

EĞİTİM ve İNSANİ BİLİMLER DERGİSİ

Teori ve Uygulama

Cilt: 17 / Sayı: 33 / Yaz 2026

JOURNAL of EDUCATION and HUMANITIES

Theory and Practice

Vol: 17 / No: 33 / Summer 2026

Ortaokul Öğrencilerinin Genelleme Yapma Düzeyleri ve Değişken Algılarının İncelenmesi

An Investigation of Secondary School Students' Levels of Generalisation and Variable Perceptions

Makale Türü (Article Type): Araştırma (Research)

Osman BURAN
Habip TAŞ

www.dergipark.gov.tr/eibd
eibd@eibd.org.tr

Ortaokul Öğrencilerinin Genelleme Yapma Düzeyleri ve Değişken Algılarının İncelenmesi

Osman BURAN¹

Habip TAŞ²

DOI: 10.58689/eibd.1889075

Öz: Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin değişken (harf) algılarını ve genelleme yapma becerilerini sınıf düzeylerine göre incelemektir. Araştırma, nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Araştırmanın çalışma grubunu, 2022–2023 eğitim-öğretim yılında öğrenim gören toplam 192 ortaokul öğrencisi (6., 7. ve 8. sınıf) oluşturmaktadır. Veriler, açık uçlu dört sorudan oluşan bir başarı testi ve her sınıf düzeyinden seçilen altışar öğrenci ile gerçekleştirilen klinik görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Başarı testinden ve görüşmelerden elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Bulgular, öğrencilerin harfleri çoğunlukla bilinmeyen veya yerine sayı yazılabilen semboller olarak algıladıklarını; sınıf düzeyi arttıkça harflere ilişkin çoklu değer anlayışının güçlendiğini göstermektedir. Genelleme yapma süreçlerinde, özellikle üst sınıf düzeylerinde örüntülerin genel kuralını oluşturabilen öğrenci sayısının arttığı görülmüştür. Bununla birlikte yedi ve sekizinci sınıfta olup genelleme becerisini kazanamayan öğrencilerin olması çalışmanın dikkat çeken sonuçlarından biridir. Çalışmada öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde başarı testine ilişkin cevapları açımlayan ve detaylandıran bulgulara da ulaşılmıştır. Çalışma sonuçları, cebirsel düşünmenin gelişimsel seyrine ilişkin önemli ipuçları sunmakta ve ilkokuldan itibaren yapılandırılan cebir öğretiminin önemini vurgulamaktadır.

Anahtar kelimeler: Cebirsel ifadeler, Harf algısı, Genelleme becerisi, Örüntü

Geliş Tarihi: 14.02.2026; Kabul Tarihi: 27.03.2026

Kaynakça Gösterimi: Buran, O. ve Taş, H. (2026). Ortaokul Öğrencilerinin Genelleme Yapma Düzeyleri ve Değişken Algılarının İncelenmesi. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama*, 17(33), 159-184

1 Dr., Erzurum Millî Eğitim Müdürlüğü, osman830@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1922-1570

2 Dr., Öğr. Üyesi, Fırat Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, h.tas@firat.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-1600-8686

Giriş

Aritmetik, matematik öğretiminin temelini oluşturan ve öğrencilerin nicel ilişkileri anlamlandırmasını sağlayan bilişsel yapı taşlarından biridir. Sayıların anlamı, işlemlerin doğası ve niceliksel ilişkilerin kavranması, öğrencilerin daha üst düzey matematiksel düşünmeye geçişini mümkün kılmaktadır (Kilpatrick vd., 2001). Üst düzey matematiksel düşünmeye geçiş bir anlamda öğrencilerde cebirsel düşünmeye yönelik bir zemin inşa edebilir (Levin ve Walkoe, 2022). Bununla birlikte, aritmetikten cebire geçiş yalnızca hesaplamayı bilmekten ibaret değildir; öğrencilerin matematiksel ifadeleri sembolik bir dil olarak görmesi ve bu dilin soyut yapısını anlaması gereklidir (Kieran, 2007).

Cebir öğretiminde kritik aşamalardan biri genellemedir. Bu nedenle cebirsel düşünmenin bileşenleri içerisinde özellikle ortaokullarda genelleme yapabilme becerisini öğrenciyeye keşfettirmek oldukça önemlidir (Girit ve Akyüz, 2016). Genelleme becerisi öğrencilerin harfleri ve sembolleri kullanımına bağlıdır. Bu nedenle öğrencilerin kullanılacak harf ve sembolleri doğru anlamlandırması önem arz etmektedir. Çünkü harflerin değişken, bilinmeyen, genel sayı veya ilişki gösteren semboller olarak işlevi, matematiksel akıl yürütmenin temelini oluşturmaktadır (Usiskin, 1988). Ancak araştırmalar, öğrencilerin sembolere genellikle “boşluk dolduran” ya da “tek bir değeri temsil eden birer nesne” olarak baktığını ve bu durumun cebirsel düşünmenin önemli bir bileşeni olan genelleme yapma becerisini zorlaştırdığını göstermektedir (MacGregor ve Stacey, 1997).

Sembolik gösterim, matematiğin evrensel dilini oluşturur ve öğrencilerin genelleme yapabilmesini, ilişkileri karşılaştırabilmesini ve soyut düşünme becerilerini geliştirmesini sağlayabilir (Sfard, 1991). Bu bağlamda cebir öğretimi, yalnızca sembollerin mekanik kullanımını değil; aynı zamanda sembollerin temsil ettiği ilişkileri, kuralları ve yapıları anlamayı da içermelidir. Etkili cebir öğretimi, öğrencilerin sembolik dil ile gerçek yaşam durumları arasında bağlantı kurmasını destekleyerek matematiksel kavrayışı ve genellemeyi derinleştirebilir (Kaput, 1999).

Genelleme, sayısal örüntülerde gözlenen düzenin fark edilmesi, bu düzenin soyutlanması ve söz konusu ilişkilerin cebirsel bir kurala dönüştürülmesi süreci olarak tanımlanabilir. Bu sürecin matematiksel olarak ifade edilebilir hale gelmesi ise değişken kavramının, yani harf sembolünün bilinçli kullanımıyla mümkündür. Cebirsel düşünme sürecinin en önemli aşamalarından biri olan sembollerin kullanımının öğrencilerin genelleme becerisi üzerindeki önemi büyüktür. Çünkü harfler karmaşık problemleri çözmeye ve işlemleri anlamlandırmada bireylerin yardımcılarıdır. Öğrencilere bu süreçte kavratılması gereken önemli iki terim “eşitlik” ve “değişken”dir. Bu terimlerden biri olan eşitliğin, matematikte yaygın bir şekilde kullanılmasına rağmen yapılan çalışmalarda öğrenciler tarafından yeterince anlaşılmadığı görülmektedir (Van De Walle vd., 2016). Öğrenciler tarafından “=” sembolü derin ilişkiyi yakalama anlamından ziyade cevap verme ihtiyacı ortaya çıkarmaktadır. Öğrencilerin

genelleme becerisinde semboller gibi bir diğer yardımcı unsur da harflerdir. İlkokul seviyesinde öğrenciler harfleri sayının basamak kavramı olarak kullanırken ortaokul ile birlikte bilinmeyen, değişken vb. durumlar için kullanılmaktadır. Bu nedenle Van Amerom (2002) harflerin kullanımını aritmetik ve cebir olmak üzere ikiye ayırmıştır. Literatürde harflerin aritmetikte kullanımı ile cebirde kullanımı birbirinden farklı olsa da öğrenciler özellikle ortaokulda bu durumla ilgili olarak kavram kargaşasına düşmektedirler (Kieran, 2004).

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Matematik programlarının ilkökul, ortaokul ve lise düzeyinde önemli bileşenlerinden biri de cebir öğretimidir. Bu nedenle Türkiye’de 2018 matematik programında cebir öğretimi altıncı sınıfta başlayıp yedinci ve sekizinci sınıfa doğru zenginleşerek ilerlemiştir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] , 2018). Buna karşın yeni program olan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM) ile birlikte işlemlerle cebirsel ifadeler ilişkilendirilerek ilkökul birinci sınıftan itibaren üçüncü tema olarak verilmiştir (MEB, 2024). Maarif modeliyle birlikte ilkökul ve ortaokul sürecinin tamamına yayılan cebir öğretiminde sınıf seviyesine göre nasıl bir farklılaşmanın meydana geleceği beklentisini ön plana çıkarmaktadır. Her iki müfredatta da cebirsel ifadelerin anlamlandırılması önemli bir amaç olarak belirtilmiştir (MEB, 2018; 2024). Bu amaç doğrultusunda genelleme becerisi ve harflerin etkin kullanımı önem arz etmektedir. Çünkü genelleme becerisi ve harflerin etkin kullanımı cebirsel ifadelerin kapsamı içerisindedir ve bu becerilerin erken dönemde işlevsel bir şekilde anlaşılması önem arz etmektedir (Amaç ve Didiş-Kabar, 2019; Matthews ve Fuchs, 2020). Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin harf algıları ve genelleme yapma becerilerinin sınıf düzeylerine göre incelenmesi hedeflenmiştir. Araştırma verilerinin 2022–2023 eğitim-öğretim yılında, 2018 Matematik Öğretim Programı kapsamında toplanmış olması çalışmaya ayrı bir önem kazandırmaktadır

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerin harf algıları ve genelleme yapma becerilerine ilişkin mevcut durumun betimlenmesine katkı sunmaktadır. Bununla birlikte, araştırmanın yöntemi ve çalışma grubu dikkate alındığında, elde edilen bulguların yalnızca benzer gruplarla gerçekleştirilecek çalışmalar için sınırlı bir karşılaştırma olanağı sağlayacağı düşünülmektedir. TYMM ile ilişkili değerlendirmelere ise bu kapsam çerçevesinde sınırlı ölçüde yer verilmiştir.

