar motor konum denetleyicisi kapalı döngü kararlılık yönünden incelenmiştir. Bu bölümde denetleyici en yüksek aşım ve yerleşim zamanı kriterleri yönünden incelenecektir. K_θ , K_ω ve K_i denetleyici parametrelerinin çeşitli değerleri için en yüksek aşım ve yerleşim zamanı değerleri Tablo 5'de görülebilmektedir. Yukarıdaki

Tablo 5. Konum denetleyicisi için kontrol kazançları K_θ , K_ω ve K_i 'nin değişik değerlerinde ortaya çıkan en yüksek aşım zamanı ve yerleşme zamanı verileri. Sütun tanımları sırasıyla K_θ, K_ω, K_i : kontrol kazançları, t_s : yerleşme zamanı, $\theta(t)$ Tepe: motor konumunun aldığı en yüksek değer, $M_p(\%)$: En yüksek aşım oranı yüzde olarak, (V_a) Tepe: motora uygulanan girdi voltajının en yüksek değeri. Yerleşme zamanının (t_s) hesaplanmasının söz konusu olamayacağı durumlarda 10%-90% aralığı için yükselme zamanı (t_r) verilmiştir. G/D: Geçerli Değil (Not Applicable) anlamına gelmektedir. Bu incelemede aşım olmadığından yerleşme zamanı (t_s) yerine yükselme zamanının (t_r) verilmesi uygun görülmektedir.

#	K_θ	K_ω	K_i	t_r^* , $t_s(2\%)$	$t_s(5\%)$	$\theta(t)$ Tepe	$M_p(\%)$	(V_a) Tepe
1	0.5	1	2	1.90s	G/D	75.8°	≈ 1	8.5V
2	0.5	0.5	0.5	4.36s	G/D	G/D	G/D	6.3V
3	1	0.5	0.5	1.99s	G/D	G/D	G/D	7.5V
4	1	1	0.5	1.46s	G/D	G/D	G/D	7V
5	1	1	1	1.97s	G/D	G/D	G/D	8.4V
6	1	2	2	1.89s	G/D	G/D	G/D	10.4V
7	2	5	5	1.52s	G/D	G/D	G/D	14V
8	5	5	5	0.79s	G/D	G/D	G/D	90V



Şekil 8. Bozucu etki olmayan ortamda konum denetim sonuçları: Derece cinsinden hız değişimi

tablodan anlaşılacağı üzere, konum denetleyicisinde aşım olmaksızın çalıştırma mümkün olmaktadır. Yükselme zamanı olarak 1.5-2 saniyelik bir bölge söz konusu olmaktadır. Ancak daha düşük yükselme zamanları girdi voltajını çok yükseltmektedir ve bu nedenle kullanımı önerilmez. Ancak bozucu etkilerin varlığında bu tür ayarlamalar gerekli olabilmektedir. Bir sonraki bölümde bu hususlar incelenecektir.

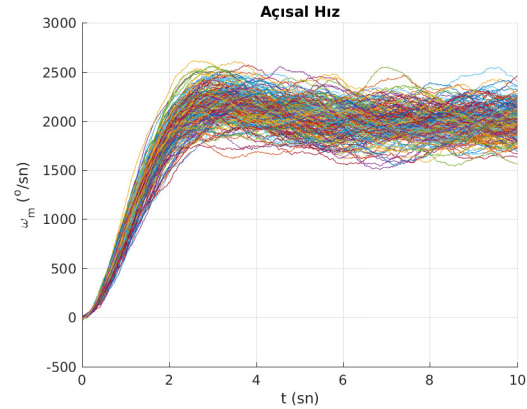
4.3. Bozucu etkilerin varlığı

Bozucu etkilerin var olması halinde (ki gerçek çalışma koşullarında her zaman söz konusudur) bunlar bir yük torqu olarak gözükecektir. Modelde bu nedenle τ_L şeklinde yük torqu gösterilmektedir. Tasarım boyunca her ne kadar sıfır olduğu varsayılsa da varlığının öneminin algılanması için denklemde gösterilmiştir. Bu bölümde bozucu etkilerin varlığı sadece benzetim yoluyla incelenecektir.

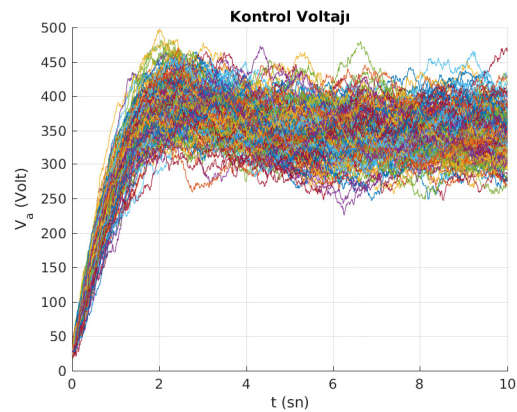
4.3.1. Hız kontrolü ve bozucu etkiler

Bu bölümde Tablo 2'de sunulan senaryo yük torqu τ_L sıfır ortalama ($\mu = 0$) ve standard sapması $\sigma = 0.07$ N·m şeklinde Gaussian rastgele süreç olarak modellenmiş bir dış bozucu etki altında hız kontrolü benzetimlenecektir. Buna ilişkin sonuçlar Şekil 9 - 12'de gösterilmektedir. Burada grafiksel sunumlar Monte Carlo yaklaşımından

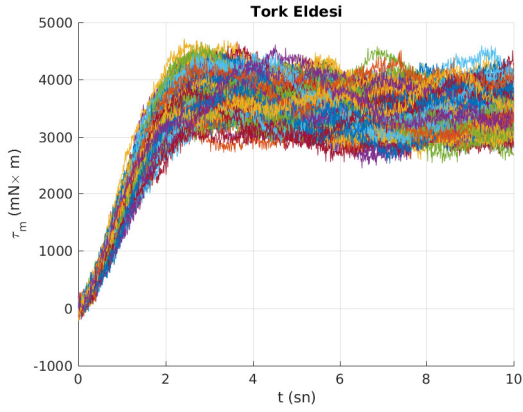
esinlenerek aynı senaryo rastgele bozucu etkiler altında 200 kere tekrar edilerek üst üste bindirme yöntemiyle yapılmaktadır. Bu sonuçlardan da anlaşılmaktadır ki motor hız kontrolünün performansı söz konusu bozucu etkilerin varlığı altında ciddi bir şekilde kayba uğramaktadır. Bu hususun çözülmesi için kontrol katsayılarının yüksek seçilmesinde yarar görülmektedir. Buna ilişkin bir analiz ve sonuç teorik analiz bölümünde verilecektir.



