

Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi[§]

Examination of Algebraic Thinking Levels of Middle School Students

Neslihan Usta**

Burçin Gökçurt Özdemir***

To cite this article/ Atf için:

Usta, N., & Gökçurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi.

Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education, 6(3), 427-453.

DOI:10.14689/issn.2148-2624.1.6c3s20m

Öz: Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini incelemektir. Nitel yaklaşımı esas alan bu araştırmada, nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitel veri toplama tekniği olarak klinik görüşme yapılmıştır ve görüşmeler ses kaydına alınmıştır. Bu çalışma, Batı Karadeniz Bölgesi'nin bir ilinde bulunan devlet okulunda öğrenim gören ortaokul öğrencileri (6., 7. ve 8. sınıf) ile yürütülmüştür. Çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen 12 öğrenciden oluşmaktadır. Bu kapsamda, veri toplama aracı olarak, dört düzeyin her birinde iki soru olmak üzere toplam sekiz sorudan oluşan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu (CDDTF) kullanılmıştır. Verilerin analizinde nitel veri analiz teknikleri kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin genellikle 1. ve 2. düzeye yönelik sorulara, doğru cevaplar verdikleri ancak, 3. ve 4. düzeye yönelik soruları cevaplamakta zorlandıkları görülmüştür. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, 12 öğrencinin tamamı Düzey-1'de bulunan birinci ve ikinci soruya doğru cevaplar verebilmişlerdir. Öğrenciler Düzey-1'e ilişkin cevaplarında harfleri birer nesne olarak görmüşler ve sorularda yer alan harflere herhangi bir sayısal değer vermeden işlemi sonuçlandırabilmişlerdir. Düzey-2' de bulunan dördüncü soruda bazı öğrenciler verilen şeklin çevre uzunluğunu bilinmeyen eşit uzunluktaki kenarlara sayısal değerler vererek sonucu bulmaya çalışmışlardır. Cebirsel düşünmenin üçüncü düzeyine ilişkin beşinci ve altıncı sorularda yedinci sınıf öğrencilerinin zorlandıkları görülmüştür. Bu düzeyde harflerin birer bilinmeyen olarak algılanması gerekirken öğrenciler, harflere sayısal değerler vererek işlem yapmaya yönelmişlerdir. Dördüncü düzeyde bulunan sorulara istenen yeterlikte doğru cevaplar veremeyen bazı öğrencilerin altıncı sorunun cevabı için yaptıkları açıklamalara bakıldığında çarpma işleminin cebirsel ifadenin değerini arttıracığı yanlışlığına sahip oldukları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Cebir, cebirsel düşünme düzeyleri, ortaokul öğrencisi

Abstract. The aim of this study is to examine the algebraic thinking levels of middle school students. In this research based on the qualitative approach, the case study method among qualitative research approaches was made. Clinic interviews were made as a qualitative data collection technique, and the interviews held were voice recorded. This study was carried out with middle school students (6th, 7th and 8th-grade) studying at a state school in a province of Western Black Sea Region. The study group consists of 12 students chosen with purposive sampling method. In this context, An Algebraic Thinking Level Determination Form (ATLDF) consisting of eighth questions in total were prepared by choosing two questions for each of the four levels as data collection tool. In the analysis of the data, qualitative analysis techniques were used. At the end of the study, it was seen that students generally give correct answers on the questions regarding the 1st and 2nd levels, but they have more difficulty in answering the questions on the 3rd and 4th levels. Results of the study indicate that all 12 students were able to answer correctly first and second questions in Level-1. Students thought the letters as objects in their Level-1 answers and were able to finalize the operation without giving any numerical value to the letters in the questions. Some students tried to find a result by giving numerical values to given figure's circumference length whose circumference length is unknown for the fourth question in Level-2. The situation has been seen that the fifth and sixth questions, related to algebraic thought's Level-3, were challenged by 7th grade students. At this level the letters must be perceived as unknown. However students gave numerical values to letters and tried to solve the questions. It was seen that some students who are unable to give the correct answers to the questions in Level-4 have misconception that the multiplication process will increase the value of the algebraic expression when their explanations for sixth question's answers were examined.

