Pamukkale Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi

Pamukkale University Journal of Social Sciences Institute

ISSN1308-2922 EISSN2147-6985

Article Info/Makale Bilgisi
√Received/Geliş: 02.05.2018 √Accepted/Kabul: 11.09.2018
DOİ: 10.30794/pausbed.420280
Araştırma Makalesi/ Research Article

Paksoy, S. (2018). "Karma Kısıtlı Ulaştırma Problemleri Ve Çözüm Yöntemi ", *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, sayı 33, Denizli, s.341-352.

KARMA KISITLI ULAŞTIRMA PROBLEMLERİ VE ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Semin PAKSOY*

Özet

Klasik ulaştırma problemlerinin çözüm yöntemleri, günümüzün dinamik ve farklı ulaştırma problemlerini çözmede yetersiz kalmaktadır. Karma kısıtlı ulaştırma problemleri de iş hayatında sıkça karşılaşılan optimizasyon problemleri arasında önemli bir yere sahip olan problemlerdir. Doğası gereği, karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin matematiksel formülü, arz ve talep merkezlerinin kapasite miktarlarının daha esnek olmasını sağlayan karma kısıtları dışında, klasik ulaştırma problemlerinin formülü ile aynıdır. Dağıtım firmalarının uzun dönemde başarısında önemi olan bu tür problemlerin çözümüne yönelik çeşitli çalışmalarda yeni yöntemler önerilmektedir ama literatürde henüz bir konsensüsün oluştuğu çözüm yöntemine de rastlanmamaktadır. Bu sebeple, bu çalışmada karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin optimum çözümünü elde etmek için önerilen, yeni ve karmaşık işlem adımları içermeyen bir yönteme yer verilmektedir. Verilen iki örnekle detaylı bir şekilde açıklanan yöntemin kullanılması ile karar vericiler kolay bir şekilde çözüm elde edeceklerdir. Ve böylece, metodun firmalar tarafından gerçek hayat problemlerinde yaygın olarak kullanılması sağlanacaktır.

Anahtar Kelimeler: *Ulaştırma problemi, Karma kısıtlar, Sezgisel yaklaşım*.

MIXED CONSTRAINED TRANSPORTATION PROBLEMS AND A SOLUTION METHOD

Abstract

Well-known solution methods of classical transportation problems have become insufficient for today's dynamic transportation problems. Mixed constrained transportation problems take an important place among frequently encountered optimization problems in real business-life. By its nature, the mathematical formulation of these problems is very similar to the classical one, except additional inequality constraints that make capacity planning more flexible for supply and demand centers. Many new solution methods are proposed in different studies because of their huge importance for the firms' long-term success. Unfortunately, still there is no consensus on the solution method in the literature. For that reason, this study is focused on a recently proposed solution method by employing two examples. By using this solution method, decision makers will not make a great effort to obtain a solution, because it does not require complex mathematical calculations. These characteristics may make the method preferable in real-life problems encountered in firms.

Keywords: *Transportation problem, Mixed constraints, Heuristic approach.*

*Dr.Öğr.Üyesi. Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, ADANA.
e-posta:spaksoy@cu.edu.tr (orcid.org/0000-0003-1693-0184)

1.GİRİŞ

Klasik ulaştırma modeli, arz merkezlerinden talep merkezlerine (veya depolara) yapılacak malzeme dağıtımının minimum maliyetle/ maksimum karla ve eksiksiz bir şekilde gerçekleşmesini sağlamaktadır. Bu özelliği ile önemli optimizasyon problemlerinin çözümünde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Klasik ulaştırma problemleri doğrusallık varsayımını sağladıkları için doğrusal programlama yöntemleri ile çözülmeye müsait problemlerdir. Diğer yandan zaman ve işlemlerde tasarruf sağlayan kendine özel yöntemler ile de çözülmektedir.

Ulaştırma modeli, günümüzdeki formuna çok benzeyen modeli ile ilk kez Hitchock(1941) tarafından literatüre kazandırılmıştır. Prager (1957), çalışmasında Hitchock'un modeline karma kısıtların ilave edilmesinin gerektiğini ifade ederek genişletilmiş ulaştırma modelini tanıtmıştır. Daha sonraları Ballinski(1961) ve Hirsch ve Danzig(1968) bu konuda çalışmıştır. Diğer taraftan Haley ve Smith(1966) gibi araştırmacılar da ulaştırma problemlerinde ilave kısıtların kullanılmasına yönelik ulaştırma problemi modelleri geliştirmişlerdir. Çalışmaların bazılarının, çağdaş ulaştırma problemlerinin çözümüne yönelik olmadığı ama onların gelişmesine çok önemli katkıda bulunduğu; bazılarının da çağın gereklerini yerine getirmek için son derece karmaşık matematiksel modeller içerdiği görülmektedir. Kowalski(2005) ve Adlakha vd.(2006) gibi araştırmacılar çalışmalarında Hirsch ve Danzig(1968)'in sabit maliyetli çalışmasını genişleterek, modelin daha kolay kurulmasına ve geniş bir kesim tarafından daha anlaşılır olmasına katkıda bulunmuştur.

Yöneylem araştırması, birçok alanında olduğu gibi, standart ulaştırma problemi çözüm yöntemlerine işletmelerdeki ihtiyaçlardan kaynaklanan yenilik ve gelişmeleri etkin bir şekilde dâhil etmeye çalışan ve bu nedenle de dinamizmini koruyan bir bilim dalıdır. Araştırmacılar 50 yılı aşkın süredir yaptıkları çalışmalarla işletmelerin malzeme dağıtım prosedürlerine ve ihtiyaçlarına uyumlu çözüm yöntemleri geliştirerek literatüre katkıda bulunmuştur. Global ekonomik piyasa ve e-ticaretin gelişerek yaygınlaşması ile optimum çözüm sunan klasik ulaştırma problemi çözüm yöntemi ihtiyaçları tam karşılayamaz hale gelmiştir. Bu gelişmeler, günümüz şartlarında ihtiyaç duyulan karma kısıtlı ulaştırma problemlerine yönelik bu çabaların ve hazırlanan model ve algoritmaların ne denli önemli olduğunu göstermektedir.