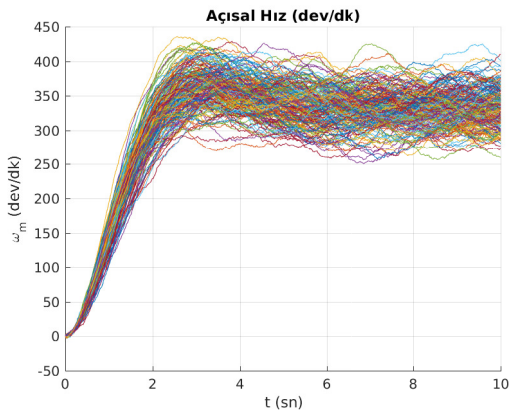
Şekil 9. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları: Açısal hız değişimi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.07$ N·m)



Şekil 10. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları: Kontrol voltajı girdisi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.07$ N·m)



Şekil 11. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları: Tork gereksinimi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.07$ N·m)



Şekil 12. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları: RPM cinsinden hız değişimi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.07$ N·m)

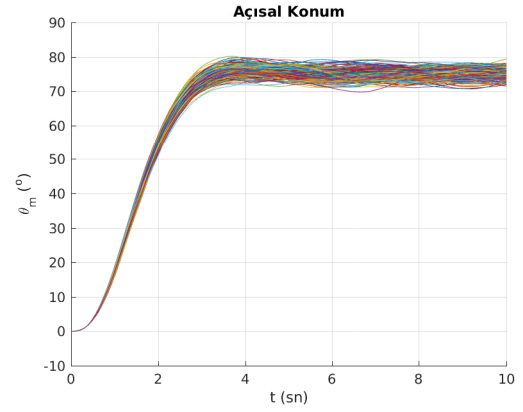
4.3.2. Konum kontrolü ve bozucu etkiler

Bu bölümde de yine benzer şekilde konum kontrolü için bozucu etkiler altında benzetimler yapılmaktadır. Burada senaryomuz Tablo 4 ile aynıdır. Burada söz konusu bozucu etki torku sıfır ortalama ($\mu = 0$) ve standard sapması $\sigma = 0.007$ N·m şeklinde Gaussian rastgele süreç olarak modellenmiştir. Bu bilgiler ışığında konum denetimi için bozucu torku altında benzetim sonuçları Şekil 13 - 16'de verilmektedir. Burada da Monte Carlo yaklaşımından yola çıkılarak 200 adet bağımsız çalıştırılmış benzetimin üst üste bindirilmiş sonuçları görülmektedir. Hız denetiminde gözlemlendiği gibi burada da konum denetleyicisinin performansı ciddi olarak bozulmaktadır. Üstelik bu bölümde dış etkenin genliği daha az seyretmektedir.

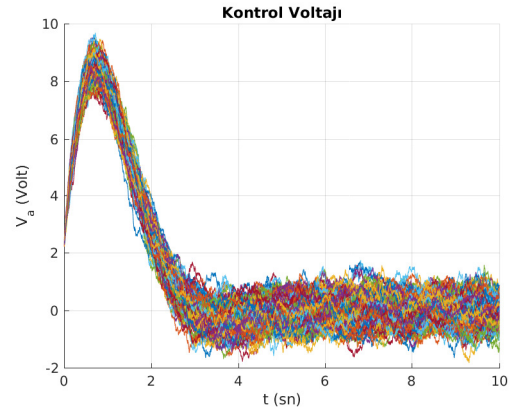
Bir sonraki bölümde, bozucu etkilere karşı gürbüzlük analiz yöntemleri tartışılacaktır.

5. Bozucu Etkilere Karşı Gürbüzlük Analizi

Bu bölümde motor hız ve konum denetleyicileri için Bölüm 2.3.3'de teorik altyapısı sunulan girdiden-halekararlılık analizine dayalı olarak teorik bir gürbüzlük analizi sunulacak ve koşulu sağlayan kontrol kazançları ile yapılmış benzetimler sunulacaktır.



Şekil 13. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları: Açısal Konum değişimi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.007$ N·m)



Şekil 14. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları: Kontrol voltajı girdisi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.007$ N·m)

5.1. Hız denetleyicisinin gürbüzlük analizi

(26) denkleminde anlaşılacağı üzere kapalı döngü Lyapunov fonksiyonuna ihtiyaç duyulmaktadır. BU denklem elbette ki bir eşitsizlikten ibarettir ancak (42) denklemi bir eşitliktir. Bu noktada doğrusal cebirin bize sağladığı bazı mekanizmalar kullanarak bu eşitlik bir eşitsizlik haline dönüştürülebilir. Bu nedenle ilk olarak bu bilgilerin hatırlatılmasında yarar vardır.

Kuram 1 (Karesel Biçimlerde Alt ve Üst Sınırlar). *Herhangi bir karesel biçim $x^T P x$ için alt ve üst sınırlar P matrisinin özdeğerleri ile tespit edilir:*

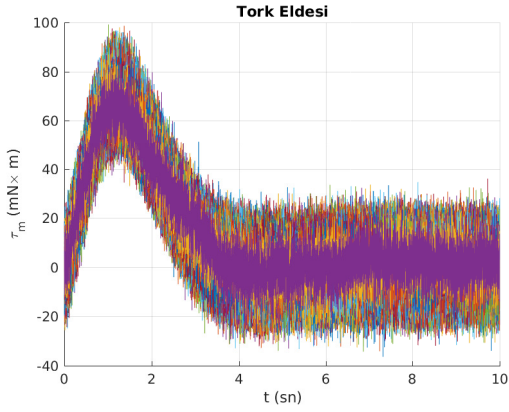
$$\lambda_{\min}(P)x^T x \leq x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)x^T x \quad (60)$$

burada $\lambda_{\min}(P)$ and $\lambda_{\max}(P)$ P matrisinin en düşük ve en yüksek özdeğerlerini teşkil eder.

