



ATÖLYE TİPİ ÇİZELGELEME PROBLEMİ: MATEMATİKSEL MODEL VE GENETİK ALGORİTMA YAKLAŞIMI

Nurhayat BAHŞI^{1,2*}, Gültekin ÖZDEMİR³

¹ Aksaray Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Aksaray, Türkiye

² Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği ABD, Isparta, Türkiye

³ Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Isparta, Türkiye

Anahtar Kelimeler	Öz
Atölye Tipi Çizelgeleme, Genetik Algoritma, Makine Hazırlık Süresi, Matematiksel Modelleme, Sıra Bağımlı Hazırlık Süresi.	Çalışma, atölye tipi çizelgeleme problemini uygulama odaklı bir bakış açısıyla ele almakta ve literatürde görece sınırlı incelenen sıra-bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alarak gerçekçi üretim kısıtlarını içeren bütünleşik bir çözüm çerçevesi sunmaktadır. Fabrikanın gerçek üretim yapısını yansıtan karma tam sayılı doğrusal programlama (MILP) modelleri geliştirilmiş ve küçük ile orta ölçekli test problemleri bu modeller aracılığıyla çözülmüştür. Büyük ölçekli problemler için ise evrimsel arama yaklaşımına dayalı, permütasyon temelli bir genetik algoritma (GA) uygulanmıştır. Çalışmanın temel amacı, makineler arasındaki işlem değişikliklerinden kaynaklanan hazırlık sürelerinin neden olduğu sipariş gecikmelerini en aza indirmektir. Elde edilen bulgular, MILP modelinin küçük ve orta ölçekli problemlerde tatmin edici ve optimale yakın çözümler sunduğunu; ancak problem boyutu arttıkça çözüm süresinin belirgin biçimde arttığını ve çözüm etkinliğinin azaldığını göstermektedir. Buna karşılık GA, tüm problem boyutlarında uygulanabilir ve kararlı çözümler üretmiş; özellikle büyük ölçekli örneklerde daha üstün performans sergilemiştir. Gelecek çalışmalarda modelin çok amaçlı yapıya dönüştürülmesi ve GA'nın diğer meta sezgisel yöntemlerle hibrit olarak geliştirilmesi önerilmektedir.

JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM: MATHEMATICAL MODEL AND GENETIC ALGORITHM APPROACH

Keywords	Abstract
Job Shop Scheduling, Genetic Algorithm, Mathematical Modeling, Machine Setup Time, Sequence-Dependent Setup Time.	The study addresses the job shop scheduling problem through an application-oriented perspective and proposes an integrated solution framework that incorporates realistic production constraints by considering sequence-dependent setup times, which are relatively limited in the literature. Mixed Integer Linear Programming (MILP) models reflecting the actual production structure of the factory were developed, and small- and medium-sized test problems were solved using these models. For large-scale instances, a permutation-based Genetic Algorithm (GA) supported by evolutionary search was applied. The primary objective is to minimize order delays caused by setup times arising from machine changeovers. The results indicate that the MILP model provides satisfactory and near-optimal solutions for small and medium-sized problems; however, as the problem size increases, computational time rises significantly and solution efficiency decreases. In contrast, the GA generates feasible and stable solutions for all problem sizes and demonstrates superior performance, particularly in large-scale cases. Future studies may extend the model to a multi-objective structure and enhance the GA through hybridization with other metaheuristic approaches.

Alıntı / Cite

Bahşi, N., Özdemir, G., (2026). Atölye Tipi Çizelgeleme Problemi: Matematiksel Model ve Genetik Algoritma Yaklaşımı, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 14(3), 664-681.

Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)	Makale Süreci / Article Process
N. Bahşi, 0009-0009-0572-4562	Başvuru Tarihi / Submission Date
G. Özdemir, 0000-0001-8856-5556	Revizyon Tarihi / Revision Date
	Kabul Tarihi / Accepted Date
	Yayın Tarihi / Published Date

* * İlgili yazar / Corresponding author: bahsinurhayat@gmail.com, +90-534-925-13-52

JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM: MATHEMATICAL MODEL AND GENETIC ALGORITHM APPROACH

Nurhayat BAHŞI^{1,2†}, Gültekin ÖZDEMİR³

¹ Aksaray University, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Aksaray, Türkiye

² Süleyman Demirel University, Graduate School of Natural and Applied Sciences Department of Industrial Engineering, Isparta, Türkiye

³ Süleyman Demirel University, Faculty of Engineering and Natural Sciences, Department of Industrial Engineering, Isparta, Türkiye

Highlights

- Industrial JSSP with sequence-dependent setup times
- MILP solved small and medium instances optimally
- GA provided scalable solutions for large instances
- Setup-aware modeling reduced order tardiness

Purpose and Scope

The purpose of this study is to address the Job Shop Scheduling Problem (JSSP) considering sequence-dependent setup times in a marble production environment. The research aims to minimize order tardiness caused by machine changeovers and to develop an integrated optimization framework applicable to different problem scales.

Design/methodology/approach

A Mixed Integer Linear Programming (MILP) model is developed to represent the real production structure of the factory. The model incorporates sequence-dependent setup times and machine constraints. Small and medium sized problem instances are solved using the exact MILP formulation, while a permutation-based Genetic Algorithm (GA) is designed to handle large scale instances. The GA structure includes tailored encoding and fitness evaluation mechanisms aligned with the mathematical model.

Findings

The results indicate that the MILP model provides optimal and satisfactory solutions for small- and medium-sized instances. However, computational complexity increases significantly as problem size grows. The GA approach produces feasible and competitive solutions for all instance sizes and demonstrates superior scalability in large-scale problems. Incorporating sequence-dependent setup times significantly affects tardiness performance.

Research limitations/implications (if applicable)

The study focuses on a single-objective formulation minimizing total tardiness. Future research may extend the model to multi-objective structures incorporating makespan, machine workload balance, and energy consumption. Additionally, hybrid metaheuristic approaches and advanced parameter tuning techniques may further enhance solution quality.

Practical implications (if applicable)

The proposed approach provides a decision-support framework for production planners in manufacturing environments where setup times are critical. By explicitly modeling sequence-dependent setup times, firms can reduce order delays and improve operational efficiency. The methodology can be adapted to similar industrial scheduling problems.

Social Implications (if applicable)

What Improved production planning contributes to more efficient resource utilization and reduced waste in manufacturing systems. By minimizing delays and optimizing machine usage, the approach supports sustainable production practices and enhances supply chain reliability.

Originality

This study contributes to the literature by integrating a real industrial case of JSSP with sequence-dependent setup times into a unified MILP and GA framework. Unlike many benchmark-based studies, the model reflects actual production constraints, providing both theoretical contribution and practical applicability.

[†] Corresponding author: bahsinurhayat@gmail.com, +90-534-925-13-52

1. Giriş (Introduction)

Çizelgeleme, kaynakların zaman kısıtları altında işlere atanması ve bu işlerin belirli bir sıra dâhilinde makineler üzerinde işlenmesine yönelik bir karar verme problemidir (Pinedo, 2008). Üretim sistemlerinde çizelgeleme kararları; üretim süresi, teslim tarihi performansı ve kaynak kullanım etkinliği gibi temel performans ölçütleri üzerinde doğrudan etkilidir.

Çizelgeleme problemleri, genel olarak n adet işin m adet makine üzerinde işlenmesi gereken bir yapı olarak tanımlanmaktadır (Naderi, 2011). Bu problemler arasında yer alan atölye tipi çizelgeleme problemi, her iş için önceden belirlenmiş işlem sıralarına sahip olması nedeniyle çözümü zor problem sınıflarından biridir ve literatürde NP-zor problem sınıfında yer almaktadır.

Atölye tipi çizelgeleme konusunda literatürde gerçekleştirilmiş birçok çalışma bulunmaktadır. Cheung ve Zhou (2001), esnek atölye tipi çizelgeleme problemine sezgisel yöntemleri kullanan hibrit bir algoritma önermiştir. Naderi vd. (2023), farklı atölye çizelgeleme problemleri için karma tam sayılı programlama yöntemi ile çözümler elde etmişlerdir. Omar vd. (2007), tek makine ve paralel makine üretim tiplerinde makinelerin hazırlık sürelerini azaltmaya yönelik karma tam sayılı programlama modelleri geliştirmiştir. Mousakhani (2013), işlerin toplam gecikmelerini en aza indirmek amacıyla esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için sıra bağımlı karma tam sayılı programlama modeli önermiştir. Halat ve Bashirzadeh (2015), atölye çizelgeleme problemi için hücrel çizelgeleme yapısını da içeren bir genetik algoritma modeli geliştirmiştir. Liu vd. (2021), atölye tipi çizelgeleme probleminde toplam iş gecikmesini en aza indirmek amacıyla tam sayılı doğrusal programlama modeli, dal-sınır algoritması ve cezalandırma fonksiyonlarını birlikte kullanmıştır. Wisittipanich ve Kachitvichyanukul (2011), atölye tipi çizelgeleme problemi için evrimsel algoritmalar ve bunların varyasyonlarını geliştirmiş ve sonuçları parçacık sürü optimizasyonu algoritması ile karşılaştırmıştır. Mousavipour vd. (2019), atölye tipi çizelgeleme problemi için karma tam sayılı programlama modeli ile gri kurt algoritması ve yabani ot optimizasyonu algoritmasını kullanmış ve sonuçları kıyaslamıştır. Gölcük vd. (2014), atölye tipi çizelgeleme problemini kiril sürüsü algoritması ile çözmüştür. Kaya ve Fırlalı (2018), esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için parçacık sürü optimizasyonu ve yerel arama algoritmasını içeren melez çözüm yaklaşımları önermiştir. Kharbeche ve Haouari (2013), iki makineli akış tipi çizelgeleme problemi için üç farklı karma tam sayılı matematiksel model geliştirmiştir. Naderi vd. (2011), açık atölye tipi çizelgeleme problemi için karma tam sayılı matematiksel model, genetik algoritma ve komşuluk arama algoritmasını birlikte kullanmıştır. Momenikorbekandi ve Kalganova (2025), farklı çizelgeleme problemlerinin çözüm zorluklarını incelemiş ve yapay zekâ tabanlı algoritmalar önermiştir. Xu vd. (2025), genetik algoritma ile pekiştirmeli öğrenme yöntemlerini atölye tipi çizelgeleme problemi için karşılaştırmıştır. Türker ve Sel (2011), paralel makine tipi atölye çizelgeleme probleminde farklı problem boyutları için genetik algoritma kullanmıştır. Kramer (2017), genetik algoritmaların çizelgeleme problemlerindeki uygulamalarını incelemiştir. Naderi vd. (2009), sıra bağımlı atölye tipi çizelgeleme problemi için genetik algoritma ve benzetilmiş tavlama algoritmasını içeren hibrit bir yaklaşım önermiştir. Servranckx vd. (2025), üretim ortamında sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alarak genetik algoritma çözümü öneren bir çalışma önermişlerdir. Wang ve Zhu (2021), sıra bağımlı hazırlık süreleri olan esnek atölye tipi çizelgeleme problemi için hibrit bir genetik algoritma modeli önermişlerdir. Mevcut çalışmalar incelendiğinde, çoğu çalışmanın varsayımsal veri setleri üzerinde gerçekleştirildiği ve gerçek üretim ortamlarının tüm kısıtlarını aynı anda dikkate almadığı görülmektedir. Özellikle sıra bağımlı hazırlık süreleri, çok aşamalı üretim yapısı ve teslim tarihi odaklı performans ölçütlerini birlikte ele alan çalışmalar sınırlıdır. Son zamanlarda sıra bağımlı hazırlık sürelerinin üretim üzerindeki etkileri daha fazla çalışmaya başlanmıştır (Ying vd., 2025). Ancak literatürdeki çalışmaların çoğunda standart test problemleri kullanılmış veya esnek atölye tipi çizelgeleme problemleri üzerine odaklanmışlardır. Bu çalışmada ise gerçek bir mermer fabrikasındaki üretim akışı ve üretim verileri ile ilenmiştir.