Konunun öneminden dolayı literatürde karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin çözümüne yönelik çeşitli çalışmalarda yeni algoritmalar veya yöntemler önerilmektedir. Fakat birçoğu karmaşık ve çok zaman alan hesaplama işlemleri içermektedir. Adlakta vd.(2006) ise geliştirdikleri sezgisel(heuristic) yöntemle bu sorunu bir ölçüde aşmaya başarmışlardır. Araştırmacıların önerdikleri bu yöntemin en önemli özelliği, arz ve/veya talep merkezlerinin kapasite kısıtlarının eşitlik ve eşitsizlik denklemleri ile ifade edilebilmesidir. Diğer bir ifadeyle karma kısıtların problemde tanımlanabilir olmasıdır. Bu da klasik ulaştırma problemlerindeki tüm merkezlerin kapasitelerini kesin olarak belirme zorunluluğuna yani kısıtların eşitlik halinde yazılması gerekliliğine bir esneklik getirmektedir. Yöntemin bir diğer önemli özelliği ise çözüm algoritmasında klasik ulaştırma problemi çözüm yöntemlerinde, 1960 yılından beri uygulamada yaygın kullanılan (Öztürk,2011:427) birçok algoritmayı içermesidir. Örneğin yıllardır aşina olunan klasik ulaştırma problemi çözüm yöntemi olan "çoğaltan yönteminde" olduğu gibi gölge fiyatlarını hesaplaması ve baz alması; başlangıç çözümü oluşturmak için Vogel yaklaşım metodu (VAM) kullanılmasıdır. Karma kısıtların mevcudiyeti nedeniyle probleminin dengeli ulaştırma problemine dönüştürülmesi gerekmemektedir. Diğer bir ifadeyle, bu yöntemde kukla arz veya talep merkezlerine ihtiyaç ortadan kalkmaktadır. Yöntemde atama yapılacak hücre, klasik ulaştırma probleminin çözüm yönteminden –atlama taşı ve çoğaltanlar- daha basit ve az işlem gerektiren bir prosedürle, gölge fiyatları matrisi olarak isimlendirilen matristen yararlanılarak kolay bir şekilde tespit belirlenmektedir.

Yöntemin desteklediği karma kısıtlar, bazı işletmeler açısından gerekli olup, arz ve talep merkezlerinin kapasite miktarlarını dağıtım planlamasına daha gerçekçi yansıtma fırsatı tanımaktadır. Ancak yöntem, karma kısıtlı ve aktarmalı dağıtım yapan işletmelerin ihtiyacını karşılamada yetersiz kalmaktadır. Ayrıca klasik ulaştırma problemlerinde olduğu gibi, arz ve talep merkezi sayısına paralel olarak işlem yoğunluğu da etkilenecektir.

Bu çalışmada klasik ulaştırma problemlerinin varsayımlarını karşılamayan ve dolayısı ile bu tür problemlerin çözüm yönteminin kullanılması mümkün olmayan; Adlakta vd.(2006) tarafından karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin çözümüne yönelik olarak geliştirilen yönteme yer verilmiştir. Çalışmada yöntem ve aşamaları anlatılarak, örnek problemlerin çözümüne yer verilmektedir.

2.LİTERATÜR

Küresel ekonomi ve e-ticaretin gelişerek yaygınlaşması birçok firmayı yoğun bir rekabetin içine çekmektedir. Firmalar sundukları hizmet ve ürünleri daha yoğun rekabet altında, çağın gereklerine uygun bir şekilde yapmak zorunda kalmaktadır. Üretim firmalarında olduğu gibi dağıtım firmaları da küresel rekabete adapte olma zorunluluğu ile karşı karşıya kalmıştır. İşlem hacmi ve ürün karmasının fazlalığı, malzeme miktarının az ve işlemlerin sık yapılması gerekliliği dağıtım firmalarında etkin planlamayı; dolayısı ile çağa uygun ulaştırma algoritmalarına ihtiyacı dayatmaktadır. Bu duruma uyum sağlayan firmalar maliyetlerini düşürerek, firma tanınırlığı ve devamlılığı avantajını yakalamaktadır.

Günümüzde kapsamlı dağıtım ve ulaştırma yükü olan depoların büyük bir kısmı bekleme durakları olmaktan çıkıp, transfer noktalarına dönüşmektedir. Bekletilmeden gerçekleştirilen sevkiyat ise depolama maliyetlerinde tasarruf sağlamanın yanı sıra müşteri memnuniyetinin de gelişmesine katkıda bulunacaktır. Aksama olmadan, zamanında ve hızlı sevkiyat pazarda önemli avantaj kazandırmaktadır. Küreselleşme ve e- ticaretin artması ile kazanılan bu avantaj salt mikro düzeyde değil makro düzeyde de büyük öneme sahiptir(Ertek 2010,2). Örneğin, Walmart ve Amazon.

Dünyanın tanınmış firmalarından olan Walmart, 1962 yılından beri perakende sektöründe faaliyet gösteren bir firmadır. 2007 yılında internet üzerinden verilen siparişin, istendiğinde 2 gün içinde mağazadan teslimatını sağlayan hizmeti başlatmıştır. Walmart mağaza zincirinde, 2016 yılı verilerine göre dünyanın farklı yerlerinde 5.229 mağazası ve 1666 dağıtım merkezi bulunmaktadır. Yaklaşık 50 yıldır düşük maliyetle ve zamanında ürün teslimatını aksamadan sürdürebilmektedir. Küresel ekonominin şartlarına uygun dağıtım politikalarını benimsemesi ve etkin kullanılan otomasyona önem vermesi bu başarının en önemli faktörleri olarak öne çıkmaktadır. Amazon ise ticarete 1994 yılında e-kitap satışı ile başlayarak e- ticarete öncülük yapan, son yıllarda da elektronik kitap okuyucusu Kindle'ı piyasaya sürerek, bir başka önemli ilki başaran bir firmadır. Dünyanın en büyük e- ticaret şirketidir. Her iki firmanın mağazaları ile kurdukları online sipariş hattı ve strateji ortaklığı sayesinde neredeyse sıfır hata ile dağıtımlarını gerçekleştirmektedirler. Amazon'un birçok ülkede faaliyette bulunmaktadır. Türkiye'de henüz faaliyette bulunmamakla beraber 2017 yılında girişimlerini başlatmıştır.