Keywords: Algebra, the algebraic thinking of levels, middle school student

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi; 06.08.2018

Düzeltilme Tarihi; 29.10.2018

Kabul Tarihi; 25.11.2018

[§] Bu çalışma 7th International Congress on New Trends in Education konferansında sözlü bildiri olarak sunulmuştur (2016, Antalya).

** Bartın Üniversitesi, Türkiye, e-mail: neslihanusta74@gmail.com ORCID: 0000-0003-2662-1975

*** Sorumlu Yazar/ Correspondence: Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Türkiye, e-mail: gokkurtburcin@gmail.com ORCID: 0000-0002-1551-0113

Giriş

Cebir matematiğin önemli öğrenme alanlarından biridir (Altun, 2014). Cebirin hayatın her alanında kendini hissettirmesi öğrenilmesini de zorunlu hale getirmektedir (Williams & Molina, 1997). Ancak cebir öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadıkları bir derstir (Carragher, Schliemann, Brizuela, & Earnest, 2006; Dede & Argün, 2003; Geller & Chart, 2011; Kaput, 1999; Kieran, 1992) ve bu zorluk öğrencilerin matematik dersindeki başarılarının düşmesine neden olmaktadır (Ersoy & Erbas, 2005). Cebirin yapısı, öğrencilerin zihinsel gelişimleri, hazırbulunmuşluk düzeyleri ve öğretimdeki eksiklikler öğrencilerin cebirsel kavramları anlamalarını güçleştirmektedir (Dede & Argün, 2003). Witzel ve diğerlerine (2003) göre cebir, soyut düşünceye giriş kapısı olarak düşünülebilir (akt. Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2011).

Matematikte cebirin çeşitli tanımlarına rastlamak mümkündür. Matematiğin önemli bir dalı olan cebir, bilinmeyen değerlerin, işaret ve harflerle sembolize edilerek kurulan denklemlerle bulunması ya da bilinmeyenlerin arasındaki bağıntıların belirlenmesi esasına dayanmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut, & Halıcıoğlu, 2014). Altun'a (2015) göre soyutlama bilimi olan cebir, sayıların özelliklerini ve ilişkilerini en genel biçimde inceleyen (Usiskin, 1987) ve bu ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren matematik dalıdır (Kieran, 1992).

Cebir, matematiğin birçok konusu ile ilişkili olduğundan her seviyedeki matematik öğreniminin merkezinde yer almaktadır (Lacampagne, 1995). Cebirin bu rolü sebebiyle cebirsel düşünmeyi öğrenmek bir zorunluluk haline gelmektedir. Dolayısıyla cebirsel düşünmenin gelişmesi de bu alandaki bilgi ve becerilerin artmasına bağlı (Kaya & Keşan, 2014; Yenilmez & Teke, 2008) olduğundan cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi önemlidir. Driscoll (1999), cebirsel düşünmeyi nicel durumlara göre değişken kullanımı ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesi olarak tanımlamaktadır. Herbert ve Brown (1997) ise, cebirsel düşünmeyi durumlardan bilginin çıkarılması ve bu bilginin kelimelerle, şekillerle, grafiklerle, denklemlerle matematiksel olarak ifade edilmesi olarak ifade etmişlerdir. Bu bağlamda cebirsel düşünme akıl yürütme, gösterimleri kullanma ve gösterimler arasında dönüşümler yapma, değişkenleri anlama ve modellerle çalışma gibi becerileri içermektedir (Kaf, 2007).

Cebirin temellerini aritmetikten alması ve güçlü bir aritmetik temele dayanmasından dolayı (Akkan, Baki, & Çakıroğlu, 2011), öğrencilerin aritmetik bilgilerinin eksik olması cebirsel düşünmelerini olumsuz etkileyebilmektedir (Warren, 2005). Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2011), aritmetikle cebirin arasında kuvvetli bir ilişkinin olması nedeniyle aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişte cebir öncesi dönemin önemine işaret etmektedirler. Öğrenciler cebirsel düşünme ile aritmetik fikirleri daha önceki yaşantılarında kazandıkları bilgileri ile ilişkilendirirler. Bu nedenle özellikle ortaokul öğrencilerine matematiksel kavramların somutlaştırılarak verilmesinin ileri sınıflarda cebir öğrenme alanının anlaşılmasına katkı sağlayacağı görüşündedirler.