Bu anlamda çalışmada matematik öğretim programının sembolik düşünme ve cebirsel muhakeme boyutuna ait etkililiğinin değerlendirilmesine sağlayacağı katkılar önem arz etmektedir. Bu doğrultuda, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin harfleri nasıl anlamlandırdıkları ve genelleme yapma süreçleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Çalışma, söz konusu kavramların gelişimsel seyrini belirleyerek matematik öğretim programının hedeflediği kavramsal derinliğe yönelik önemli bulgular sunmayı amaçlamaktadır. Bu bağlamda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır;

- Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde harf algıları nasıldır?
- Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde genelleme yapma düzeyleri nasıldır?

Yöntem

Çalışmanın Modeli

Bu araştırmada, ortaokul öğrencilerinin sınıf düzeylerine göre cebirsel ifadeler bağlamında harf algıları ve genelleme yapma becerileri bir durum olarak ele alınıp incelenmiştir. Çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması benimsenmiştir. Durum çalışması, bir olgunun gerçek yaşam koşulları ve güncel bağlamı içinde ele alınarak ayrıntılı biçimde incelenmesini gerektiren bir araştırma yaklaşımıdır (Yin, 2009). Bu yaklaşım özellikle “nasıl” ve “neden” sorularına yanıt arayan araştırmalar için uygun bir çerçeve sunmakta ve incelenen durumun çok yönlü olarak anlaşılmasını sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu doğrultuda çalışmada öğrencilerin başarı testindeki sorulara verdiği cevapların arka planına inmek için klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerle öğrencilerin cevaplarının ayrıntılandırılması klinik görüşmenin bir yönü olarak çalışmanın yöntemi açısından önemlidir (Merriam ve Tisdell, 2016). Çünkü başarı testindeki cebirsel ifadelerle ilgili soruların ortaokul öğrencilerinin bilişsel dünyalarında nasıl anlamlandırıldığı önemlidir. Bu nedenle klinik görüşmeler yardımıyla ilgili bilişsel arka planın ortaya çıkarılması çalışmanın zenginliğini arttırabilir (Kilpatrick vd., 2001). Çalışmada başarı testi ve klinik görüşme gibi birden fazla veri kaynağından yararlanarak incelenen olguya ilişkin ayrıntılı ve derinlemesine bilginin toplaması durum çalışmasının kapsamı içindedir (Creswell, 2013; Patton, 2014).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmaya, 64 altıncı sınıf, 62 yedinci sınıf ve 66 sekizinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 192 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Seçilen örneklemin farklı sınıf düzeylerinden seçilmesi araştırmanın amacı doğrultusunda karşılaştırma yapmayı olanaklı hale getirmektedir.

Uygun örnekleme yöntemi, araştırmacının zaman, maliyet ve erişilebilirlik gibi sınırlılıkları göz önünde bulundurarak çalışmaya dâhil edeceği birimleri kolay ulaşılabilir gruplardan seçmesine olanak tanır. Büyüköztürk vd. (2016), bu yöntemin özellikle saha çalışmalarında pratiklik sağlaması nedeniyle sıklıkla tercih edildiğini ifade etmektedir. Benzer biçimde Creswell (2013), uygun örnekleme yönteminin araştırmacıya esneklik sunduğunu, veri toplama sürecini hızlandırdığını ve araştırmanın uygulanabilirliğini arttırdığını ifade


etmektedir. Merriam (2015) ise nitel araştırmalarda araştırmacının çalışma alanına erişim kolaylığı, kurum izinleri ve katılımcı gönüllülüğünün bu yöntemi seçmede belirleyici faktörler olduğunu vurgulamaktadır. Literatürün işaret ettiği kolaylıklar ışığında mevcut araştırmada da veri toplama sürecinin daha sağlıklı yürütülmesi, uygulamaların sorunsuz gerçekleştirilebilmesi ve katılımcı öğrencilere erişimin kolay olması amacıyla uygun örnekleme yöntemi tercih edilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada iki tane veri toplama aracından yararlanılmıştır. Birinci veri toplama aracı açık uçlu dört sorudan oluşan başarı testidir. Başarı testinde bir soru cebirsel ifadelerde öğrencilerin harf algılarına, üç soruda genelleme yapma becerisine yöneliktir. Araştırmada kullanılan başarı testi iki matematik öğretmeni ve alanında uzman iki matematik eğitimcisi tarafından geliştirilmiştir. Başarı testinin ilk hali; harf kullanımı ile ilgili iki ve genelleme ile ilgili dört soru olmak üzere altı soru olarak hazırlanmıştır. Pilot uygulamadan sonra elde edilen veriler ve uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak başarı testinin son hali oluşturulmuştur.

Araştırmanın ikinci veri toplama aracı ise klinik görüşmelerdir. Bu görüşmelerle öğrencilerin başarı testindeki sorulara yükledikleri içsel ve bilişsel anlamların yakalanması hedeflenmiştir (Patton, 2014). Bu doğrultuda, başarı testinde verilen cevaplara göre her sınıf düzeyinden altışar öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Başarı testi ve klinik görüşme örnek soruları aşağıda Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Başarı Testi ve Klinik Görüşme Soru Örnekleri

Beceri Düzeyi	Başarı Testi Sorusu	Örnek Klinik Mülakat Soruları
<i>Harf Algısına Yönelik</i>	1) $y + 8$ ifadesinde “ y ” sembolü neyi ifade ediyor? Açıklayınız.	*Nasıl bir sayı? Açıklar mısın? *Başka bir değer alabilir mi? ...
<i>Genelleme Yapma Sürecine Yönelik</i>	3-)  Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre; a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz. b) Örüntünün kaçıncı adımında 149 adet üçgen bulunur? c) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.	*Soruyu sesli olarak çözer misin? *Neden bu işlemi tercih ettin? *Burada “n” harfi ile ne demek istedin? *149 adet üçgenin kaçıncı adımında olduğunu bulurken nasıl bir yol izledin? ...

Tablodan da anlaşılacağı üzere çalışma özellikle öğrencilerin harf algılarına ve genelleme yapma becerilerine odaklanmaktadır. Harf algısına yönelik klinik mülakat soruları aracılığıyla öğrencilerin harfi yalnızca bir sembol olarak mı, yoksa değişken, bilinmeyen ya da genellenmiş bir nicelik olarak mı kavradıkları anlaşılmaya çalışılmıştır. Buna karşılık genelleme yapma sürecine yönelik sorular, öğrencilerin örüntüler arasında ilişki kurma, kuralı fark etme, bu kuralı sözel ya da sembolik olarak ifade etme ve çözüm yollarını gerekçelendirme becerilerini görünür kılmayı amaçlamıştır.

Verilerin Toplanması

Araştırmacılar tarafından geliştirilen harf algıları ve genelleme yapma becerilerine yönelik başarı testi çalışma grubuna uygulanmıştır. Elde edilen başarı testlerinin analizinden sonra klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler için her sınıf düzeyinden toplam altı öğrenci belirlenmiş; bu seçim sürecinde, başarı testindeki yanıt kategorilerinin her birinden ikişer öğrenci görüşmelere dâhil edilmiştir. Bu görüşmeler sınıf ortamında her öğrenci ile ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler, her öğrencinin soruyu nasıl çözdüğünü, ne yaptığını, niçin yaptığını ortaya çıkarmak amacıyla ortalama 15-20 dakika sürmüştür. Görüşmelerde veri kaybının önüne geçmek için katılımcılardan ve velilerinden gerekli izinler alındıktan sonra ses kaydı alınmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmada uygulanan başarı testi, betimsel analiz yöntemi ile değerlendirilmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e (2013) göre betimsel analiz; nitel verilerin daha önce yapılandırılmış temalar çerçevesinde sistematik olarak incelenmesini, verilerin organize edilmesini ve ulaşılan sonuçların okuyucu için açık, anlaşılır ve düzenli bir yapıda sunulmasını temel alan bir nitel araştırma yöntemidir.

Analizler alanında uzman iki matematik eğitimcisi tarafından yapılmış olup sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çalışmanın güvenilirlik düzeyini belirlemek için Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen güvenilirlik formülü kullanılmıştır. Bu kapsamda, kodlayıcılar arasındaki tutarlılığı ölçmek amacıyla [$\text{güvenirlik} = (\text{görüş birliği} / (\text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı})) \times 100$] formülü üzerinden hesaplama yapılarak kodlayıcılar arası uyum oranı % 89 olarak hesaplanmıştır. Literatürde, kodlayıcılar arasındaki uyum oranının %70 ve üzerinde olması, çalışmanın yüksek düzeyde bir güvenilirliğe sahip olduğunu kanıtı olarak değerlendirilmektedir. Bu doğrultuda, mevcut araştırmada ulaşılan %89'luk güvenilirlik katsayısı, gerçekleştirilen kodlama işlemlerinin oldukça tutarlı olduğunu göstermektedir. Elde edilen bu yüksek uyum oranı, araştırma bulgularının nesnelliğini pekiştirmiş ve çalışmanın bilimsel geçerliliğine önemli bir katkı sağlamıştır.