Küresel ekonomideki değişimlere paralel olarak, optimizasyon problemlerinin çözüm yöntemleri de değişime maruz kalmaktadır. Ulaştırma problemleri bu manada en fazla değişime ihtiyaç duyan problemler arasındadır. Ulaştırma probleminin tüm parametreleri; maliyet katsayıları ve arz ve talep miktarlara kesin olarak bilindiği durumlarda optimum çözüm için etkili algoritmalar mevcuttur. Dağım yapılacak merkez sayısının artması, merkezlerin kimi zaman verici, kimi zaman alıcı durumda değerlendirilmesi zorunluluğu ile oluşan karmaşık ağ yapısının yanı sıra küresel arz ve talep miktarlarındaki belirsizlik, toplam ulaştırma maliyetlerinin optimizasyonu giderek güçleştirmiş; klasik modelleri kullanılamaz hale getirmiştir. Henüz bu problemlere yönelik global optimum çözüm yöntemlerin belirlenememiş olması ve önerilen yöntemlerin çoğunun da karmaşık ve fazla işlem gerektirmesi, araştırmacıların bu konuya ilgisini canlı tutmaktadır. Küresel arz ve talebin kesin olarak bilinmediği sabit maliyetli MFL (more for less) problemlerin önemi ise gelişen e-ticaretle daha da artmaktadır. Bu nedenle literatürde ulaştırma problemleri ve çözüm yöntemlerine ilişkin pek çok çalışmaya rastlanmakta ve konunun güncelliği devam etmektedir.

Klasik ulaştırma problemleri ihtiyaçları karşılamada yetersiz kalmaya başlayınca, ilave kısıtlar içeren klasik ulaştırma problemleri(Bakes,1966) ve ilave kısıtlı ulaştırma problemlerine çözüm yöntemleri(Glover vd.,1974; Klingman ve Russell,1975) yaklaşık 60 yıldır süregelen araştırma konuları arasında yer almıştır. Yöneylem araştırmasının pek çok alanında olduğu gibi, karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin optimum çözümü için de bir çok teknik denenmektedir. Bu teknikler sezgisel veya kesin sonuç veren olarak iki gruba ayrılmaktadır. Son yıllarda, problemin çözümü için dal sınır yaklaşımı, bulanık küme ve genetik algoritma başlıca tercih edilen yöntemler olmuştur. Sonuç olarak sabit maliyetli ve/veya karma kısıtlı problemlere yönelik geliştirilen çözüm algoritmalarında, lineer programlamanın öneminin devam ettiği ve yeni algoritmalarla modifiye edilerek literatürde tartışıldığı görülmektedir.

Dal-sınır yöntemi ile yapılan çalışmalar(Gray,1971; Palekar vd.,1990), genel olarak küçük problemlerde global optimum sonucu veren, ancak büyük problemlerde çok fazla iterasyon sorunu doğuran çalışmalardır. Bazı araştırmacılar ise fazla iterasyon sorununu çözmeye yönelik çalışmalar yapmışlardır. Örneğin Adlakha vd.(2010) önerdikleri dal-sınır yönteminin alt ve üst sınırları ile ilgili belirlenebilecek bir tolerans seviyesinde -örneğin alt ve üst sınırlarının amaç fonksiyonu başlangıç değerinin belirli bir oranına eşitlendiği durumlarda- global amaç fonksiyonuna daha iyi yaklaşılacağını ifade etmektedirler. Bu şekilde, dal-sınır yaklaşımının temel sorunu olan çok büyük iterasyon sayıları ve beraberinde getirdiği tamamlanamayan iterasyon nedeniyle ulaşılamayan daha iyi çözümlere göreceli olarak yaklaşmak söz konusu olacaktır. Ayrıca yinelemeli işlemlere iyi bir başlangıç çözümü ile başlamanın önemli olduğunu ve bu çözümü elde etmek için sezgisel yöntemlerden yararlanılabileceğini ifade etmektedirler. Araştırmacıların iterasyon sorununa getirdikleri bu öneri ile dal-sınır yaklaşımının büyük problemlerde kullanılması mümkün hale getirilerek, dal-sınır algoritmasının mevcut ulaştırma problemi yazılım programlarına dâhil edilmesinin fayda sağlayacağı beklentisi doğmuştur.

Diğer yandan, karma kısıtlı ulaştırma probleminin bulanık mantık ile tartışıldığı çalışmalar araştırmacıların hep ilgi odağı olmuştur. Buckly(1988), Parra vd.(1999) ile yıllar önceden başladığı görülen bulanık ulaştırma problemi tartışmaları, yakın bir tarihe kadar (Baysakoğlu ve Subulan,2017) geliştirilerek devam etmiştir. Klir (1997), Kumar ve Kaur (2011) , Baysakoğlu ve Subulan(2017) gibi bazı araştırmacılar, standart bulanık işlemlerin doğrudan uygulandığı gerçek hayat problemlerinin çözümlerinin sorgulandığını; eşitsizlik halinde formüle edilen kısıtların yanı sıra kontrol edilemeyen belirsizlikleri ve bazı risk faktörlerinin yok sayılamayacağını; ve bunların dahil olmadığı gerçek hayat problemlerinin söz konusu olmadığını ifade etmektedirler. Çalışmalarında, gerçek hayat problemlerindeki belirsizliklerin dâhil edildiği modellerin daha iyi sonuç verdiğini uygulamalı olarak açıklamışlardır. Bulanık ulaştırma problemi çalışmalarının pek çoğunda, matematiksel modelleri açıklanarak, problemin tüm parametreleri bulanık sayılarla ifade edilmiştir. Parametre değerleri üçgensel veya yamuk bulanık sayılara dönüştürülerek, doğrusal programlama varsayımlarını karşılar hale getirilen ve ilave yeni kısıtlarla problemin çözümü için algoritmalar geliştirilmiştir.

