INESJOURNAL
ULUSLARARASI EĞİTİM BİLİMLERİ DERGİSİ
THE JOURNAL OF INTERNATIONAL EDUCATION SCIENCE
Yıl: 4, Sayı: 13, Aralık 2017, s. 311-321

Tangül KABAEL[1], Başak BARAK[2]

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ PROBLEM ÇÖZMEDEKİ FONKSİYONEL DÜŞÜNME BECERİLERİ[3]

Özet

Fen, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik alanlarında gerçek yaşam durumlarını anlamak için fonksiyonel düşünme gereklidir. Fakat fonksiyonel düşünmenin gelişimi sadece lise ve üniversite düzeylerinde gerçekleşmemekte, ilköğretim düzeyinde başlamaktadır. Bu nedenle fonksiyon kavramı tüm düzeylerdeki matematik müfredatlarında önemli rol oynamaktadır. Ortaokul matematik öğretmenlerinin fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimindeki rolü düşünüldüğünde, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının problem çözme bağlamında fonksiyonel düşünme becerilerini incelemeyi amaçlayan bu çalışma önem kazanmaktadır. Nitel desenlenen çalışmada bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında ilk iki yıldaki matematik derslerini tamamlamış öğretmen adaylarından gönüllü on öğretmen adayı ile klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmelerde tek değişkenli fonksiyonlar bağlamında gerçek yaşam problemleri kullanılmıştır. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonuçları mesleki yaşamlarında fonksiyonel düşünmeyi geliştirme konusunda önemli role sahip olacak ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözmede yeterli fonksiyonel düşünme becerisine sahip olmadıklarını, problem bağlamında değişen nicelikler arası fonksiyonel ilişkiyi çeşitli biçimlerde temsil edemedikleri gibi nicelikleri tanıma konusunda güçlük yaşayan öğretmen adaylarının var olduğunu göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel düşünme, öğretmen adayları, fonksiyon kavramı

PRE-SERVICE MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' FUNCTIONAL THINKING ABILITIES IN SOLVING PROBLEMS

Abstract

Since the development of functional thinking do not only take place in secondary or university grades, but also in the elementary grades, the function concept plays an important role in mathematics curriculums for all grades. So middle school mathematics teachers' functional thinking abilities have an effect on the development of functional thinking in middle grades. The purpose of the study is to investigate pre-service middle school mathematics teachers' functional thinking abilities in the context of problem solving. In this qualitative study, participants were 10 volunteer pre-service middle school mathematics teachers who completed mathematics courses in Middle School Mathematics Teaching Program. For clinical interviews, real world problems were used in the context of one variable function. Data was analyzed qualitatively. According to the results, it was seen that pre-service middle school

[1] Doç. Dr., Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, tuygur@anadolu.edu.tr
[2] Arş. Gör., Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, bbarak@anadolu.edu.tr
[3] Çalışmanın bir bölümü 8. Uluslararası Eğitim ve Yeni Öğrenme Teknolojileri Konferansı'nda (EDULEARN16) poster bildiri olarak sunulmuştur.

mathematics teachers did not have sufficient functional thinking abilities in problem solving to develop this ability in their teaching experience.

Keywords: Functional thinking, pre-service teachers, function concept

GİRİŞ

Fonksiyonel düşünme cebirsel düşünmenin bir formudur (Blanton ve Kaput, 2004). Smith'in (2008) de ifade ettiği gibi fonksiyonel düşünme iki ya da daha çok değişen nicelik arasındaki ilişkiye odaklanan temsili bir düşünme biçimidir. Blanton, Levi, Crites ve Dougherty (2011: 47) fonksiyonel düşünmeyi "değişen nicelikler arasındaki ilişkileri genelleme, bu ilişkileri kelime, sembol, tablo veya grafiklerle ifade etme ve fonksiyonun davranışını analiz etmek için çeşitli temsilleri kullanarak muhakeme etme" şeklinde tanımlamışlardır.

Fonksiyonel düşünme gerçek yaşam durumlarını modellemek için oldukça önemli bir beceridir (Blanton ve Kaput, 2011). Özellikle Fen, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik (FeTeMM) alanlarında gerçek yaşam durumlarındaki fonksiyonel ilişkileri anlamak için fonksiyonel düşünme gereklidir. Ancak fonksiyonel düşünmenin gelişimi lise ve üniversite düzeyleri ile sınırlandırılamamaktadır. Fonksiyonel düşünmenin gelişimi ilkokul düzeyi kadar erken yıllarda başlamakta ve yavaş yavaş ilerlemektedir (Warren, Cooper ve Lamb, 2006). Blanton ve Kaput (2011) ilkokul düzeyinde matematiğin yinelemeli örüntünün ötesine geçmesinin gerekliliğine dikkat çekmiş ve iki ya da daha çok niceliğin birbirlerine göre nasıl değiştiğini ele alması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle Clement'in (2001) de ifade ettiği gibi fonksiyon kavramı tüm düzeylerdeki matematik müfredatlarında önemli bir rol oynamaktadır.