Öğrencilerin başarı testine vermiş oldukları cevaplar analiz edilirken literatür taranmıştır. Başarı testinin birinci sorusuna ilişkin cevaplar; “Boş”, “Belirli bir sayı”, “Çoklu değer” ve

“Diğer” (Akkan ve Baki, 2016b; Knuth vd., 2005) şeklinde sınıflandırılmıştır. Başarı testinin üç şıktan oluşan ikinci sorusuna ilişkin cevaplar; “Boş”, “Doğru” ve “Yanlış” şeklinde kategorize edilmiştir.

Katılımcıların kimliklerinin gizli tutulması amacıyla araştırmada kod isimler kullanılmıştır. Kullanılan kod isimlerde “Ö” öğrenciyi, sayı sınıf seviyesini ve “A” harfi sorulara yanlış cevap veren katılımcıları “B” harfi ise doğru cevap veren katılımcıları temsil etmektedir. Örneğin; Ö6A kodlu öğrenci 6. sınıfta öğrenim gören ve başarı testine yanlış cevaplar veren öğrenci iken Ö7B kodlu öğrenci ise 7. sınıfta öğrenim gören ve başarı testine doğru cevaplar veren öğrencidir.

Etik Onay: Bu araştırma için Fırat Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu’ndan 2025/25 sayılı oturum ve 41278 numaralı karar ile etik izin alınmıştır.

Bulgular

Bu bölümde araştırmanın sorularına ilişkin olarak başarı testine verilen cevapların betimsel analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Daha sonra cevapların bir kısmı örnek olacak şekilde tablolar halinde verilmiştir. Son olarak öğrencilerin görüşme cevapları derinleştirici bulgu olarak verilmiştir.

Araştırmanın Birinci Sorusuna İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci sorusu “Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde harfleri algılama düzeyleri nasıldır?” şeklindedir. Bu soru kapsamında başarı testindeki analiz sonuçları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Öğrencilerin Harf Algılarına İlişkin Analiz Sonuçları

Sınıf	Boş		Belirli Bir Sayı		Çoklu Değer		Diğer		Toplam
	N	%	N	%	N	%	N	%	
6	13	20.31	11	17.19	24	37.50	16	25.00	64
7	12	19.35	8	12.90	37	59.68	5	8.06	62
8	9	13.64	7	10.61	33	50.00	11	16.67	66

Sonuçlar 6. sınıf öğrencilerinin %20.31’i, 7. sınıf öğrencilerinin %19.35’i, 8. sınıf öğrencilerinin %13.64’ ü soruyu boş bıraktığını göstermektedir. Öğrencilerin bilinmeyene belirli bir değer atama oranları ise 6. sınıflarda %17.19 iken 7. sınıflarda %12.90, 8. sınıflarda ise %10.61’dir. Sınıf seviyesi arttıkça bilinmeyene verilen belirli bir sayı değeri atama oranı düşmektedir. Tabloda bilinmeyene atanan çoklu değer kategorisi incelendiğinde en yüksek

oran 7. sınıflarda (%59.68) en düşük oran ise 6. Sınıflarda (%37.50) görülmektedir. Burada dikkat çeken kısım bilinmeyene çoklu değer atama oranı 7. sınıflarda 8. sınıflara kıyasla daha yüksektir olmasıdır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin %16.67'si, 7. sınıf öğrencilerinin %8.06'sı ve 6. sınıf öğrencilerinin % 16.67'si soruya vermiş oldukları cevaplar diğer kategorisindedir.

Ortaokul öğrencilerinin harf sembolünün kullanımına yönelik *belirli bir sayı* kategorisinde vermiş oldukları örnek cevaplar Tablo 3' te verilmiştir.

Tablo 3. Harf Sembolünün Kullanımına İlişkin Belirli Bir Sayı Kategorisine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

6. Sınıf	7.Sınıf	8. Sınıf
y sayısı rakamı temsil eder	y+8 olması için y=8 olmalı	mesela y=8 ise " y+8 " ifadesi 16'dır.

Tablo 3 incelendiğinde; “y sayısı rakamı temsil eder” ifadesi, öğrencinin değişken kavramını henüz tam olarak genelleyemediğini ve değişkeni sadece belli bir değer ile sınırlama eğiliminde olduğunu göstermektedir. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin ise değişkene belli bir değer atama eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Yapılan klinik görüşmelerde öğrencilere “*harfin (y) anlamı sorulduğunda*”;

“*Bir sayı ifade ediyor*”, “*sayıdır*”, “*Bir sayı...y diyelim 14, 15 olabilir*”, “*Her harf bir sayı ifade eder. y bir sayı ifade ediyor. Cevabını da yazdım. 8y*” şeklinde cevaplar vermişlerdir. Öğrenciler bilinmeyen kavramını; belli bir değere indirgemiş olup belirli bir sayı kategorisinde algılamaktadırlar.

Ortaokul öğrencilerinin harf sembolünün kullanımına yönelik *çoklu değer* kategorisinde vermiş oldukları örnek cevaplar Tablo 4' te verilmiştir.

Tablo 4. Harf Sembolünün Kullanımına İlişkin Çoklu Değer Kategorisine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

6. Sınıf	7.Sınıf	8. Sınıf
herhangi bir sayı, bilinmeyen	"y" sembolü istenince bilinmeyen değeri ifade ediyor	y=Bilinmeyeni ifade eder
y değişkeni ifade eder "y" yerine herhangi bir sayı yazılabiliyor	y sembolü burada bilinmeyeni ifade ediyor y'nin yerine her şey gelebilir. aslında bu cebirsel ifade bir eşitlik olmayıp, denklemler olabilir.	y harfi herhangi bir sayıyı temsil etmektedir

Tablo 4 incelendiğinde, öğrencilerin y sembolünü “bilinmeyen” veya “yerine sayı yazılabilen harf” olarak algıladıkları görülmektedir. Öğrencilerin “ y bilinmeyi ifade eder” ve “ y harfi herhangi bir sayıyı temsil etmektedir” şeklindeki yanıtları, değişken kavramına ilişkin doğru bir anlamlandırmanın olduğunu göstermektedir. Yapılan klinik görüşmelerde “öğrencilere harfin (y) anlamı sorulduğunda”;

“ y sembolü bilinmeyen ifade ediyor... Buraya herhangi bir sayı gelebilir.”

“ y sembolü bilinmeyi ifade ediyor... Bilmeyen, sayı bilmiyoruz. Sayının yerine bir sürü sayı gelebilir. ”Bilinmeyen sayı, yani bilmediğimiz sayı... Herhangi bir sayı, her değer olabilir”

“Hocam bilinmeyen yani bilmediğimiz sayı. Herhangi bir sayı.” şeklinde cevaplar alınmıştır. Bu cevaplar öğrencilerin bilinmeyen kavramını herhangi bir sayı olarak algıladıklarını göstermektedir.

Ortaokul öğrencilerinin harf sembolünün kullanımına yönelik diğer kategorisinde vermiş oldukları örnek cevaplar Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. Harf Sembolünün Kullanımına İlişkin Diğer Kategorisine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

6. Sınıf	7.Sınıf	8. Sınıf
$Y+8$ sekizle toplomunu ifade ediyor	bir işin sonucu y veya z veya başka harflerle mesela $y=76$ iken böyle anlama gelir.	y ifadesi $+$ ’ın hemin yanına ne yazarsın belirlenir y ne yazarsın Gösterir.

Tablo 5’te verilen öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin değişken kavramını tam anlamlandıramadıkları gözlemlenmektedir.

Araştırmanın İkinci Sorusuna İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci sorusu Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde genelleme yapma düzeyleri nasıldır? Şeklindedir. Bu kapsamda ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine ilişkin 2. soru A şıkkına yönelik analiz sonuçları Tablo 6’da verilmiştir.

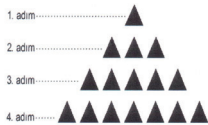
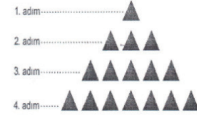
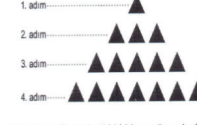
Tablo 6. Öğrencilerin Başarı Testindeki 2. Soru A Şıkkı İçin Verdikleri Cevapların Dağılımları

Sınıf	Boş		Yanlış		Doğru		Toplam
	N	%	N	%	N	%	
6.Sınıf	6	9.38	19	29.69	39	60.94	64
7.Sınıf	5	8.06	17	27.42	40	64.52	62
8.Sınıf	0	0	18	27.27	48	72.73	66

Tablo 6 incelendiğinde, genelleme testi 2. soru (a) şıkkına ilişkin olarak öğrencilerin verdikleri yanıtların sınıf düzeylerine göre farklılaştığı görülmektedir. Altıncı sınıf öğrencilerinin %9.38'inin soruyu boş bıraktığı, %29.69'unun yanlış cevap verdiği ve %60.94'ünün ise doğru yanıtladığı belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinde soruyu boş bırakanların oranı %8.06, yanlış cevap verenlerin oranı %27.42 ve doğru cevap verenlerin oranı %64.52 olarak tespit edilmiştir. Sekizinci sınıf öğrencileri arasında soruyu boş bırakan herhangi bir öğrenciyi rastlanmamış; yanlış cevap verme oranının %27.27, doğru cevap verme oranının ise %72.73 ile en yüksek düzeyde olduğu görülmüştür. Bu durum, sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerin problem çözme başarısının ve doğru yanıt üretme oranının arttığını ortaya koymaktadır.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine yönelik 2. soru A şıkkı için vermiş oldukları örnek yanlış cevaplar Tablo 7' de verilmiştir.