Çalışmada odaklanılan konu; atölye tipi mermer üretimi yapan bir fabrikada işlerin makinelerdeki işlemlerine göre sıralanması ve tüm işlerin toplam gecikme süresini en aza indirecek şekilde çizelgelenmesidir. Fabrikada müşterilere farklı koleksiyonlarda, farklı boyutlarda ve farklı yüzey özelliklerine sahip mermer ürünler sunulmaktadır. Fabrikanın farklı bölgelerde mermer ham bloklarının elde edildiği madenleri bulunmaktadır. Ham mermer blokları fabrikanın lojistik imkânları ile ana üretim tesisine taşınmaktadır. Üretim süreci ham mermer bloklarının makine 1'de kesilmesiyle başlamaktadır. İkinci adımda plakalar hâline gelen mermerler makine 2 işlemine tabi tutulmaktadır. Üçüncü aşamada siparişe göre mermer plakalarına makine 3 işlemleri uygulanmaktadır. Toplam altı adet makine 3 işlem türü bulunmaktadır ve bu işlemler aynı makinede gerçekleştirilmektedir. Dördüncü adımda mermer plakalarına siparişe bağlı olarak makine 4 işlemleri uygulanmaktadır. Üretimin beşinci ve son adımında ise makine 5 işlemi gerçekleştirilmektedir. Her makinede aynı anda yalnızca bir iş işlenebilmekte ve her makineden yalnızca bir adet bulunmaktadır. İşler, belirli bir işlem sırasını takip ederek üretim hattında ilerlemektedir. Tüm işlemleri tamamlanan işler bitmiş ürün olarak kabul

edilmektedir. Siparişe göre özelleşmiş ürünlerin kalite standartları altında üretilmesi ve termin sürelerini aşmadan müşteriye teslim edilmesi temel önceliktir. Bu nedenle, makinelerde oluşabilecek darboğazların önlenmesi kritik önem taşımaktadır. Ürünlerin makinelerdeki üretim sıralarından kaynaklanan darboğazları ortadan kaldırmak veya en aza indirmek amacıyla bu çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu problem literatürde atölye tipi çizelgeleme problemi olarak adlandırılmaktadır ancak problem diğer literatürdeki çözümlenen problemlere göre sıra bağımlı olması ve her farklı işlemde makinelerin hazırlık süreci geçirmesi yönü ile ayrılmaktadır. Bu çalışmada toplam iki adet problem ele alınmaktadır. Birinci problemde yalnızca makine 3 ve makine 4'te işlem görece işlerin toplam gecikmesi en aza indirilmek amaçlanmaktadır. İkinci problemde ise tüm makineler dikkate alınarak tüm işlerin toplam gecikme süresinin en aza indirilmesi amaçlanmaktadır. Bu ayırım, problem boyutunun çözüm süresi üzerindeki etkisini incelemek ve farklı çözüm yaklaşımlarının performansını değerlendirmek amacıyla yapılmıştır. Çalışma boyunca kullanılan üretim akışı ve özellikleri gerçek fabrika süreçleri dikkate alınarak modellenmiştir.

Bu makalenin geri kalanı şu şekilde organize edilmiştir: sonraki bölümde problem tanımı ve matematiksel modeller sunulmakta, devam eden bölümde kullanılan çözüm yöntemleri ve elde edilen bulgular paylaşılmakta, son bölümde ise sonuçlar ve tartışmalar yer almaktadır.

2. Materyal ve Metot (Material and Method)

Uygulama çalışmasında karma tam sayılı matematiksel modeller ve genetik algoritma yöntemleri kullanılmıştır. Her iki problem için farklı karma tam sayılı matematiksel modeller oluşturulmuştur. Matematiksel modeller, genetik algoritma modelleri yüksek lisans tezinden alınmıştır (Bahşı, 2025).

2.1. Üretim Verileri ve Makine Parametreleri (Production Data and Machine Parameters)

Üretim verileri ve makine parametreleri fabrikanın devam eden operasyon yapısından alınmıştır. Ürünler sipariş özelliklerine göre farklı makinelerde çeşitli işlemler uygulanabilmektedir. Aynı zamanda bazı ürünlerin de bazı makinelerde işlem görmeden üretimleri tamamlanabilmektedir. Üretim hattı toplam beş makineden oluşmaktadır. Makine 3 ve makine 4'te sıra bağımlı hazırlık süreleri kritik rol oynamaktadır. Bunun sebebi makine 3'te toplam altı adet işlemin olması ve her bir ürün için sadece bir tane işlemin uygulanabilmesidir. Benzer şekilde makine 4'te toplam dokuz farklı işlem seçeneği bulunmaktadır. Makine 1, makine 2 ve makine 5'te ise sadece tek bir işlem uygulanmaktadır. Bu yüzden herhangi bir sıra bağımlı makine hazırlık kısıtlaması yaşanmamaktadır. Makine m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 sırasıyla makine 1, makine 2, makine 3, makine 4 ve makine 5 olarak temsil edilmektedir. İşler ise i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 şeklinde işler belirtilmiştir. İşlem ve hazırlık süreleri fabrika kayıtları ve üretim gözlemleri esas alınarak hazırlanmıştır. Tablo 1'de sipariş özelliklerine göre işler ve işlerin işlem görecekları makine sıralamaları verilmiştir. Tablo 2 'de 3. Makinedeki işlemlerin hazırlık süreleri ve işlem süreleri verilmiştir. Tablo 3'te 4. Makinenin işlem ve hazırlık süreleri verilmiştir.

Tablo 1. Sipariş özelliklerine göre işler ve işlem görecekları makine adımları (Jobs and machine processing steps according to order characteristics)

İşler	Sırasıyla işlem görecekları makineler
I_1	$m_1 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5$
I_2	$m_1 - m_2 - m_4 - m_5$
I_3	$m_1 - m_2 - m_3 - m_5$
I_4	$m_1 - m_2 - m_5$
I_5	$m_1 - m_5$

Tablo 2. 3. Makinedeki işlemlerin hazırlık süreleri ve işlem süreleri (dakika) (Preparation and processing times of operations on the machine 3 (minutes))

Makine-3 İşlemleri	Hazırlık Süreleri	İşlem Süreleri
YI-1	40	3,62
YI-2	30	4,31
YI-3	35	4,09
YI-4	20	3,9
YI-5	25	4,78
YI-6	30	4,45

Tablo 3. 4. Makinedeki işlemlerin hazırlık süreleri ve işlem süreleri (dakika) (Preparation and processing times of operations on the machine 4 (minutes))

Makine-4 İşlemleri	Hazırlık Süreleri	İşlem Süreleri
EI-1	60	6,3
EI-2	45	7
EI-3	40	7,5
EI-4	30	6,6
EI-5	55	5,1
EI-6	35	6,4
EI-7	30	8
EI-8	50	6,7
EI-9	55	7,2

Makine 1 için sabit hazırlık süresi 20 dakikadır ve işlem süresi 240 dakikadır. Makine 2 için sabit operasyon süreleri sırasıyla 10 ve 480 dakikadır. Makine 5 için ise sabit hazırlık ve işlem süreleri sırasıyla 2 ve 5 dakikadır.

2.2. Karma tam sayılı matematiksel model 1 (Mixed integer mathematical model 1)

Çalışmada önerilen karma tam sayılı matematiksel model Halat ve Bashirzadeh (2015), önerdiği yapı ve Kharbeche ve Haouari (2013), önerdiği karma matematiksel model yapısı incelenerek oluşturulmuş ve esinlenilmiştir.

Önerilen matematiksel modelde notasyonla, parametreler ve karar değişkenleri tanımlanmıştır. Matematiksel modelde; I toplam iş sayısını, J her bir işin işlem sayısını ve K işlerin sıralarını ifade etmektedir (Bahşı, 2025).