Bilindiği gibi ilkokul matematiğinde odak aritmetik iken ortaokul ve lisede odak cebir olmakta, ortaokul yıllarında ise aritmetikten cebire geçiş gerçekleşmektedir (Cai ve Knuth, 2011). Bu nedenle cebirsel düşünme ve özel olarak fonksiyonel düşünmenin gelişiminde ortaokul yılları oldukça önemlidir. Ancak Blanton ve Kaput'un (2011) da belirttiği gibi fonksiyonel düşünmenin gelişiminde okul müfredatının yanı sıra öğretmenlerin matematiksel bilgi ve öğretimlerinin rolü de büyüktür. Özellikle matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramı bilgileri öğretimlerinde önemli bir etkiye sahiptir (Watson ve Harel, 2013). Bu nedenle ortaokul öğrencilerinin fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişiminde ortaokul matematik öğretmenlerinin sorumlulukları göz önünde bulundurulduğunda, ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerinin fonksiyonel düşünmelerini geliştirmede önemli bir role sahip olduğu görülmektedir. Ortaokul matematik öğretmenlerinin fonksiyonel düşünme becerilerini geliştirmedeki sorumlulukları nedeniyle, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının problem çözme bağlamında fonksiyonel düşünme becerilerinin araştırılmasının alan yazına katkı getireceği düşünülmektedir. Çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmeni adaylarının problem çözme bağlamında fonksiyonel düşünme becerilerinin araştırılmasıdır.

YÖNTEM

Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının problem çözme bağlamında fonksiyonel düşünme becerileri derinlemesine araştırılmak istendiğinden bu çalışma nitel olarak tasarlanmıştır.

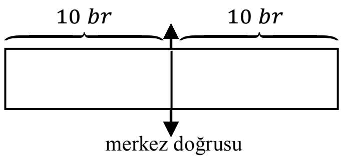
Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını Türkiye'deki bir devlet üniversitesindeki ilköğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı olan ve ilk iki yıldaki pür matematik derslerini tamamlamış olan 10 gönüllü öğretmen adayı oluşturmaktadır.

Veri Toplama Aracı

Çalışmanın verileri matematik eğitimi araştırmalarında sıklıkla kullanılan nitel veri toplama tekniklerinden biri olan klinik görüşme tekniği ile toplanmıştır. Klinik görüşmede amaç öğrencilerin bilgi yapılarını ve muhakeme süreçlerini ortaya çıkartmaktır (Clement, 2000). Çalışmada araştırmacılar tarafından klinik görüşmelerde kullanılmak üzere tek değişkenli fonksiyon kavramına yönelik olarak üç problem hazırlanmıştır (Tablo 1). Problemlerin üçü de fonksiyon kavramını çağırmayı gerektiren gerçek yaşam durumlarını içermektedir. Problemlerden birisinin içerdiği fonksiyonel ilişki uzaklık, sayı doğrusu ve tam değer fonksiyonu kavramlarının kullanılması ile elde edilebilecek parçalı bir fonksiyondur. İkinci problemdeki fonksiyonel ilişki ise derslerde ve ders kitaplarında katılımcıların sıklıkla karşılaştıkları bir durum olmanın yanı sıra tam değer fonksiyonu kullanılarak oluşturulan bir parçalı fonksiyondur. Üçüncü problemdeki fonksiyonel ilişkide ise bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki ilişki doğrudan tam değer fonksiyonudur.