Tablo 7. 2. Soru A Şıkkı İçin Yanlış Öğrenci Cevapları

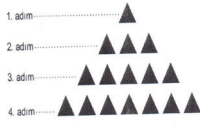
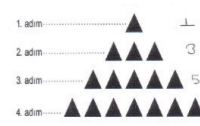
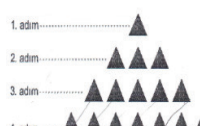
6. sınıf	7. Sınıf	8. sınıf
 <p>1. adım.....▲ 2. adım.....▲▲ 3. adım.....▲▲▲ 4. adım.....▲▲▲▲</p> <p>Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre;</p> <p>a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz.</p> <p>$5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,$ $16, 17$</p>	 <p>1.) 1. adım.....▲ 2. adım.....▲▲ 3. adım.....▲▲▲ 4. adım.....▲▲▲▲</p> <p>Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre;</p> <p>a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz.</p> <p>$\frac{17}{2} = 8 \text{ } 1$ 36</p>	 <p>1.) 1. adım.....▲ 2. adım.....▲▲ 3. adım.....▲▲▲ 4. adım.....▲▲▲▲</p> <p>Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre;</p> <p>a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz.</p> <p>$\frac{17}{2} = 8 \text{ } 1$ 36</p>
<p>M- İkinci sorunun "a" şıkkını nasıl bir çözüm yaptın? Ö6A- Ben 17. Adıma kadar gittim. M-Nasıl yani? Ö6A- 5'e kadar verilmiş. Bende 17'ye kadar yazdım. M-Nasıl yani? Ö6A-Hocam 17'yi sormuş bende 17'yi buldum. M-1'er 1'er mi artmış örüntü? Ö6A-Hayır hocam 2'şer 2'şer artmış. M-Ama sen 17 bulmuşsun. Ö6A-Hocam 17'yi istemiş bende 17'ye kadar yazdım.</p>	<p>M- Başarı testinin ikinci sorusunun "a" şıkkını nasıl çözdün? Ö7A-Önce "a" şıkkını çözdüm. Şekiller 2'şer 2'şer artmış. Ben 17. Adımı bulmak için 2 ile 17'yi çarptım. M-2'şer 2'şer arttığı için mi 17 ile 2'yi çarptın? Ö7A-Evet hocam.</p>	<p>M- İkinci sorunun "a" şıkkını nasıl çözdün? Ö8A-İki iki arttığı için 17 ile 2'yi çarptım. M-Örüntü ikişer ikişer arttığı için 2 ile çarptım. Ö8A- Evet. M-Mesela örüntü 4'er 4'er artsaydı 4 ile mi çarpardın? Ö8A- 4 ile çarpardım.</p>

Tablo 7' de 2. soru "a" şıkkı için Ö6A öğrencisinin verdiği cevap incelendiğinde öğrenci 17 cevabına ulaşmıştır. Öğrenci bu cevabı verirken adım sayısı ile üçgen sayısını karıştırmış ve 5. adıma kadar verilen örüntüyü 1'er 1'er aritmetik olarak artırmış ve cevabı 17 bulmuştur. Öğrenci örüntünün kuralını bulmak yerine örüntüyü devam ettirmeyi tercih etmiştir. Ö7A ve

Ö8A'nın cevapları incelendiğinde ikisinin de hatalı sonuç verdiği ve benzer hataları yaptıkları görülmektedir. Her iki öğrencide örüntünün 2'şer 2'şer arttığını fark etmiş ve adım sayısını 2 ile çarparak sonucu 34 bulmuşlardır. Burada her iki öğrenci de örüntüdeki artış miktarını (2) fark etmiş ve bu artış miktarını doğrudan istenen adım sayısı ile çarparak ($17 \times 2 = 34$) sonuca ulaşmaya çalışmıştır.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine yönelik 2. soru A şıkkı için vermiş oldukları örnek doğru cevaplar Tablo 8' de verilmiştir.

Tablo 8. 2. Soru A Şıkkı İçin Doğru Öğrenci Cevapları

6. sınıf	7. Sınıf	8. sınıf
 <p>1. adım.....▲ 2. adım.....▲▲▲ 3. adım.....▲▲▲▲▲ 4. adım.....▲▲▲▲▲▲▲</p> <p>Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanarak oluşturulmuştur. Buna göre; a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz.</p> <p>$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23$ $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23$ $25, 27, 29, 31, 33$ $73, 14, 15, 16, 17, 18$</p> <p>33 üçgen vardır.</p>	 <p>1.) 1. adım.....▲ 1 2. adım.....▲▲▲ 3 3. adım.....▲▲▲▲▲ 5 4. adım.....▲▲▲▲▲▲▲ 7</p> <p>Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre; a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz.</p> <p>Kural $2n-1$ $2 \cdot 17 - 1 = 33$</p>	 <p>1.) 1. adım.....▲ 2. adım.....▲▲▲ 3. adım.....▲▲▲▲▲ 4. adım.....▲▲▲▲▲▲▲</p> <p>Yukarıda verilen örüntü birbirine eş üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre; a) Örüntünün 17. Adımındaki üçgen sayısını bulunuz.</p> <p>$2x-1$ $2 \cdot 17 - 1 = 33$</p>
<p>M-Başarı testindeki ikinci sorunun "a" şıkkını nasıl çözdün? Ö6B-Deneyerek buldum. Her adımda ikişer ikişer arttığı için devam ettim, sonra 17. Adımını buldum ve 33 olduğunu gördüm.</p>	<p>M- İkinci sorunun a şıkkını nasıl çözdün? Detaylı bir şekilde anlatır mısın? Ö7B-Öncelikle örüntünün kuralını buldum. M-Nasıl buldun? Ö7B-Kuralı, ne kadar arttığı "n"nin katsayısını verir. 2'şer 2'şer arttığı için buradaki "n" nin katsayısı 2 olacak. Sonra burada 1. adımdaki üçgen sayısı 1'miş. 2 ile 1'i çarptım 2, bir olabilmesi için 2'den 1 çıkardım. Genel terimi $2n-1$ buldum. M-Burada "n" neyi temsil ediyor? Ö7B-"n" Örüntünün adım sayısı, yani kaçınca adım olduğunu. M-Tamam devam edelim. Ö7B-Sonra kuralı buldum, "n" yerine 17 koydum. 2 çarptı 17, 34 ediyor, 1 çıkardım 33 ediyor. M-Peki başka bir yolla çözüm yapabilir miydin? Ö7B-Örüntüyü devam ettirirdim ama uzun sürerdi.</p>	<p>M-Başarı testindeki ikinci sorunun "a" şıkkını nasıl çözdün? Ö8B-Önce üçgenlerin ne kadar arttığına baktım. 2'şer 2'şer artmış. Sonra 2. Adımda 3 tane üçgen var. 2 ile 2'yi çarptım 4, 3 olabilmesi için 1 çıkarttım. M-Neden 2 ile 2'yi çarptın? Ö8B-Hocam 2'şer 2'şer arttığı için örüntü 2 çarpı adım sayısı olur. Onun için 2 ile 2'yi çarptım sonra 3 olması için bir çıkarttım. Sonra 17. adımı sormuş. Genel kura $2x-1$ buldum. M-Buradaki "x" ne? Ö8B-Adım sayısı. Sonra 17 ile 2'yi çarptım 34, 34'den de 1 çıkardım 33. Yani 17. adımda 33 üçgen varmış M-Peki 17. adımdaki üçgen sayısını farklı bir yolla bulabilir miydin? Ö8B-Evet, örüntüyü ikişer ikişer artırarak bulurdum.</p>

Tablo 8 incelendiğinde; öğrencilerin görüşme cevaplarına göre iki temel çözüm yaklaşımı benimsedikleri görülmektedir: örüntüyü ardışık olarak sürdürmeye dayalı aritmetik çözüm

ve örüntünün genel kuralını belirleyip yerine koyma yoluyla ilerleyen cebirsel genelleme stratejisi. Bu çerçevede öğrencilerin akıl yürütmeleri aşağıdaki şekilde değerlendirilebilir;

Ö6B öğrencisinin çözümü incelendiğinde örüntünün 17. adımındaki üçgen sayısını bulmak için örüntüyü devam ettiği görülmektedir. Öğrenci örüntünün 2'şer 2'şer arttığını fark etmiş ve şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek örüntüyü devam ettirmiştir. Ö7B ve Ö8B öğrencilerinin çözümleri incelendiğinde örüntünün 17. adımındaki üçgen sayısını bulmak için önce verilen şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmişler ve buradan hareketle örüntüye ait genel terimi bulmuşlardır. Her iki öğrencinin de genel terim üzerinden işlem yaparak doğru sonuca ulaştıkları görülmektedir.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine ilişkin 2. soru B şıkkına yönelik analiz sonuçları Tablo 9' da verilmiştir.