Notasyonlar:

i: işler ; i=1,...,I

j: işlemler ; j=1,...,J

m: makineler ; m=1,...,L

k: sıralar ; k=1,...,K

d_i: Teslim tarihi

M: Çok büyük bir pozitif sayı

Parametreler:

P_{ijm} : i. işin j. işlemin m. makinadaki işlem süresi

C_{ijmk} : i. işin j. işleminin m. makinada k. sırada tamamlanma zamanı

H_{jm} : j. işleminin m. makinadaki hazırlık süresi

W_{ijmk} : i. işin j. işleminin m. makinadaki k. sırada bekleme süresi

S_{ijmk} : i. işin j. işleminin m. makinada k. sırada başlama zamanı

T_i : i. işin toplam gecikme zamanı

Karar Değişkenleri:

X_{ijmk} : i. işin j. işlemin m. makinada k. sırada ise 1; diğer durumlarda 0

X_{ijmk} ∈ {0,1}

Y_{mjj'} : m. makine j. işlemden j'. işleme geçiyor ise 1; diğer durumlarda 0

Y_{mjj'} ∈ {0,1}

Z_{im} : i. iş m. makinada işlem görüyor ise 1; diğer durumlarda 0

Z_{im} ∈ {0,1}

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{En küçük leme } Z = \sum_{i=1}^I T_i \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^K X_{ijmk} = 1 \quad \forall i, j \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K X_{ij1k} \leq 1 \quad \forall i, m \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K X_{ij2k} \leq 1 \quad \forall i, m \quad (4)$$

$$Z_{i1} + Z_{i2} \leq 2 \quad \forall i, m \quad (5)$$

$$Z_{i1} + (1 - Z_{i1}) \geq Z_{i2} \quad \forall i, m \quad (6)$$

$$X_{ijmk} + X_{i'j'mk} - 1 \leq Y_{mjj'} \quad \forall i, j, m, k \quad (7)$$

$$C_{ijmk} = (S_{ijmk} + P_{ijm}) \cdot Z_{im} \quad \forall i, j, m, k \quad (8)$$

$$W_{ijmk} = \sum_{j'=1}^{j \neq j'} H_{jm} \cdot Y_{1mj'j} + C_{i'j'mk} \quad \forall i, m, k \quad (9)$$

$$H_{jm} \cdot Y_{mjj'} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ijmk} \quad \forall i, j, m, k \quad (10)$$

$$S_{ijmk} = W_{ijmk} \quad \forall i, j, m, k \quad (11)$$

$$S_{ij2k} \geq C_{ij1k} \quad \forall i, j, m, k \quad (12)$$

$$C_{i'j'm(k-1)} + H_{jm} \cdot Y_{mjj'} - M \cdot (1 - X_{ijmk}) \leq S_{ijmk} \quad \forall i, j, m, k \quad (13)$$

$$C_{ijmk} - d_i \leq T_i \quad \forall i, j, m, k \quad (14)$$

$$P_{ijm}, C_{ijmk}, H_{jm}, W_{ijmk}, S_{ijmk}, T_i \geq 0 \quad \forall i, j, m, k \quad (15)$$

$$X_{ijmk}, Y_{mjj'}, Z_{im} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, m, k \quad (16)$$

Eşitlik-1'de amaç fonksiyonu verilmiştir. Her işin toplam gecikme süresini en küçükleme amaçtır. Kısıt-2'de tüm işlemlerin sadece bir makinada ve bir sırada işlem görebileceğini açıklayan işlem kısıtı bulunmaktadır. Kısıt-3'te makine 3 için ve kısıt-3'te ise makine 4 için her iş bir makinede sadece bir tane işlem göreceğini sağlayan kısıttır. Kısıt-5'te işler her iki makinede ya da tek bir makinede işlem görebilmektedirler. Kısıt-6'da eğer işler her iki makinede de işlem göreceksa öncelikle makine 1'de işlem görmesi gerektiğini sağlamaktadır. Kısıt-7'de makinelerde işlem türleri arasında değişiklik olduğunda hazırlık süresi gerekmektedir. Kısıt-8'de i. işin j. işleminin m. makinada k. sırada tamamlanma zamanı verilmiştir. Kısıt-9'da i. işin j. işleminin m. makinada k. sırada bekleme zamanı verilmiştir. Kısıt-10'da İşin ondan önceki işlerin tamamlanmasını ve hazırlık işlemi süresini beklemesini sağlamaktadır. Kısıt-11'de bekleme süresinin ve işin başlama zamanlarının eşit olduğu belirtilmiştir. Kısıt-12'de işin önce birinci makinedeki işleminin tamamlanması ve ikinci makinede başlamasını sağlamaktadır. Kısıt-13'te işin başlama zamanı ondan önceki makinedeki işlerin tamamlanması ve işlem değişikliklerinden oluşan hazırlık sürelerine göre belirtilmesini sağlar. Kısıt-14'te işlerin gecikmesi hesaplanmıştır. Kısıt-15'te ve kısıt-16'da pozitif olma zorunluluğu kısıtı ve tam sayı kısıtları verilmiştir (Bahşi, 2025).

İkinci problem çözümünde üretim sistemindeki tüm makineler dahil edildiğinden dolayı model genişletilmiştir. Model 2'de makine geçişleri, zorunlu üretim akışları dikkate alınarak model 1 daha kapsamlı hale getirilmiştir. Modeller arasındaki temel farklılıklar verilmiştir. Tablo 4'te her iki matematiksel modelin özellikleri sıralanmıştır.

Tablo 4. Karma tam sayılı matematiksel model 1 ve model 2 arasındaki temel farklar (Key differences between mixed integer mathematical model 1 and model 2)

Özellikler	Karma tam sayılı matematiksel model 1	Karma tam sayılı matematiksel model 2
Üretim kapsamı	M3 ve M4	M1, M2, M3, M4, M5
Problem yapısı	Kısmi üretim hattı	Tam üretim hattı
Makine geçiş değişkeni ($R_{imm'}$)	Yok	Var
Zorunlu olarak kullanılan makineler	Yok	M1 ve M5
Makine öncelik ilişkileri	Sınırlı	Tüm makineler arasında tanımlı

2.3. Karma tam sayılı matematiksel model 2 (Mixed integer mathematical model 2)

Matematiksel model 1'in yapısı referans alınarak yapılandırılmıştır. 2. Probleme uygun olarak her bir iş ve makine modele dahil edilmiştir. Notasyonla matematiksel model 1'de olduğu gibidir. Karar değişkenleri, parametreler ve kısıtlarda değişiklik yapılmıştır (Bahşi, 2025).

Notasyonlar:

i: işler $i=1, \dots, I$

j: işlemler $j=1, \dots, J$

m: makineler $m=1, \dots, L$

k: sıralar $k=1, \dots, K$

d_i : Teslim tarihi

M: Çok büyük bir pozitif sayı

Parametreler:

P_{ijm} : i.şin j. işlemin m. makinadaki işlem süresi
 C_{ijmk} : i.şin j. işleminin m. makinada k. sırada tamamlanma zamanı
 H_{jm} : j. işleminin m. makinadaki hazırlık süresi
 W_{ijmk} : i.şin j. işleminin m. makinadaki k. sırada bekleme süresi
 S_{ijmk} : i.şin j. işleminin m. makinada k. sırada başlama zamanı
 T_i : i. işin toplam gecikme zamanı

Karar Değişkenleri:

X_{ijmk} : i.şin j. işlemi m. makinada k. sırada ise 1; diğer durumlarda 0
 $X_{ijmk} \in \{0,1\}$
 $Y_{mjj'}$: m. makine j. işlemden j'. işleme geçiyor ise 1; diğer durumlarda 0
 $Y_{mjj'} \in \{0,1\}$
 Z_{im} : i. iş m. makinada işlem görüyor ise 1; diğer durumlarda 0
 $Z_{im} \in \{0,1\}$
 $R_{imm'}$: i. iş m. makineden m' makineye geçiyor ise 1; diğer durumlarda 0
 $R_{imm'} \in \{0,1\}$

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{En küçükleme } Z = \sum_{i=1}^I T_i \quad (17)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^K X_{ijmk} = 1 \quad \forall i, j \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K X_{ijmk} \leq 1 \quad \forall i, m \quad (19)$$

$$Z_{i1} = 1 \quad \forall i \quad (20)$$

$$Z_{i5} = 1 \quad \forall i \quad (21)$$

$$R_{imm'} \leq Z_{im} \quad \forall i, m, m' \quad (22)$$

$$R_{imm'} \leq Z_{im'} \quad \forall i, m, m' \quad (23)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M R_{imm'} = \sum_{m=1}^M Z_{im} - 1 \quad \forall i \quad (24)$$

$$R_{imm'} = 0 \text{ eğer } m' \leq m \quad \forall i \quad (25)$$

$$X_{ij3k} + X_{i'j'3k} - 1 \leq Y_{3jj'} \quad \forall i, j, m, k \quad (26)$$

$$X_{ij4k} + X_{i'j'3k} - 1 \leq Y_{4jj'} \quad \forall i, j, m, k \quad (27)$$

$$X_{ijmk} + X_{ij'm'k} - 1 \leq R_{imm'} \quad \forall i, j, m, k \quad (28)$$

$$R_{i23} = 0 \quad (29)$$

$$R_{i24} = 0 \quad (30)$$

$$R_{i34} = 0 \quad (31)$$

$$R_{i13} = 0 \quad (32)$$

$$R_{i14} = 0 \quad (33)$$

$$C_{ijmk} = (S_{ijmk} + P_{ijm}) \cdot Z_{im} \quad \forall i, j, m, k \quad (34)$$

$$W_{ij1k} = \sum_{i'=1}^{i \neq i'} H_{11} \cdot Z_{i1} + C_{i'j'mk'} \quad \forall i, k \quad (35)$$

$$H_{11} \cdot Z_{i1} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ij1k} \quad \forall i, k \quad (36)$$

$$W_{ij2k} = \sum_{i'=1}^{i \neq i'} H_{22} \cdot Z_{i2} + C_{i'j'mk'} \quad \forall i, k \quad (37)$$

$$H_{22} \cdot Z_{i2} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ij2k} \quad \forall i, k \quad (38)$$

$$W_{ij3k} = \sum_{i'=1}^{i \neq i'} H_{33} \cdot Z_{i3} + C_{i'j'mk'} \quad \forall i, k \quad (39)$$

$$H_{33} \cdot Z_{i3} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ij3k} \quad \forall i, k \quad (40)$$

$$W_{ij3k} = \sum_{j'=1}^{j \neq j'} H_{j3} \cdot Y_{mj'j} + C_{i'j'mk'} \quad \forall i, m, k \quad (41)$$

$$H_{j3} \cdot Y_{mj'j} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ij3k} \quad \forall i, j, m, k \quad (42)$$

$$W_{ij4k} = \sum_{j'=1}^{j \neq j'} H_{j3} \cdot Y_{mj'j} + C_{i'j'mk'} \quad \forall i, m, k \quad (43)$$

$$H_{j3} \cdot Y_{mj'j} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ij4k} \quad \forall i, j, m, k \quad (44)$$

$$W_{ij5k} = \sum_{i'=1}^{i \neq i'} H_{18,5} \cdot Z_{i5} + C_{i'j'mk'} \quad \forall i, k \quad (45)$$

$$H_{18,5} \cdot Z_{i5} + C_{i(j-1)mk} \leq W_{ij1k} \quad \forall i, k \quad (46)$$

$$S_{ijmk} = W_{ijmk} \quad \forall i, j, m, k \quad (47)$$

$$C_{ijmk} \geq S_{ijmk} \quad \forall i, j, m, k \quad (48)$$

$$C_{i'j'm(k-1)} + H_{jm} \cdot (R_{imm'} + Y_{mjj'}) - M \cdot (1 - X_{ijmk}) \leq S_{ijmk} \quad \forall i, j, m, k \quad (49)$$

$$C_{ijmk} - d_i \leq T_i \quad \forall i, j, m, k \quad (50)$$

$$P_{ijm}, C_{ijmk}, H_{jm}, W_{ijmk}, S_{ijmk}, T_i \geq 0 \quad \forall i, j, m, k \quad (51)$$

$$X_{ijmk}, Y_{mjj'}, R_{imm'}, Z_{im} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, m, k \quad (52)$$