Literatür incelendiğinde yapılan çalışmaların çoğu, öğrencilerin cebir kavramlarını anlama ile ilgili zorluklarının ve cebir kavramıyla ilgili kavram yanlışlarının olduğunu (Akkaya & Durmuş, 2015), cebirsel ifadelerdeki harfleri kullanmada ve yorumlamada hatalar yaptıklarını (Akkan, Baki, & Çakıroğlu, 2012; Çelik & Güneş, 2013; 2002; Yıldız, Koza Çiftçi, Şengil Akar, & Sezer, 2015) göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin harflerin cebirdeki yerini anlamada, değişkenleri kullanmada ve denklem çözerken cebirsel kuralları kullanmada zorluk yaşadıkları da tespit edilmiştir (Thelma Perso, 1992, akt. Akkaya & Durmuş, 2015). Eğitim Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı'nın [EARGED] (2006) raporuna göre bazı öğrencilerin sözel içerikli problemleri cebirsel ifadeye gereksinim duymadan çözdükleri görülmüştür. Diğer taraftan cebirin en önemli temel kavramlarından

biri olan değişken kavramının anlaşılmasında da öğrencilerin çeşitli zorluklara sahip olduklarını gösteren çalışmalara rastlamak mümkündür. Öğrenciler, değişken kavramını anlamakta ve aritmetikten cebire geçişte harfli sembollerin bu iki alanda kullanımlarındaki farklılıklarını algulamakta zorluklar yaşamaktadır (Driscoll, 1999; Dede, Yalın, & Argün, 2002). Ersoy ve Erbaş'ın (2003), ders işlenirken değişken kavramının kavramsal yönünün ihmal edilerek işlemsel yönünün öne çıkarıldığına ilişkin tespiti bu kavramın anlaşılmasını güçleştiren zorluklardan biri olarak düşünülebilir. Ayrıca, öğrencilerin değişkenin farklı kullanımlarını bilmemeleri, yorumlayamamaları ve bu kavramla ilgili işlem yetersizlikleri değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılmasına neden olmaktadır (Dede & Argün, 2003). Benzer şekilde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin, eşitliğin gösterimi ve korunumu konularında zorluk yaşamamalarına rağmen denklem kurma ve çözme konusunda zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir (Yenilmez & Avcu, 2009).

Öğrenciler aritmetik bilgileri ile cebir öğrenme alanındaki yeni bilgileri ilişkilendiremedikleri için anlamlı öğrenme gerçekleşmemektedir (Çağdaşer, 2008; Gülpek, 2006). Bu nedenle erken yaşlarda öğrencilerin cebirsel düşüncelerini geliştirmek için aritmetik ile cebirin ilişkilendirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Girit & Akyüz, 2016). Blanton ve diğerleri (2015) çocuklarda erken yaşlarda problemlerin çözümünde cebirsel stratejileri kullanmanın cebirsel düşünmede başarıyı arttırdığını ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Lannin, Barker ve Townsend (2006), öğrencilerin cebirsel düşünmeye geçişlerinin sağlanabilmesi için cebirsel sembollerin ve uygulamaların anlamlarını kavramalarının önemli olduğunu belirtmektedirler. Ayrıca cebir öğrenme alanıyla ilgili kavramların öğrenilmesinde ve cebirsel genellemelere ulaşılabilmesinde stratejinin seçiminin önemli olduğuna ve öğrencilerin strateji seçimlerini etkileyen faktörlerin bilinmesi gerektiğine dikkat çekmişlerdir. Diğer taraftan, Kieran (1992), cebir öğrenme alanında başarılı olunabilmesi için sembollerin ve temel kavramların neyi ifade ettiklerinin iyi anlaşılması gerektiğini vurgulamıştır.