Tablo 1: Klinik görüşmede kullanılan problemler

1. Problem	 Bir dart oyununda yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi 20 br'lik dikdörtgen şeklinde bir tahta parçası kullanılmaktadır. Oyunun kuralına göre, yapılan atış tahta parçasının merkez doğrusunun soluna gelirse, atıcı okun geldiği noktanın merkez doğrusuna olan uzaklığından küçük ya da eşit en büyük tamsayıyı puan olarak almaktadır. Eğer ok, merkez doğrusunun sağına gelirse atıcı, okun geldiği noktanın merkez doğrusuna olan uzaklığından büyük ya da eşit en küçük tamsayı kadar puan almaktadır. Atıcı, merkez doğrusuna isabet eden bir atış yaparsa 100 puan almaktadır. Buna göre atıcının atışından alacağı puanın nasıl hesaplanacağını bulunuz.
2. Problem	Bir GSM operatörü, telefon görüşmesinin başlamasından sonraki ilk 3 dakikaya kadar olan süreyi 2 lira ile ücretlendirmektedir. 3 dakikadan daha fazla süren konuşmalarda ise fazladan geçen her 1 dakikalık ya da 1 dakikadan kısa süreyi ise 1 lira ile ücretlendirmektedir. Buna göre bu GSM operatörünü kullanan bir kişinin yaptığı telefon görüşmesi için ödemesi gereken ücretin nasıl hesaplanacağını bulunuz.
3. Problem	Bir çocuk oyununda, belirlenen bir başlangıç noktasından yerden yuvarlanarak top atılmaktadır. Oyunda topun aldığı yolun tamsayı değeri kadar puan alınmaktadır. Oyunda alınan puan için bir cebirsel ifade yazınız ve bu cebirsel ifadenin grafiğini çiziniz.

Klinik görüşmeler, video kamera kullanılarak kaydedilmiş ve her bir görüşme yaklaşık olarak bir saat sürmüştür. Klinik görüşmelerde görüşmeci, katılımcılardan problemleri çözerken sesli düşünmelerini istemiştir.

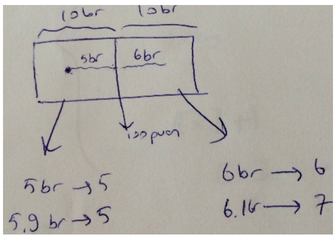
Veri Analizi

Çalışmada, klinik görüşmelerden elde edilen veriler Miles ve Huberman'ın (1994) üç aşamalı nitel veri analizi yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Bu analiz yöntemi "verilerin azaltılması", "verilerin gösterimi" ve "sonuçları ortaya koyma ve doğrulama" olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Veriler çalışmanın iki araştırmacısı tarafından birbirlerinden bağımsız olarak analiz edilmiştir. Veriler kodlanmış, kategoriler ve temalar oluşturulmuştur. Araştırmacıların yapmış oldukları kodlamalara dayanarak analiz sonuçlarının birbiriyle tutarlı olduğu görülmüştür (Miles ve Huberman, 1994). Ayrıca çalışmada katılımcılar K1, K2, … K10 ve görüşmeci G olarak kodlanmıştır.

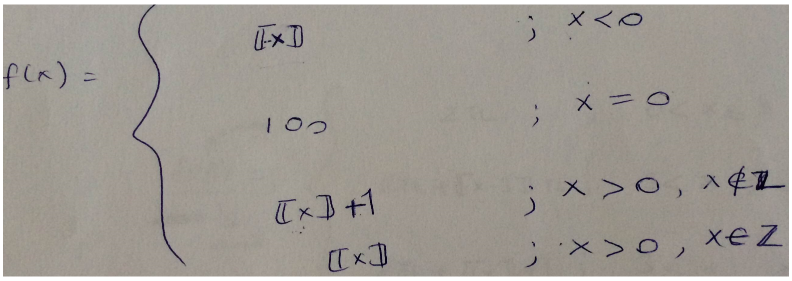
BULGULAR

Araştırmadan elde edilen bulgular katılımcıların çok azının (10 katılımcıdan 2'si) yönlendirmeye ihtiyaç duymaksızın verilen tüm problemlerin bağlamında olan fonksiyonel ilişkiyi genelleyebildikleri ve bu ilişkiyi çeşitli biçimlerde temsil edebildiklerini göstermiştir. Bu iki katılımcıdan biri olan K9, Şekil 1'den görüldüğü gibi birinci problemde tamsayı olan ve olmayan özel örnekler üzerinden sistematik olarak denemeler yaparak fonksiyonel ilişkiyi anlamış ve bu ilişkiyi genelleyerek Şekil 2'deki gibi cebirsel olarak temsil edebilmiştir.