Diğer bazı araştırmacılar ise farklı ulaştırma problemlerine farklı yöntemleri denemişlerdir. Örneğin Michalewicz vd.(1991) lineer olmayan ulaştırma problemlerine, Ayan(2008) sabit maliyetli ulaştırma problemine genetik algoritmayı uygulamışlardır. Özdemir ve Seçme(2009) bulanık algoritmayı ve Duraphe ve Riagar(2017) toplam fırsat maliyetine göre hesaplanan yöntemi ulaştırma problemlerine uygulamışlardır. Özdemir ve Seçme(2009) sabit maliyetli ulaştırma problemine globale yakın çözümü bulurken, Duraphe ve Riagar(2017) klasik optimizasyon probleminde VAM yöntemine yakın ama çoğaltanlar yöntemi ile aynı çözümü veren daha basit yöntem önermişlerdir.

3.KARMA KISITLI ULAŞTIRMA PROBLEMİ MODELİ ve ÖNEMİ

Klasik ulaştırma problemlerinde olduğu gibi m sayıda arz ve n sayıda talep merkezinden oluşan karma kısıtlı ulaştırma problemi de arz merkezlerinden talep merkezlerine yapılan dağıtımın minimum maliyetle gerçekleşmesini amaçlamaktadır. Ulaştırma problemi, genellikle fiziksel olarak ürünlerin bir yerden başka bir yere dağıtımı olarak çağrışım yapsa da, işletmelerde dağıtım amacının yanı sıra farklı pek çok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Planlama, iş çizelgeleme, iletişim ağı kurma ve atamanın(Mondal ve Hossain, 2012,1927) yanı sıra depolama ve yatırım analizleri(Adlakha vd.,2006,541) alanında da kullanılmaktadır.

Tüm ulaştırma problemlerinde, arz ve talep merkezlerinin kısıtları ile birlikte değişkenlerin pozitiflik kısıtını da sağlayan çözümler geçerli çözümdür. Ancak asıl hedeflenen, bu çözümler arasından optimum olanı yani toplam maliyeti minimize eden çözümü bulmaktır.

Oysa bir arz merkezindeki ürünün aynı miktarına veya daha fazlasına ihtiyaç duyan talep merkezlerinin, daha fazla ürünü daha az maliyetle transfer etme istekleri paradoksal bir durum oluşturmaktadır. Gerçek hayatta bu tür karma kısıtlı problemlerle karşılaşılmasına rağmen literatürde henüz bir konsensüsün oluştuğu bir çözüm algoritmasına rastlanmamaktadır. Bu durum farklı algoritmalarla(Palekbar vd.1990; Adlakha vd.1998; Mondal ve Hossain,2012) çözüm önerilerinin devam etmesini sağlamaktadır. Adlakha vd.(2006) geliştirdikleri sezgisel algoritma ile karma kısıtlı ulaştırma problemlerine diğer bir deyişle paradoks oluşturan MFL (more for less) tipli problemlere çözüm üreten yöntem geliştirmişlerdir. Algoritmanın başlıca etkileyici özelliği, anlaşılmasının kolay olması, karmaşık matematiksel modelleri içermemesi ve yinelemeli algoritma yapısı ile programlanabilir olmasıdır.

Adlakha vd.(2006)'nin önerdikleri sezgisel karma kısıtlı ulaştırma problemin matematiksel formülasyonu aşağıda belirtilmektedir.

Amaç Fonksiyonu:

$$Min \quad \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

Kısıtlar

Arz kısıtları:

$$\sum_j x_{ij} = a_i \qquad i \in \alpha_1$$

$$\sum_j x_{ij} \geq a_i \qquad i \in \alpha_2$$

$$\sum_j x_{ij} \leq a_i \qquad i \in \alpha_3$$

Talep kısıtları:

$$\sum_i x_{ij} = b_j \qquad j \in \beta_1$$

$$\sum_i x_{ij} \geq b_j \qquad j \in \beta_2$$

$$\sum_i x_{ij} \leq b_j \qquad j \in \beta_3$$

$$a_i \;\; > 0 \quad \forall i \in I \quad \text{Ve} \quad b_j \;\; > 0 \quad \forall j \in I$$

$$I = \{1,2, \ldots . m\} \quad J = \{1,2, \ldots . n\}$$

Burada;

c_{ij} : i. arz merkezden j. talep merkezine birim taşıma maliyeti

x_{ij}: i.arz merkezden j.talep merkezine taşıma miktarı

α_i: kısıtları =, ≥ ve ≤ şeklinde kategoriye ayrılan arz merkezlerine ait indisler

β_j: kısıtları =, ≥ ve ≤ şeklinde kategoriye ayrılan talep merkezlerine ait indisler

Karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin çözüm algoritmasında, uygun atamaların yapılması esnasında Vogel yaklaşım yöntemi (VAM) veya diğer herhangi bir yönteme ihtiyaç duyulmaktadır. Algoritmada gölge fiyatlarının da hesaplanması gerekmektedir. VAM yöntemi aşağıda, 3.1 alt başlığında belirtilmektedir. Gölge fiyatları da klasik ulaştırma problemlerinin çözüm yöntemlerinden biri olan Çoğaltan (multiplier) yönteminde olduğu gibi basit matematiksel işlemler gerektiren + formülü ile belirlenmektedir. Dolayısı ile gölge fiyatlarının hesaplanmasında, iteratif çözümün (m+n-1) adet karar değişkeni içermesi kuralı burada da geçerlidir. Çözümde değer alan değişken sayısı (m+n-1)'e eşitse çözüm, "temel kabul edilebilir" çözüm olarak değerlendirilmektedir (Öztürk,2011; Ertuğrul ve Işık,2008). Çözümün temel değişkenler sayısı (m+n-1) olmadığı durumda, gölge fiyatlarının hesaplanması mümkün olmadığından bu eşitliğin sağlanması gerekmektedir. Bu nedenle tüm gölge fiyatlarının hesaplanmasını sağlayacak şekilde boş göze/gözelere, yeterli sayıda ve gereğinden fazla olmayacak şekilde- minimum bir sayı olarak (epsilon) veya sıfır atanarak (m+n-1) eşitliği sağlanmalıdır. atandığı takdirde, 'nun sıfıra yakın pozitif bir sayı olduğu varsayılarak işlemler yapılmaktadır (Öztürk,2011).

3.1.Vogel Yaklaşım Yöntemi

VAM yöntemi, ulaştırma problemlerinin başlangıç çözümünü oluşturmada kullanılan diğer yöntemlere (Kuzey Batı Köşe Yöntemi ve Minimum Maliyetli Gözeler Yöntemine gibi) göre daha karmaşık olmasına rağmen daha iyi sonuçlar verdiğinden çoğu zaman tercih edilen bir yöntemdir. VAM yönteminde aşağıdaki adımlar izlenir.