Bu araştırmalar neticesinde, cebirde kullanılan sembollerin ve kavramlar arasındaki ilişkilerin öğrenciler tarafından doğru olarak anlaşılmasının, öğrencilerin cebirsel düşüncelerine katkı sağlayacağı aşikârdır. Bu bakımdan, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesinin önemli olduğu söylenebilir. Çünkü cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin gelişmesine katkı sağlamaktadır.

İlgili literatür incelendiğinde cebirsel kavramların öğretiminde anahtar rolü oynayan cebirsel düşünme düzeylerini konu alan çalışmaların az sayıda olduğu, bu çalışmalarda genellikle nicel yaklaşımın kullanıldığı (Oral, İlhan, & Kınay, 2013; Öner-Sünkür, İlhan, & Kılıç, 2012) ya da yalnız bir sınıf düzeyine (Bağdat & Anapa-Saban, 2014; Kaya, 2017) odaklanıldığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada üç sınıf düzeyi seçilerek ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri derinlemesine incelenmiştir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçların, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirleyerek eksikliklerin tespit edilmesi ve bu eksiklerin giderilmesi için gereken tedbirlerin alınmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu amaç doğrultusunda, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri Hart ve arkadaşlarının (1998) belirlediği cebirsel düşünme düzeyleri çerçevesine göre incelenmiştir (Akt. Altun, 2014). Bu çalışma kapsamında elde edilen verilerin yorumlanmasına ve araştırma sonuçlarının daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayacağı düşünüldüğünden aşağıda bu düzeylerden kısaca bahsedilmiştir (Hart ve diğer., 1998'den akt. Altun, 2014):

Cebirsel Düşünme Düzeyleri

Düzye-1: Tümüyle aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne adı olarak bir problemi sonuçlandırma veya içerdiği harflere değer vermeden bir işlemin sonuçlandırılabilirdiği aşamadır.

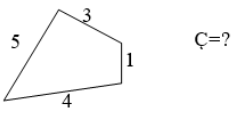
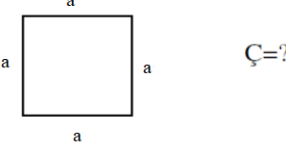
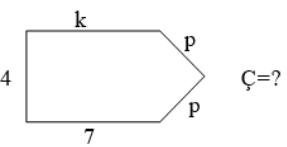
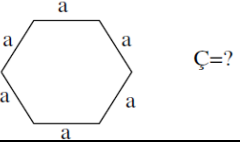
Düzyey-2: Birinci düzeyle soyutluk bakımından aynı olup soruların daha karmaşık olduğu aşamadır. İkinci düzyey çıkabilen öğrenciler, cebirsel ifadelere alışık olduklarından dolayı bu düzyeyde daha karmaşık soruları çözebileceklerdir.

Düzyey-3: Harflerin bir bilinmeyen olarak algılandığı ve kullanılabilirdiği aşamadır. Harfler bu safhada bir bilinmeyeni temsil ettiğinden dolayı onları bir nesne adı olarak anlayan bir öğrenci bu aşamada doğru sonuca ulaşamaz.

Düzyey-4: Üçüncü düzeyle soyutluk bakımından aynı fakat soruların daha karmaşık olduğu aşamadır. Karmaşık ifadelerle anlamlar yüklenir ve işlemler sonuçlandırılır. Cebirde gerçek sayılar ve bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kurulur. Bu nedenle cebir, genelleştirilmiş aritmetik ismini alır.

Bu düzyeylerin anlaşılması için Tablo 1’de bu düzyeylerle ilgili örnek sorulara yer verilmiştir.

Tablo 1. Cebirsel Düşünme Düzyeylerine İlişkin Soru Örnekleri (Çağdaşer, 2008)

Düzyeyler	Örnek sorular
Düzyey-1	 
Düzyey-2	 
Düzyey-3	$c + d = 16, c < d$ ise $c = ?$ $(a - b) + b = ?$
Düzyey-4	Tanesi 7 lira olan kalem ile tanesi 3 lira olan b silgi kaç lira tutar? $2n$ mi, $n + 2$ mi büyüktür? Açıklayınız.