Şekil 1. K9'un birinci probleme ilişkin genelleme sürecinden bir kesit



Şekil 2. K9'un birinci problemdeki fonksiyonel ilişkiyi temsili



Dört katılımcı ise problemlerin bağlamındaki nicelikleri belirleyebilmiş, aldıkları özel örneklerle fonksiyonel ilişkiyi anlamaya çalışmışlardır. Ancak yalnızca tamsayı olmayan değerleri örnek olarak seçtiklerinden ilişkiyi genellemede güçlük çekmişler ve yönlendirmeye ihtiyaç duymuşlardır. Bu katılımcılar görüşmecinin tamsayı değerlerinde durumun ne olacağı konusundaki yönlendirmeleri sonucunda genellemeye ulaşabilmişlerdir. Örneğin K1 birinci problemde önce sadece tamsayı olmayan değerleri seçerek bir genellemeye ulaşmış, daha sonra görüşmecinin yönlendirmesi ile tamsayı değeri aldığında ulaştığı genellemenin sağlanmadığını fark ederek tamsayı değerleri için başka bir genellemeye ulaşmıştır.

K1: Mesela 8.6'ya denk geldi. O zaman 9 puan almış olacak. Onu da fonksiyon olarak yazmamız gerekiyor şimdi. $f(x)$ yazalım. x desek mesela 3.5'te 3 olur. O zaman artı bir puan (*"*$f(x) = [\![x]\!] + 1$*" yazıyor*)

G: Neden bir ekledin?

K1: 3.5'te tam kısmı 3, bir sonrası 4. O yüzden 7.8, 8 puan alıyor. Tam değer 7, 1 fazlasını alıyorum

G: Peki sağ taraftaki tüm durumlar için bu şekilde hesaplayabilir misin?

K1: Tamsayı gelirse sağlamaz.

G: Neden?

K1: Tam üç noktasına denk geldi. Üç puan almamız gerekiyor ama öyle olursa dört

G: Onu nasıl ifade edeceksin?

K1: Tamsayı değil tamsayı olmayan noktalar (*"*$f(x) = [\![x]\!] + 1,\ x \notin \mathbb{Z}$*" yazıyor*)

Sonuçlarından bahsettiğimiz ve yapılan yönlendirmeler göz ardı edildiğinde tüm problemler bağlamında genellemeye ulaşan bu toplam altı katılımcının dışında kalan dört katılımcıdan üçü yalnızca çeşitli güçlüklerle de olsa nicelikleri belirleyebilmiş ancak genelleme sürecine girememiştir. Bu katılımcılar bağımsız değişkene karşılık gelen niceliğe sembol atamış, bağımlı değişkene sembol atamayı göz ardı etmiş ve bazı durumlarda fazladan sembol kullanarak değişken karmaşasına düşmüşlerdir. Örneğin aşağıdaki alıntıdan da görüldüğü gibi K6 ikinci problemde bağımsız değişkene verdiği sayı değerinin tam kısmı ve virgülden sonraki kısmı için ayrı ayrı cebirsel ifadeler yazmış ve bunları toplamıştır. K6 problemdeki nicelikler arasında bir ilişki aramak yerine doğrudan bir cebirsel ifade yazmıştır. Ayrıca K6 bağımsız değişkeni iki farklı sembolle göstermiş ve bağımlı değişkene sembol atamamıştır.

K6: … (*"*$2 + (x - 3).1 + [\![x + 1]\!].1$*" yazıyor*)

G: Peki buradaki x ne?

K6: Tam bir dakikalık süre. Beş mesela iki lira geliyor (*Yazdığı ifadede "(x-3)"ü gösteriyor*)

G: Peki beş dakika konuşursa dediğin buradaki x ne?

K6: Üç dakikadan büyük tam dakikalar onlar

G: Buradaki x ile buradaki x farklı mı?

K6: Birine y diyelim (*yazdığı ifadede tam değer içindeki x'i y olarak değiştiriyor ve "*$2 + (x - 3).1 + [\![y + 1]\!].1$*" yazıyor*).

Bu dört katılımcıdan üçü dışında kalan katılımcı (K3) ise fonksiyonel düşünme becerisi bağlamında problem durumundaki nicelikleri dahi belirleyemeyerek oldukça zayıf performans göstermiştir. Örneğin ilk problemde K3, bağımsız değişkene karşılık gelen niceliği "merkez doğrusuna olan uzaklık" olarak değil "atış sayısı" olarak belirlemiş ve bağımlı değişkene karşılık gelen puan niceliğini ise atış sayısına ve puanlara bağlı olarak yazmıştır. Aşağıda K3'ün görüşmesinden bu duruma ilişkin bir alıntı verilmiştir.