Eşitlik-17'de tüm işlerin gecikmesini en küçükleme amaç fonksiyonu verilmiştir. Kısıt-18'de tüm işlemlerin sadece bir makinada ve bir sırada işlem görebileceğini açıklayan işlem kısıtı bulunmaktadır. Kısıt-19'da her iş bir makinede sadece bir tane işlem göreceğini sağlayan kısıttır. Kısıt-20 ve kısıt-21 her işin makine 1 ve makine 5'te işlem görmesini sağlamaktadır. Kısıt-22 ve kısıt-23 birlikte çalışmaktadırlar. Makine geçişlerinin mantıklı olmasını sağlamaktadırlar. Kısıt-24 işlerin işlem gördüğü makine sayısının işlerin makineler arası yaptığı geçişlerden fazla olmasını kontrol etmektedir. Kısıt-25'te makine geçişlerinin hep ileriye doğru olması sağlanmaktadır. Kısıt-26 ve kısıt-27 1. Problemin Matematiksel Modelinde olduğu gibi makine 3 ve makine 4'teki işlem değişikliklerini kontrol etmektedir. Kısıt-28 iki ardışık makinede sırasıyla işlem gören işlerin makine geçişlerini kontrol etmektedir. Kısıt-29, kısıt-30 ve kısıt-31 makine 3 ve makine 4'teki işlem değişiklikleri başka kısıtlarda sağlandığı için makine 3 ve makine 29, makine geçişlerini yok saymaktadır. Kısıt-32 ve kısıt-33 işlerin makine 1'den makine 3'e ve makine 4'e geçmesini engellemektedir. Kısıt-34'te i. işin j. işleminin m. makinada k. sırada tamamlanma zamanı verilmiştir. Kısıt-35'ten kısıt-46'a kadar kısıt-46'da dahil olmak üzere olan kısıtlarda her makine için i. işin j. işleminin m. makinada k. sırada bekleme zamanı ayrı olarak verilmiştir ve işin ondan önceki işlerin tamamlanmasını ve hazırlık işlemi süresini beklemesini sağlamaktadır. Kısıt-47'de bekleme süresinin ve işin başlama zamanlarının eşit olduğu belirtilmiştir. Kısıt-48'de işin önce makinedeki işleminin başlaması ve sonra makinede işlemin tamamlanması sağlanmaktadır. Kısıt-49'da işin başlama zamanı ondan önceki makinedeki işlerin tamamlanması ve işlem değişikliklerinden oluşan hazırlık sürelerine göre belirtilmesini sağlar. Kısıt-50'de işlerin gecikmesi hesaplanmıştır. Kısıt-51'de ve kısıt-52'de pozitif olma zorunluluğu kısıtı ve tam sayı kısıtları verilmiştir (Bahşi, 2025).

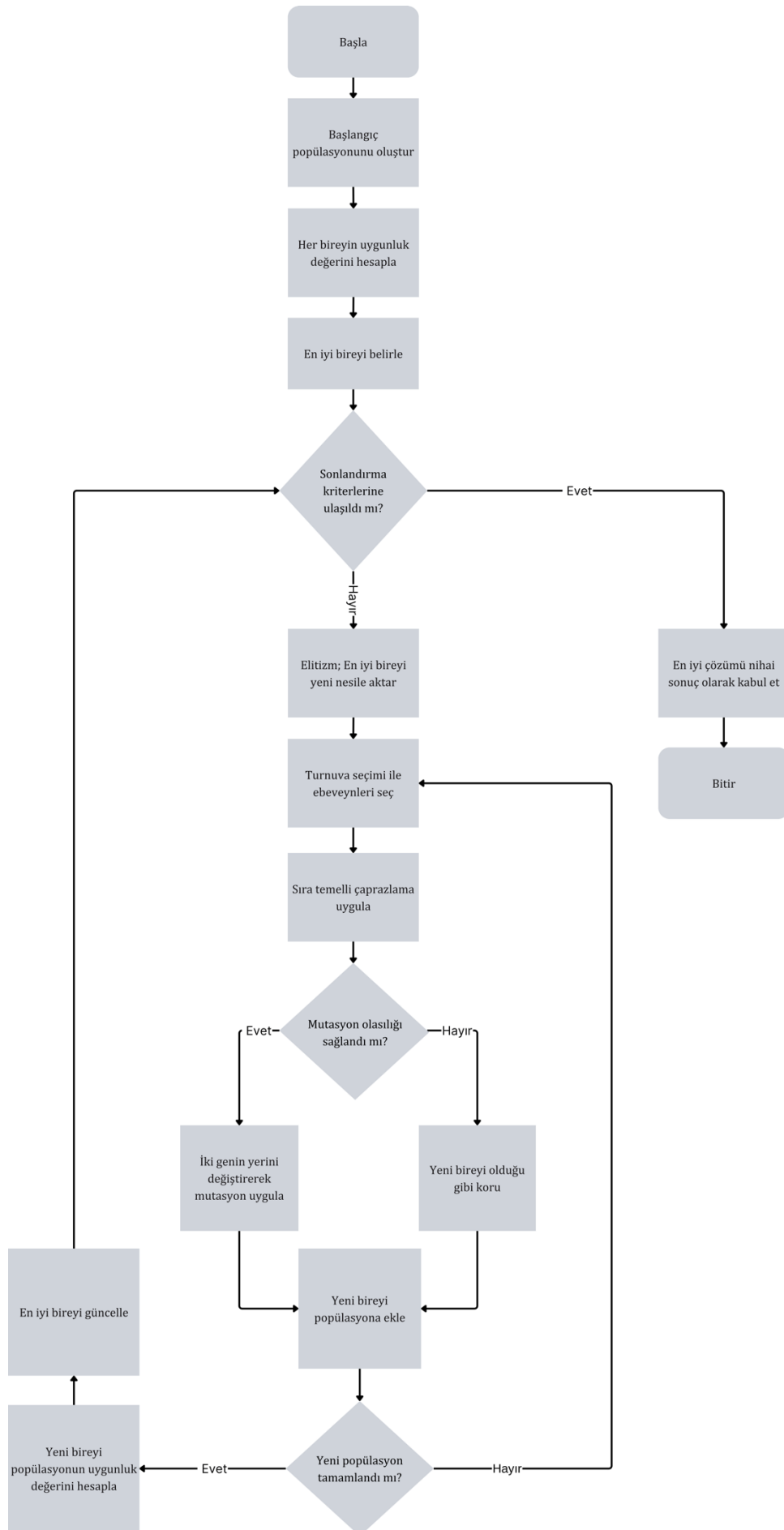
2.4. Genetik algoritma (Genetic algorithm)

Genetik algoritmalar, literatürdeki atölye çizelgeleme problemlerinin çözümünde doğal seçim ve evrim teorisinden esinlenen yaklaşımları ile uygun çözümlerinin bulunmasını sağlayan yöntemlerdendir. Genetik algoritmanın akışı Şekil 1'de verilmektedir.

Bu çalışmada büyük ölçekli siparişlerin toplam gecikmesini en aza indirmek amacıyla genetik algoritma yöntemi kullanılmıştır. Birinci problem için oluşturulan genetik algortmada makine 3 ve makine 4'te işlem gören işlerin çizelgelenmesi hedeflenmiştir. Genler işleri temsil etmektedir. Kromozomlar, her bir işin iki makinede de işlem görmesine karşılık gelen iş, makine çiftlerinden oluşan bir permütasyon dizisi olarak tanımlanmıştır. Her iki makinede işlem gören işler için, kromozom içerisinde makine 3 işleminin makine 4 işleminden önce gelmesi sağlanmıştır.

Başlangıç popülasyonu rastgele oluşturulan iş sıralamalarından meydana gelmektedir. Her bireyin uygunluk değeri, kromozomun çözülmesi (decode) sonucunda elde edilen çizelgeye göre hesaplanan toplam gecikme süresine dayanmaktadır. Decode adımımda makine 3 için işler kromozom sırasına göre çizelgelenmekte ve sıra bağımlı hazırlık süreleri dikkate alınmaktadır. Makine 4 için ise işler, makine 3 aşamasından hazır olma zamanlarına göre çizelgelenmekte; her iş için makine 4 başlangıç 4 başlangıç 4'ün uygunluk zamanı ile işin hazır olma zamanının en büyüğüne hazırlık süresi eklenerek hesaplanmaktadır. Uygunluk fonksiyonunun amacı, tüm işlerin gecikme süreleri toplamını minimize etmektir. Seçim operatörü olarak üç bireyli turnuva seçimi kullanılmıştır. Elitizm operatörü ile her nesilde en iyi bireyin doğrudan bir sonraki nesle aktarılması sağlanmaktadır. Çaprazlama operatörü olarak sıralı çaprazlama yöntemi kullanılmıştır. Mutasyon operatörü ise kromozom üzerinde rastgele seçilen iki genin yer değiştirmesi esasına dayanmaktadır. Bu işlem, popülasyondaki çeşitliliği artırmayı ve yerel optimumlara takılmayı önlemeyi amaçlamaktadır.

