



# INESJOURNAL

ULUSLARARASI EĞİTİM BİLİMLERİ DERGİSİ  
THE JOURNAL OF INTERNATIONAL EDUCATION SCIENCE

Yıl: 2, Sayı: 3, Haziran 2015, s. 83-101

Berna TATAROĞLU TAŞDAN<sup>1</sup>, Adem ÇELİK<sup>2</sup>

## MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN FONKSİYON KAVRAMINA YÖNELİK GÖSTERİM ŞEKİLLERİ BİLGİLERİNİN GELİŞİMİ<sup>3</sup>

### Özet

Pek çok matematik kavramı gibi fonksiyon kavramı öğretiminde de farklı gösterim şekillerinin kullanımı oldukça önemlidir. Bu kavramın öğretiminde farklı gösterim şekillerinin kullanılması ve gösterim şekilleri arasında geçişlerin yapılması öğrencilerin bu kavramı öğrenmesine yardımcı olmaktadır. Bu nedenle matematik öğretmenlerinin gösterim şekilleri bilgilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu araştırmanın amacı matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin gelişimini incelemektir. Nitel araştırma yaklaşımının benimsendiği çalışmada veriler gönüllü altı matematik öğretmenin fonksiyon kavramı öğretimlerinin gözlenmesi ile toplanmıştır. Araştırmada, öğretmenlere verilen eğitimin gösterim şekilleri bilgilerinin gelişimine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimleri konusunda öneriler sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** *matematik öğretmeni, gösterim şekilleri bilgisi, fonksiyon kavramı*

## DEVELOPMENT OF MATHEMATICS TEACHERS' KNOWLEDGE OF REPRESENTATIONS TOWARDS FUNCTION CONCEPT

### Abstract

Using different representations is important for teaching function concept like many other concepts in mathematics. For teaching this concept, using different forms of representations and transferring between them help students learn this concept. Therefore, mathematics teachers' knowledge of representations needs to be improved. The aim of this study is to examine the development of mathematics teachers' knowledge of representations towards function concept. Data of the study that qualitative research approach has been adopted collected via observations of six volunteer mathematics teachers' lessons. It is concluded that the training provided for teachers contributed their development of knowledge of representations. Suggestions were presented about mathematics teachers' professional development.

**Key words:** *mathematics teacher, knowledge of representations, function concept*

<sup>1</sup> Arş. Gör. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, bernatataroglu@gmail.com

<sup>2</sup> Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, adem.celik@deu.edu.tr

<sup>3</sup> Bu çalışma birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında tamamladığı doktora tezinin bir kısmından oluşturulmuştur.

## GİRİŞ

Fonksiyon kavramı modern matematiğin önemli ve birleştirici bir kavramıdır (Selden ve Selden, 1992; Yerushalmy ve Schwarz, 1993). Bu kavram teknolojik gelişmelerin bir sonucu olarak yeni ortaya çıkanlar da dâhil olmak üzere gerçek yaşamdaki birçok girdi çıktı durumunun matematiksel gösterim şekli olması (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi-National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989) ve yaşamdaki olayları tahmin edici bir model olarak görülmesi (Steele, Hillen, ve Smith, 2013) nedeniyle önemlidir.

Ülkemiz matematik dersi öğretim programı 9.ve10. sınıfında yer alan fonksiyon kavramı ileriki sınıflarda görülecek olan trigonometri, limit, süreklilik, türev ve integral gibi pek çok konu için temel teşkil eden bir kavramdır. Bilinmektedir ki tek bir kavram kendi başına bir anlam ifade etmez ve kavram kendisinin anlamını taşıdığı grupla ilişkilendirilirse kavramla ilgili anlama meydana gelir (Baki, 2006: 259-260). Altun'a (1998) göre, matematik konuları güçlü bir sıralı yapıya sahip olduğundan herhangi bir kavram onun ön şartı durumundaki diğer kavramlar kazandırılmadan öğrenilemez. Bu nedenle sonraki matematiksel kavramların anlamlı şekilde öğrenilmesi için fonksiyon kavramının öğrenilmesinin sağlanması önem taşımaktadır. Güncel hayatta ve matematik ders programlarında geniş bir yer tutan ve özü itibariyle basit bir matematiksel düşünce olan fonksiyonlar konusunu anlamada öğrencilerin oldukça zorlandıkları ve bu düşünceye ilişkin çok sayıda kavram yanılgısı geliştirdikleri bilinmektedir (Bayazit ve Aksoy, 2010). Fonksiyon kavramı ile ilgili çalışmalar da öğrencilerin bu kavramı anlamada zorluklar yaşadıklarını (Bakar ve Tall, 1991; Dubinsky, 1991; Eisenberg, 1991; Gray ve Tall, 1994; Leinhardt, Zaslavsky, ve Stein, 1990; Sierpinska, 1992; Tall ve Vinner, 1981; Thompson, 1994; Vinner, 1983; 1991; Vinner ve Dreyfus, 1989) ve kavram yanılgılarına düştüklerini (Ubuz, 1996; Vinner ve Dreyfus, 1989; Ural, 2006; Ural, 2012) göstermektedir.

Fonksiyon kavramının öğrenilmesinde öğrencilerin sıklıkla kavram yanılgısına düşmelerinin ve bu kavramı öğrenmede zorluk yaşamalarının bir kaynağı olarak bu kavramın farklı gösterim şekilleri ile ifade edilmesi sayılabilir. Bu varsayımı destekler şekilde Kabael (2010) fonksiyon kavramına ilişkin güçlük ve yanılgılardan biri olarak fonksiyon kavramının gösterim şekilleri ve aralarındaki ilişkileri belirtmiştir. Karahasan (2010) da tez çalışmasında fonksiyon kavramına ilişkin kavram yanılgılarından biri olarak gösterimsel zorlukları saymıştır. Fonksiyon kavramının farklı gösterim şekillerine yönelik zorlukların özellikle farklı gösterim şekilleri ile verilen fonksiyonların fonksiyon olup olmadığını anlamada (Akkoç, 2006; Cunningham, 2005; Keller ve Hirsch, 1997; Leinhardt vd., 1990; Vinner ve Dreyfus, 1989) ve bu gösterim şekilleri arasında geçişler yapmada (Leinhardt vd., 1990; Sfard, 1992) yaşandığı da çeşitli araştırmalarda ortaya konulmuştur. Bu sonuçlar fonksiyon kavramına ilişkin gösterim şekillerinin bu kavramı öğrenmede önemli bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. NCTM (2000: 38) de fonksiyon kavramında çoklu gösterim şekillerinin (nümerik, grafik, sembolik) kullanımının öğrencilerin bu kavrama yönelik anlamalarını geliştireceğini vurgulamıştır.