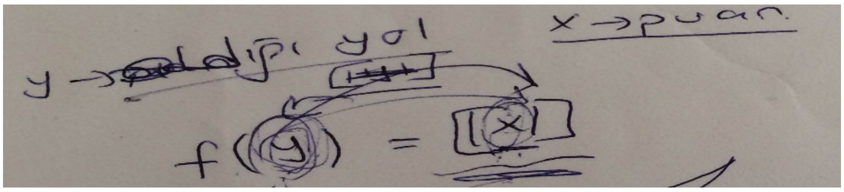
K3: On, dokuz, sekiz, bire kadar gidecek sonuçta şey diyor ya merkez doğrusundan küçük ya da eşit en büyük doğal sayıyı. Ama neye göre küçük ya da bir denklem oluşturacağım bir dakika. Küçük ya da eşit 10 birimden küçük ya da eşit olacak işte ıı şey diye düşünsem attığı atış sayısı x olsa hani bu 10 da olabilir 10'dan küçük bir sayı da olabilir.

G: Atış sayısı mı?

K3: Hani aldığı puan. x hani atış sayısı kadar puan alacak ya onu diyorum sonuçta ("$100 + x.10 + x.1$" *yazıyor*).

Problemler bazında bakıldığında da yalnızca bu katılımcı, fonksiyonel ilişkinin tam değer fonksiyonu olarak direkt görüldüğü, alışıldık bir problem durumu olan soruda tam değer kavramını çağırmış olmasına rağmen sahip olduğu zayıf değişken kavramsallaştırmasından dolayı tam değer fonksiyonunun cebirsel ifadesini verememiştir (Şekil 3).

Şekil 3. K3'ün üçüncü problemin çözümüne ilişkin yazdıklarından bir kesit

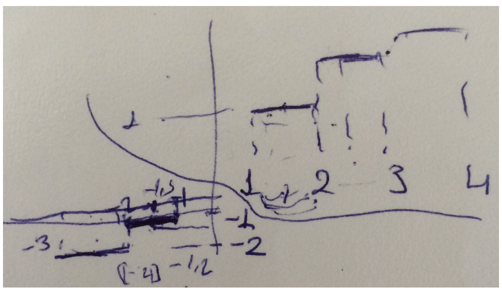


Yukarıdaki alıntıdan da görüldüğü gibi K3, bağımlı ve bağımsız değişkene atadığı sembolleri "$y = f(x)$" şeklinde göstermeye çalışmış ancak değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkisini ifade edememiştir.

Araştırma bulgularından göze çarpan önemli bir diğer sonuç ise katılımcıların cebirsel temsil odaklı olmalarıdır. Katılımcılar fonksiyonel ilişkiyi anadillerinde betimlemenin ve cebirsel temsile yönlenmenin dışında örneğin grafik temsilini yalnızca tam değer kavramını çağırdıklarında kullanmışlar ve bu kullanmayı ise tam değer fonksiyonunun grafiğini ezbere çizmek biçiminde yapmışlardır. Aşağıda bu duruma ilişkin K7'nin görüşmesinden bir kesit ve çizmiş olduğu grafik (Şekil 4) verilmiştir.

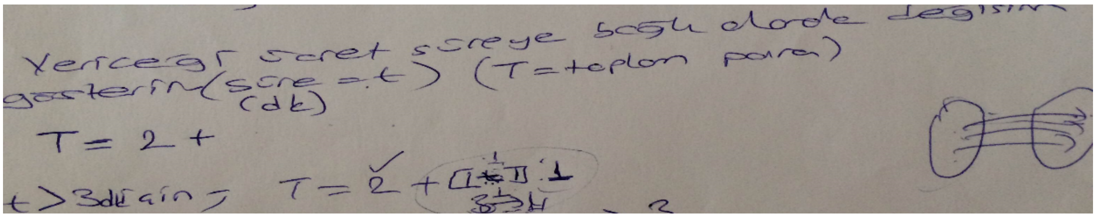
K7: … Bu tam değer fonksiyon. Tam değer fonksiyonunu hatırlamaya çalışıyorum da. Bir ile iki arasında alacağı her değer için yine aynı şurada bir değeri iki değeri (tam değer fonksiyonunun grafiğini çiziyor). Kendinden büyük sayıları küçüğe, altındaki en büyük tam sayıya tamamlıyordu.