İkinci problemin çözümünde de genetik algoritma yaklaşımı sürdürülmüştür. Bu problemde kromozom yapısı, tüm üretim hattındaki işlerin işlem sırasını temsil eden bir permütasyon dizisi olarak tanımlanmıştır. Her birey, işlerin makine 1- makine 2 - makine 3- makine 4 -makine 5 akışındaki işlenme sırasını belirlemektedir. Çizelge üretimi adımımda her iş, ilgili makinede bir önceki işin tamamlanma zamanı ve gerekli hazırlık süreleri dikkate alınarak sırasıyla çizelgelenmektedir. Uygunluk değeri, her iş için hesaplanan gecikme sürelerinin toplamına göre belirlenmekte ve toplam gecikmenin en aza indirilmesi amaçlanmaktadır. Genetik algortmada kullanılan temel parametreler; ön deneyler ve literatürdeki benzer çalışmalar dikkate alınarak belirlenmiştir (Türker ve Sel, 2011). Düşük popülasyon büyüklüklerinde çözüm çeşitliliğinin azalması ve büyük popülasyon büyüklüğünde ise çeşitliliğin artarak hesaplama süresinin de arttığı görülmüştür. Aynı zamanda nesil sayısının artırılması ise çözüm süresini artırırken çözüm çeşitliliğine belirgin bir katkı sağlamamıştır (Kramer, 2017).



Şekil 1. Genetik algoritma akış diyagramı (Genetic algorithm flowchart)

Genetik algoritma popülasyon büyüklüğü, maksimum nesil sayısı, mutasyon olasılığı ve elitizm gibi unsurları içermektedir. Ön denemelerde düşük popülasyon büyüklüklerinin çözüm çeşitliliğini azalttığı, daha büyük popülasyon büyüklüklerinin ise çözüm kalitesinde belirgin bir iyileşme sağlamadan hesaplama süresini artırdığı gözlemlenmiştir. Aynı şekilde nesil sayısının 50'nin üzerine çıkarılması çözüm kalitesinde anlamlı bir iyileşme sağlamazken çözüm süresini artırmıştır. Bu sebeplerle çalışmada dengeli ve kararlı bir yapı sağlanmak amacıyla popülasyon büyüklüğü 30, maksimum nesil sayısı 50 ve mutasyon olasılığı 0,10 olarak alınmıştır. Elitizm operatörü ile her nesilde en iyi bireyin bir sonraki nesle aktarılması sağlanmaktadır. Çaprazlama işlemi her yeni birey üretiminde uygulanmaktadır. Genetik algoritma, maksimum nesil sayısına ulaşıldığında sonlandırılmaktadır. Önerilen kromozom yapısı ve çözümleme (decode) mekanizması sayesinde her birey geçerli bir çizelgeyi temsil etmekte ve makine çakışmaları oluşmamaktadır. Wang ve Zhu (2021), çalışmalarında genetik algoritma için özel kodlama ve çözümleme mekanizmaları kullanmışlardır. Benzer şekilde bu çalışmada makine uygunluk zamanları ve sıra bağımlı hazırlık süreleri dikkate alınarak oluşturulmuştur.

3. Bulgular (Experimental Results)

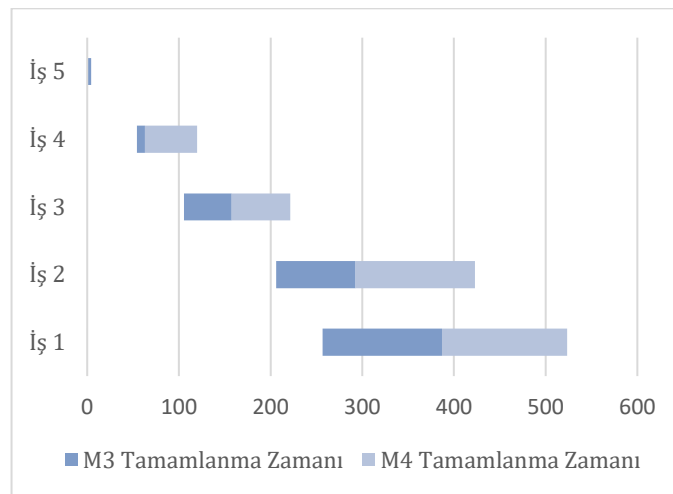
Çalışmada, bekleme süreleri, hazırlık zamanları ve işlemlerin başlangıç zamanları dikkate alınarak iki farklı problem oluşturulmuş ve çözüm önerilerine yer verilmiştir. Çözümlerin sonuçlandırılması için iki farklı test problemi grubu oluşturulmuştur. Test grupları küçük, orta ve büyük veri sınıfları olarak ayrılmıştır. İlk grupta, Birinci MILP modeli ile Birinci Genetik Algoritma yöntemi karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. İkinci grupta ise İkinci MILP modeli ve İkinci Genetik Algoritma çözümleri ele alınmıştır. Test problemlerindeki ürün özellikleri, işlem süreleri, hazırlık süreleri, operasyon çeşitleri ve makine yapıları gerçek mermer fabrikasındaki üretim ortamından elde edilen veriler esas alınarak ve modele dahil edilmiştir. Sipariş boyutları ve içerikleri fabrikanın önceki siparişlerini değerlendirerek ve olabilecek siparişleri göz önünde bulundurarak ele alınmıştır. Böylece test problemlerinin oluşturulmasında fabrikadaki üretim ortamının yapısı koruyan gerçekçi veri setleri olarak değerlendirilmiştir. Hem matematiksel modeller hem de genetik algoritma uygulamaları Python 3.12.6 ortamında kodlanmıştır. Elde edilen sonuçlar ve karşılaştırmalar, sonraki bölümlerde ayrıntılı biçimde sunulmaktadır.

3.1. Test Problemi 1 (Test Problem 1)

Küçük, orta ve büyük test problemleri fabrikadan alınan sipariş verilerine göre siparişlerin özelliklerini ve üretim karmaşıklıklarını temsil edecek şekilde oluşturulmuştur. Bu sayede çözüm metotların performanslarını karşılamak amaçlanmıştır. Tablo 5'te birinci problem için oluşturulan küçük, orta ve büyük ölçekli test problemlerinin iş ve işlem sayıları sunulmuştur. Küçük ölçekli test problemi için MILP ve GA yöntemleriyle elde edilen süreler sırasıyla Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmiştir.

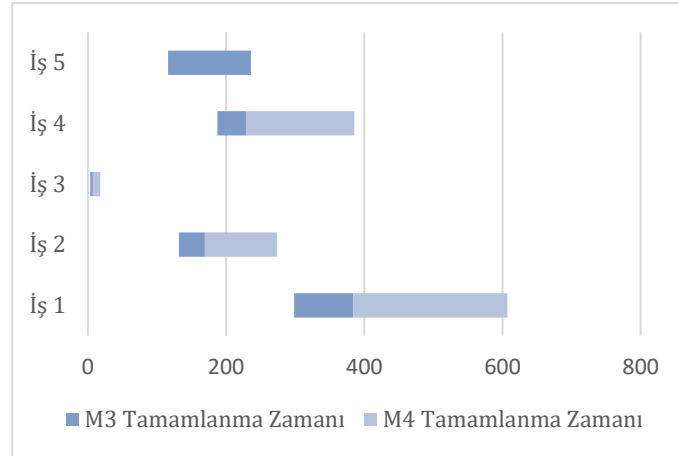
Tablo 5. Test problemi 1 boyutları (Test problem 1 sizes)

Problem Boyutu	İş Sayısı	Makine 3 İşlemleri	Makine 4 İşlemleri
Küçük	5	2	2
Orta	25	4	3
Büyük	69	6	9



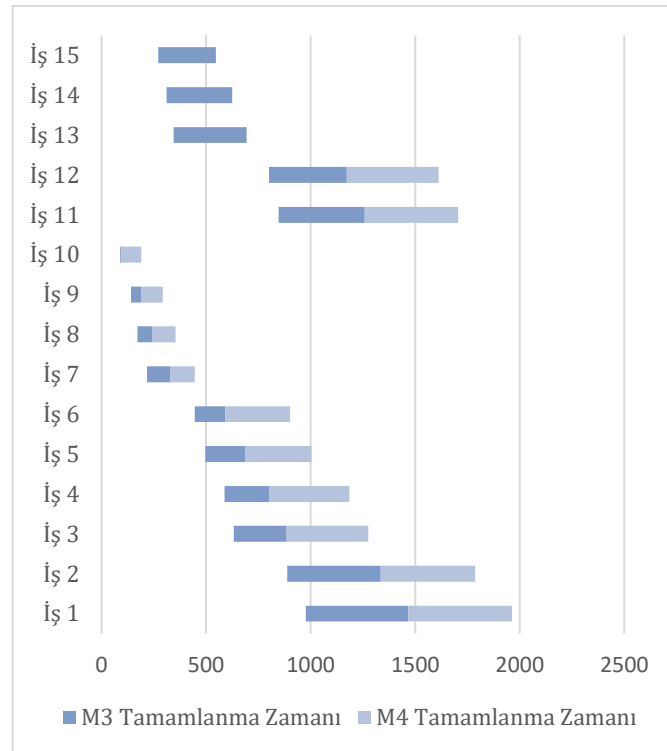
Şekil 2. Küçük boyutlu test problemi için 1. MILP çözümü (1st MILP solution for small sized test problem)

Birinci MILP modelinden elde edilen çözümde üretim akışı, en az sayıda operasyon içeren 5 numaralı iş ile başlatılmıştır. İzleyen aşamalarda, makine 3 üzerinde benzer operasyonlara sahip işler ardışık biçimde sıralanarak işleme alınmıştır.