Yöntem

Bu çalışmada, nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışmasında araştırılan konunun bir yönü derinlemesine incelenir (Merriam, 1998; Yıldırım & Şimşek, 2013) ve bu yöntem farklı veri toplama araçları yardımıyla sınırları belirli bir sistemin keşfedilmesini sağlar (McMillian & Schumacher, 2010). Durum çalışması türlerinden içsel durum çalışması niteliği taşıyan bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini detaylı inceleyebilmek için farklı veri toplama araçları (ses kaydı, klinik görüşme) kullanılmış ve öğrencilerin hangi düzyeyde oldukları hakkında durum tespiti yapılmaya çalışılmıştır. İçsel durum çalışmasında

amaç, elde edilen sonuçları daha geniş bir örnekleme genellemek değil, durumu öğrenmektir (Stake, 1995). Bu bakımdan bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir.

Çalışma Grubu

Bu çalışma, Batı Karadeniz Bölgesi'nin bir ilinde bulunan bir devlet okulunda öğrenim gören 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Çalışma grubunu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örnekleme ile seçilen 12 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmacıların birinin devlet okulunda öğretmen olması ve ortaokul öğrencilerine derse girmesi araştırmanın yapılabirliğine olanak sağlamıştır. Ayrıca öğrencilerin araştırmacıyı uzun süredir tanıması öğrencilerden elde edilen verilerin doğruluğu açısından araştırmanın güvenilirliğini arttırmıştır. Araştırma yapılan okulun sosyo-ekonomik düzey bakımından ne çok üstte ne çok altta olması da ortalama durum hakkında fikir sahibi olunmasına imkân vermiştir. 12 öğrencinin seçiminde araştırmacı tarafından öğrencilerin matematik başarısının orta düzeyde olması ve düşüncelerini rahatlıkla ifade edebilmesi göz önünde bulundurulmuştur.

Çalışmanın amacı, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek olduğu için öğrencilerin sorulardaki cebir öğrenme alanı dışında bilgi gerektiren öğrenme alanlarında (geometri, ölçme, sayılar) yeterli olmaları dikkate alınmıştır. Çalışmaya beşinci sınıf öğrencilerinin dâhil edilmemesinin gerekçesi olarak beşinci sınıfların matematik dersi öğretim programında cebir öğrenme alanı olmaması gösterilebilir. Katılımcıların gerçek isimleri kullanılmamış kız öğrenciler için K₁₆... K₂₈; erkek öğrenciler için de E₁₆... E₂₈ şeklinde kodlar verilmiştir. Kodlarda iki rakam kullanılmasının sebebi olarak birinci rakamın öğrenci sayısını, ikinci rakamın da sınıf seviyesini göstermesidir. Örneğin K₁₆ kodlu öğrenci 6. sınıfa giden birinci öğrenciyi temsil etmektedir. Çalışma grubunun cinsiyet ve sınıf düzeyine göre dağılımı Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2.

Çalışma Grubunun Cinsiyet ve Sınıf Düzeyine Göre Dağılımı

Sınıf Düzeyi	Kız	Erkek
6	2	2
7	2	2
8	2	2
		Toplam: 12

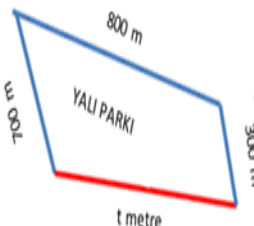
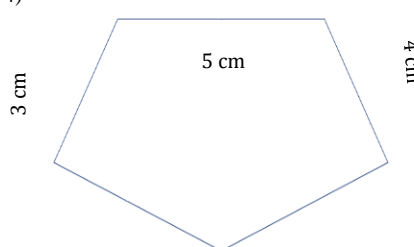
Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini incelemek amacıyla alanyazında yer alan çalışmalar (Altun, 2015; Kaş, 2010) ve ders kitapları referans alınarak on yedi soru hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular matematik eğitimi alanında iki öğretim üyesi ve bir matematik eğitimcisi tarafından amaç ve içerik yönünden incelenmiştir. Dört düzeyin her biri için ikişer soru seçilerek toplam sekiz soruluk Bir Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu (CDDTF) hazırlanmıştır. Yapılan pilot çalışma ile 'Bir kenarının uzunluğu $b+3$ birim olan karenin alanını hesaplayınız.' sorusunun bütün sınıf düzeylerindeki kazanımlara uygun olmadığı tespit edilmiştir. Bu soru değiştirilerek yerine 'Tanesi 3 lira olan kalemlerden a tane, tanesi 8 lira olan kalemlerden b tane alan bir kişi toplamda kaç lira öder?' sorusu hazırlanmıştır. Değişiklikle birlikte yazılı hale getirilen sorular bir kez daha ön uygulama ile test edilmiş ve öğrencilerin sınavı tamamlamaları için gereken sürenin yaklaşık bir saat olduğu belirlenmiştir. Sorulara verilen cevaplar, hem yazılı olarak toplanmış hem de katılımcıların izni ile ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Çalışmanın verileri, on iki öğrenci ile yapılan klinik mülakatlar