Şekil 4. K7'nin birinci problemi çözerken tam değer fonksiyonunu hatırlamak için çizdiği grafik



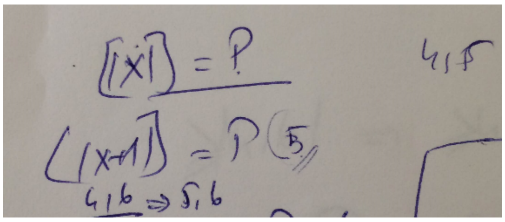
Fonksiyonel ilişkiyi grafik temsili üzerinden yapılandırarak genellemeye çalışan katılımcıya rastlanmamıştır. Araştırmada problemdeki fonksiyonel ilişkiyi görebilmiş ya da göremememiş olsun tüm katılımcıların öncelikle cebirsel eşitlik yazmaya çalıştıkları görülmüştür. Nicelikleri belirleyen katılımcılar problemi ve ilişkiyi anlamlandırmaya başladıklarında tam değer kavramını çağırmışlar ve buradan cebirsel temsili oluşturmaya çalışmışlardır. Örneğin K8 ikinci problemde bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyerek tam değer kavramını çağırarak problem bağlamındaki ilişkiyi bir cebirsel eşitlik ile ifade etmiştir. Burada K8'in üç dakikadan sonraki süreyi almasına rağmen tam değeri buna göre düzenlemediği görülmektedir (Şekil 5).

Şekil 5. K8'in ikinci probleme ilişkin çözümünden bir kesit



Genellemeyi yapabilen katılımcılar ise başlangıçta yanlış cebirsel eşitlik yazmış olsalar bile yaptıkları deneme yanılmalarla ilişkiyi genelleyebilmiş ve cebirsel eşitliği yeniden düzenleyebilmişlerdir. Örneğin Şekil 6'dan görüldüğü gibi K10, birinci problemde tam değer kavramını çağırarak yazmış olduğu cebirsel ifadeyi aldığı özel örnekler üzerinden denemiş ve yazdığı cebirsel ifadeyi düzenleyerek yeni bir genellemeye ulaşmıştır.

Şekil 6. K10'un birinci probleme ilişkin çözümünden bir kesit



Genelleme yapamayan katılımcılar ise tam değer kavramını çağırmış olsalar da bu kavramı problemdeki ilişkiyle birlikte düşünerek ilişkiyi genelleyememişler, almış oldukları derslerden ya da başka dışsal kaynaklardan hatırladıkları ve ezbere bildiklerini gösterdikleri matematiksel bilgilerle ilişkiyi yansıtmayacak cebirsel ifadeler üzerinde manipülasyonlar yapmışlardır. Örneğin K6 birinci problemde tam değer kavramını çağırmış olmasına rağmen bu kavramı problem bağlamındaki fonksiyonel ilişkiyi genellemek için kullanamayarak ilişkiyi ifade edememiştir.

K6: Anladım ... (*"$100 - [\![x]\!]$" yazıyor*) Burası artı da olabilir, sayı doğrusu gibi düşünürsem burası hani eksili bir şey olursa buradan zaten eksi gelecek onu küçültecek puanını 100'den çıkartırsak diye düşündüm (*"$100 + [\![x]\!]$" yazıyor*).

G: x dediğin ne?

K6: Merkez doğrusuna olan uzaklık kaç birimse

G: Tam değer x dediğin ne?

K6: Hani dedik ya buradan küçük ya da eşit en büyük tam sayı hani burada eksi bir olarak alırsak ya da ya da eksi bir nokta iki alırsak onun tam değerini alıp 100'e eklenir.

G: 100'e neden ekliyorsun peki?

K6: Hmm ... ortaya da gelirse diye düşündüm.

Genelleme yapamayan bir diğer katılımcı olan K3 ise ikinci problemi daha önceden almış olduğu derslerden hatırlayarak tam değer fonksiyonu kavramını çağırmış, ancak problem bağlamındaki ilişkiyi ezbere bir şekilde ifade ettiğini yansıtmıştır.

K3: Bunda tam değer fonksiyonunu kullanacağım. Bunu sınıfta da çözmüştük.

G: Neden tam değer dedin?

K3: … iki lira kesin ödeyeceğim. Üç dakikadan fazla süren konuşmalarda ise yine tam değer olarak düşüneceğim sanırım. Bu x'e konuşma süresi diyeyim. Ondan sonra bu denklemi bulabilirim (*"*$2 + 1.\llbracket x \rrbracket$*" yazıyor*).

G: Bu x konuşma süresi başlangıçtan itibaren geçen süre mi?

K3: Hayır

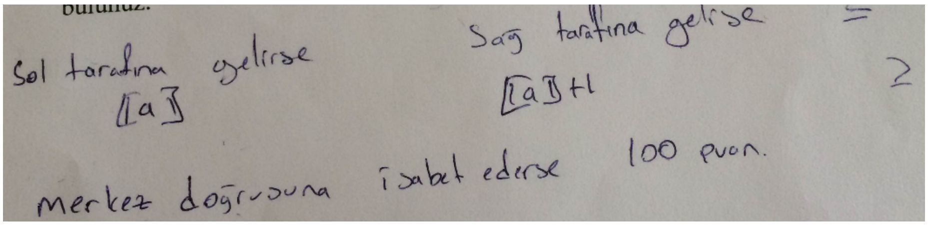
G: Ne?