Bu bağlamda düşünüldüğünde, fonksiyon kavramının öğretiminde matematik öğretmenlerine bazı görevler düşmektedir. Bunlardan ilki, öğrencilerin fonksiyonları farklı gösterim şekilleri ile gösterip inceleyebilecekleri zengin bir öğrenme ortamı sağlamaktır (Howald, 1998). Elbette bunu başarabilmeleri için öğretmenlerin gösterim şekilleri hakkında gerekli bilgiye sahip olmaları ve var olan bilgilerini geliştirmeleri gerekmektedir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının gösterim şekillerine yönelik bilgilerini inceleyen araştırmalar bu gerekliliği ortaya koymaktadır. Örneğin, Even (1989) fonksiyon kavramının öğretimi için gerekli konu alanı bilgisinin önemli

## Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi

bileşenlerini belirlemeyi, öğretmen adaylarının bilgilerini bu kapsamda belirlemeyi ve kavrayışlarına yönelik sınırlılıkları ortaya çıkarmayı amaçladığı araştırmasında, fonksiyon kavramına yönelik konu alan bilgisi kapsamında gösterim şekillerini ele almıştır. Araştırmada, öğretmen adaylarının gösterim şekilleri arasında geçişler yapmada zorluk yaşadığı ve bir bilgi bileşenindeki eksikliğin diğer bileşenleri de etkilediği sonuçlarına varılmıştır. Hacıömeroğlu (2006) çalışmasında öğretmen adaylarının fonksiyon kavramının öğretime ilişkin konu alan bilgileri ve pedagojik alan bilgilerini belirlemeyi ve bu bilgiler arasındaki ilişkileri ortaya koymayı amaçlamıştır. Dört öğretmen adayı ile yürüttüğü araştırmasında Even'in (1989) kuramsal çevresini kullanmış ve öğretmen adaylarının konu alan bilgilerinin ve pedagojik alan bilgilerinin zayıf olduğunu saptamıştır. Öğretmen adaylarının farklı gösterim şekilleri ile verilen fonksiyonları anlama ve gösterimler arasındaki ilişkileri kurmada zayıf oldukları araştırmada ulaşılan bir diğer sonuçtur. Konu ile ilgili bir diğer araştırma Akkoç vd. (2011) tarafından yürütülen proje çalışmasıdır. Akkoç vd. (2011) matematik öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik bir program hazırladıkları proje çalışmalarında, teknolojik pedagojik alan bilgisi kapsamında çoklu gösterim şekillerini ele almıştır. Öğretmen adaylarının çoklu gösterimlerin tanımına ve önemine yönelik yaklaşımlarını ve çoklu temsillerin kullanımına yönelik gelişimlerini incelemiştir. Araştırmada teknolojik pedagojik alan bilgisi-çoklu temsiller bileşenine ilişkin analizler, matematik öğretmen adaylarının programda belirlenen kazanımlar çerçevesinde gelişme sergilediklerini göstermiştir. Bu gelişmeler çoklu temsiller konusunda bilgi düzeyinde, çoklu temsillerin kavramların öğretimde kullanımı, temsiller arası bağlantıların kurulması ve bu amaçla teknolojiden faydalanma olmak üzere dört alanda belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin de araştırma sonunda geliştiği saptanmıştır. Bu çalışmanın sonuçları, gerekli eğitimler verildiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarının gösterim şekilleri bilgilerinin geliştirilebileceğini göstermektedir.

Fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgisini ele alan çalışmalarda öğretmen adaylarının gösterim şekilleri kullanımlarının incelendiği ve öğretmen adaylarının farklı gösterim şekillerini kullanma ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapmada çok başarılı olamadıkları, eğitimlerle bu bilgilerinin gelişebileceği görülmektedir. İncelenen alan yazında matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin ve bu bilginin gelişimini ele alan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Ancak öğretmenlerin mesleki gelişimlerinin sağlanmasında hizmet öncesindeki eğitimleri kadar hizmet içi eğitimleri de önemlidir. Bu araştırmanın amacı matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin gelişimini incelemektir.

Gösterim şekilleri bilgisinin pedagojik alan bilgisi modellerinde nasıl ele alındığı incelendiğinde, bu bileşenin farklı araştırmacılar tarafından farklı bileşenlerle ele alındığı görülmektedir. Örneğin Magnusson, Krajcik ve Borko (1999) gösterim şekilleri bilgisini, öğretim stratejileri bilgisinin iki kategorisinden biri olarak ele aldıkları konuya özgü stratejiler kapsamında incelemişlerdir. Onlara göre gösterim şekilleri bilgisi, öğrencinin öğrenmesini kolaylaştırmak için belirli kavramları ya da prensipleri temsil etme yolları hakkında sahip olunan bilgidir. Resimlemeler, örnekler, modeller ve benzetimler gösterim şekilleri örnekleridir. Kovarik (2008) Shulman'ın pedagojik alan bilgisi tanımlamasından yola çıkarak oluşturduğu modelinde, pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak gösterim şekilleri ve yaklaşımlar bilgisini belirtmiştir. Kovarik (2008), gösterim şekilleri ve yaklaşımlar bilgisini gösterimler, örnekler ve analogiler şeklinde ayırmıştır. Gösterimler grafikler, tablolar ve formülleri

içermektedir. Örnekler gerçek yaşam örnekleri ve problemler şeklindedir. Ek olarak analoji yani benzetimler de gösterim şekilleri ve yaklaşımlar bilgisine dâhil edilmiştir. Görüldüğü gibi araştırmacılar gösterim şekilleri bilgisini kapsam olarak benzer şekillerde ele almışlardır. Bu çalışmada pedagojik alan bilgisi, gösterim şekilleri bilgisi bileşenleri kapsamında ele alınmış ve Kovarik (2008) tarafından ortaya konulan sınıflandırma benimsenmiştir.

Fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri de farklı araştırmacılar tarafından farklı terimlerle ele alınmıştır. Örneğin fonksiyon kavramının farklı gösterim şekillerini Ponte (1992) nümerik, grafik, cebirsel; Tall (1992) grafik, ok diyagramı, formül, tablo, sözel tanım; Akkoç (2005) küme eşlemesi diyagramı, sıralı ikililer kümesi, denklemler, grafikler; Ural (2012) ise grafik, tablo, cebirsel formül, sözlü tanım ve durum (içerik) şeklinde sınıflandırmıştır. Bu araştırmada, fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri literatüre paralel olarak Venn şeması, sıralı ikili, cebirsel, grafik, tablo, sözel, durum (içerik), fonksiyon makinesi olarak ele alınmıştır.

## **YÖNTEM**

Bu çalışma kapsamlı olarak yürütülen ve nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırmasının kullanıldığı araştırmanın bir parçasıdır. Eylem araştırması araştırma ve uygulamayı bir araya getiren ve araştırma sonuçlarının uygulamaya aktarılmasını kolaylaştıran bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2006: 78). Yürütülen eylem araştırmasında matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında incelenmesi ve geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda önce matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin mevcut durumu belirlenmiştir. Matematik öğretmenlerine verilen eğitimin ve eylem araştırması sürecinin ardından öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin gelişimleri incelenmiştir. Araştırma kapsamında matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgileri de doğal ortamda yani sınıf ortamlarında incelenmiştir. Bu makalede matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin gelişimine odaklanılmıştır.