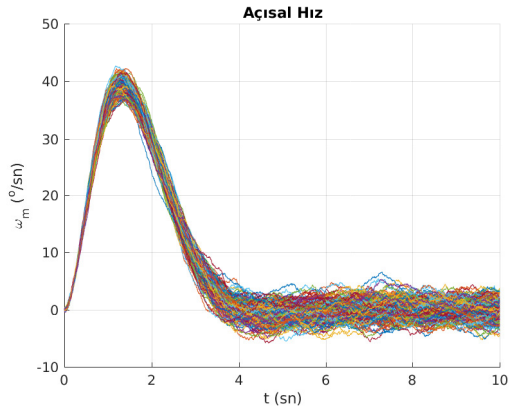
Bu kuramdan yararlanabilmemiz için (42) denklemini matris biçiminde yazmak daha elverişli bir yaklaşım olacaktır:

$$\dot{V}_2(e_\omega, e_i) = -e^T K e + e^T G \tau_L \quad (61)$$

Yukarıda, $e = [e_\omega, e_i]^T$, $K = \begin{bmatrix} K_\omega & 0 \\ 0 & K_i \end{bmatrix}$ ve $G = \begin{bmatrix} v, \frac{v(K_\omega + \alpha)}{\beta} \end{bmatrix}^T$. Diğer aşamaya geçebilmemiz için Kuram 1'den yararlanmak suretiyle bir tanımlama daha



Şekil 15. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları: Tork gereksinimi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.007 \text{ N}\cdot\text{m}$)



Şekil 16. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları: Derece cinsinden hız değişimi ($\tau_L \propto \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma = 0.007 \text{ N}\cdot\text{m}$)

yapmamız gerekecektir. Bunun için $(x - Gw)^T(x - Gw)$ şeklindeki ifadenin her zaman pozitif (0 dışında) değerli olduğunu gerçeğinden yola çıkarak aşağıdaki ifadeyi yazmak mümkündür:

$$\begin{aligned} (x - Gw)^T(x - Gw) &= x^T x - x^T Gw - w^T G^T x + w^T G^T Gw \geq 0 \\ x^T x + w^T G^T Gw &\geq x^T Gw + w^T G^T x \end{aligned} \quad (62)$$

$x^T Gw + w^T G^T x$ ifadesi skaler olduğuna göre $\frac{1}{2}(x^T x + w^T G^T Gw) \geq x^T Gw$ yazılması olanaklı hale gelmektedir. Bu sonuca göre (61) eşitliğini aşağıdaki gibi bir eşitsizliğe dönüştürmek mümkün olmaktadır:

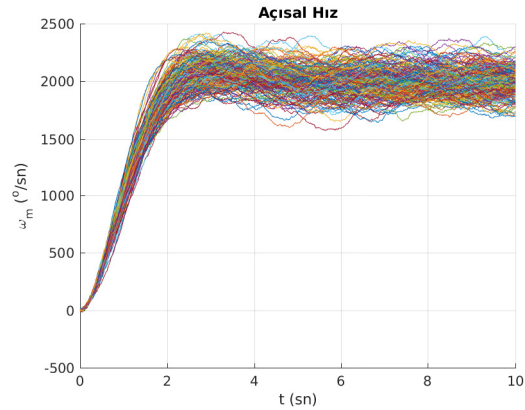
$$\dot{V}_2(e_\omega, e_i) \leq -\lambda_{\min}(K)e^T e + \frac{1}{2}(e^T e + \tau_L^T G^T G \tau_L) \quad (63)$$

bir adım sonrasında ise:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_\omega, e_i) &\leq \left(\frac{1}{2} - \lambda_{\min}(K)\right) e^T e + \tau_L^T G^T G \tau_L \\ &\leq \left(\frac{1}{2} - \lambda_{\min}(K)\right) e^T e + \lambda_{\max}(G^T G) \tau_L^T \tau_L \end{aligned} \quad (64)$$

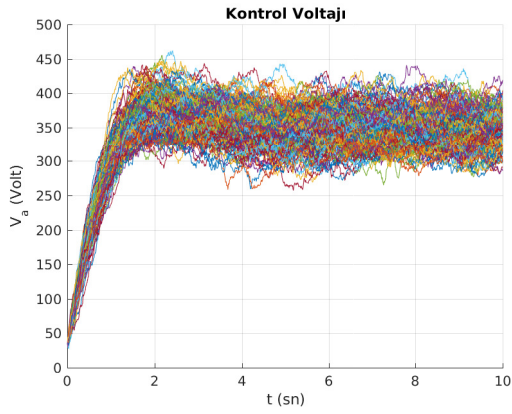
Yukarıdaki ilişkide $\lambda_{\min}(K) = \min(K_\omega, K_i)$ şeklinde ortaya çıkmaktadır. $\left(\frac{1}{2} - \min(K_\omega, K_i)\right) < 0$ şeklindeki koşul

sağlanmak kaydıyla Bölüm 2.3.3'teki koşullar sağlanmaktadır. $\lambda_{\max}(G^T G) \tau_L^T \tau_L$ her zaman \mathcal{K}_∞ sınıfına mensup bir fonksiyon olmaktadır. Buna göre τ_L bozucu tork girdisine karşı geri adımlı hız denetleyicimizin hal değişkenleri olan hata sinyallerinin (e_ω, e_i) kararlı kalmaları gerekir. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli koşul K_i ve K_ω kontrol katsayılarımızın en düşüğünün değerinin $1/2$ değerinden büyük olması gereklidir. Bu kural yeterli olan (sufficient) ancak gerekli olmayan (necessary) bir koşuldur. Yani bu kuralın sağlanmaması girdiden-hale kararsızlıkla sonuçlanmayabilir zira söz konusu eşitsizliklerin türetilmesi sırasında bazı karesel biçim kuramlarından yararlanılmıştır. Bir başka deyişle, (61)'de gösterilen bozucu etki altındaki Lyapunov değişimi (60)'de gösterilen alt ve üst sınır kuramı kullanılarak eşitsizliğe dönüştürülmüştür. Bu eşitsizlik elbetteki en alt sınırı esas alarak oluşturulduğundan türetim sonunda elde edilen koşullar yüksek kazançlar gerektirmektedir. Burada bir muhafazakarlık (conservativity) durumu söz konusu olup $\min(K_\omega, K_i) > \frac{1}{2}$ koşulunun sağlanmaması kesin olarak kararsızlık anlamını doğurmaz. Koşuldaki alt sınırdan daha düşük kazançlarla bile bozucu etkiler altında kararlı bir sistem oluşabilir. Ancak koşulun sağlanması halinde bozucu etkilerden durum değişkenlerine kararlılık hali garanti edilmiş olur. Böylelikle bu koşulun sağlanması bir avantaj teşkil etmiş olur. Sayısal olarak baktığımızda, Tablo 2'deki K_ω değerini örneğin 1 yapmak koşulun sağlanması açısından yeterli olacaktır. Bu değişikliğe göre elde edilecek benzetim sonuçları Şekil 9 - 12'de ki ortam koşulları ile aynı olarak yapıldığında Şekil 17 - 20'de ki sonuçlar elde edilir.