Tablo 9. Öğrencilerin Başarı Testindeki 2. Soru B Şıkkı İçin Verdikleri Cevapların Dağılımları

Sınıf	Boş		Yanlış		Doğru		Toplam
	N	%	N	%	N	%	
6.Sınıf	15	23.44	38	59.38	11	17.19	64
7.Sınıf	9	14.52	36	58.06	17	27.42	62
8.Sınıf	13	19.70	21	31.82	32	48.48	66

Tablo 9 incelendiğinde, genelleme testi 2. soru (b) şıkkına ilişkin olarak öğrencilerin verdikleri yanıtların sınıf düzeylerine göre farklılaştığı görülmektedir. Altıncı sınıf öğrencilerinin %23.44'ünün soruyu boş bıraktığı, %59.38'inin yanlış cevap verdiği ve %17.19'unun doğru cevapladığı belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin %14.52'sinin soruyu boş bıraktığı, %50.06'sının yanlış cevap verdiği ve %27.42'sinin doğru yanıtladığı tespit edilmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin ise %19.70'inin soruyu boş bıraktığı, %31.82'sinin yanlış cevap verdiği ve %48.48'inin doğru cevap verdiği görülmüştür. En az doğru cevap sayısı 6. sınıflarda, en fazla doğru cevap oranı ise 8. sınıflarda bulunmakta olup sınıf düzeyi arttıkça doğru cevap oranı da artmıştır.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine yönelik 2. soru B şıkkı için vermiş oldukları örnek yanlış cevaplar Tablo 10' da verilmiştir.

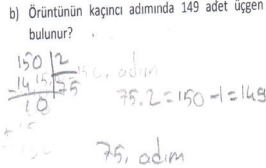
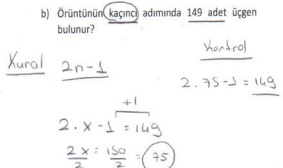
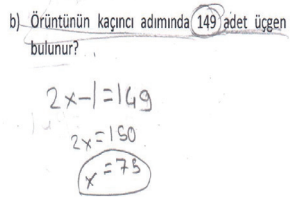
Tablo 10. 2. Soru B Şıkkı İçin Yanlış Öğrenci Cevapları

6. sınıf	7. Sınıf	8. sınıf
<p>b) Örüntünün kaçınıcı adımında 149 adet üğgen bulunur?</p> <p>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45</p> <p>$\frac{149}{2} = 74 \frac{1}{2}$</p>	<p>b) Örüntünün kaçınıcı adımında 149 adet üğgen bulunur?</p> <p>$\frac{149}{2} = 74 \frac{1}{2}$</p>	<p>b) Örüntünün kaçınıcı adımında 149 adet üğgen bulunur?</p> <p>74</p> <p>$\frac{149}{2} = 74 \frac{1}{2}$</p>
<p>M- "b" şıkkını nasıl çözdün? Ö6A-149 ile 2'yi böldüm. M-Neden? Ö6A-Herbirinde iki tane varmış. Yani her seferinde 2 fazla oluyor. Bende 149'u 2'ye böldüm 74 oldu. 1 tanede ekledim. M-Neden 1 ekledin? Ö6A-Kalan 1'i 74'e ekledim ve 75 sonucunu buldum. Kalanı ekledim.</p>	<p>M-"b" şıkkını nasıl çözdün? Ö7A-Bu sefer de böldüm hocam. M-Nasıl yani? Ö7A-149'u 2'ye böldüm. M-Neden? Ö7A- 2'şer 2'şer artmış bu seferde 2'ye böldüm. M-Peki 149'u 2'ye bölmüşsün, sonucu 74 bulmuşsun, kalanı da 1. Burada kalan 1 sayısının önemi yok mu? Ö7A-Bence yok.</p>	<p>M-"b" şıkkına ait sonucu nasıl buldun? Ö8A-149'u 2'ye böldüm. M-Neden 149'u 2'ye böldün? Ö8A-İkişer ikişer arttığı için ve sonuç olarak 74 buldum.</p>

Tablo 10'da verilen cevaplar incelendiğinde öğrenciler örüntünün 2'şer 2'şer artmasından dolayı 149'u ikiye böldükleri görülmektedir. Ö6A 149'u 2'ye böldüğünde 74 bulmuş ve kalan 1'i 74'ün üzerine eklemiştir. Öğrencinin çözümü incelendiğinde bölme işleminde 74 sayısını 75 yaptığı görülmektedir. Bu şekilde sonucu doğru bulmuş olsa da bu sonucu tesadüfi bulduğu açıkça görülmektedir. Yukarıdaki öğrencilerin üçünün de örüntü problemlerini işlemsel düşünme ağırlıklı ele aldıkları ve örüntünün cebirsel yapısını yeterince kavrayamadıkları görülmektedir. Her üç öğrencinin de çözümlerinde gelişigüzel aritmetik işlemler kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmektedir.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine yönelik 2. soru B şıkkı için vermiş oldukları örnek doğru cevaplar Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. 2. Soru B Şıkkı İçin Doğru Öğrenci Cevapları

6. sınıf	7. Sınıf	8. sınıf
<p>b) Örüntünün kaçınıcı adımında 149 adet üçgen bulunur?</p>  <p><i>M-“b” şıkkını nasıl çözdün?</i> <i>Ö6B-İki ile çarptığımız zaman, 1 eksilttiğimiz zaman şey 149 bulunuyor. Bu yüzden 150’yi ikiye böldüm 75 çıktı.</i> <i>M-Peki neden 75’i 2 ile çarpıp 1 eksilttiğimizde 149 oluyor? Yani neden 2 katının 1 eksiği olarak düşündün?</i> <i>Ö6B-Örüntü kuralını öyle hesapladım. Yani 2’şer 2’şer artmış ya 2 ile çarpmalıyız. Mesela 3. Adımda 5 üçgen var 2 ile 3’ü çarparsak 6 eder, 5 olması için 1 eksiltiriz.</i></p>	<p>b) Örüntünün (kaçınıcı) adımında 149 adet üçgen bulunur?</p>  <p><i>M-İkinci sorunun b şıkkının çözümünde neler yaptın?</i> <i>Detaylı bir şekilde anlatır mısın?</i> <i>Ö7B-Öncelikle örüntünün kuralını buldum.</i> <i>M-Nasıl buldun örüntünün kuralını?</i> <i>Ö7B-Kuralı, ne kadar arttığı “n”nin katsayısını verir. 2’şer 2’şer arttığı için buradaki “n”nin katsayısı 2 olacak. Sonra burada 1. Adımdaki üçgen sayısı 1’miş. 2 ile 1’i çarptım 2, bir olabilmesi için 2’den 1 çıkardım. Genel terimi 2n-1 buldum.</i> <i>M-Burada “n” neyi temsil ediyor?</i> <i>Ö7B-“n” Örüntünün adım sayısı, yani kaçınıcı adım olduğunu.</i> <i>M-Tamam devam edelim.</i> <i>Ö7B-Sonra kuralı buldum, “n” yerine 17 koydum. 2 çarpı 17, 34 ediyor, 1 çıkardım 33 ediyor.</i> <i>M-Peki başka bir yolla çözüm yapabilir miydin?</i> <i>Ö7B-Örüntüyü devam ettirirdim ama uzun sürerdi.</i></p>	<p>b) Örüntünün kaçınıcı adımında 149 adet üçgen bulunur?</p>  <p><i>M-“b” şıkkını nasıl çözdün?</i> <i>Ö8B-“b” Şıkkını ben denklem ile çözdüm. Zaten genel kuralı bulmuştum. 2x-1 ‘i 149’a eşitledim.</i> <i>M-Neden?</i> <i>Ö8B-Çünkü genel terimde x adım sayısı, onun yerine bir sayı yazdığımızda sonuç 149 olacak buda denklem oluşturur. Bende bu denklemi çözdüm ve sonuç “75” çıktı.</i></p>

Tablo 11’de Ö6B’in çözümü incelendiğinde öğrencinin örüntünün kuralını cebirsel olarak ifade etmese de sözel olarak doğru bir ifade kullandığı anlaşılmaktadır. Öğrenci örüntüdeki üçgen sayısını bulmak için adım sayısını 2 ile çarpılıp çıkan sonuçtan 1 çıkarılması gerektiğinin farkına varmıştır. Öğrenci daha sonra ters işlem mantığıyla 149’a 1 eklemiş ve çıkan sonucu 2’ye bölerek sonucu 75 bulmuştur.

Ö7B ve Ö8B’nin cevapları incelendiğinde her iki öğrencinin de örüntünün genel terimi ile işlem yaptığı görülmektedir. Öğrenciler örüntünün genel terimini bulup 149’a eşitleyerek denklem oluşturmuş ve oluşturdukları denklemi çözerek doğru sonuca ulaşmışlardır.

Öğrenciler bulmuş oldukları genel terimde “n” ifadesinin örüntünün adım sayısını belirttiğinin farkındadırlar. Altıncı sınıf düzeyinde doğru sonuca ulaşma ön plandayken, 7. ve 8. sınıf düzeylerinde örüntünün matematiksel yapısının fark edilmesi, değişken kullanımı ve genel terim oluşturma becerilerinin belirgin biçimde geliştiği söylenebilir.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine ilişkin 2. soru C şıkına yönelik analiz sonuçları Tablo 12’ de verilmiştir.

Tablo 12. Öğrencilerin Başarı Testindeki 2. Soru C Şıkkı İçin Verdikleri Cevapların Dağılımları

Sınıf	Boş		Y		D		Toplam
	N	%	N	%	N	%	
6.Sınıf	27	42.19	35	54.69	2	3.12	64
7.Sınıf	12	19.35	30	48.39	20	32.26	62
8.Sınıf	5	7.58	38	57.58	23	34.85	66

Tablo 12 incelendiğinde, 6. sınıf öğrencilerinin başarı testinin 2. sorusunun (c) şıkına verdikleri cevapların %42.19’unun boş bırakıldığı, %54.69’unun yanlış olduğu ve %3.12’sinin doğru cevaplardan oluştuğu görülmektedir. Soruyu 7. sınıf öğrencilerinin, %19.35’i boş bırakmış, %48.39’u yanlış cevaplar vermiş ve % 32.26’sı doğru cevaplar vermiştir. Soruyu 8. sınıf öğrencilerinden, %7.58’i boş bırakmış, %57.58’i yanlış cevaplar vermiş ve % 34.85’i doğru cevaplar vermiştir.