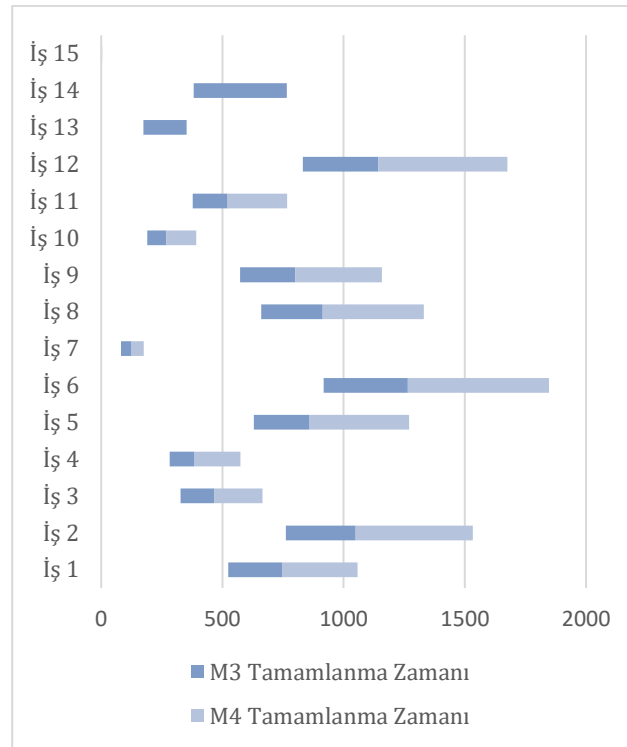


Şekil 3. Küçük boyutlu test problemi için 1. GA çözümü (1st GA solution for small sized test problem)

Birinci GA çözümü, Birinci MILP modelinden farklı olarak üretim sürecine İş 3 ile başlamıştır. Bu çözüm, amaç fonksiyonunu karşılamakla birlikte, işlerin tamamlanma süresi bakımından MILP modeline göre daha geç sonuç vermektedir. Orta ölçekli test problemi için MILP ve GA çözümlerine ait çizelgeler sırasıyla Şekil 4 ve Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 4. Orta boyutlu test problemi için 1. MILP çözümü (1st MILP solution for medium sized test problem)



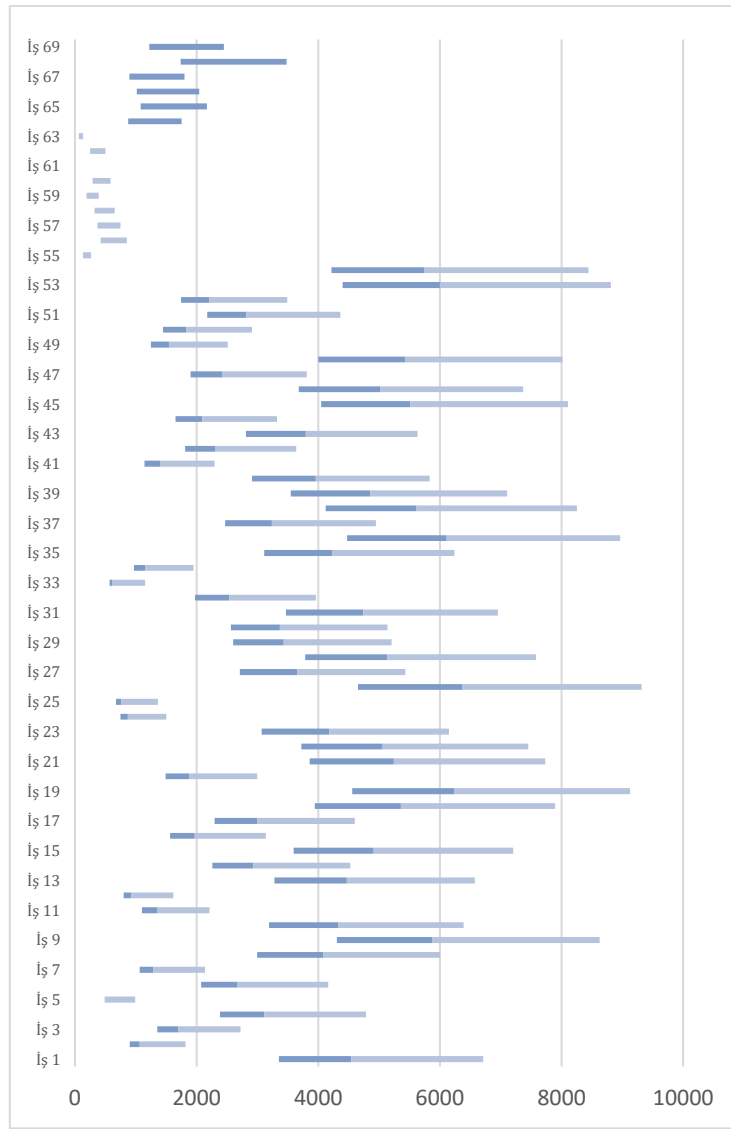
Şekil 5. Orta boyutlu test problemi için 1. GA çözümü (1st GA solution for medium sized test problem)

Her iki çözümde de amaç fonksiyonu başarıyla sağlanmıştır. Birinci MILP modelinde üretim, en az işlem sayısına sahip İş 10 ile başlatılmıştır. Buna karşılık, Birinci GA çözümü üretime İş 15 üzerinden giriş yapmıştır. Küçük ölçekli test problemlerinde olduğu gibi, orta ölçekli senaryoda da GA yaklaşımı, MILP modeline kıyasla işleri daha geç tamamlamıştır. Büyük ölçekli test probleminde GA ile elde edilen üretim çizelgesi Şekil 6'da gösterilmiştir.

Birinci GA çözümünde amaç fonksiyonu sağlanmış ve işler herhangi bir gecikme olmadan tamamlanmıştır. Öncelikle daha az işlem gerektiren işler üretilmiş, ardından benzer operasyonlara sahip işler makinelerde ardışık olarak sıralanmıştır. Bu yaklaşım, işlem değişimlerinden kaynaklanan hazırlık sürelerini azaltmayı hedeflemiş ve üretim sürecinin aksamadan ilerlemesine katkı sağlamıştır. Buna karşın, Birinci MILP modelinde çözüm elde edilememesinin nedeni, sipariş boyutları büyüdükçe iş sıralarına ilişkin ikili karşılaştırmalara dayalı karar değişkenlerinin ve diğer parametrelerin hesaplanmasının giderek güçleşmesidir. Problem boyutu büyürken özellikle X_{ijmk} ve $Y_{mjj'}$ gibi ikili karar değişkenlerini sayısı artmaktadır. Bu durumda çözüm uzayı genişlemektedir. Sıra bağımlı hazırlık süreleri büyük ölçekli problemlerde çözüm süresini ve bellek kullanımını artırmaktadır. Matematiksel model, kesin çözüm sunma açısından avantajlı olmakla birlikte, büyük boyutlu problemlerde etkinliğini yitirmektedir. Bu nedenle Birinci GA yaklaşımı, yaklaşık fakat kabul edilebilir çözümler üreterek çözüm süresini kısaltmaktadır.

3.2. Test Problemleri 2 (Test Problem 2)

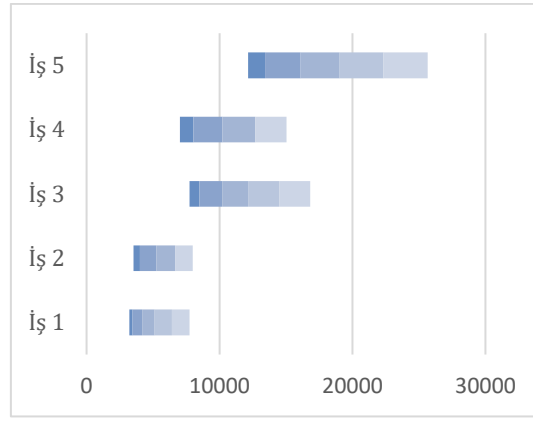
İkinci problem, makine 1'den makine 5'e kadar beş farklı makineyi içeren bir üretim yapısını kapsamaktadır. Önerilen MILP modeli ile Genetik algoritmanın çözüm performanslarını karşılaştırmak amacıyla, küçük, orta ve büyük ölçekli sipariş büyüklükleri ile makine işlem özellikleri fabrika üretim bilgilerinden alınmıştır. Üretim sürecinde yer alan her sipariş için gerekli makine işlemleri, her bir sipariş boyutu senaryosu fabrika üretim verileri dikkate alınarak oluşturulmuştur. İkinci problem için oluşturulan küçük, orta ve büyük ölçekli test problemlerinin özellikleri Tablo 6'da özetlenmiştir. İkinci problem kapsamında küçük ölçekli test problemi için MILP ve GA çözümleri sırasıyla Şekil 7 ve Şekil 8'de gösterilmiştir.



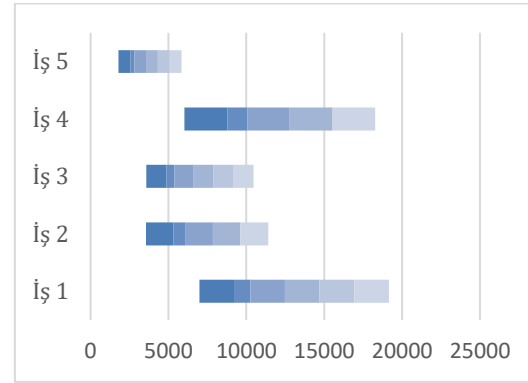
Şekil 6. Büyük boyutlu test problemi için 1. GA çözümü (1st GA solution for large sized test problem)

Tablo 6. Test problemi 2 boyutları (Test problem 2 sizes)

Problem Boyutu	Küçük	Orta	Büyük
İş Sayısı	5	25	71
Makine 1 İşlemleri	1	1	1
Makine 2 İşlemleri	1	1	1
Makine 3 İşlemleri	3	3	6
Makine 4 İşlemleri	1	3	9
Makine 5 İşlemleri	1	1	1