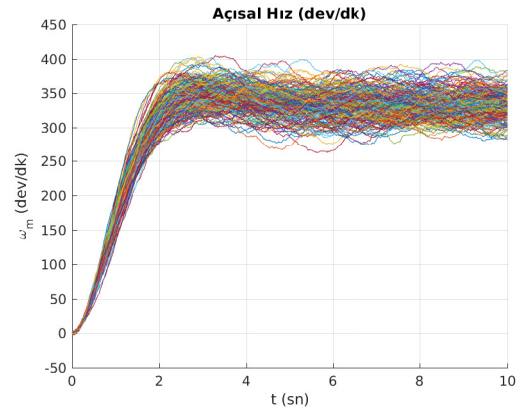


Şekil 17. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_\omega = 1$, $K_i = 1$): Açısal hız değişimi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)

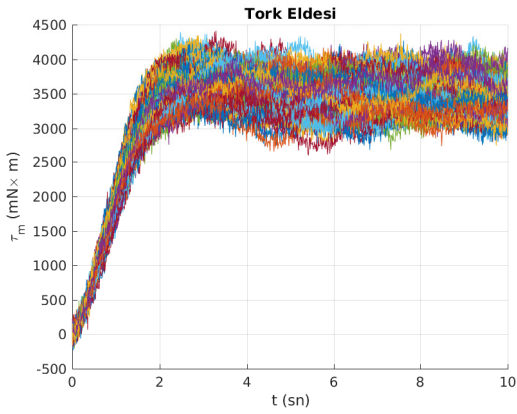
Görünüş olarak bakıldığında Şekil 9 - 12'deki sonuçlardan çok farklı bir görünüm söz konusu değildir. Daha iyi bir sonuç elde etmek istediğimizde bu katsayıları yükseltmekte yarar vardır. Mesela $K_\omega = 5$, $K_i = 5$ olarak atandığında benzetim sonuçları Şekil 21 - 24'deki gibi olacaktır. Görüldüğü üzere sonuçlarda ciddi bir iyileşme söz konusudur.



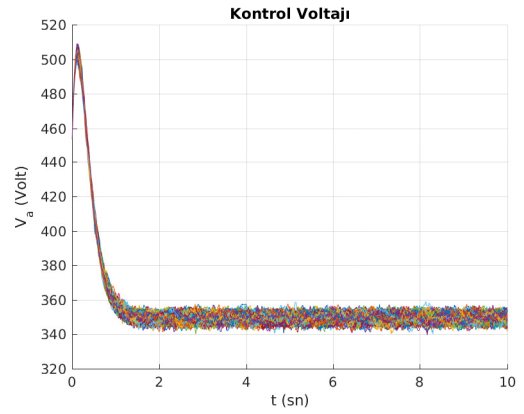
Şekil 18. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_{\omega} = 1, K_i = 1$): Kontrol voltajı girdisi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



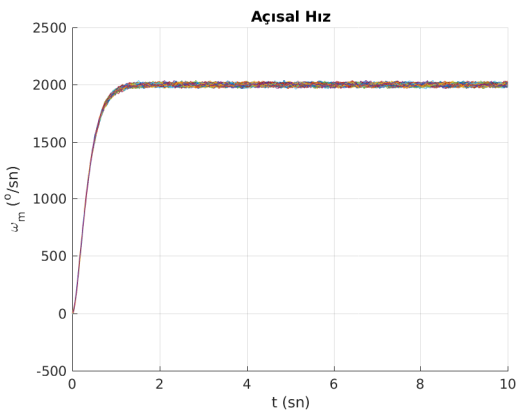
Şekil 20. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_{\omega} = 1, K_i = 1$): RPM cinsinden hız değışimi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



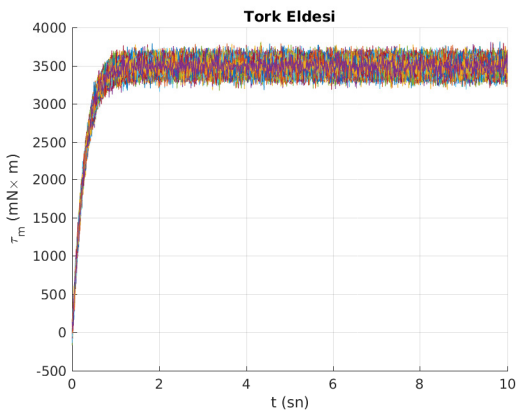
Şekil 19. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_{\omega} = 1, K_i = 1$): Tork gereksinimi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



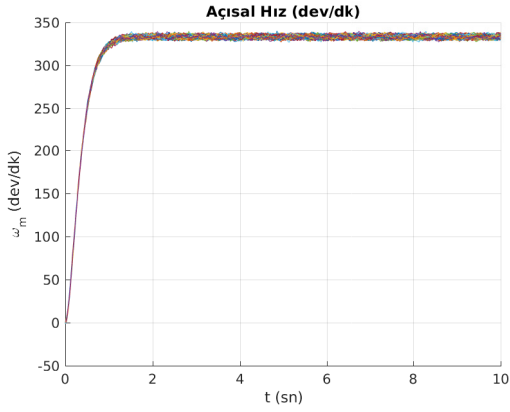
Şekil 22. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_{\omega} = 5, K_i = 5$): Kontrol voltajı girdisi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