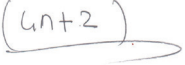

Altıncı sınıf seviyesinde soruyu sadece 2 öğrenci doğru cevaplayabilmiştir. Öğrenciler kuralı nasıl bulduğunu doğru bir şekilde açıklamışlardır. Öğrenciler kuralı önce sözel olarak ifade etmişler daha sonra kat ifadesi yerine “n” terimi kullanmışlardır.

7. sınıf öğrencilerinin cevapları incelendiğinde yanlış cevaplarda bir öğrencinin cevabı dikkat çekmektedir. Öğrenci verilmiş olan adım sayısı (4 adım verildi yani $4n$ ilk terim 2 olduğu için $4n+2$) ile “n” terimini ilişkilendirmeye çalışmıştır

8. sınıf seviyesinde genel terimi doğru olarak ifade eden öğrenci cevapları oldukça fazladır. Öğrenciler kuralı nasıl bulduğunu doğru bir şekilde açıklamışlardır. Öğrenciler kuralı önce sözel olarak ifade etmişler daha sonra kat ifadesi yerine “n” terimi kullanmışlardır.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine yönelik 2. Soru C şıkkı için vermiş oldukları örnek yanlış cevaplar Tablo 13’ de verilmiştir.

Tablo 13. 2. Soru C Şıkkı İçin Yanlış Öğrenci Cevapları

6. sınıf	7. Sınıf	8. sınıf
<p>c) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.</p>  <p>M- "c" şıkkını nasıl çözdün? Ö6A-Bir tane "N" yazdım, 3 tane "N" yazdım. Yani üçgen yerine "N" yazdım. M-Neden üçgen yerine "N" yazdın? Ö6A-Kuralı bulabilmek için.</p>	<p>c) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.</p>  <p>M-"c" şıkkında örüntünün genel teriminin $4n+2$ bulmuşsun. Nasıl buldun $4n+2$'yi? Ö7A-Ben burada 4 ile çarpılır 2'şer 2'şer artıyor 2 eklenir. M-Neden 4 ile çarpılır? Ö7A-4 Sıra var hocam onun için. M-4 Sıra derken ne kastediyorsun? Ö7A- Hocam yukarıdan aşağıya(Örüntüyü göstererek) 4 sıra var. M-Anladım.</p>	<p>c) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.</p>  <p>M-İkinci sorunun "c" şıkkına baktığımda +2 yazdığımı gördüm. Neden +2 cevabını verdin? Ö8A-İkişer ikişer arttığı için genel kural +2' dir.</p>

Tablo 13' de Ö6A'nin verdiği cevap incelendiğinde öğrenci tarafından örüntünün genel teriminin yanlış anlaşıldığı görülmektedir. Öğrenci üçgen şekli yerine "N" harfleri yazarak genel terimi oluşturduğunu düşünmektedir. Öğrenciye göre örüntünün genel terimi için üçgen yerine "N" harfi kullanılmasıdır.

Ö7A örüntünün satır sayısı ile "n" ifadesini çarpmayı tercih etmiş ve bulduğu sonuca 2 eklemiştir. 4 ile çarpmasının nedeni örüntünün ilk dört adımının verilmiş olduğunu söylemiş ve 2'şer 2'şer arttığı için 2 ile toplamıştır. Öğrencinin "4 sıra var" açıklaması, n değişkenini adım sayısı yerine şeklin görsel özelliğiyle ilişkilendirdiğini ortaya koymaktadır. Ö8A ise genel terimi 2 olarak ifade etmiş bunun sebebini de örüntünün 2'şer 2'şer artmasından dolayı olduğunu belirtmiştir.

Ortaokul öğrencilerinin genelleme yapma süreçlerine yönelik 2. soru C şıkkı için vermiş oldukları örnek doğru cevaplar Tablo 14' de verilmiştir.

Tablo 14. 2. Soru C Şıkkı İçin Doğru Öğrenci Cevapları

6. sınıf	7. Sınıf	8. sınıf
<p>c) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.</p> <p>$n \cdot 2 - 1$</p> <p>M- "c" şıkkını nasıl çözdün? Ö6B-Sayıyı iki ile çarptığımızda bir sayı buluyoruz ve o sayıyı 1 eksiltiyoruz. Sayı bilmediğimiz için "n" dedim ben. Örüntü sorularında da "n" oluyor galiba</p>	<p>d) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.</p> <p>Kural $2n-1$</p> <p>Örüntünün n. kaber artışı "n" harfinin değerini verir.</p> <p>M-Nasıl buldun örüntünün kuralını? Ö7B-Kuralı, ne kadar arttığı "n"nin katsayısını verir. 2'şer 2'şer arttığı için buradaki "n"nin katsayısı 2 olacak. Sonra burada 1. Adımdaki üçgen sayısı 1'miş. 2 ile 1'i çarptım 2, bir olabilmesi için 2'den 1 çıkardım. Genel terimi $2n-1$ buldum. M-Burada "n" neyi temsil ediyor? Ö7B-"n" Örüntünün adım sayısı, yani kaçınıcı adım olduğunu.</p>	<p>c) Bu örüntüye ait üçgen sayısını veren kuralı yazılı olarak ifade ediniz ve örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazarak açıklayınız.</p> <p>$(2n-1)$ Adım sayısıyla kaçartane arttığını ifade 1 çıkarırız</p> <p>M- Başarı testindeki ikinci sorunun "c" şıkkını nasıl çözdün? Ö8B-Önce üçgenlerin ne kadar arttığına baktım. 2'şer 2'şer artmış. Sonra 2. Adımda 3 tane üçgen var. 2 ile 2'yi çarptım 4, 3 olabilmesi için 1 çıkarttım. M-Neden 2 ile 2'yi çarptım? Ö8B-Hocam 2'şer 2'şer arttığı için örüntü 2 çarpı adım sayısı olur. Onun için 2 ile 2'yi çarptım sonra 3 olması için bir çıkarttım. M-Tamam devam et lütfen. Ö8B- Genel kuralı $2x-1$ buldum. M-Buradaki "x"ne? Ö8B-Adım sayısı</p>

Tablo 14 incelendiğinde, Ö6B kodlu öğrencinin ifadeleri değerlendirildiğinde, öğrencinin örüntüdeki sayısal ilişkiyi fark ettiği ve bu ilişkiyi sözel olarak doğru biçimde ifade edebildiği görülmektedir. Ö6B kodlu öğrenci, "sayıyı iki ile çarptığımızda bir sayı buluyoruz ve o sayıyı 1 eksiltiyoruz" şeklindeki açıklamasıyla işlemsel süreci net bir şekilde ortaya koymuştur.

Ö7B ve Ö8B kodlu öğrencinin açıklamaları ise daha sistematik ve yapılandırılmış bir düşünme sürecini yansıtmaktadır. Ö7B, örüntünün artış miktarının "n"nin katsayısını belirlediğini kavramış ve bu bilgiyi doğru biçimde uygulamıştır. "2'şer 2'şer arttığı için buradaki 'n'nin katsayısı 2 olacak" ifadesi, öğrencinin örüntüdeki değişim oranı ile cebirsel ifade arasında doğrudan bir ilişki kurabildiğini göstermektedir. Ö8B kodlu öğrencinin ifadeleri de benzer şekilde, örüntüdeki artış miktarını tespit etme ve bu bilgiyi genel terim oluşturma sürecinde kullanma becerisini yansıtmaktadır. Öğrenci, "2'şer 2'şer artmış" gözleminden hareketle, "örüntü 2 çarpı adım sayısı olur" şeklinde bir genelleme yapmıştır. Bu ifade, öğrencinin örüntüdeki yapısal ilişkiyi soyutlayabildiğini ve cebirsel bir kurala dönüştürebildiğini göstermektedir. Öğrenci, 2. adımı kontrol ederek sabit terimi belirlemiş ve genel kuralı $2x-1$ olarak ifade etmiştir. "x"nin adım sayısını temsil ettiğini belirtmesi, değişken kavramını doğru biçimde anladığını ortaya koymaktadır.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri; harf algıları ve genelleme yapma becerileri bağlamında incelenmiştir. Bu bölümde elde edilen bulgular, araştırmanın iki sorusu doğrultusunda sırasıyla tartışılmıştır. Son olarak elde edilen veriler ışığında harf algısı ile genelleme süreci arasındaki ilişki bütüncül bir şekilde ele alınmıştır.

Araştırmanın birinci sorusu *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde harf algıları nasıldır?* Araştırmada ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde harf algıları incelendiğinde, öğrencilerin harf sembolüne yükledikleri anlamların sınıf düzeyine göre farklılaştığı, ancak tüm sınıf seviyelerinde boş ve diğer cevaplarının çokluğu öğrencilerin harfleri algılamada güçlükler yaşadığını göstermektedir. Girit ve Akyüz (2016) ortaokul öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada; öğrencilerin değişken kavramına yönelik çeşitli güçlükler yaşadığı sonucuna ulaşmışlardır. Bulgular, öğrencilerin önemli bir bölümünün harfleri çoklu değer olarak gördüğünü ortaya koymuştur. Bununla birlikte harfleri “*belirli bir sayı*” olarak algılayan öğrencilerinde olduğu görülmüştür.