### **Araştırmanın Katılımcıları**

Araştırmada katılımcılar amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan kolay ulaşılabilir durum örnekleme ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, çalışıldığında araştırma sorularına yanıt bulmaya yardımcı olacak zengin bilgiye sahip durumların seçilmesine olanak verir (Patton, 2002: 230). Araştırmanın katılımcıları İzmir ili ortaöğretim kurumlarında görev yapan gönüllü altı matematik öğretmeni olarak belirlenmiştir. Katılımcı öğretmenlerin gerçek isimleri kullanılmamış, belirlenen takma isimlerin kullanılması tercih edilmiştir. Altı öğretmen için seçilen takma isimler Ayla, Ersin, Gökhan, İsmet, Özge ve Veli şeklindedir. Araştırmanın gerçekleştirildiği süreçte öğretmenlerden üçü (Ayla-Ersin-İsmet) aynı okulda diğerleri ise farklı okullarda olmak üzere İzmir ili Buca ilçesindeki liselerde çalışmaktadır. Araştırmanın yürütüldüğü süreçte bir Anadolu Lisesi'nde görev yapan Ayla Öğretmen 22 yıllık deneyime sahiptir. Ersin Öğretmen bir Anadolu Lisesi'nde görev yapmaktadır ve 15 yıllık öğretmenlik deneyimine sahiptir. Matematik Eğitimi'nde yüksek lisans yapan Ersin Öğretmen matematik eğitimi ile ilgili seminer ve çalıştaylara katılmıştır. Gökhan Öğretmen bir Çok Programlı Lise'de görev yapmaktadır. Meslekte 4 yıllık deneyime sahip olan Gökhan Öğretmen araştırmanın yürütüldüğü esnada Matematik Yüksek Lisans Programı'nda öğrenim görmeye devam etmektedir. İsmet Öğretmen 18 yıllık mesleki deneyime sahiptir ve bir Anadolu

## Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi

Lisesi'nde görev yapmaktadır. Matematik Olimpiyatları Hazırlık Eğitimleri'ne katılmıştır. Özge Öğretmen Anadolu Öğretmen Lisesi'nde çalışmaktadır ve mesleğinde 13 yıllık deneyime sahiptir. Daha önce Matematik Eğitimi alanındaki bir kongreye dinleyici olarak katılmıştır. Veli Öğretmen bir Meslek Lisesi'nde çalışmaktadır ve meslekte 3 yıllık deneyime sahiptir.

### Verilerin Toplanması

Nitel araştırmada en yaygın olarak kullanılan veri toplama yöntemleri görüşme, gözlem ve yazılı doküman incelemesidir (Patton, 2002). Yürütülen kapsamlı araştırmada veri toplama aracı olarak gözlem (video kaydı), görüşme ve yazılı dokümanlar kullanılmıştır. Bu verilerin yanı sıra toplanan bazı veriler ikincil veri kaynağı olarak değerlendirilmiş ve gerektiğinde birincil veri kaynaklarını desteklemek için kullanılmıştır. Araştırmanın amacına doğrudan hizmet eden veriler birincil, birincil verileri yorumlamak ve araştırmanın problemini yanıtlamak için yarar sağlayacağı düşünülen veriler ikincil olarak belirlenmiştir. Bu makalede yalnızca video kamera aracılığıyla toplanan gözlem verilerine odaklanılmıştır.

Araştırmada gözlem verileri 2012-2013 öğretim yılında uygulanmakta olan öğretim programının fonksiyon alt öğrenme alanının Tablo 1'de belirtilen ilk iki kazanımının öğretimi süresince (öğretim programında iki kazanım için önerilen süre 10 ders saattir) toplanmıştır.

**Tablo 1:** 9. Sınıf Cebir Öğrenme Alanı Fonksiyon Alt Öğrenme Alanı Kazanımları (2012-2013)

Kazanım sayısı	Süre/Ders saati	Alt Öğrenme Alanı	Kazanımlar
2	10	Fonksiyonlar	Fonksiyon kavramını açıklar, şema ile göstererek tanım, değer ve görüntü kümelerini belirtir ve fonksiyonların eşitliğini ifade eder. Fonksiyon çeşitlerini açıklar

Uygulama öncesinde öğretmenlerin yukarıda belirtilen iki kazanımı işledikleri süre boyunca gözlem yapılmıştır. Her öğretmen belirtilen kazanımları farklı sürelerde işlediklerinden gözlemlenen ders saatleri katılımcılara göre farklılık göstermiştir. 2013-2014 öğretim yılında öğretmenlerin dersleri yeniden gözlenmiştir. Uygulama sonrasında Ortaöğretim 9. sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı'nda 2013-2014'de yapılan değişiklik gereği fonksiyon kavramına yönelik kazanımlar ve işleniş sürelerinde bazı değişiklikler olmuştur (bkz. Tablo 2). Fonksiyon kavramı ve gösterimi için 4 kazanım mevcut olup bu kazanımların öğretimi için 28 ders saati önerilmiştir.