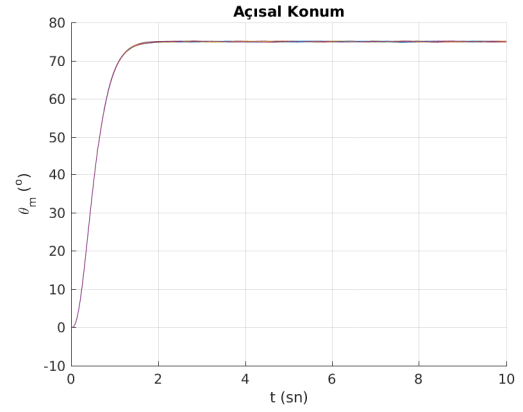
Şekil 21. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_{\omega} = 5, K_i = 5$): Açısal hız değışimi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



Şekil 23. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_{\omega} = 5, K_i = 5$): Tork gereksinimi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



Şekil 24. Bozucu etki altında hız denetim sonuçları ($K_\omega = 5$, $K_i = 5$): RPM cinsinden hız değişimi (Bozucu etkiler Şekil 9 - 12 ile aynı)



Şekil 25. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları ($K_\theta = 5$, $K_\omega = 5$, $K_i = 5$): Açısal konum değişimi (Bozucu etkiler Şekil 13 - 16 ile aynı)

5.2. Konum denetleyicisinin gürbüzlük analizi

Konum denetleyicisinin kapalı döngüdeki analizi için bir önceki bölümde olduğu gibi sonuç Lyapunov değişim fonksiyonu (59) üzerinden işleme başlanması gerekir. Burada bu denklemi yine matris formuna çevirmek gereklidir.

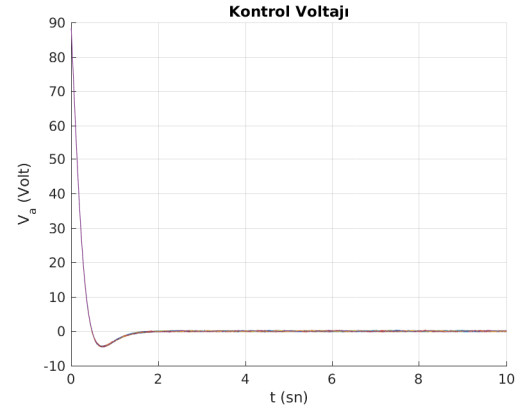
$$\dot{V}_3(e) = -e^T K e + e^T G \tau_L \quad (65)$$

Burada temel biçim olarak (61) ile aynıdır ancak el-emanların tanımlamaları farklıdır. Söz konusu el-emanlar, $e = [e_\theta, e_\omega, e_i]^T$, $K = \begin{bmatrix} K_\theta & 0 & 0 \\ 0 & K_\omega & 0 \\ 0 & 0 & K_i \end{bmatrix}$ ve

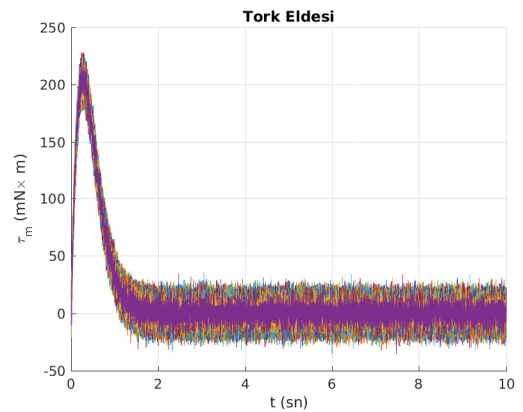
$G = \left[0, v, \frac{(K_\omega v + \alpha v + v K_\theta)}{\beta} \right]^T$ şeklindedir. Bölüm 5.1'de yapıldığı gibi bu eşitliği bir eşitsizliğe çevirdiğimizde yine aşağıdakini yazabiliriz:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_\omega, e_i) &\leq \left(\frac{1}{2} - \lambda_{\min}(K) \right) e^T e + \tau_L^T G^T G \tau_L \\ &\leq \left(\frac{1}{2} - \lambda_{\min}(K) \right) e^T e + \lambda_{\max}(G^T G) \tau_L^T \tau_L \\ &\leq \left(\frac{1}{2} - \min(K_\theta, K_\omega, K_i) \right) e^T e + \lambda_{\max}(G^T G) \tau_L^T \tau_L \end{aligned} \quad (66)$$

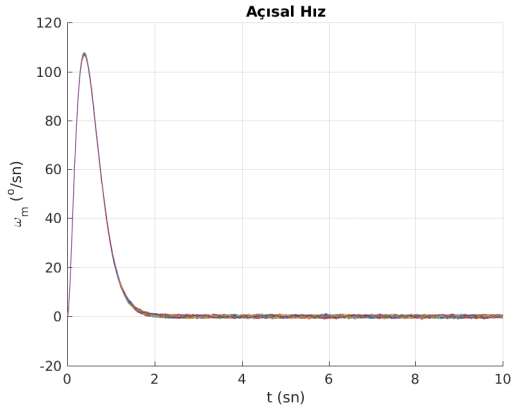
Sonuç olarak elde edilen denklem (64) ile aynı olmaktadır. Dolayısıyla koşullar yine aynı olacaktır. K_θ , K_ω ve K_i katsayılarının en düşüğünün yine $1/2$ değerinden daha büyük olması gereklidir. Bu durumda Bölüm 2.3.3'deki koşul sağlanmış olacaktır. Son olarak bu durumu test etmek için benzetimlerde $K_\theta = 5$, $K_\omega = 5$ ve $K_i = 5$ değerini kullandığımızda Şekil 25 - 28'deki sonuçlar elde edilir. Görüldüğü gibi kararsızlık söz konusu olmadığı gibi katsayıların değeri daha yüksek olduğunda Şekil 13 - 16'e göre çok daha hata yayılımının azaldığını görebiliyoruz. Zira istenen pozisyon değeri olan 75° değerinden çok az bir sapma görülmektedir (grafik hemen hemen tek çizgi şeklinde görülmektedir).