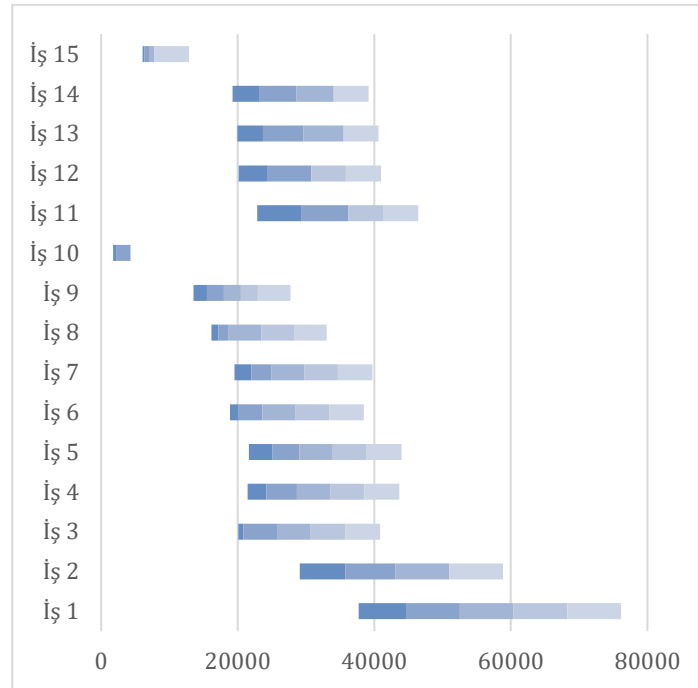


Şekil 7. Küçük boyutlu test problemi için 2. MILP çözümü (2nd MILP solution for small sized test problem)

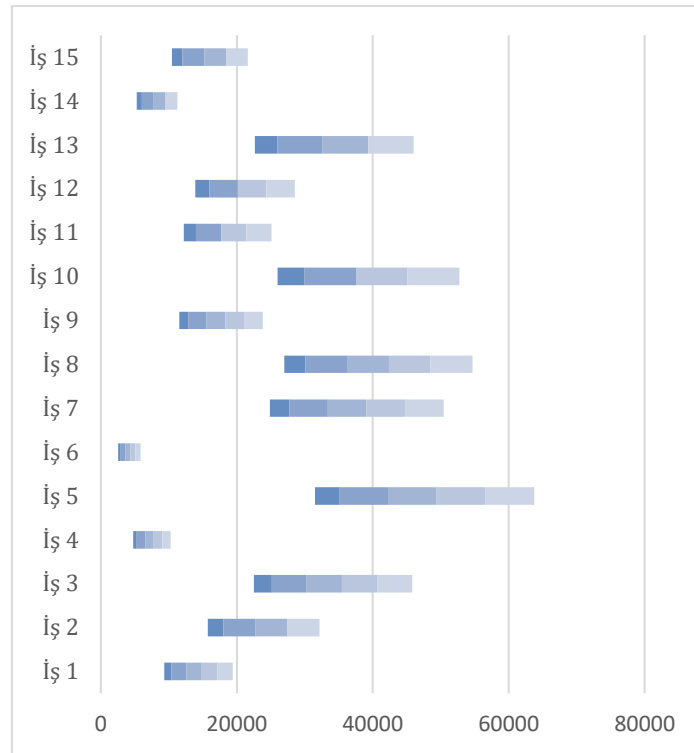


Şekil 8. Küçük boyutlu test problemi için 2. GA çözümü (2nd GA solution for small sized test problem)

Küçük ölçekli test probleminde, İkinci MILP modelinin çözümünde üretim süreci İş 1 ile başlatılmıştır. Buna karşılık, İkinci GA çözümü üretime İş 5 üzerinden başlamıştır. Her iki yöntem de amaç fonksiyonunu başarıyla karşılamış olmakla birlikte, İkinci MILP modelinde işlerin tamamlanma süresi daha kısa hesaplanmıştır. Orta ölçekli test problemi için elde edilen MILP ve GA çizelgeleri sırasıyla Şekil 9 ve Şekil 10'da sunulmuştur.



Şekil 9. Orta boyutlu test problemi için 2. MILP çözümü (2nd MILP solution for medium sized test problem)



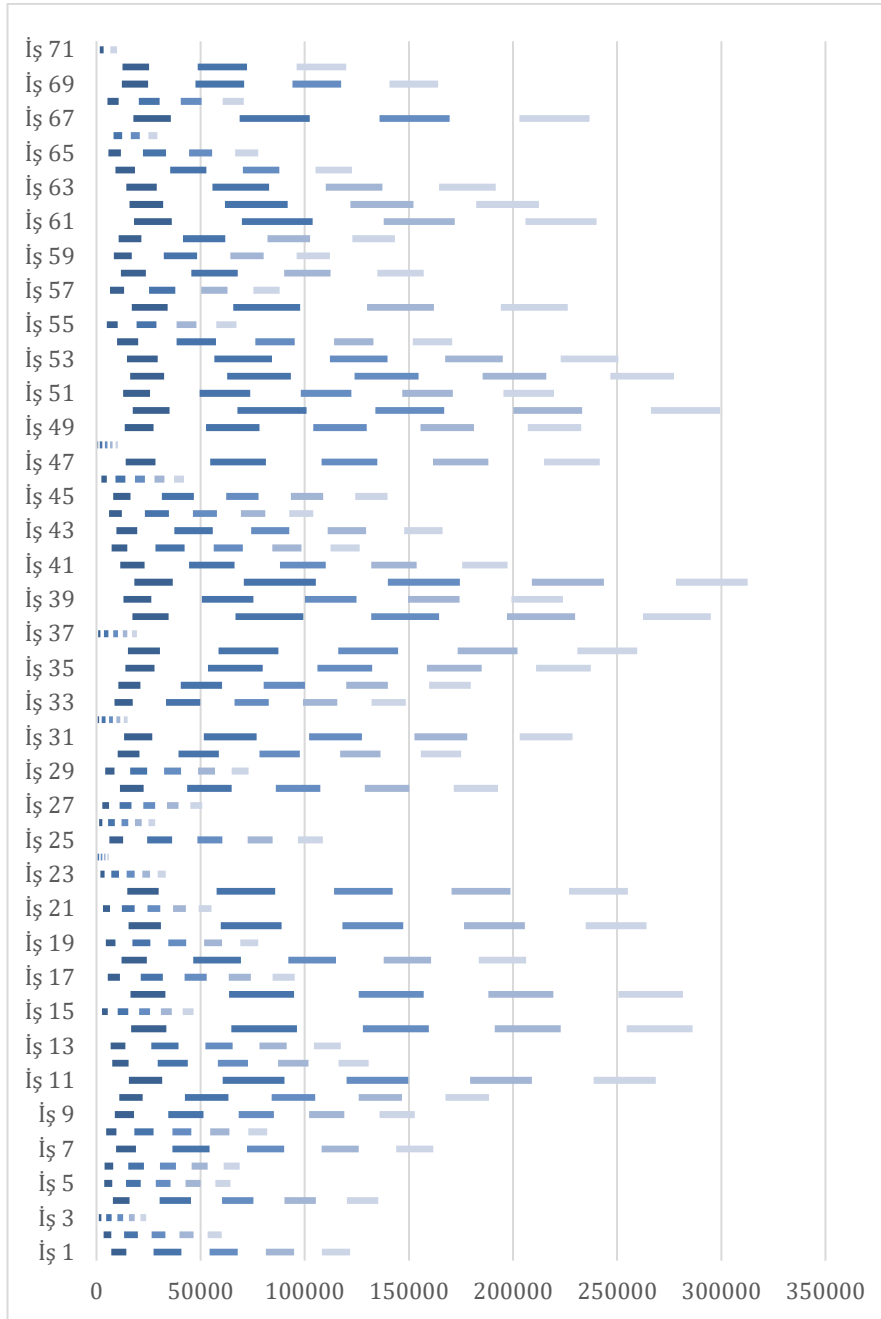
Şekil 10. Orta boyutlu test problemi için 2. GA çözümü (2nd GA solution for medium sized test problem)

Orta ölçekli test probleminde, İkinci MILP modelinin çözümü üretime İş 10 ile başlamıştır. İkinci GA çözümünde ise başlangıç noktası İş 6 olmuştur. Her iki yöntem de amaç fonksiyonunu karşılamış olsa da GA çözümünde işlerin tamamlanma süresi daha uzun bulunmuştur. Şekil 11’de büyük ölçekli ikinci test problemi için GA ile elde edilen çizelge verilmiştir.

İkinci GA çözümünde amaç fonksiyonu sağlanmış ve işler gecikmeye uğramadan tamamlanmıştır. Birinci GA çözümünde olduğu gibi, daha az işlem gerektiren işlerin üretimi öncelikli olarak gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, makine 3 ve makine 4 üzerinde benzer operasyonlara sahip işler ardışık biçimde sıralanarak işlenmiştir. Bu yaklaşım, işlem değişikliklerinden kaynaklanan hazırlık sürelerini azaltmayı hedeflemiş ve üretim sürecinin gecikmesiz ilerlemesine katkı sağlamıştır. Öte yandan, İkinci MILP modelinde çözüm elde edilememesinin nedeni, sipariş boyutlarının artmasıyla birlikte hesaplama gücünün ortaya çıkmasıdır. Ek olarak problem 1’de kullanılan ikili karar değişkenlerine R_{imm} karar değişkeni de eklenmiştir. Bu nedenle çözüm uzayı problem 1’e göre de genişletilmiştir. Karma tamsayılı programlama modeli, kesin çözümler sunabilmesine karşın büyük boyutlu problemlerde etkinliğini kaybetmektedir. Bu nedenle İkinci GA yaklaşımı, yaklaşık fakat kabul edilebilir çözümler üreterek çözüm süresini önemli ölçüde kısaltmaktadır.

4. Sonuç ve Tartışma (Result and Discussion)

Bu çalışmada, literatürde sıklıkla ele alınan atölye tipi çizelgelemenin gerçek bir üretim ortamındaki uygulaması gerçekleştirilmiştir. Öncelikle üretim çizelgeleme türleri, atölye tipi çizelgeleme için kullanılan matematiksel model ve araştırmada yararlanılan çözüm yöntemleri açıklanmıştır. Uygulama alanı olarak bir mermer fabrikası seçilmiş ve bu fabrikanın çizelgeleme problemine yönelik karma tamsayılı programlama modelleri ile genetik algoritma tabanlı çözümler sunulmuştur. Çözüm yaklaşımlarının etkinliğini değerlendirmek üzere küçük, orta ve büyük ölçekli test problemleri oluşturulmuştur. Sonuçlar, karma tamsayılı modellerin küçük ve orta ölçekli problemlerde en uygun çözümleri ürettiğini, ancak büyük ölçekli problemlerde çözüm sağlayamadığını göstermektedir. Buna karşılık, genetik algoritma tüm problem boyutlarında çözümler üretmiş; ancak kesin çözüm yöntemine kıyasla her zaman en iyi sonucu bulamasa da kabul edilebilir çözümler elde etmiştir. Küçük ve orta ölçekli test problemlerin çözümünde her iki yöntem de toplam gecikmeyi sıfır olarak hesaplamıştır. Ancak çözüm süreleri karşılaştırıldığında, birinci problem grubu için GA yaklaşımının küçük ölçekli MILP’e göre %145, orta ölçekli ise %94 daha uzun sürede çözüm üretmektedir. İkinci problem grubunda ise küçük ölçekli her iki yöntem benzer çözüm süresi sergilemiş, orta ölçekli GA yaklaşık %16,7 daha uzun sürede çözüm üretmiştir. Buna karşılık büyük ölçekli problemlerde MILP modeli çözüm üretememiş, GA yaklaşımı ise tüm büyük ölçekli problemler için kabul edilebilir sürelerde uygulanabilir çözümler sağlamıştır.