1. Her satır ve sütundaki en düşük iki maliyet değeri seçilerek, farkı alınır. (Bu fark fırsat maliyeti olarak adlandırılır)

2. Fırsat maliyetleri değerleri incelenerek en yüksek fırsat maliyetine sahip satır veya sütun tercih edilir.

3. Seçilen satır veya sütundaki en düşük maliyetli hücreye olası maksimum atama gerçekleştirilir.

4. Önceki adımdaki atamadan sonra, atama yapılamayacak hücreler belirlenerek kapatılır. (İndirgenmiş matris oluşturulur)

5. Bütün atamalar tamamlanıncaya kadar birinci adıma dönülerek işlemler tekrarlanır.

3.2. Karma Kısıtlı Ulaştırma Probleminde Mutlak Noktalar

Ulaştırma problemlerinin çözümünde, toplam maliyeti minimize edecek gözelere atama yapılırken kullanılan "atlama taşı" yöntemi çok bilinen ve uzun yıllarca kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemin uygulamada karşılaşılan zorluğu, atanmamış gözeler için uygun döngünün belirlenmesidir. Özellikle büyük problemlerde bu işlemler oldukça zahmetli bir şekilde yapılmakta(Adlakha ve Kowalski,1998,542) ve otomotize edilmesi güçleşmektedir.

Karma kısıtlı ulaştırma problemlerinde daha iyi çözüm için hangi gözeye ne kadar atama yapılacağı, mutlak noktanın belirlenmesi ile açıklığa kavuşturulmaktadır. Bir başka ifadeyle mutlak nokta, atlama taşı yönteminin işaret ettiği boş hücreyi belirlemektedir. Böylece belirlenen gözeye mümkün atamanın yapılması ile klasik ulaştırma problemleri daha basit işlemler ile çözülebilmektedir. Optimum çözüm elde edilinceye kadar, tekrarlı bir şekilde, varsa bir sonraki mutlak noktanın belirlenmesi ve işaret ettiği gözeye arz ve talep kısıtlarını doyuran mümkün atamaların yapılması gerekmektedir (Adlakha ve Kowalski,1998,543).

Adlakha ve Kowalski(1998) çalışmalarında mutlak noktanın hesaplama prosedürünü detaylı bir şekilde açıklamışlardır. Prosedür, mutlak nokta olarak belirlenen boş hücre (q,r)'ın,

$c_{kr} - c_{qr} > c_{kp} - c_{qp}$ $_{k}$ ve $_{p}$ için, k=1,2,.....m ve p=1,2,.....n (1)

eşitliğini sağlayan ve ilaveten sol taraf ($c_{kr} - c_{qr}$) değerinin, karşılaştırılan k ve q satırları içinde en büyük değer olduğunu garantileyen adımlardan oluşmaktadır.

3.3.Karma Kısıtlı Ulaştırma Problemi Algoritması

Bu çalışmada, ulaştırma problemlerinde yaygın olarak kullanılan ve Charnes ve Cooper(1954) tarafından literatüre kazandırılan atlama taşı yöntemi yerine, Adlakha vd.(2006)'nin önerdiği karma kısıtlı ulaştırma probleminin çözüm algoritması kullanılmaktadır. Algoritma, problemin doğası gereği, klasik ulaştırma problemlerinde olduğu gibi ilgili satır veya sütunda en küçük maliyetli gözelere atama yapılması prensibine dayanmaktadır. Ayrıca atama yapılacak gözede kısıt;

•ise mümkün olduğunca en düşük miktarda atama

•ise mümkün olduğunca en büyük miktarda atama

yapılmasını sağlamak amacıyla, öncelikle problemin alt sınır problemi (Lower Bound Problem)'ne dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu nedenle algoritmanın ilk adımı ile bu dönüşüm sağlanmaktadır.

Adım 1. Karma kısıtlı problemin alt sınır problem tipine dönüştürülmesi

Amaç Fonksiyonu:

$$Min \quad \sum_{i}\sum_{j} c_{ij}\, x_{ij}$$

Kısıtlar

Arz kısıtları:

$$\sum_{j} x_{ij} = a_i \qquad i \in \alpha_1$$

$$\sum_{j} x_{ij} = a_i \qquad i \in \alpha_2$$

$$\sum_{j} x_{ij} \le a_i \qquad i \in \alpha_3$$

Talep kısıtları:

$$\sum_{i} x_{ij} = b_j \qquad j \in \beta_1$$

$$\sum_{i} x_{ij} = b_j \qquad j \in \beta_2$$

$$\sum_{i} x_{ij} \le b_j \qquad j \in \beta_3$$

$$a_i \; > 0 \quad \forall i \in I \quad ve \quad b_j \; > 0 \quad \forall j \in I$$

$$I = \{1,2, \ldots . m\} \quad J = \{1,2, \ldots . n\}$$

Burada;

c_{ij}: i. arz merkezden j. talep merkezine birim taşıma maliyeti

x_{ij}: i. arz merkezden j. talep merkezine taşınan miktar

α_i: kısıtları =, ≥ ve ≤ şeklinde kategoriye ayrılan arz merkezlerine ait indisler

β_j: kısıtları =, ≥ ve ≤ şeklinde kategoriye ayrılan talep merkezlerine ait indisler

Adım 2. Problemde $i \in \alpha_3$ için $a_i=0$, ve $j\ \beta_3$ için $b_j=0$ dönüşümü yapılarak, VAM yöntemi ile hücrelere Min $\{\sum a_i\ (i \in \alpha_1 \cup \alpha_2), \sum b_j\ (j\ \beta_1 \cup \beta_2),\}$ şartını sağlayacak atamalar yapılır.

Adım 3. Dengeli olmayan alt sınır probleminin uygun çözümünü elde etmek için kalan $|\sum a_i - \sum b_j|$ değerini en düşük maliyetli uygun hücrelere atanır.

Adım 4. Adım 3 de elde edilen çözümün gölge fiyatları (SP) belirlenerek, gölge fiyatları matrisi (SP matrisi) oluşturulur.