Şekil 26. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları ($K_\theta = 5$, $K_\omega = 5$, $K_i = 5$): Kontrol voltajı girişi (Bozucu etkiler Şekil 13 - 16 ile aynı)



Şekil 27. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları ($K_\theta = 5$, $K_\omega = 5$, $K_i = 5$): Tork gereksinimi (Bozucu etkiler Şekil 13 - 16 ile aynı)



Şekil 28. Bozucu etki altında konum denetim sonuçları ($K_\theta = 5$, $K_\omega = 5$, $K_i = 5$): Derece cinsinden hız değişimi (Bozucu etkiler Şekil 13 - 16 ile aynı)

6. Sonuç

Bu yayında geri adımlamalı denetim tekniğinin bir doğru akım motorunun hız ve konum denetimine uygulanmasına yönelik yapılmış bir araştırmanın sonuçları aktarılmaktadır. Bozucu etkilerden bağımsız bir ortamda Lyapunov açısından asimptotik olarak kararlı bir döngü başarılı olarak elde edilmektedir (Şekil 1 - 8). Hatta, ideal bir ortam varsayılarak yapılan tasarım bozucu torkların varlığı söz konusu olduğunda da kararlı şekilde çalışmakta ancak bozucu etkinin düzeyine göre çok sapma olabilmektedir. Zira bozucu torkların etkilerini görebilmek için benzetimler tekrarlanmış ve (Şekil 9 - 12, Şekil 13 - 16)'de ki sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlardan anlaşılacağı üzere yüksek bir varyasyon görülmektedir. Elbette ki zorlu koşullarda bir kararsızlık riski de oluşabilir. Bunu incelemek için gerek teorik gerekte benzetimlere dayalı analizler yapılmıştır. Kararlılık analizi girdiden-duruma kararsızlık kuramından yararlanarak yapılmış olup kısıtlı belirsizliklere karşın kapalı döngünün kararlılığının garanti edilebilmesi için hız ya da konum problemine bakılmaksızın en düşük denetim kazancınının 0.5 olması gerektiği tespit edilmiştir. Bu elbette ki yeterli (sufficient) bir koşuldur ve sağlanmaması kararsızlık olacağı anlamını taşımaz ancak sağlanması gürbüzlük açısından önemli olmaktadır. Benzetimlerde de bu sonucu destekleyici bir çıktı söz konusudur. İster hız, ister konum denetimi söz konusu olsun denetim kazançlarının değeri arttırıldıkça tekrarlamalı benzetimlerde varyasyon azalmaktadır (Şekil 17 - 20, Şekil 21 - 24, Şekil 25 - 28). Diğer bir deyişle, yüksek kazançlı denetleyicilerin bozucu etkileri bastırmakta daha başarılı olduğu söylenebilir. Tüm bunların yanı sıra Tablo 3 ve Tablo 5'den anlaşılacağı üzere denetleyicilerde üst aşım sorunu yaşanmamaktadır. Ayrıca yükselme (ya da yatışma) zamanları da denetim kazançlarını uygun şekilde ayarlamak suretiyle çeşitli değerlere getirilebilmektedir. Bu noktada önemli olan diğer bir ayrıntı hem hız hem de konum denetiminde Tablo 1'de belirtilen anma değerleri aşılmamaktadır. Bu sonuç bize motorun kapalı döngüde güvenli bir bölgede çalışabildiğini göstermektedir.

Bu çalışmada tanıtılan denetleyici yönteminin, diğer benzer denetleyici tasarımlarına [16, 17] göre en önemli avantajı sayısal hesaplama araçlarına gerek duyulmaksızın

baştan kararlı bir denetleyicinin elde edilmesine olanak vermesidir. Bu sayede her defasında tasarım algoritmasını yeniden çalıştırmak zorunda kalmadan sadece kazançları kararlılık için gerekli olan bölgede kalacak şekilde ayarlamak suretiyle benzetimler tekrarlanabilir. Çok sayıda denemenin yapılmasının gerekli olacağı hallerde bu tür bir tasarımın getireceği avantajlar ortadadır. Ayrıca tam durum geri beslemeli bir tasarım olmasından ötürü hızlı ve üst aşım sorununun görece daha az olduğu denetleyicileri elde etmek olanaklı olmaktadır.