**Tablo 2:** 9. Sınıf Sayılar ve Cebir Ünitesi Fonksiyonlar Konusu Kazanımları (2013-2014)

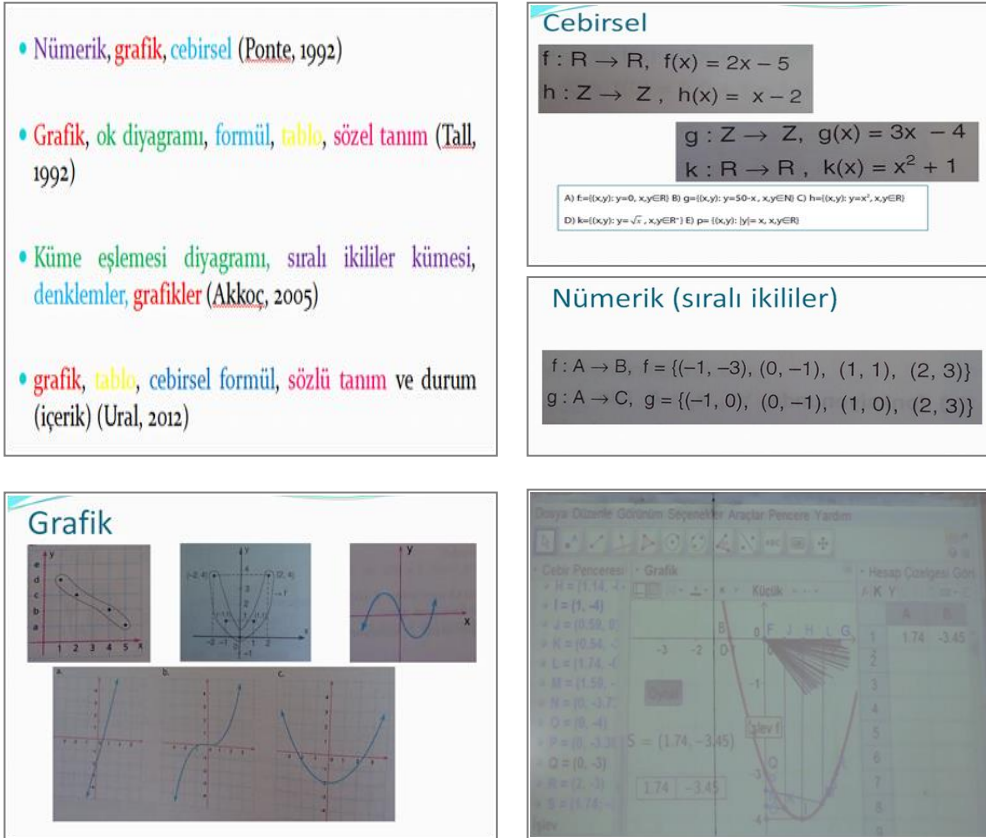
<p>9.3. Fonksiyonlar</p> <p>9.3.1. Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi</p> <p>Terimler: Fonksiyon, tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, fonksiyonun grafiği, sabit fonksiyon, birim fonksiyon, bire bir fonksiyon, örten fonksiyon, doğrusal fonksiyon, yatay doğru testi, dikey (düşey) doğru testi</p> <p>Sembol ve Gösterimler: <math>f: A \rightarrow B, f(x)</math></p> <p>9.3.1.1. Fonksiyon kavramını açıklar.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> Bu konuda yalnızca gerçek sayılar üzerinde tanımlanmış fonksiyonlar ele alınacaktır.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Fonksiyon konusuna girilte soyut bir yaklaşım yerine önce bire bir olan ve olmayan fonksiyon durumları ile modellenilebilecek gerçek/gerçekçi hayat durumları kullanılarak tablo-grafik inceleme, bağımlı-bağımsız değişken arasındaki ilişki vb. durumlar bağlamında fonksiyon kavramı ele alınır.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Fonksiyon "Bir kümenin (tanım kümesi) her bir elemanını başka bir kümenin (değer kümesi) bir ve yalnız bir elemanına eşleyen ilişki" olarak ele alınır.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Fonksiyon bazı girdi değerleri <math>x</math> için belli bir kural çerçevesinde çıktı değerleri <math>f(x)</math> üreten bir makineye benzetilerek açıklanır. Bu çerçevede, verilen bir <math>x</math> değeri için <math>f(x)</math> in tablosu veya kuralı verilip <math>f(1), f(2), f(a), f(2x), f(x+1)</math> vs. değerleri buldurulur. Örnekler bağlamında, birim (özdeşlik) fonksiyon, sabit fonksiyon ve doğrusal fonksiyon açıklanır.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> İki fonksiyonun eşitliği kavramı örneklerle açıklanır.</li> </ul> <p>9.3.1.3. <math>f(x)=x^n</math> (<math>n \in \mathbb{Z}</math>) biçimindeki fonksiyonların grafiklerini çizer.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> <math>n = 1, 2, 3, -1</math> için değer tablosu oluşturularak yaptırılır. Bunların dışındaki <math>n</math> değerleri için bu fonksiyonların davranışlarının incelenmesinde bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.</li> </ul> <p>9.3.1.4. Bire bir ve örten fonksiyonları açıklar.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> Bir fonksiyonun bire bir ve örtenliği grafik üzerinde yatay doğru testi ile incelenir ve cebirsel olarak ilişkilendirilir.</li> </ul>	<p>9.3.1.2. Fonksiyonların grafik gösterimini yapar.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="checkbox"/> Fonksiyonun grafiği üzerinde tanım kümesi ve görüntü kümeleri gösterilir.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Grafiği verilen bir fonksiyonun tanım kümesindeki bazı elemanların görüntüsü ve görüntü kümesindeki bazı elemanların ters görüntüleri belirlenir.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Bir fonksiyonun grafiğinde, fonksiyonun <math>x</math>-ekseni üzerinde tanımlı olduğu her bir noktadan <math>y</math>-eksenine paralel çizilen doğrunun grafiği yalnızca bir noktada kes-tişine işaret edilir (düşey/dikey doğru testi).</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Bir <math>f</math> fonksiyonunun grafiğinin <math>y = f(x)</math> denkleminin grafiği olduğu ve grafiğinin (varsa), <math>x</math>-eksenini kestiği noktaların <math>f(x) = 0</math> denkleminin gerçek sayılardaki çözüm kümesi olduğu vurgulanır.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Tanım kümesinin bir alt kümesinin fonksiyon altındaki görüntüsünün bulunmasıyla ilgili grafik yorumlama uygulamaları yapılır.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> <math>f(x) = ax + b</math> şeklindeki fonksiyonların grafikleri ile ilgili uygulamalar yaptırılır. Değişim hızı ve doğrunun eğimi arasındaki ilişki üzerinde durulur.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Parçalı tanımlı şekilde verilen fonksiyonların grafikleri çizdirilir ve ilgili işlemler yaptırılır. Bu bağlamda, mutlak değer fonksiyonu da bir parçalı tanımlı fonksiyon örneği olarak verilir.</li> <li><input checked="" type="checkbox"/> Değer kümesinin bir alt kümesinin fonksiyon altındaki ters görüntüsünün bulunmasıyla ilgili grafik yorumlama uygulamaları yapılır.</li> </ul>
---	--

Matematik dersi öğretim programında yapılan değişiklik nedeniyle uygulama sonrasında öğretmenlerin kaç ders saatinin gözleneceğine karar verilmesinde, uygulama öncesi ile kazanım ve içerik bakımından uyumun dikkate alınmasına karar verilmiştir. Böylelikle uygulama öncesindeki gözlemlerde her bir öğretmenin işlediği kapsamdaki ders, uygulama sonrasında da gözlemlenmiştir. Uygulama sonrasında sadece ilgilenilen içeriğe odaklanıldığından bazı derslerin sadece ilgili dakikaları ele alınmıştır. Uygulama öncesinde her bir öğretmenin öğretimi için 5-8 ders saati, uygulama sonrasında ise 9-14 ders saati süren gözlem yapılmıştır. Yapılan gözlemlerde toplamda yaklaşık olarak 103 ders saati analiz edilmiştir.

### Uygulama

Araştırmada ilk gözlemin yapılmasını takip eden öğretim yılı başlangıcında (Eylül 2013) araştırmanın katılımcılarına beş günde toplam 30 saatlik bir eğitim (Tataroğlu-Taşdan ve Çelik, 2014) verilmiştir. Bu eğitimde öğretmenlere araştırmanın teorik yapısı hakkında bilgiler verilmesinin yanı sıra öğretmenlerin birlikte çalışmalarını sağlanarak uygulamaya dönük çalışmalar yapılmıştır. Araştırmacılar tarafından yapılan sunumlarda öğretmenin sahip olması gereken bilgiler, fonksiyon kavramı, öğrencilerin fonksiyon kavramına yönelik kavram yanılgıları, fonksiyon kavramına yönelik farklı gösterim şekilleri hakkında bilgiler verilmiştir. Beş günlük eğitimde genel olarak, fonksiyon kavramının öğretiminde farklı gösterim şekilleri kullanımının ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapmanın önemine sık sık vurgu yapılmıştır. Ayrıca fonksiyon kavramının öğretiminde teknolojiye dayanarak sağlanacağı yararları örnekler aracılığıyla değinilmiştir. Bunlara ek olarak uygulama kapsamında öğretmenlerin gruplar halinde çalışmalarını sağlanarak makale okuma-tartışma, senaryo durumlarını tartışma, örnek videolar inceleme gibi çalışmalar da gerçekleştirilmiştir. Yapılan fonksiyon sunusundan bazı ekran görüntüleri örnek olarak Şekil 1 ile verilmiştir.

# Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi



Şekil 1: Fonksiyon Sunusundan Bazı Ekran Görüntüleri

## Verilerin Analizi

Araştırmadaki gözlem verilerinin analizi betimsel analiz kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesinde ve sonrasında toplanan gözlem verileri için betimsel analiz yapılırken şu dört aşama takip edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006): i) Betimsel analiz için çerçeve oluşturulması ii) Verilerin işlenmesi iii) Bulguların tanımlanması iv) Bulguların yorumlanması.