Şekil 11. Büyük boyutlu test problemi için 2. GA çözümü (2nd GA solution for large sized test problem)

Literatürde MILP modelleri küçük ölçekli problemlerde etkin sonuçlar verirken problem boyutu büyüdüğünde ise hesaplama karmaşıklığı ortaya çıkmaktadır (Zhao vd., 2025). Bu durum, MILP modelinin küçük ve orta ölçekli problemlerde etkin olduğunu, ancak problem boyutu arttıkça ölçeklenebilirliğini kaybettiğini; GA'nın ise özellikle büyük ölçekli problemler için daha sürdürülebilir bir çözüm yaklaşımı sunduğunu göstermektedir.

Özel siparişler ve farklı üretim yöntemlerini içeren bu atölye tipi çizelgeleme modelinin, gerçek hayat uygulamaları açısından literatüre önemli bir katkı sunması beklenmektedir. Özellikle sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alınması, sipariş teslim tarihlerine işlerin yetiştirilmesi sağlamıştır ve önemli bir etken olduğu vurgulanmıştır. Ek olarak mermer fabrikası bakımından üretim sistemine fayda sağladığı değerlendirilmektedir. Özellikle sıra bağımlı hazırlık sürelerinin dikkate alınması ile birlikte makineler arasındaki ürün geçişlerinde oluşan makine hazırlık sürelerinin oluşturabileceği zaman kaybını azaltması ve siparişlerin teslim tarihlerine uygun olacak şekilde üretilmesi mümkün olmuştur.

Gelecek araştırmalar için, karma tamsayılı modelin çok amaçlı bir yapıya dönüştürülmesi ve genetik algoritmanın diğer sezgisel yöntemlerle birleştirilerek melez algoritmalar şeklinde geliştirilmesi önerilmektedir. Bu sayede, daha etkin ve daha kaliteli çözümlere ulaşılması hedeflenmektedir.

Çıkar Çatışması (Conflict of Interest)

Yazarlar tarafından çıkar çatışması beyan edilmemiştir. No conflict of interest was declared by the authors.

Kaynaklar (References)

- Asano, M., Ohta, H., 2002. A heuristic for job shop scheduling to minimize total weighted tardiness. *Computers & Industrial Engineering*, 42 (2-4), 137-147.
- Bahşi, N., 2025. Siparişe dayalı atölye tipi üretim için toplam gecikmeyi enazlayan sezgisel bir çözüm önerisi. (Tez No. 952183) Yüksek Lisans Tezi. Süleyman Demirel Üniversitesi, Ulusal Tez Merkezi.
- Biegel, J.E., Davern, J.J., 1990. Genetic algorithms and job shop scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 19 (1-4), 81-91.
- Bowman, E.H., 1959. The schedule-sequencing problem. *Operations Research*, 7 (5), 621-624.
- Cheung, W., Zhou, H., 2001. Using genetic algorithms and heuristics for job shop scheduling with sequence-dependent setup times. *Annals of Operations Research*, 107, 65-81.
- Gölcük, İ., Baykasoğlu, A., Madenoğlu, F.S., 2014. Kril sürüsü algoritması ile atölye çizelgeleme. *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi*, 16 (48), 61-75.
- Graves, S.C., 1981. A review of production scheduling. *Operations Research*, 29 (4), 646-675.
- Halat, K., Bashirzadeh, R., 2015. Concurrent scheduling of manufacturing cells considering sequence-dependent family setup times and intercellular transportation times. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 77, 1907-1915.
- Herrmann, J.W., Lee, C.Y., Hinchman, J., 1995. Global job shop scheduling with a genetic algorithm. *Production and Operations Management*, 4 (1), 30-45.
- Kaya, S., Fiğlalı, N., 2018. Çok amaçlı esnek atölye tipi çizelgeleme problemlerinin çözümünde meta sezgisel yöntemlerin kullanımı. *Harran Üniversitesi Mühendislik Dergisi*, 3 (3), 222-233.
- Kharbeche, M., Haouari, M., 2013. MIP models for minimizing total tardiness in a two-machine flow shop. *Journal of the Operational Research Society*, 64 (5), 690-707.
- Kramer, O., 2017. *Genetic algorithm essentials*. Switzerland: Springer Nature.
- Kumar, N.H., Srinivasan, G., 1996. A genetic algorithm for job shop scheduling: A case study. *Computers in Industry*, 31 (2), 155-160.
- Liu, A., Luh, P.B., Yan, B., Bragin, M.A., 2023. A novel integer linear programming formulation for job-shop scheduling problems. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 6 (3), 5937-5944.
- Liu, H., Abraham, A., Wang, Z., 2009. A multi-swarm approach to multi-objective flexible job-shop scheduling problems. *Fundamenta Informaticae*, 95 (4), 465-489.
- Manne, A.S., 1960. On the job-shop scheduling problem. *Operations Research*, 8 (2), 219-223.
- Maxwell, W.L., 1964. The scheduling of single machine systems: A review. *The International Journal of Production Research*, 3 (3), 177-199.
- Momenikorbekandi, A., Kalganova, T., 2025. Intelligent scheduling methods for optimisation of job shop scheduling problems in the manufacturing sector: A systematic review. *Electronics*, 14 (8), 1663.
- Mousakhani, M., 2013. Sequence-dependent setup time flexible job shop scheduling problem to minimise total tardiness. *International Journal of Production Research*, 51 (12), 3476-3487.
- Mousavipour, S., Farughi, H., Ahmadizar, F., 2019. A job shop scheduling problem with sequence-dependent setup times considering position-based learning effects and availability constraints. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, 30 (3), 329-340.
- Naderi, B., Fatemi Ghomi, S.M.T., Aminnayeri, M., Zandieh, M., 2011. A study on open shop scheduling to minimise total tardiness. *International Journal of Production Research*, 49 (15), 4657-4678.
- Naderi, B., Ruiz, R., Roshanaei, V., 2023. Mixed-integer programming vs. constraint programming for shop scheduling problems: New results and outlook. *INFORMS Journal on Computing*, 35 (4), 817-843.
- Naderi, B., Zandieh, M., Fatemi Ghomi, S.M.T., 2009. Scheduling sequence-dependent setup time job shops with preventive maintenance. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 43, 170-181.
- Nakamura, T., Ohuchi, A., Kaji, I., 1987. Markov chain analysis of a single-stage transfer-type automated manufacturing system two-machine parallel system. *Electronics and Communications in Japan*, 70 (4), 35-44.
- Omar, M.K., Teo, S.C., Suppiah, Y., 2007. Scheduling with setup considerations: An MIP approach. Levner, E. (Ed.), *multiprocessor scheduling*, içinde (s. 241-254). Vienna: I-TECH.
- Ono, I., Yamamura, M., Kobayashi, S., 1996. A genetic algorithm for job-shop scheduling problems using job-based order crossover. *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, 547-552.
- Pinedo, M.L., 2008. *Scheduling theory, algorithms and systems*. New York: Prentice Hall.
- Schutten, J.M., 1998. Practical job shop scheduling. *Annals of Operations Research*, 83, 161-178.
- Scrich, C.R., Armentano, V.A., Laguna, M., 2004. Tardiness minimization in a flexible job shop: A tabu search approach. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 15, 103-115.
- Servranckx, T., Verbanck, T., Song, J., Vanhoucke, M., 2025. A genetic algorithm for seafood processing with flexible flow-shops and sequence-dependent setups. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 37, 1-32.
- Thiagarajan, S., Rajendran, C., 2005. Scheduling in dynamic assembly job-shops to minimize the sum of weighted earliness, weighted tardiness and weighted flowtime of jobs. *Computers & Industrial Engineering*, 49 (4), 463-503.
- Wagner, H.M., 1959. An integer linear-programming model for machine scheduling. *Naval Research Logistics Quarterly*, 6 (2), 131-140.
- Wang, Y., Zhu, Q., 2021. A hybrid genetic algorithm for flexible job shop scheduling problem with sequence-dependent setup times and job lag times. *IEEE Access*, 9, 93483-93497.
- Wisittipanich, W., Kachitvichyanukul, V., 2011. Differential evolution algorithm for job shop scheduling problem. *Industrial*

- Engineering and Management Systems, 10 (3), 203-208.
- Wittrock, R.J., 1988. An adaptable scheduling algorithm for flexible flow lines. *Operations Research*, 36 (3), 445-453.
- Xu, M., Mei, Y., Zhang, F., Zhang, M., 2025. Learn to optimise for job shop scheduling: A survey with comparison between genetic programming and reinforcement learning. *Artificial Intelligence Review*, 58 (6), 1-53.
- Yazdani, M., Aleti, A., Khalili, S.M., Jolai, F., 2017. Optimizing the sum of maximum earliness and tardiness of the job shop scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 107, 12-24.
- Ying, K.C., Pourhejazy, P., Lin, Z.R., 2025. Scheduling with sequence-dependent setup times in short-term production planning: A main path analysis-based review. *Operations Research Perspectives*, 13, 100348.
- Zhao, L., Cheng, W., Meng, L., Zhang, C., Ren, Y., Zhang, B., Duan, P., 2025. MILP modeling and optimization of flexible job shop scheduling problem with preventive maintenance. *Computers & Industrial Engineering*, 201, 110861.