Adım 5. Negatif SP'lere sahip elemanların satır/sütunları belirlenir. Negatif SP mevcut değilse çözüm optimumdur sonucuna varılarak algoritma sonlandırılır. Aksi durumda Adım 6'ya geçilir.

Adım 6. En fazla negatif SP içeren satır /sütun belirlenir.

Adım 7. Bu satır/sütunlar arasından tek bir hücresine yükleme yapılmış olanı seçilir.

Adım 8. Minimum maliyet katsayısına sahip hücre(k,r) seçilir.

Adım 9. Eğer ($r \in \beta_3$ ve $b_r < a_k$) veya ($k \in \alpha_3$ ve $a_k < b_r$) ise $X_{kr}=\min(a_k, b_r)$ şeklinde atama yapılır. Aksi durumda $X_{kr}=\max(a_k, b_r)$ şeklinde atama yapılır.

Adım 10. Atama yapılan hücrenin k. satırı ve r. sütunu maliyet matrisi ve SP matrisinin her ikisinden de silinir.

Adım 11. Eğer SP matrisi negatif eleman içeriyorsa, Adım 6'ya gidilir.

Adım 12. Negatif SP'ler kalmayan matriste kalan kısıtları doyuracak şekilde atama yapılır.

Yukarda işlem adımları belirtilen sezgisel yöntemin, hesaplama işlemlerinin, yaklaşık 60 yıldan beri işletmelerde kullanılan klasik ulaştırma problemi algoritmasında yer alan bazı teknikleri içerdiği görülmektedir. Bu nedenle, işletmelerde ihtiyaç duyulması halinde yöntem rahatlıkla tercih edip kullanabileceklerdir. Oysa literatürde yer alan bazı karma kısıtlı ulaştırma yöntemleri, güçlü matematik bilgisi gerektiren karmaşık formüller ile pek çok ilgili ve uygulayıcı tarafından anlaşılır olmaktan uzaktır. Bu durum, açıklanan yöntemi, diğer yöntemlerden öne çıkaran; geniş uygulama sahası bulma ihtimalini güçlendiren bir özelliktir.

Diğer yandan, tüm ulaştırma problemlerinde olduğu gibi arz ve talep merkezi sayısındaki artış ile problem elle çözülemeyecek hale dönüşecek, otomasyona dönüştürülmesi zorunluluğunu doğuracaktır. Yöntemin önemli bir eksikliği ise günümüz aktarmalı ve karma kısıtlı problemlerine uygun çözüm verme özelliğine sahip olmamasıdır. Esasında karma kısıtlı aktarmalı ulaştırma problemlerine henüz literatürde önerilen bir çözümün olmadığı bilinmektedir. Bu nedenle bu tür ihtiyaç halinde problem iki alta parçaya bölünerek, optimum olduğu iddia edilemeyen bir çözüm elde edilebilir. Problemin birinci alt parçası, arz merkezlerinden aktarma merkezlerine; ikinci parçası da aktarma merkezlerinden talep merkezlerine ulaştırmak amacıyla çözülebilir. Bu uygulama da doğal olarak problemin hesaplama işlemlerini otomatik olarak ikiye katlayacaktır

4.ÖRNEK UYGULAMALAR

Bu bölümde algoritmanın daha anlaşılır olmasını sağlamak amacıyla aşağıdaki örneklere yer verilmektedir.

Örnek 1. Karma kısıtlı ulaştırma probleminin maliyet katsayıları, arz ve talep merkezlerinin karma kısıtları Tablo 1'de gösterilmektedir.

Tablo 1: Maliyet matrisi

	b_1	b_2	b_3	Arz Miktarı
a_1	10	1	4	=1
a_2	5	7	1	≥6
a_3	8	9	2	≤9
Talep Miktarı	=8	≥10	≤5	

Adım 1. Alt sınır problemine dönüştürme

Alt sınır problemine dönüştürme işlemi, arz ve talep merkezlerinin kapasitelerini mümkün olan en az sınıra çekmektir. Yapılan işlem Tablo 2'de gösterilmektedir.

Tablo 2: Alt sınır problemi

	b_1	b_2	b_3	Arz Miktarı
a_1	10	1	4	=1
a_2	5	7	1	≥6
a_3	8	9	2	≤9 = 0
Talep Miktarı	=8	≥10	≤5	

Adım 2. VAM metodunun uygulanması.

$x_{12} = 5$ ve $x_{21} = 6$ atanır.

Adım 3. Dengeli olmayan alt sınır probleminin çözümünün elde edilmesi.

Uygun çözüm $x_{12} = 5$, $x_{21} = 8$, $x_{22} = 5$ ve tüm diğer $x_{ij}=0$ dır. Bu çözümde toplam aktarılan miktar 18 birim ve maliyet 80 pbrm dir.

Adım 4. Adım 3 de elde edilen çözümün SP matrisi oluşturulur.

Adım 3'de elde edilen çözümün SP'leri, klasik ulaştırma problemlerinin "çoğaltanlar" yönteminde olduğu gibi hesaplanarak Tablo 3'te gösterilmektedir.

Tablo 3: SP matrisi

	v_1	v_2	v_3	u_i
u_1	-1	1*	-5	-6
u_2	5*	7*	1**	0
u_3	6	8	2**	1
v_j	5	7	1	

* yükleme yapılan hücreler ** yükleme yapıldığı varsayılan hücreler

Adım 5-6. Negatif SP'lere sahip elemanların satır/sütunları belirlenir ve en fazla negatif SP içeren satır /sütun seçilir.

En fazla negatif SP'ye (2 adet) sahip satır, satır 1 seçilmektedir.

Adım 7-8. Bu satır/sütunlar arasından tek bir hücresine yükleme yapılmış olanı seçilir.

Satır 1 de tek yükleme yapılmıştır.

Adım 8. Minimum maliyet katsayısına sahip hücre (k,r) seçilir.

Satır 1 de minimum maliyet katsayılı hücre (1,2) seçilir.

Adım 9. Eğer ($r \in \beta_3$ ve $b_r < a_k$) veya ($k \in \alpha_3$ ve $a_k < b_r$) ise X_{kr}=min(a_k,b_r) şeklinde atama yapılır. Aksi durumda X_{kr}=max (a_k),b_r) şeklinde atama yapılır.