Betimsel analizde ilk aşama olan çerçeve oluşturmada pedagojik alan bilgisi kapsamında Kovarik (2008) tarafından yapılan sınıflamanın ele alınmasına karar verilmiştir. Yapılan literatür incelemesi sonucunda Kovarik (2008) tarafından gösterim şekilleri için yapılan sınıflamanın fonksiyon kavramı özelinde Venn şeması, sıralı ikili, cebirsel, grafik, tablo, sözel, durum (içerik), fonksiyon makinesi olarak ele alınması uygun bulunmuştur. Matematik öğretmenlerinin gösterim şekilleri bilgilerinin belirlenen kapsamda ve gösterim şekillerini kullanma ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapma başlıklarında incelenmesine karar verilmiştir. İkinci aşamada video kayıtlarının izlenmesi ve kayıtların yazıya aktarılmasıyla düzenlenen verilerin belirlenen çerçeve doğrultusunda analizi yapılmıştır. Bu analiz, katılımcı öğretmenlerin derslerinde fonksiyon kavramının hangi gösterim şeklini kullandığı ve gösterim şekilleri arasında geçiş yapıp yapmadığını belirlemeye dönük olarak gerçekleştirilmiştir. Veri analizinde üçüncü aşamaya geçildiğinde analiz edilen veriler düzenlenmiş ve bulgular tanımlanmıştır. Bu aşamada öğretmenlerin öğretim süreçlerinden bazı örnekler için doğrudan alıntılara başvurulmuştur. Veri analizinin son aşaması olarak ise elde edilen bulgular açıklanmış ve ilişkiler değerlendirilerek yorumlamalar yapılmıştır.





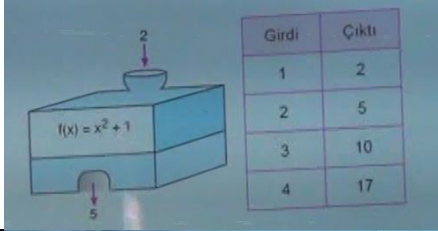
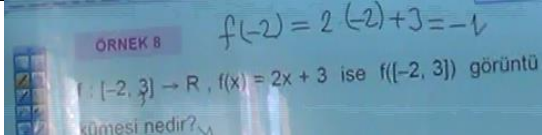
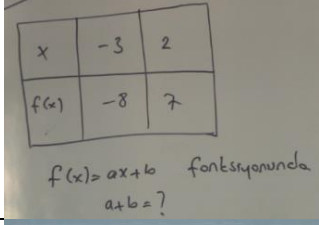
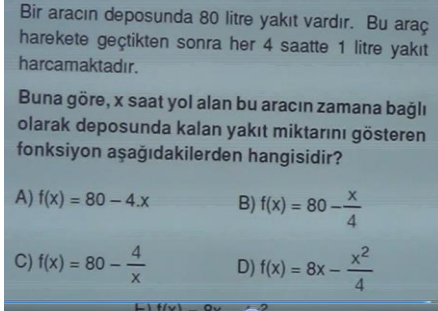




yer vermiştir. İsmet Öğretmen uygulama öncesinde Venn şeması, sıralı ikili, cebirsel ve grafik gösterimlerini tercih etmiştir. En çok cebirsel gösterimden yararlanmış; tablo, sözel, içerik, fonksiyon makinesi gösterimlerini hiç kullanmamıştır. Uygulama sonrasında ise yine ağırlıklı olarak cebirsel gösterim şeklini kullansa da tablo, sözel ve fonksiyon makinesi ile gösterime de başvurmuştur. Özge Öğretmen uygulama öncesindeki fonksiyon kavramı öğretiminde en çok cebirsel olmak üzere Venn şeması, sıralı ikili, cebirsel, grafik ve tablo gösterim şekillerinden yararlanmış. Uygulama sonrasında bunlara fonksiyon makinesini de eklemiştir. Uygulama öncesinde Veli Öğretmen fonksiyon kavramı öğretiminde daha sık Venn şeması ve cebirsel olmak üzere sıralı ikili ve grafik gösterimlerini kullanmıştır. Uygulama sonrasında ise öncesinden farklı olarak tablo, sözel ve fonksiyon makinesi gösterimlerinden de yararlanmış.

Aşağıdaki tablo ile matematik öğretmenlerinin uygulama öncesi ve sonrasındaki derslerinde kullandıkları farklı gösterim şekillerinden örnekler sunulmuştur.

**Tablo 4:** Derste Kullanılan Gösterim Şekillerinden Örnekler

Matematik Öğretmeninin Adı ve Dersi	Kullanılan gösterim şekli/şekilleri	Ekran Görüntüsü
Ersin Öğretmen Ders1_UÖ	Fonksiyon Makinesi + Tablo	
Ersin Öğretmen Ders2_UÖ	Sözel	
Özge Öğretmen Ders8_UÖ	Tablo	
Ayla Öğretmen Ders3_US	Durum (içerik)	

# Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi

Veli Öğretmen Ders1_US	Fonksiyon makinesi	
Özge Öğretmen Ders5_US	Fonksiyon makinesi + Tablo	
Gökhan Öğretmen Ders4_US	Sözel + Venn şeması	
İsmet Öğretmen Ders7-US	Tablo	

(UÖ: Uygulama Öncesi, US: Uygulama Sonrası)

## Gösterim Şekilleri Arasındaki Geçişler

Uygulama öncesinde, katılımcı matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramının öğretiminde gösterim şekilleri arasında geçişler yapmadaki yaklaşımları incelendiğinde her bir öğretmenin derslerinde gösterim şekilleri arasında yaptığı geçişleri özetleyen Tablo 5 elde edilmiştir. Tabloda Venn şeması için V, sıralı ikili için Sİ, cebirsel için C, grafik için G, tablo için T, fonksiyon makinesi için FM, sözel için S ve durum için D kısaltması kullanılmıştır. Gösterim şekilleri arasında yapılan geçiş “-” ile ifade edilmiştir. Örneğin (C-V) cebirsel gösterim ile Venn şeması gösterimi arasında yapılan geçişi temsil etmektedir. “✓” sembolü bu geçişin başarılı şekilde yapıldığını, “X” sembolü ise gösterim şekilleri arasında geçiş yapılabilecekken bunda başarılı olunmadığını göstermektedir. Daha önce de belirtildiği gibi her öğretmenin gözlenen ders saati farklılık gösterdiğinden tablodaki ders saatleri de her öğretmen için farklı olmuştur.

**Tablo 5:** Katılımcı Öğretmenlerin Uygulama Öncesi Derslerinde Kullandığı Gösterim Şekilleri Arasındaki Geçişler

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
<b>AYLA</b>	✓ (V-Sİ) ✓ (V-G) ✓ (Sİ-V)	✓ (C-V) ✓ (Sİ-V) ✓ (V-Sİ-C)	✓ (V-G) ✓ (C-V) ✓ (C-V-G) ✓ (C-Sİ)	✓ (V-G)				
<b>ERSİN</b>	✓ (FM-T) ✓ (FM-T-V)	✓ (C-Sİ) ✓ (C-G)			✓ (C-G)	✓ (C-G)	✓ (V-Sİ)	
<b>GÖKHAN</b>	✓ (Sİ-V)	✓ ✓ (V-C) ✓ (C-V) ✓ (G-C)		✓ ✓ (C-V)	✓ (C-Sİ) ✓ (C-V)	✓ ✓ ✓ ✓ (C-V)	✓ (V-C)	
<b>İSMET</b>	✓ (C-V)	X (C-V) ✓ (G-C)	✓ ✓ (G-C) ✓ (Sİ-G)					
<b>ÖZGE</b>	✓ (Sİ-V)	✓ (C-V) ✓ ✓ (C-Sİ) ✓ ✓ (G-V)	✓ (C-V)		✓ (G-V)	✓ (G-V) ✓ (V-C) ✓ (C-V)	✓ (V-C)	✓ (T-C)
<b>VELİ</b>	✓ (V-C) ✓ (C-V)	✓ (V-G) ✓ (Sİ-G) ✓ (C-Sİ) ✓ (C-Sİ-G)	✓ (C-V)	✓ ✓ ✓ (V-C)	✓ (C-V)			

Tablo 5’te görüldüğü gibi uygulama öncesinde öğretmenler en sık olarak cebirsel gösterim ile Venn şeması gösterimi arasında geçişler yapmıştır. Öğretmenlerin iki gösterim şekli arasında geçişlere başvurdukları, üç gösterim şekli arasında yapılan geçişlerin sınırlı olduğu da görülmüştür.