K3: Bu üç dakikayı yazdım zaten. Bu üç dakikadan sonra geçen bir dakikalık ya da saniyelik şey

Yukarıdaki alıntıdan da görüldüğü gibi K3 sadece üç dakikadan sonra geçen süreyi düşünmüş ve bunu ifade ederken tam değer ifadesini düzenlememiştir.

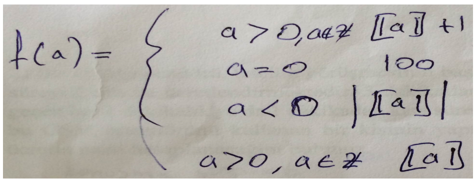
Araştırmadan elde edilen bir diğer önemli bulgu da fonksiyonel düşünmede başarılı oldukları görülen iki katılımcı hariç tüm katılımcıların özellikle ilk problemde verilen koşullara göre bağımsız değişkenin tanımlı olduğu kümeyi aralıklara parçalarken bu aralıkları anadilde ifade etmeleri olmuştur. Aşağıda K5'in birinci probleme ilişkin bağımsız değişkenin merkez doğrusunun soluna, sağına ve merkez doğrusuna gelmesi koşullarını nasıl ifade ettiğine ilişkin bir alıntı verilmiştir (Şekil 7).

Şekil 7. K5'in birinci probleme ilişkin çözümünden bir kesit



Burada katılımcıların atışın merkez doğrusuna olan uzaklığını sayı doğrusunu kullanarak ifade etmeleri beklenmiş fakat fonksiyonel düşünmede başarılı olan iki katılımcı hariç tüm katılımcılar problemi çözmeye yönelik ilk girişimlerinde bu aralıkları anadilde ifade etmişlerdir. Daha sonra görüşmeci tarafından yapılan sorgulamalardan sonra yönlendirmeler ile de olsa tüm problemler bağlamında genellemeye ulaşan dört katılımcının da bu aralıkları matematiksel olarak ifade edebildikleri görülmüştür. Aşağıda bu duruma ilişkin K5'in görüşmesinden bir kesit verilmiştir (Şekil 8).

Şekil 8. K5'in birinci problemdeki fonksiyonel ilişkiyi temsili



TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarından oluşan katılımcıların fonksiyonel düşünme becerilerinin beklendiği gibi güçlü olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ortaokul yıllarında gelişmeye başlayan fonksiyonel düşünme becerisini geliştirmekten sorumlu başlıca kişilerin ortaokul matematik öğretmenleri oluşu gerçeği göz önüne alındığında ortaokul matematik öğretmen adaylarının güçlü fonksiyonel düşünme becerisine sahip olmaları beklenilmektedir. Yani bu öğretmen adaylarının çeşitli problem durumlarındaki değişen nicelikleri ve bu nicelikler arası ilişkileri tanıması ve bu ilişkileri sözel, cebirsel, grafik ya da tablo ile temsil edebilmeleri gerekmektedir. Ancak araştırmaya katılan 10 matematik öğretmen adayından dördü problem durumlarında verilen fonksiyonel ilişkileri değişkenlere atadıkları özel değerler üzerinden denemişler ancak genelleme sürecine girememişleridir. Ayrıca bu dört öğretmen adayından biri problem durumundaki nicelikleri dahi oluşturamamıştır. Oysaki Blanton ve Kaput'un (2004) da vurguladığı gibi genelleme ve fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimi ilkokul yıllarına kadar erken yıllara inen becerilerdir. Fonksiyonel düşünme becerisi bir yana fonksiyon kavramını içeren pek çok öğrenme ortamında bulunmuş bu öğretmen adaylarının problem durumlarındaki fonksiyonel ilişkileri tanıma, oluşturma ve temsil etme konularındaki zayıflıkları acil önlem alınması zorunlu bir durum olarak ortaya çıkmaktadır. Nitekim Watson ve Harel (2013) geçmişte fonksiyon kavramı ile ileri düzeyde çalışmalar yürüten matematik öğretmenlerinin bu kavramı izole bir kavram olarak değil problem durumlarında çalışıp, bu durumlarda öğretebileceklerini, fonksiyon kavramına karşı zihinsel ihtiyaç uyandırabileceklerini belirtmiştir. Buna karşın bu araştırmada fonksiyonel düşünme bağlamında düşük performans sergileyen öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleğine atıldıklarında bu becerileri geliştirme konusunda sahip olabilecekleri pedagojik yaklaşım tartışma konusu olup, bu araştırmadan matematik öğretmen adaylarının lisans eğitimleri sürecinde matematik derslerinde beceri odaklı öğretimin önemi ortaya çıkmaktadır. Ayrıca bu çalışmadan sonraki bir çalışma olarak matematik öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme becerileri ile bu beceriyi geliştirme yönündeki pedagojik yaklaşımları arasındaki ilişkinin incelenmesi önerilmektedir.