X_{12}=max (a_1,b_2)=10 atanır.

Adım 10. Atama yapılan hücrenin k. satırı ve r. sütunu maliyet matrisi ve SP matrisinden silinir.

Satır 1 ve sütun 2 Tablo 1 ve Tablo 3'ten silinir.

Adım 11-12. Eğer SP matrisi negatif eleman içeriyorsa, Adım 6'ya gidilir. Negatif SP'ler kalmayan matriste ise kalan kısıtları doyuracak şekilde atama yapılır.

Elde edilen çözümde,x_{12}= 10, x_{21}=8 ve tüm diğer x_{ij}=0 olur. Bu çözümde toplam aktarılan miktar 18 birim ve maliyet 50 pbrm'dir.

Belirtilen sezgisel yöntemle elde edilen çözüm, literatürde elde edilen çözümle örtüşmektedir (Adlakha vd.,2006:50).

Örnek 2. Karma kısıtlı ulaştırma probleminin maliyet katsayıları, arz ve talep merkezlerinin karma kısıtları Tablo 4'te gösterilmektedir.

Tablo 4: Maliyet matrisi

	b_1	b_2	b_3	Arz Miktarı
a_1	2	5	4	=5
a_2	6	3	1	≥10
a_3	8	9	2	≤5
Talep Miktarı	=8	≥10	≤5	

Adım 1. Alt sınır problemine dönüştürme

Alt sınır problemine dönüştürme işlemi, arz ve talep merkezlerinin kapasitelerini mümkün olan en az sınıra çekmektir. Yapılan işlem Tablo 5'te gösterilmektedir.

Tablo 5: Alt sınır problemi

	b_1	b_2	b_3	Arz Miktarı
a_1	10	1	4	=5
a_2	5	7	1	≥6
a_3	8	9	2	≤9 = 0
Talep Miktarı	=8	≥10	≤5	

Adım 2. VAM metodunun uygulanması.

$x_{11} = 5$ ve $x_{22} = 6$ atanır.

Adım 3. Dengeli olmayan alt sınır probleminin çözümünün elde edilmesi.

Uygun çözüm $x_{11} = 5$, $x_{21} = 3$, $x_{22} = 10$ ve tüm diğer $x_{ij} = 0$ dır. Bu çözümde toplam aktarılan miktar 18 birim ve maliyet 58 pbrm dir.

Adım 4. Adım 3 de elde edilen çözümün SP matrisi oluşturulur.

Adım 3 de elde edilen çözümün SP'leri çoğaltanlar yöntemi ile hesaplanarak Tablo 6'da gösterilmektedir.

Tablo 6: SP matrisi

	v_1	v_2	v_3	u_i
u_1	2*	-1	-3	-4
u_2	6*	3*	1**	0
u_3	7	4	2**	1
v_j	6	3	1	

* yükleme yapılan hücreler ** yükleme yapıldığı varsayılan hücreler

Adım 5-6. Negatif SP'lere sahip elemanların satır/sütunları belirlenir ve en fazla negatif SP içeren satır /sütun seçilir.

Satır 1 seçilmektedir.

Adım 7-9. Bu satır/sütunlar arasından tek bir hücresine yükleme yapılmış olanı seçilir.

Satır 1 de tek bir yükleme yapıldığından seçilir.

Adım 8. Minimum maliyet katsayısına sahip hücre (k,r) seçilir.

Satır 1 de minimum maliyet katsayılı hücre (1,2) seçilir.

Adım 9. Eğer ($r \in \beta_3$ ve $b_r < a_k$) veya ($k \in \alpha_3$ ve $a_k < b_r$) ise X_{kr}=min(a_k, b_r) şeklinde atama yapılır. Aksi durumda X_{kr}=max (a_k, b_r) şeklinde atama yapılır.

X_{11}=max (a_1,$b1$)=8 atanır.

Adım 10. Atama yapılan hücrenin k. satırı ve r. sütunu maliyet matrisi ve SP matrisinden silinir.

Satır 1 ve sütun 1 Tablo 4 ve Tablo 6'dan silinir.

Adım 11-12. Eğer SP matrisi negatif eleman içeriyorsa, Adım 6'ya gidilir. Negatif SP'ler kalmayan matriste ise kalan kısıtları doyuracak şekilde atama yapılır.

2x2 boyuta indirgenen matriste kalan miktar (10 brm) atanarak; çözüm x_{11}= 8, x_{22}=10 ve tüm diğer x_{ij}=0 olur. Bu çözümde toplam miktar (18 birim) 46pbrm maliyet ile aktarılmaktadır. Belirtilen sezgisel yöntemle elde edilen çözüm, literatürde elde edilen çözümle örtüşmektedir (Adlakha vd.,2006:50).

5.SONUÇ

Kesin olarak çözümü halen belirlenmemiş olan karma kısıtlı ulaştırma problemleri, karar vericilerin nadiren karşılaştıkları problem tipi değildir. Bu nedenle araştırmacılar bu konuda çalışmalarına devam etmektedirler. Bu çalışmada, Adlakha vd.(2006)'nın önerdikleri, basit işlem adımları ile birçok karar vericinin rahatça anlayarak uygulayabileceği sezgisel yöntem, örneklerle aktarılmıştır. Çalışmada yöntemin uygulanmasında kullanılan örnekler, literatürde başka çalışmalar tarafından da kullanılan örneklerdir. Yöntemin performansını diğer bir deyişle optimum değerini karşılaştırmak amacıyla tercih edilmiştir.

Önerilen yöntemin örnek problemlere uygulanması sonucunda elde edilen optimum çözümler, literatürde karşılaştırılan çözümlerden daha iyi olmamakla birlikte, dağıtım politikası belirleyecek karar vericilerin yararlanabileceği çözüm olarak değerlendirilebilir. Bu bağlamda, özellikle kısıt sayısı ve arz/talep merkezi sayısı çok fazla olan karmaşık karma kısıtlı ulaştırma problemleri ile sık karşılaşma ihtimali yüksek olan günümüz küresel işletmeler ve yöneticileri tarafından bu yöntemin tanınırlığının artması önemli görülmektedir.