Katılımcı matematik öğretmenlerinin gösterim şekilleri arasında geçişler yapmadaki yaklaşımları uygulama sonrasında incelendiğinde ise her bir öğretmenin derslerinde gösterim şekilleri arasında yaptığı geçişleri Tablo 6 ile özetlenmiştir.

**Tablo 6:** Katılımcı Öğretmenlerin Uygulama Sonrası Derslerinde Kullandığı Gösterim Şekilleri Arasındaki Geçişler

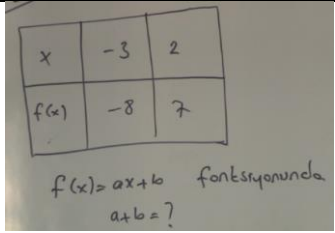
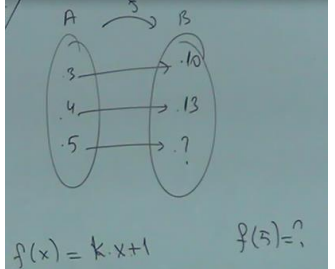
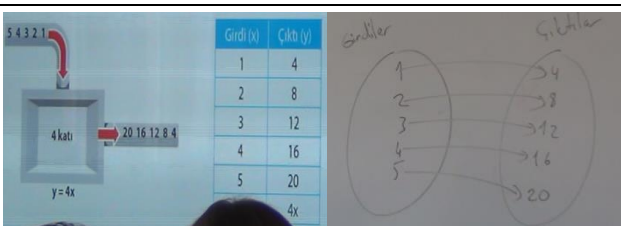
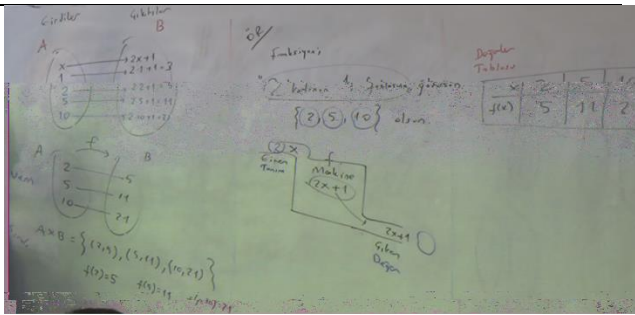
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D10	D19	D20	D21
<b>AYLA</b>	✓ (T-FM) ✓ ✓ (T-FM-V)	✓ (T-FM) ✓ (S-V) ✓ (V-Sİ) ✓ (C-V) ✓ (Sİ-V)	✓ (S-FM) ✓ (S-C) ✓ (C-V)	✓ ✓ (C-V) ✓ (C-T) ✓ (T-Sİ) ✓ (T-Sİ-G)	✓ (C-Sİ) ✓ (C-Sİ-G) ✓ (T-V) ✓ (T-V-G) ✓ (FM-T-G) ✓ (C-V)	✓ ✓ (V-G)	✓ (C-V) ✓ ✓ (C-T) ✓ ✓ (C-T-G) ✓ (C-G)	✓ ✓ (G-V)	✓ (C-V) ✓ (C-V-G)	✓ (C-G)	✓ ✓ (C-G)
<b>ERSİN</b>	✓ (Sİ-G) ✓ (C-T)	✓ (FM-T) ✓ (FM-Sİ) ✓ (FM-Sİ-V) ✓ ✓ (FM-C) ✓ (FM-C-Sİ)	✓ (V-Sİ) ✓ (V-Sİ-C) ✓ (Sİ-V) ✓ (S-C)	✓ (C-Sİ) ✓ (FM-T) T)	✓ (T-Sİ) ✓ (T-Sİ-G) G) ✓ (C-Sİ) ✓ (C-Sİ-G) G)	✓ ✓ (C-G) ✓ (T-C) ✓ (T-C-S) ✓ (T-C-S-G) ✓ (C-G-V)	✓ (C-G)	✓ (T-C) ✓ ✓ (T-C-Sİ) ✓ (C-G)	✓ (C-G)	✓ (C-G)	✓ ✓ ✓ ✓ (C-G)



sonrasında ise Veli Öğretmen'in gösterim şekilleri arasında geçişler yapmaya oldukça özen gösterdiği görülmüştür. Farklı gösterim şekilleri arasındaki geçişleri önemseyen Veli Öğretmen iki, üç, dört, beş, hatta altı gösterim şekli arasında geçişler yapmıştır.

Araştırmada matematik öğretmenlerinin uygulama öncesindeki ve sonrasındaki derslerinde gösterim şekilleri arasında yaptıkları geçişlere ilişkin örnekler Tablo 7 ile verilmiştir.

**Tablo 7:** Gösterim Şekilleri Arasındaki Geçişlere Örnekler

Matematik Öğretmeninin Adı ve Dersi	Geçiş yapılan gösterim şekilleri	Ekran Görüntüsü
Özge öğretmen Ders8_UÖ	T-C	
Gökhan Öğretmen Ders4_UÖ	C-V	
Ayla Öğretmen Ders1_US	T-FM-V	
Veli Öğretmen Ders3_US	S-FM-V-Sİ-C-T	

(UÖ: Uygulama Öncesi, US: Uygulama Sonrası)

# Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi

## SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Matematik eğitimi literatüründe farklı gösterim şekillerinin kullanılması ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapılması kabul görmüş, ortak bir görüştür. Hyde (2002) çoklu temsilleri kullanmanın öğrenme gücünü çeken öğrencilere, başarmak için daha fazla olanak sağlayan farklı öğrenme yaklaşımları sağladığını belirtmiştir. Fonksiyon kavramı için de farklı gösterim şekillerinin kullanımının ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapılmasının önemi araştırmalarda belirtilmiştir (Akkoç, 2005; Confrey ve Smith, 1991; Gagatsis ve Shiakalli, 2004; Goldenberg, 1995; Howald, 1998; Piez ve Voxman, 1997; Ural, 2006). NCTM (1989) standartları, tüm öğrencilerin, fonksiyonların farklı gösterimlerini oluşturabilmesi, kullanabilmeleri ve analiz edebilmeleri gerektiğini vurgulamaktadır. Aynı standartlarda, gösterim şekillerini kullanmanın matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirmeler yapmada, gösterim şekilleri arasında geçişler yapmanın da problem çözmede yararlı olacağına dikkat çekilmektedir.