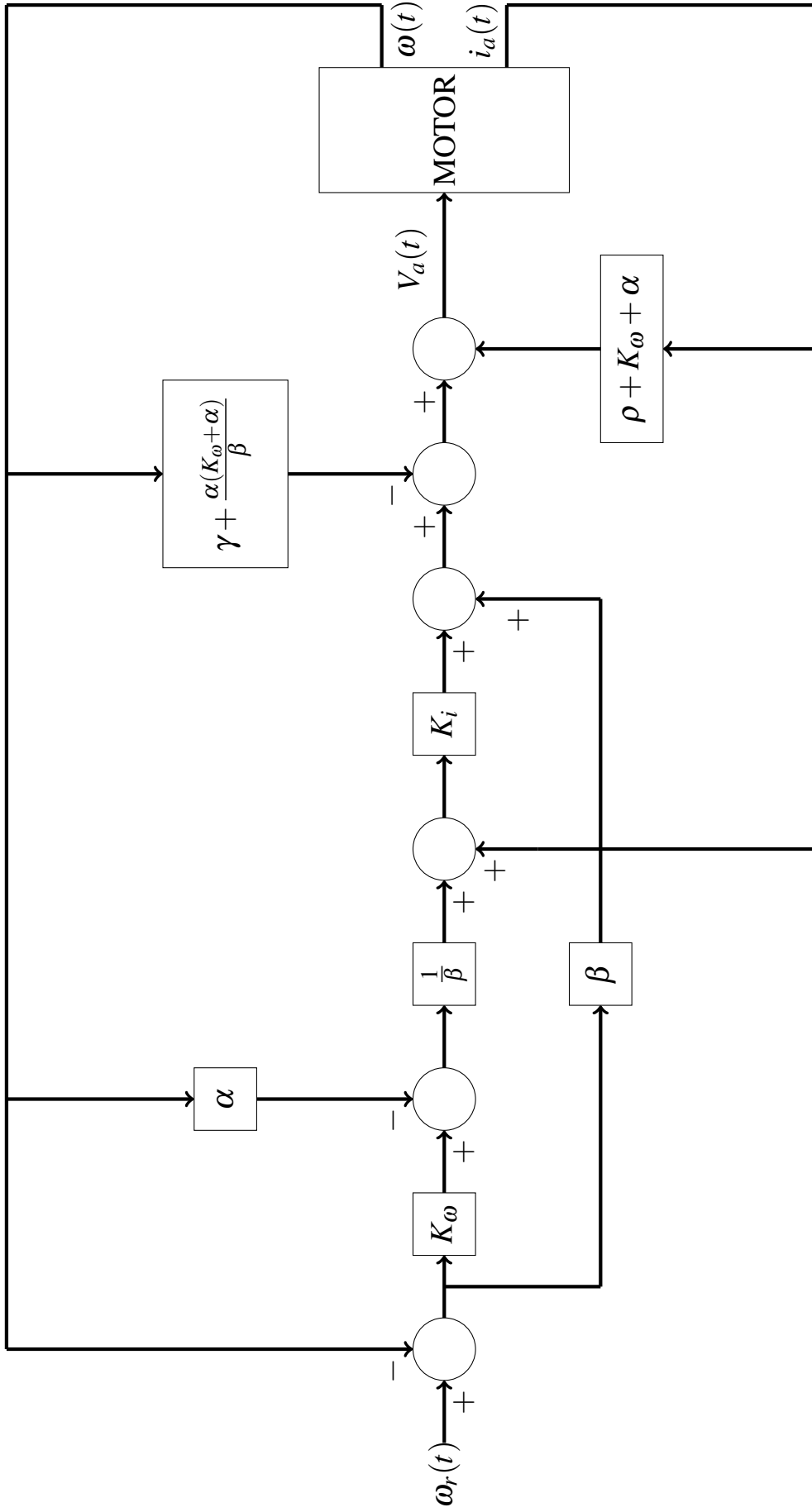
Teşekkür

Bu çalışma kısmi olarak Libya hükümeti tarafından yazarlardan birine sağlanan bir burs yoluyla desteklenmiştir.