Yöntem, klasik ulaştırma problemlerine de alternatif bir çözüm yöntemi olarak kullanılabilmektedir. Klasik ulaştırma problemlerinin çözüm yöntemlerinde kullanılan atlama taşı yöntemi ile karşılaştırıldığında, bu yöntemin kolay uygulanabilirliğinin yanı sıra yazılım programına dönüştürülmesi de önemli ölçüde uzmanlık ve büyük çaba gerektirmeyecektir. Bu özelliği ile programlama aşamasında da önemli bir avantaj sağlayacaktır. Bu nedenle karma kısıtlı ulaştırma problemlerinin çözümüne yönelik yazılım programı geliştirmek isteyen yazılım firmaları veya kendi özel yazılımlarını geliştirmek isteyen firmalar tarafından tercih edilmesi ve yaygınlaşması söz konusu olacaktır.

Yöntemin, günümüzün önemli ulaştırma problem tiplerinden biri olan aktarmalı karma kısıtlı ulaştırma problemlerine yönelik olmadığı görülmektedir. Fakat yine de Türk literatüründe yer almayan ve klasik ulaştırma problemlerinin varsayımlarını karşılamayan karma kısıtlı ulaştırma problemlerine önerilen bu çözüm yönteminin işletmelerde kullanılması ve yaygınlaşmasının, etkin ve daha düşük maliyetli dağıtım politikalarının belirlenmesine katkı sağlayacağı beklenilmektedir.

KAYNAKÇA

Adlakha, V. ve Kowalski, K.(1998). "A Quick Sufficient Solution to the More-To-Less Paradox in The Transportation Problem", *Omega*, 26/4,541-547.

Adlakha, V., Kowalski, K. ve Lev, B.(2006). "Solving Transportation Problems with Mixed Constraints", *International Journal of Management Science*, 1/ 1, 47-52.

Adlakha, V., Kowalski, K. ve Lev, B.(2010). "A Branching Method for the Fixed Charge Transportation Problem", *Omega 38*, 393–397

Ayan, Y.Y.(2008). "Sabit Maliyetli Ulaştırma Problemi İçin Genetik Algoritma", *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 10/1, 97-116.

Bakes, M. D.(1966). "Solution of Special Linear Programming Problems with Additional Constraints," *Opnal. Res. Quart.* 17, 425-445

Balinski, M.(1961). "Fixed Cost Transportation Problems", *Naval Research Logistics Quarterly,* 8 (1961), 41-54.

Baysakoğlu, A. ve Subulan, K.(2017). "Constrained Fuzzy Arithmetic Approach to Fuzzy Transportation Problems with Fuzzy Decision Variables", *Expert Systems with Applications*, Volume 81, 193-222.

Buckly J.J.(1988), "Possibilistic Linear Programming with Triangular Fuzzy Numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, 26, ss.135–138.

Charnes, A. ve Cooper, W.W.(1954). "The Stepping-Stone Method for Explaining Linear Programming Calculation in Transportation Problem", *Management Science*, 1 (1), 49-69.

Duraphe,S. ve Riagar,S.(2017). "A New Approach to Solve Transportation Problems with Max Min Total Oppotunity Cost Method", *International Journal of Mathematics and Technology,* V.51, N.4, 271-275.

Ertek, G.(2010). "Çapraz Sevkiyat İçin Temel Bilgiler", *Lojistik*, Sayı: 13.

Ertuğrul, İ. ve Işık, A. T.(2008). "Bir Gıda İşletmesinde Ulaştırma Modeli ile Yeni Bir Dağıtım Planı Geliştirme", *KMU İİBF Dergisi,* Yıl:10 Sayı:14.

Gray, P.(1971). "Exact Solution of the Fixed Charge Transportation Problem", *Operations Research,*19,1529-38.

Glover, F., Klingman, D. ve Ross, T.(1974). "Finding Equivalent Transportation Formulations for Constrained Transportation Problems,", *Naval Res. Logist. Quart.* 21, 247-254.

Haley, K. B. ve Smith, A.J.(1966). "Transportation Problems with Additional Restrictions", *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, Vol. 15, No. 2, 116-127.

Hirsch,W. ve Danzig, G. B.(1968). "The Fixed Charge Problem", *Naval Research Logistics Quarterly*, 15, 413-424.

Hitchcock, F.L. (1941). "The Distribution of a Product From Several Sources to Numerous Localities", *Journal of Mathematical Physics*, 20 (1941), 224-230.

Klingman , D. ve Russell, R. (1975), "Solving Constrained Transportation Problems", *Operatıons Research*, Vol. 23, No. 1.

Klir, G.J.(1997). "Fuzzy Arithmetic with Requisite Constraints", *Fuzzy Sets and Systems*, 91, 165-175.

Kowalski, K.(2005). "On the Structure of the Fixed Charge Transportation Problem", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Volume 36, Issue 8, 15, 879-888.

Kumar A. ve Kaur, A. (2011), "Application of Classical Transportation Methods for Solving Fuzzy Transportation Problems", *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 1.

Michalewicz, Z.; Vignaux, G.A. ve Hobbs, M.(1991). "A Nonstandard Genetic Algorithm for the Nonlinear Transportation Problem", *Orsa Journal on Computing*, Vol.3, No.4, 307-316.

Mondal, R.N. ve Hossain, R.(2012). "Solving Transportation Problem with Mixed Constrains", *Uluslararası Endüstri Mühendisliği ve Yöneylem Araştırması Konferansı*,3-6 Haziran, İstanbul-Türkiye, 1927-1932.

Özdemir, A.İ. ve Seçme, G.(2009). "Tedarik Zinciri Ağ Tasarımına Bulanık Ulaştırma Modeli Yaklaşımı", *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi,* 220/ 32, 219-237.

Öztürk, A.(2011). *Yöneylem Araştırması*, Ekin Kitabevi, Bursa.

Palekar, U.S., Karwan, M.H; Zionts,S.(1990). "A Branch and Bound Method For Fixed Charge Transportation Problem", *Management Science*,36:1092-105.

Parra, M.A., Terol, A.B. ve Uria, M.V.R.(1999). "Solving the Multiobjective Possibilistic Linear Programming Problem", *European Journal of Operational Research* ,117, ss.175–182.

Prager, W.(1957). "A Generalization of Hitchcock's Transportation Problem", *Journal of Mathematics and Physics*, 36/1-4, 99-106.