Bu araştırmada matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin gelişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda gönüllü matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramı öğretimleri, araştırmada gerçekleştirilen uygulamanın öncesi ve sonrası olmak üzere iki aşamada gözlenmiştir. Araştırma bulgularına göre katılımcı öğretmenler araştırma süresince fonksiyon kavramı öğretimlerinde farklı gösterim şekillerini kullanma ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapmada bir ilerleme kaydetmişlerdir. Bir başka deyişle, matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgileri araştırmada ele alınan kapsamda gelişmiştir.

Uygulama öncesinde fonksiyon kavramı öğretiminde, öğretmenler genellikle Venn şeması ve cebirsel gösterimler ağırlıklı olmak üzere sıralı ikili ve grafik gösterim şekillerini kullanmışlardır. Öğretmenler öğrencilerin fonksiyon kavramını en kolay anladıkları gösterim şeklinin Venn şeması olduğunu düşündüklerinden (bu görüş uygulama süresince belirlenmiştir), öğretimlerine de bu düşüncelerini yansıtmışlardır. Bu da, Venn şemasının (küme eşleme diyagramı) öğrencilerde fonksiyonun tanımsal özelliklerine daha yakın kavram görüntülerini çağrıştırdığını belirten Akkoç'un (2006) sonucu ile örtüşmektedir. Öğretmenler uygulama öncesinde grafik, tablo, sözel gibi diğer gösterim şekillerini oldukça sınırlı şekilde kullanmışlardır. Diğer öğretmenlerden farklı olarak Ersin Öğretmen uygulama öncesinde tablo, fonksiyon makinesi gibi gösterim şekillerini de kullanmıştır. Bu anlamda uygulama öncesinde gösterim şekillerinin kullanımı bakımından Ersin Öğretmen'in diğer öğretmenlere göre daha başarılı olduğu söylenebilir. Bu durum Ersin Öğretmen'in matematik eğitiminde yüksek lisans eğitimini tamamlamış olmasından, teknolojiye ve matematik eğitimindeki yeniliklere yönelik kişisel merakından kaynaklanıyor olabilir. Gerçekten de bazı araştırmacılara göre (Başer, Narlı ve Günhan, 2005; Yılmaz, 2007) lisansüstü eğitim nitelikli öğretmen yetiştirmede önemli bir ölçüt sayılmaktadır.

Öğretmenlerin uygulama sonrasındaki gösterim şekilleri kullanımına bakıldığında, uygulama öncesinde olduğu gibi çoğunlukla Venn şeması, sıralı ikili, cebirsel ve grafik gösterim şekillerini kullanmayı tercih ettikleri görülmektedir. Uygulama öncesinde çoğu katılımcının kullanmadığı tablo, sözel, fonksiyon makinesi gibi farklı gösterim şekillerinin kullanımının, uygulama sonrasında tüm öğretmenlerce kullanımının arttığı dikkat çekmektedir. Friedlander ve Tabach'ın (2001) elde ettiği, öğretmenlerin genellikle çoklu gösterim şekillerinden yararlanmadıklarını ifade ettikleri sonuçlarının tersine bu araştırmada matematik



öğretmenlerinin gösterim şekillerini kullanmadaki bilgileri ve bu bilgiyi öğretimlerine yansıtma becerileri gelişme göstermiştir. Bu gelişimin kaynağının ise kapsamlı araştırmada öğretmenlere verilen eğitim olabileceği düşünülmektedir. Mesleki gelişim programlarının öğretmenlerin bilgi ve becerilerini geliştirdiği, böylece öğretimde bir gelişme sağlandığı (Higgins ve Parsons, 2009; Loucks-Horsley, Love, Stiles, Mundry, ve Hewson, 2003; Sowder, 2007) dikkate alındığında bu düşünce daha da güçlenmektedir.

Matematik öğretmenlerinin gösterim şekilleri arasında geçişler yapma yaklaşımları değerlendirildiğinde, öğretmenlerin uygulama öncesinde gösterim şekilleri arasında geçişlere sınırlı şekilde yer verdikleri söylenebilir. Öğretmenler çoğunlukla iki gösterim şekli arasında geçişler yapmışlardır. Akkoç vd. (2011) da yürüttükleri projelerinde matematik öğretmen adaylarının ders planlarında fonksiyon kavramında iki gösterim şekli arasında bağlantılar kurduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde öğretmen adaylarının da fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri arasında geçişler yapmada zorluk yaşadıkları Even (1989) ve Hacıömeroğlu (2006) tarafından da vurgulanmıştır. Uygulama sonrasında ise araştırmadaki katılımcı öğretmenler, fonksiyon kavramını öğretirken daha fazla gösterim şekli arasında geçişler yapmıştır. Üç ve daha fazla gösterim şekli arasında geçişler yapan öğretmen sayısında artış gözlenmiştir. Bu durum matematik öğretmenlerinin gösterim şekilleri arasında geçiş yapmadaki bilgilerinin de geliştiğini göstermektedir. Bu gelişimin de yine öğretmenlerin araştırma kapsamında aldıkları eğitim sayesinde olduğu söylenebilir. Çünkü verilen eğitimde, öğrencilerin fonksiyon kavramını öğrenmede daha az zorluk ve yanlış yaşamaları için gösterim şekillerine başvurulabileceği ve bu gösterim şekilleri arasındaki geçişlerden yararlanılabileceği vurgulanmıştır. Bu sonuç Akkoç vd.'lerinin (2011) araştırmasındaki matematik öğretmen adaylarının aldıkları eğitimin sonrasında fonksiyon kavramında daha fazla gösterim şekli arasında geçişler yapmada daha başarılı bir yaklaşım sergiledikleri sonucu ile paraleldir.

Matematikte farklı gösterim şekillerini kullanma ve gösterim şekilleri arasında geçişlerden yararlanmanın öğrencilerin matematiği anlamlandırmalarında katkı sağladığı bilinmektedir. Elbette öğrencilerden beklenen bu becerinin öncelikle öğretimde var olması gerekmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin gösterim şekilleri bilgilerinin yeterli düzeyde olması ve geliştirilmesi önemlidir. Bu araştırma, matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerini geliştirmeye odaklanmıştır. Araştırmanın esas sonucu, mesleki gelişim programları ve eğitimler ile öğretmenlerin gösterim şekilleri bilgilerinin geliştirilebileceği yönünde olmuştur. Araştırmanın sonuçlarının matematik eğitiminde farklı gösterim şekillerinin kullanımı ve gösterim şekilleri arasında geçişler yapılması konusunda araştırmacılara ve öğretmenlere yardımcı olacağı düşünülmektedir. Matematik öğretmenlerinin gösterim şekilleri bilgileri ve diğer mesleki bilgilerini geliştirmeye yönelik eğitimlere ağırlık verilerek öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağlanabilir. İleriki araştırmalar bu eğitimleri daha kapsamlı ve uzun süreli olarak uygulayarak sonuçlarını inceleyebilirler. Ayrıca farklı matematik kavramlarına özgü gösterim şekilleri de ele alınarak öğretmenlerin gösterim şekilleri bilgileri incelenebilir.

#### **KAYNAKÇA**

Akkoç, H. (2005). Fonksiyon Kavramının Anlaşılması: Çoğul Temsiller ve Tanımsal Özellikler. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 20, 14 - 24.

## Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi

- Akkoç, H. (2006). Concept Images Evoked By Multiple Representations of Functions, *Hacettepe University Journal of Education*, 30, 1-10.
- Akkoç, H., Özmantar, F., Bingölbali, E., Yavuz, İ., Baştürk, Ş., & Demir, S. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarına Teknolojiye Yönelik Pedagojik Alan Bilgisi Kazandırma Amaçlı Bir Program Geliştirme. Tübitak Projesi, 107K531, 2008- 2011.
- Altun, M. (1998). Matematik Öğretimi. *Açıköğretim Fakültesi Yayınları*, No:591.
- Bakar, M. & Tall, D. (1992). Students Mental Prototypes for Functions and Graphs. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*. 23(1), 39-50.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Derya Kitabevi: Trabzon.
- Başer, N., Narlı S., & Cantürk Günhan B.(2005). Öğretmenlerin Lisansüstü Eğitim Almalarında Yaşanan Sorunlar ve Çözüm Önerileri, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 17, 129-135.
- Bayazit, İ.& Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin Fonksiyon Kavramı ve Öğretimine İlişkin Pedagojik Görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. 9(3): 697 - 723.
- Confrey, F. & Smith, E. (1991). *A Framework for Functions: Prototypes, Multiple Representations and Transformations*. In R.G. Underhill (Ed.), Proceedings of The 13th Annual Meeting of The North American Chapter of The International Group For The Psychology of Mathematics Education, 57-63, Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Cunningham, R. F. (2005). Algebra Teachers' Utilization of Problems Requiring Transfer Between Algebraic, Numeric and Graphic Representations. *School Science & Mathematics*, 105(2), 73-82.
- Denzin, N.K., & Lincoln, Y.S. (2005). *The SAGE Handbook of Qualitative Research, Third Edition*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95-126). Dordrecht: Kluwer.
- Eisenberg, T. (1991). Function and Associated Learning Difficulties. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. (pp. 140-152). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Even, R. D. (1989). *Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge and Understanding of Mathematical Functions*. Unpublished Doctorial Dissertation. Michigan State University.
- Friedlander, A. & Tabach, M. (2001). Promoting Multiple Representations in Algebra. In A.A. Cuoco & F.R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics (2001 yearbook)* (pp. 173-185). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gagatsis, A. & Shiakalli, M. (2004) Ability to Translate from One Representation of the Concept of Function to Another and Mathematical Problem Solving, *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, 24: 5, 645-657, DOI: [10.1080/0144341042000262953](https://doi.org/10.1080/0144341042000262953)
- Goldenberg, E. P. (1995). Multiple Representations: A Vehicle for Understanding Understanding. In D. N. Perkins, J. L. Schwartz, M. M. West, & M. S. Wiske

- (Eds.), *Software Goes to School: Teaching for Understanding with New Technologies* (pp. 155-171). New York: Oxford University Press.
- Gray, E. & Tall, D. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26(2), 115-141.
- Hacıömeroğlu, G. (2006). *Prospective Secondary Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge of The Concept of Function*. Unpublished Doctoral Dissertation. Florida State University, USA.
- Higgins, J. & Parsons, R. (2009). A Successful Professional Development Model in Mathematics: A System- Wide New Zealand Case. *Journal of Teacher Education*. 60(3), 231- 242.
- Howald, C. L. (1998). *Secondary Teachers' Knowledge of Functions: Subject Matter Knowledge, Pedagogical Content Knowledge, and Classroom Practice*. Unpublished Doctoral Dissertation. The University of Iowa.
- Hyde, P. R. (2003). Assessing Mathematical Thinking and Understanding in the Third Grade. [Print] North Central Regional Educational Laboratory. <http://ww.ncrel.org/mands/docs/6-2.htm> (erişim tarihi: 22 Ocak 2011).
- Kabael, T.U. (2010). Fonksiyon Kavramı: Tarihi Gelişimi, Öğrenilme Süreci, Öğrenci Yanılgıları ve Öğretim Stratejileri. *Tübav Bilim Dergisi*. 3(1), 128-136.
- Karahasan, B. (2010). *Preservice Secondary Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Composite and Inverse Functions*. Unpublished Doctoral Dissertation. Middle East Technical University, Turkey.
- Keller, B. A. & Hirsch, C. R. (1998). Student Preferences for Representations of Functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 1-17.
- Kovarik, K. (2008). *Mathematics Educators' and Teachers' Perceptions of Pedagogical Content Knowledge*. Doctoral Dissertation. Columbia University, Graduate School of Arts and Sciences.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*. 60, 1-64.
- Loucks-Horsley, S., Love, N., Stiles, K., Mundry, S., & Hewson, P. (2003). *Designing Professional Development for Teachers of Science and Mathematics*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, Sources and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science Teaching. In J. GessNewsome and N.G. Lederman (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge*. (95–132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles And Standarts For School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods: (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Piez, C. M. & Voxman, M. H. (1997). Multiple Representations—Using Different Perspectives to Form a Clearer Picture. *The Mathematics Teacher*. 90(2), 164-166.
- Ponte, J. P. (1992). The History of the Concept of Function and Some Educational Implications.

## Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Kavramına Yönelik Gösterim Şekilleri Bilgilerinin Gelişimi

- Mathematics Educator*, 3(2), 3-8.
- Selden, A. & Selden, J. (1992). Research Perspective on Conceptions of Functions: Summary and Overview In G. Harel and E. Dubinsky (Eds). *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*, 1-16, Washington. DC: Mathematical Association Of America.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Sierpinska, A. (1992). On Understanding the Notion of Functions. In Harel G. & Dubinsky E.(Eds.), *MAA Notes and Reports Series*. 25-58.
- Sowder, J. T. (2007). The Mathematical Education and Development of Teachers. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp: 157-223). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Steele, M.D., Hillan, A.F., & Smith, M.S. (2013). Developing Mathematical Knowledge for Teaching in a Methods Course: The Case of Function. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 16 (6), 451-482.
- Tall, D. (1992). The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity, and Proof, in Grouws D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, New York, 495– 511.
- Tall, D. O. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Special Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*. 12, 151–169.
- Tataroğlu-Taşdan, B. & Çelik, A. (2014). Matematik Öğretmenlerine Yönelik Bir Mesleki Gelişim Programı Prototipi. *NWSA-Education Sciences*, 1C0621, 9(3), 323-340.
- Thompson, P. W. (1994). Images of Rate and Operational Understanding of the Fundamental Theorem of Calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 229-274.
- Ubuz, B. (1996). *Evaluating the impact of computers on the learning and teaching of calculus*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Nottingham, UK.
- Ural, A. (2006). Fonksiyon Öğreniminde Kavramsal Zorluklar. *Ege Eğitim Dergisi*. 7(2), 75–94.
- Ural, A. (2012). Fonksiyon Kavramı: Tanımsal Bilginin Kavramın Çoklu Temsillerine Transfer Edilebilmesi ve Bazı Kavram Yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. Sayı 31 (Ocak 2012/I), ss. 91-103.
- Vinner, S. (1983). Concept Definition, Concept Image and the Notion of Function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 14, 293–305.
- Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions of the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20, 356-366.
- Yerushalmy, M. & Schwartz, J. L. (1993). Seizing the Opportunity to make Algebra Mathematically and Pedagogically Interesting. In Romberg, T. A., Fennema, E., & Carpenter, T. P. (Eds.), *Integrating Research on the Graphical Representation of Functions* (pp. 41-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Yılmaz, M. (2007). Sınıf Öğretmeni Yetiştirmede Teknoloji Eğitimi, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*. Cilt 27, Sayı 1, 155-167.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (6.Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.