KAYNAKÇA

Blanton, M. L. & Kaput, J. J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. In M. Jonsen Hoines & A. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.2, pp.135-142). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T. & Dougherty, B. J. (2011). *Developing essential understandings of algebraic thinking, Grades 3-5*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5-23): Springer Berlin Heidelberg.

Cai, J. & Knuth, E. (2011). Introduction. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5-23): Springer Berlin Heidelberg.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-589). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Clement, L. L. (2001). What do students really know about functions? *The National Council of Teachers of Mathematics*, 94(9), 745-748.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (p. 133-163). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates/Taylor &Francis Group.

Warren, E. A., Cooper, T. J., & Lamb, J. T. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: Foundations of early algebraic reasoning. *Journal of Mathematical Behavior,* 25, 208-223.

Watson, A. & Harel, G. (2013). The role of teachers' knowledge of functions in their teaching: A conceptual approach with illustrations from two cases. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 13*(2), 154-168.

EXTENDED ABSTRACT

The functional thinking is important for modelling a real world phenomenon (Blanton and Kaput, 2011). Especially Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) fields are required functional thinking to understand functions of many variables in the real world situations. However, the development of functional thinking do not only take place in secondary or university grades. Development of students' functional thinking commence in the elementary grades and proceed gradually (Warren et al., 2006). Blanton and Kaput (2011) state that elementary grades mathematics should extend beyond the recursive patterning and involve how two or more quantities vary in relation to each other. For this reason, the function concept is important mathematics programs for all grades (Clement, 2001).

It is known that arithmetic is the primary focus of elementary grades and the algebra is the primary focus of middle and secondary grades, and the middle grades are quite important to transition from arithmetic to algebra (Cai and Knuth, 2011). For this reason, middle grades are critical grades to develop the students' functional thinking. However, mathematics teachers' knowledge and their teaching is also important for the development of functional thinking (Blanton and Kaput, 2011). When considering all of these situations, middle school mathematics teachers have an important role to develop their students' functional thinking. Due to responsibilities of middle school mathematics teachers on development of their students' functional thinking abilities, investigation of the pre-service middle school mathematics teachers' functional thinking abilities in the context of problem solving is thought to make contribution to the literature.

In order to investigate pre-service middle school mathematics teachers' functional thinking abilities in the context of problem solving in depth, this study was designed as qualitatively. The participants of the study were 10 volunteer pre-service middle school mathematics teachers who completed mathematics courses of Middle School Mathematics Teaching Program in a public university in Turkey. The data was collected through clinical interviews, which is one of the qualitative data collection techniques. For clinical interviews, the researchers of the study prepared three problems on one variable function concept. All of the problems involved real world situations, which required recalling function concept. The functional relationship of the first problem is a piecewise function that is required using the concepts of number line, the distance and greatest integer function. The second problem is a problem that the participants could often encounter in courses or textbooks. The functional relationship of the second problem is a piecewise function using greatest integer function. The functional relationship of the third problem is the greatest integer function. Obtained data from clinical interviews was analyzed by using three-phase qualitative data analysis method (Miles and Huberman, 1994).

The results of the study revealed that only two out of ten participants generalized the functional relationships and expressed these relationships by various representations in the context of problems without any prompts. Four participants could not generalize the relationship between variables in the problem context and they tried to understand the functional relationships using special examples for variables. Moreover, one out of these four participants could not determine the quantities in the problem context. According to the results, it was seen that pre-service middle school mathematics teachers did not have sufficient functional thinking abilities in problem solving processes. Most of the pre-service teachers could not represent the functional relationship variously. When considering the functional thinking ability begin to develop at elementary grades, these conclusions are quite critical. Watson and Harel (2013) state that the function concept must be taught in the problem contexts and this is effective for students. The study revealed that the pre-service mathematics teachers should be supported for identifying, composing and representing functional relationships in the context of problem solving.