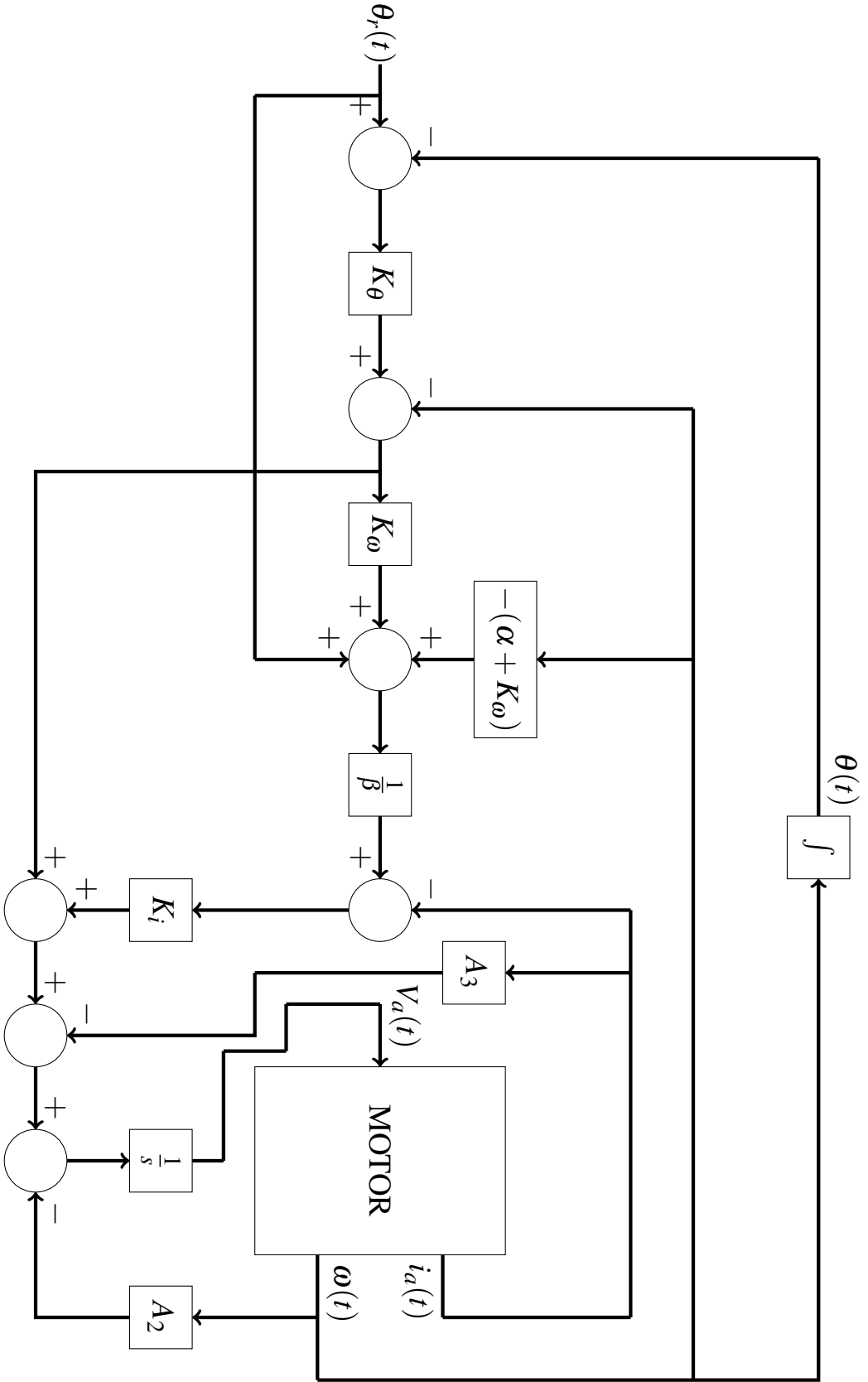
Kaynakça

- [1] Khalil, H. K., Grizzle, J., 1996. Nonlinear systems, volume 3, Prentice hall New Jersey.
- [2] Krstic, M., Kokotovic, P. V., Kanellakopoulos, I., 1995. Nonlinear and adaptive control design, John Wiley & Sons, Inc.
- [3] Isidori, A., 2013. Nonlinear Control Systems: An Introduction, Springer Science & Business Media.
- [4] Ali, I., Radice, G., Kim, J., 2010. Backstepping control design with actuator torque bound for spacecraft attitude maneuver, Journal of guidance, control, and dynamics, 33(1), 254-259.
- [5] Karimi, A., Feliachi, A., 2008. Decentralized adaptive backstepping control of electric power systems, Electric Power Systems Research, 78(3), 484-493.
- [6] Li, Y., Qiang, S., Zhuang, X., Kaynak, O., 2004. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using rbf neural networks, Neural Networks, IEEE Transactions on, 15(3), 693-701.
- [7] Madani, T., Benallegue, A., 2006. Backstepping control for a quadrotor helicopter, in Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on, 3255-3260, IEEE.
- [8] Yagiz, N., Hacioglu, Y., 2008. Backstepping control of a vehicle with active suspensions, Control Engineering Practice, 16(12), 1457-1467.
- [9] Park, J. H., 2006. Synchronization of genesio chaotic system via backstepping approach, Chaos, Solitons & Fractals, 27(5), 1369-1375.
- [10] Ling, Y., Tao, G., 1997. Adaptive backstepping control design for linear multivariable plants, International Journal of Control, 68(6), 1289-1304.
- [11] Skjetne, R., Fossen, T. I., 2004. On integral control in backstepping: Analysis of different techniques, in American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004, volume 2, 1899-1904, IEEE.
- [12] Bouabdallah, S., Siegwart, R., 2005. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor, in Robotics and Automation, 2005.

- ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, 2247–2252, IEEE.
- [13] Lu, J., Wei, R., Wang, X., Wang, Z., 2001. Backstepping control of discrete-time chaotic systems with application to the henon system, *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, IEEE Transactions on, 48(11), 1359–1363.
- [14] Nise, N. S., 2007. *Control Systems Engineering*, (With CD), John Wiley & Sons.
- [15] Krishnan, R., 2001. *Electric motor drives: modeling, analysis, and control*, Prentice Hall.
- [16] Sharaf, A., Altaş, İ., Özkop, E., 2007. Elektrikli araçlar için çift çevrim destekli da motor kontrol uygulaması, XII. EEBB Mühendisliği Ulusal Kongresi ve Fuarı, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- [17] Zuglem, I., Doruk, R. O., 2016. Projective dc motor control under disturbance torques, arXiv preprint arXiv:1605.08284, Gazi Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakülteleri Dergisinde yayına kabul edilmiştir.
- [18] Bodson, M., Chiasson, J., Novotnak, R., 1994. High-performance induction motor control via input-output linearization, *Control Systems*, IEEE, 14(4), 25–33.
- [19] Mehta, S., Chiasson, J., 1998. Nonlinear control of a series dc motor: theory and experiment, *Industrial Electronics*, IEEE Transactions on, 45(1), 134–141.
- [20] Farahani, M., Zare Bidaki, A. R., Enshaeieh, M., 2014. Intelligent control of a dc motor using a self-constructing wavelet neural network, *Systems Science & Control Engineering: An Open Access Journal*, 2(1), 261–267.
- [21] Otkun, Ö., Doğan, R. Ö., Akpınar, A. S., 2015. Doğrusal hareketli sürekli miknatıslı senkron motorun yapay sinir ağ tabanlı skaler hız denetimi, *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 30(3).
- [22] Karabacak, M., Eskikurt, H. I., 2011. Speed and current regulation of a permanent magnet synchronous motor via nonlinear and adaptive backstepping control, *Mathematical and Computer Modelling*, 53(9), 2015–2030.
- [23] Ouassaid, M., Cherkaoui, M., Zidani, Y., 2004. A nonlinear speed control for a pm synchronous motor using an adaptive backstepping control approach, in *Industrial Technology*, 2004. IEEE ICIT'04. 2004 IEEE International Conference on, volume 3, 1287–1292, IEEE.
- [24] Geiger, D. F., 1981. *Phaselock Loops for DC Motor Speed Control*, John Wiley & Sons.
- [25] Yao, J., Jiao, Z., Ma, D., 2014. Adaptive robust control of dc motors with extended state observer, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(7), 3630–3637.
- [26] Dawson, D., Carroll, J., Schneider, M., 1994. Integrator backstepping control of a brush dc motor turning a robotic load, *Control Systems Technology*, IEEE Transactions on, 2(3), 233–244.
- [27] Wang, J.-j., Zhao, G.-z., Qi, D.-l., 2004. Speed tracking control of permanent magnet synchronous motor with backstepping, *Proceedings-Chinese Society of Electrical Engineering*, 24(8), 95–98.
- [28] Zhou, J., Wang, Y., 2002. Adaptive backstepping speed controller design for a permanent magnet synchronous motor, in *Electric Power Applications*, IEE Proceedings-, volume 149, 165–172, IET.
- [29] Sontag, E. D., 1995. On the input-to-state stability property, *European Journal of Control*, 1(1), 24–36.
- [30] Mohammadbagheri, A., Zaeri, N., Yaghoobi, M., 2011. Comparison performance between pid and lqr controllers for 4-leg voltage-source inverters, in *International Conference Circuit, System and Simulation*.
- [31] Chowdhury, A., Debnath, D., 2013. Performance comparison between pid controller and state-feedback controller with integral action in position control of dc motor, in *Mechanics, Simulation and Control III*, volume 367 of *Applied Mechanics and Materials*, 188–193, Trans Tech Publications, .
- [32] Haron, H. S., 2013. Linear quadratic regulator (LQR) controller design for DC servo motor, Ph.D. thesis, Universiti Tun Hussein Onn Malaysia.
- [33] Isidori, A., Astolfi, A., 1992. Disturbance attenuation and h_∞ control via measurement feedback in nonlinear systems, *Automatic Control*, IEEE Transactions on, 37(9), 1283–1293.
- [34] Willems, J. C., Commault, C., 1981. Disturbance decoupling by measurement feedback with stability or pole placement, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 19(4), 490–504.



Şekil 29. Geri adımlama yöntemiyle tasarlanan doğru akım motoru hız denetleyicisinin blok şeması. Kullanılan parametrelerin açıklamaları Bölüm 4.1’de verilmektedir.



Şekil 30. Geri adımlama yöntemiyle tasarlanan doğru akım motoru konum denetleyicisinin blok şeması. Kullanılan parametrelerin açıklamaları Bölüm 4.2’de verilmektedir.