Araştırmanın birinci sorusu kapsamında 6. sınıf öğrencilerinde diğer sınıflara göre harfi belirli bir sayıya indirgeme eğiliminin daha belirgin olduğu, sınıf düzeyi arttıkça “*çoklu değer atama*” oranının yükseldiği ancak bu artışın doğrusal olmadığı belirlenmiştir. Altıncı sınıf öğrencilerinin harfli ifadeyi belli bir değere indirmeleri erken sınıf döneminde öğrencilerin değişkeni anlamakta zorlanmaları ile açıklanabilir (Asquith, vd., 2007). Akkan ve Baki (2016b) sınıf seviyesi arttıkça harflerin anlamına “*çoklu değer atama oranının*” arttığı sonucuna ulaşmıştır. Yedinci sınıf öğrencilerinde çoklu değer kategorisinin en yüksek orana ulaşması, bu sınıf düzeyinin aritmetikten cebire geçişte kritik bir eşik olduğunu göstermektedir. Buna karşılık sekizinci sınıf öğrencilerinde halen “*belirli sayı atama*” ve bağlam dışı yorumların görülmesi, değişken kavramının öğrencilerde yeterince oluşmadığını göstermektedir. Knuth vd. (2005) ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmalarında 7. sınıftan sonra cebirsel gösterimde hataların olabildiğini ve bunun sebebinin ise yeni öğrenmelerden kaynaklanan etkileşimlerden meydana geldiğini belirtmişlerdir. Bu durum ise öğrencilerin cebire geçiş aşamasında aritmetik düşünce ile cebirsel düşünce arasında kavramsal bir kopukluk yaşamasına neden olmaktadır (Yıldız vd., 2015). Çünkü öğrenciler, sembollerini sabit değer olarak algılamakta ve harflerin sembolik olarak farklı matematiksel anlamlar taşıdığını tam olarak kavrayamamaktadırlar (Yıldız vd., 2015). Uluslararası çalışmalar da öğrencilerin değişken kavramını daha geniş bir bağlamda anlamlandırmakta zorlandığını göstermektedir (Ketema, 2021). Bu bağlamda, harflerin sadece bilinmeyen ya da sabit bir sayıyı temsil ettiği algısından çıkarak, değişken bir yapısına yönelik rolüne vurgu yapan öğretim stratejileri geliştirilmesi önemlidir.

Araştırmanın ikinci sorusu *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerde genelleme yapma düzeyleri nasıldır?* şeklindedir. Araştırmanın ikinci sorusu kapsamında başarı testindeki üç maddelik ikinci soru sorulmuştur.

Başarı testindeki ikinci sorunun “a” şıkkı ortaokul öğrencilerinin verilen bir örüntünün istenen adımına karşılık gelen değeri bulma şeklindedir. Bu bağlamda elde edilen verilerin analizi incelendiğinde sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin başarı oranının da arttığı görülmektedir. Akkan (2013) tarafından yapılan çalışma, sınıf düzeyi yükseldikçe öğrencilerin örüntü genelleme becerilerinin tüm kademelerde olumlu bir yönde artış gösterdiğini ortaya koymuştur. Altıncı sınıf öğrencilerine ait çözümler ve klinik görüşmeler incelendiğinde genel anlamda örüntüyü aritmetik olarak devam ettirme eğiliminde oldukları görülmektedir. Diğer sınıf düzeyindeki öğrenci cevaplarında da aritmetik olarak örüntüyü devam ettirerek istenen adımı bulma eğiliminde olan öğrenci cevapları bulunmakta olup 6. sınıf düzeyindeki öğrencilere göre daha azdır. Özdemir vd. (2015) yılında yapmış oldukları çalışmada, öğrencilerin örüntünün yakın ve uzak terimlerini bulurken genellikle terimler arasındaki farkı kullanarak örüntüyü adım adım sayısal olarak devam ettirdikleri ve bu yolla istenen terime ulaşma eğiliminde oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Yeşildere-İmre vd. (2017) ortaokul öğrencileri ile yapmış oldukları bir başka çalışmada öğrencilerin cebirsel genelleme yerine aritmetik genelleme eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir. Öğrenciler genelleme yaparken soyutlamalar üretmek yerine örüntüyü sayısal olarak devam ettirmek gibi daha basit düzeydeki çözüm yollarına yönelmektedirler (Nathan ve Kim, 2007). Başarı testine verilen cevaplar ve klinik görüşmeler ışığında sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin örüntünün istenen adımına karşılık gelen terimi bulmak için örüntüye ait genel terimden faydalandıkları görülmektedir. Akkan ve Çakıroğlu (2012) ortaokul öğrencilerinin genelleme stratejilerini inceledikleri çalışmada sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejilerinde ki çeşitliliğin arttığını görmüşlerdir. Benzer sonuca Jurdak ve El Mouhayar (2014) 4. Sınıftan 11. sınıfa kadar 1232 öğrenci ile yapmış oldukları çalışmalarında sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin örüntü problemine ait çözümlerde daha karmaşık stratejiler kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır.

İkinci sorunun “b” şıkkında öğrencilerden örüntüye ait verilen bir değer hangi adıma ait olduğunu bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde sınıf düzeyi arttıkça doğru cevap oranı da artmaktadır. Cevaplar incelendiğinde öğrencilerin bir kısmının sadece tek tek terimleri belirleyebildiğini, bir kısmının ise genel ilişkiyi kurarak sembolik genellemelere gittiğini göstermektedir. Firdaus vd. (2019) yapmış olduğu çalışmada benzer bir sonuca ulaşmıştır. Sınıf seviyesi arttıkça doğru sonuca ulaşma oranının artma sebebi olarak; öğrenciler her ne kadar değişken kavramı ile 6. sınıfta da karşılaşılıyor olsa da cebirsel işlemler ve denklem çözme gibi kazanımlar 7. sınıfta başlıyor olup diğer üst sınıf düzeylerinde de devam etmesi söylenebilir. Akkan ve Baki (2016a) yapmış oldukları çalışmada ortaokul öğrencilerinde sınıf düzeyi arttıkça genelleme yapma süreçlerinin aritmetikten cebire geçiş bağlamında olumlu bir yönde değiştiği sonucuna ulaşmışlardır. Özellikle 8. sınıf seviyesindeki öğrencilerin vermiş olduğu doğru cevapların oranı diğer sınıflara göre oldukça yüksektir. Altıncı sınıf öğrencilerinin başarı oranı ise oldukça düşüktür. Bu durum öğrencilerin yakın terimi bulmada uzak terimi bulmaya göre daha başarılı oldukları sonucu ile açıklanabilir (Jurdak & El Mouhayar 2014; Yakut-Çayır ve Akyüz, 2015).

İkinci sorunun “c” şıkında öğrencilerden verilen bir örüntüye ait genel terimi bulmaları istenmiştir. Bu kapsamda 6. sınıf seviyesindeki öğrencilerin doğru cevap oranlarının çok az olduğu görülmüştür. Sınıf seviyesi itibari ile cebirsel ifadeler kavramına ilişkin öğrenme çıktılarının ve içeriğin sınırlı olması bu durumu açıklamaktadır (MEB, 2024). Öğrenciler bu seviyede daha çok aritmetik genellemeyi kolay olduğu için kullanma eğilimindedir (Kama vd., 2023). Sınıf seviyesi arttıkça genelleme becerilerinde doğru cevap oranının arttığı görülmüştür. Bu durum sınıf seviyesi arttıkça cebirsel ifade kullanım eğiliminin artmasıyla açıklanabilir (Girit ve Akyüz, 2016; Walkowiak, 2014). Sınıf seviyesi arttıkça doğru cevap sayısında da bir artış söz konusu olmasına rağmen 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencilerinin doğru cevap oranlarının yakınlığı oldukça dikkat çekicidir. Bu sonuç, Radford’un (2017) kuramsal çerçevesinde ifade edilen ‘sembolik genelleme’ durumuna erişimin bu iki sınıf düzeyinde benzer bir gelişimsel olgunluğa ulaştığı şeklinde yorumlanabilir. Literatürde de belirtildiği üzere (Jurdak ve El Mouhayar, 2014), ortaokulun son iki yılında öğrenciler benzer cebirsel stratejileri benimsemekte olup 7. ve 8. sınıflar arasındaki bu küçük farkın sebebini açıklamaktadır.

Çalışmanın iki sorusuna ait bulgular, birleştirildiğinde ortaokul öğrencilerinin harf algı düzeyleri arttıkça verilen bir örüntüye ait genel terimi cebirsel olarak oluşturma düzeylerinin yani genelleme becerilerinin de arttığı söylenebilir. Küchemann (1978) öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça harfleri değişken olarak anlamlı bir şekilde kullandıklarını ve buna bağlı olarak cebirsel ifade kurma becerilerinin de arttığını belirtmiştir. MacGregor ve Stacey’nin (1997) çalışmalarında da harfleri yalnızca bir “etiket” olarak algılayan öğrencilerin örüntülere ilişkin genel kuralı cebirsel biçimde ifade etmekte zorlandıkları, harfi “değişken” olarak algılayan öğrencilerin ise genel terimi harfle yazmada daha başarılı oldukları vurgulanmaktadır. Arcavi’nin (1994) ortaya koyduğu “sembol anlamı” kavramı da, öğrencilerin cebirsel sembollerin anlamını esnek ve anlamlı biçimde kullanabildikçe cebirsel düşünme ve genelleme düzeylerinin yükseldiğini vurgulamaktadır. Literatürdeki bu sonuçlar bu çalışmada gözlenen “harf algı düzeyi arttıkça genel terimi cebirsel olarak yazma düzeyinin artması” sonucuyla örtüşmektedir. Bu bağlamda çalışmada ele alınan cebirsel ifadelerin iki önemli bileşeni olan harf ve genelleme kavramlarının öğrenciler tarafından anlamlandırılma düzeylerinin geliştirilmesi ve güçlendirilmesi oldukça önemlidir. Bunun için matematik program içeriğini ve ders kitaplarını hazırlayanlara ayrıca öğretmenlere yönelik bazı öneriler sunulmuştur:

- Harflerin yalnızca “*bilinmeyen*” değil, *çoklu değer ve genelleme* aracı olarak kullanımını destekleyen öğrenme uygulamalarına ağırlık verilmelidir.
- Öğretmenler, genelleme yapma sürecinde sınıfta “*Neden böyle düşündün?*”, “*Bu kural her adım için geçerli mi?*”, “*Bu harf neyi temsil ediyor?*” gibi sorgulayıcı sorularla öğrencinin harf ve örüntü algısını görünür kılmalıdır.

- Kitaplarda harf, sadece “bilinmeyen sayı” rolünde değil; “değişken”, “parametre”, “genel kuralı ifade eden sembol” gibi farklı anlamlarda, sade ve günlük hayatla ilişkilendirilmiş örnekler üzerinden sunulmalıdır.
- Harf algısı ile genelleme yapabilme becerisi arasındaki bağı güçlendirecek etkinlikler ders kitaplarında yer almalıdır.
- Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM) kapsamında erken yaşlardan itibaren yapılandırılan cebir öğretiminin ortaokul düzeyindeki yansımaları izlenmeli ve öğrencilerin cebirsel düşünmedeki zayıf-eksik yönlerine müdahale edilmelidir.

Etik Onay: Bu araştırma için Fırat Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu’ndan 2025/25 sayılı oturum ve 41278 numaralı karar ile etik izin alınmıştır.

Kaynakça

- Akkan, Y. (2013). Comparison of 6th-8th graders' efficiencies, strategies and representations regarding generalization patterns. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27, 703-732.
- Akkan, Y. ve Baki, A. (2016a). Doğal sayı sistemindeki özellikleri genelleme yoluyla görünür kılma bağlamında ortaokul öğrencilerinin cebire geçişlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6 (2). 198-230
- Akkan, Y. ve Baki, A. (2016b). Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi: sembollerin kullanımı ve harflerin anlamı. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2). 270-305.
- Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Education and Science*, 37 (165). 104-120
- Amaç, R. ve Didiş Kabar, M. G. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemler ile ilgili öğrenci hatalarına yönelik farkındalıkları. *Journal of Qualitative Research in Education*, 7(4), 1525-1552. doi: 10.14689/issn.2148-2624.1.7c.4s.10m
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24-35.
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J. ve Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249-272.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi Yayınları.
- Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri* (Çev: M. Bütün ve S. B. Demir). Siyasal Kitapevi.
- Firdaus, A. M., Juniati, D. ve Pradnyo, P. (2019, February). The characteristics of junior high school students in pattern generalization. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 4, p. 042080). IOP Publishing.
- Girit, D. ve Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 10(1), 243-272.
- Jurdak, M. E. ve El Mouhayar, R. R. (2014). Trends in the development of student level of reasoning in pattern generalization tasks across grade level. *Educational Studies in Mathematics*, 85(1), 75-92.
- Kama, Z., Bostan, M. I., ve Pekkan, Z. T. (2023). Sixth-grade students' pattern generalization approaches. *Journal of Pedagogical Research*, 7(5), 136-155.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. E. Fennema ve T. A. Romberg (Ed.) *Mathematics classrooms that promote understanding* içinde (pp. 133-155). Lawrence Erlbaum Associates.
- Ketema, S. (2021). Examining learners' understandings of algebraic variables: evidence from modelling in the classroom. *International Journal of Educational Development in Africa*, 6(1), 1-17
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester Jr. (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (pp. 707-762). Information Age Publishing.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. ve Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., ve Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & Variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 68-76.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.

- Levin, M., ve Walkoe, J. (2022). Seeds of algebraic thinking: a knowledge in pieces perspective on the development of algebraic thinking. *ZDM – Mathematics Education*, 54(6), 1303–1314. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01374-2>
- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19
- Matthews, P. G. ve Fuchs, L. S. (2020). Keys to the gate? equal sign knowledge at second grade predicts fourth-grade algebra competence. *Child Development*, 91(1), e14–e28. <https://doi.org/10.1111/cdev.13144>
- Merriam, S.B. (2015). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber*. (Çev: S. Turan). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Merriam, S. B. ve Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and Implementation*. Jossey-Bass
- Miles, M. B., ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded Sourcebook*. SAGE Publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1–8. sınıflar)*. <https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445->
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5-8. sınıflar)*. <https://tymm.meb.gov.tr/upload/program/2024programmat56780nayli.pdf>
- Nathan, M. J. ve Kim, S. (2007). Pattern generalization with graphs and words: A cross-sectional and longitudinal analysis of middle school students' representational fluency. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 193-219.
- Özdemir, E., Dikici, R., ve Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sınıf örneği. *Kastamonu Education Journal*, 23(2), 523-548.
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (Çev: M. Büttün ve S.B. Demir). Pegem Akademi.
- Radford, L. (2017). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school C. Kieran (Ed.) *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds the global evolution of an emerging field of research and practice* içinde (pp. 3-25). Springer International Publishing.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. *The Ideas of Algebra, K-12*, 8(1). 7-13
- Walkowiak, T. A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns, *Journal of Mathematical Behavior*, 33. 56-71.
- Van Amerom, B., A. (2002). *Reinvention of early algebra: developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. [Unpublished doctoral dissertation]. University of Utrecht.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve ortaokulmatematigi: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çev: S. Durmuş). Nobel Yayıncılık.
- Yakut Çayır, M. ve Akyüz, G. (2015). 9. Sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 9(2). 205-229
- Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., ve Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 103-129.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınevi.
- Yıldız, P., Çiftçi, Ş. K., Şengil-Akar, Ş. ve Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Hacettepe Journal of Educational Research*, 1(1), 18-31
- Yin, R. K. (2009). How to do better case studies. L.Bickman ve D.J.Rog (Ed.) *The SAGE handbook of applied social research methods* içinde (pp.254-282). SAGE Publication.

An Investigation of Secondary School Students' Levels of Generalisation and Variable Perceptions

Extended Abstract

Introduction

Algebraic thinking encompasses students' abilities to generalise mathematical relationships, interpret symbolic expressions, and use the concept of variables functionally. During the transition from arithmetic to algebra, how students perceive letter symbols and their level of generalisation through patterns play a critical role. The literature indicates that students often perceive letters merely as 'a specific number' or 'a space-filling symbol' and struggle to grasp the multi-valued structure of variables. This situation directly affects the generalisation process. The aim of this study is to examine secondary school students' perceptions of letters in algebraic expressions and their generalisation skills according to class level and to reveal developmental differences.

Method

The research was conducted using the case study design, one of the qualitative research approaches. The study group consisted of a total of 192 students, including 64 sixth-grade, 62 seventh-grade, and 66 eighth-grade students enrolled in the 2022–2023 academic year. A success test consisting of four open-ended questions and clinical interviews conducted with six students from each grade level were used as data collection tools. The data were analysed using descriptive analysis methods, and inter-coder reliability was calculated as 89%. Letter perceptions were examined under the categories of 'blank', 'a specific number', 'multiple values' and 'other'; generalisation skills were examined in terms of correct, incorrect and blank answers

Findings

The findings show that a significant proportion of pupils perceive letters as 'unknown but specific numbers'. Although the proportion of pupils perceiving letters as having multiple values increases as the class level rises, misconceptions persist even at the eighth-grade level. In generalisation questions, it was determined that sixth-grade students mostly used the pattern continuation strategy, while seventh- and eighth-grade students were more

successful in forming general terms and using variables. However, it was found that even in upper grades, some students produced solutions based on operational thinking without understanding the structure of the rule. In particular, erroneous strategies that directly relate the increase in the pattern to multiplication or division operations were noteworthy.

Results

The study revealed significant deficiencies in secondary school pupils' ability to interpret letters in algebraic expressions and to generalise. Furthermore, the results indicate a meaningful relationship between secondary school pupils' perception of letters and their ability to generalise. Although the rates of perceiving letters as multiple values and forming general terms increased as the grade level increased, it was determined that this development was not linear or complete. In particular, sixth-grade students tended towards arithmetic generalisation, while symbolic generalisation became more pronounced in higher grade levels. However, it was found that even in the seventh and eighth grades, solution strategies based on reducing the variable to a specific number and operational thinking persisted. This situation reveals that conceptual gaps persist in the transition from arithmetic to algebra and that there is a need for teaching practices aimed at deepening the concept of variables.

Conclusion

In teaching algebra, emphasis should be placed on the function of letters not only as unknowns but also as variables and generalising tools. Pattern studies should be linked to symbolic generalisation from early school years onwards. Students should be encouraged to make verbal explanations during the process of forming general terms and supported in going beyond purely operational approaches.