ve araştırmacı notları ile elde edilmiştir. Tablo 3'te CDDTF'de yer alan sorulara ve bu soruların Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (2013)'nda yer alan Cebir Öğrenme Alanıyla İlişkili Kazanımlara yer verilmiştir.

Tablo 3.

Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunda Yer Alan Sorular

Cebirsel Düşünme Düzeylerine İlişkin Sorular	Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'na (2013) Göre Kazanımlar
Düzyey-1'e ilişkin sorular	
1)  Sağlıklı yaşam için her sabah Yalı Parkı'nın etrafında bir tur koşan biri toplamda kaç metre koşar?	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
2) Bir kenarının uzunluğu a cm olan eşkenar bir üçgenin çevresini hesaplayınız.	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
Düzyey-2'ye ilişkin sorular	
3) $D = 3.E + 8$ ve $E=1$ ise $D=?$	Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
4)  Yukarıda verilen şeklin kenar uzunlukları sırasıyla 3, 4 ve 5 cm'dir. Verilmeyen diğer iki kenarın uzunlukları ise birbirine eşittir. Şeklin çevresini hesaplayınız.	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
Düzyey-3'e ilişkin sorular	
5) $8x - 6y - x = ?$	Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.
6) $a + b = 20$ ve $b < a$ ise $b = ?$	Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.
Düzyey-4'e ilişkin sorular	
7) Tanesi 3 lira olan kalemlerden a tane, tanesi 8 lira olan kalemlerden b tane alan bir kişi toplamda kaç lira öder?	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar
8) 8.a ve a+8 sayılarından hangisi daha büyüktür?	Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde birinci aşamada, yapılan ses kayıtları araştırmacılar tarafından bilgisayar ortamına aktararak ses dökümleri yapılmıştır. İkinci aşamada ise, bu ses dökümleri ve öğrencilerin CDDTF'deki sorulara vermiş oldukları cevaplar kodlanmıştır. Bu aşamada veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Cebirsel düşünme düzeylerinin sıralı yapısından dolayı öğrencinin bir üst düzeye geçebilmesi için önceki bütün düzeyleri başarıyla tamamlamış olması gerekir (Hart vd., 1998'den akt. Altun, 2014). Çalışmada bu kurala bağlı kalınmıştır. Elde edilen verilerin analizinde cebirsel düşünme düzeyleri kategori olarak ele alındığından betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Ayrıca katılımcıların cevapları, doğru, yanlış ve boş ölçütlerine göre kodlanmıştır. Bu kategori ve kodlar Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4.

Katılımcıların CDDTF Cevaplarına İlişkin Kategoriler, Kodlar ve İlgili Kodların Açıklamaları

Kategori	Kodlar		
	Doğru	Yanlış	Boş
<i>Düzye-1</i>	<i>Katılımcının soruda, ilgili</i>	<i>Katılımcının soruda,</i>	<i>Katılımcının soruyu</i>
<i>Düzye-2</i>	<i>cebirsel düşünme</i>	<i>ilgili cebirsel düşünme</i>	<i>boş bırakması</i>
<i>Düzye-3</i>	<i>düzeyinde istenen</i>	<i>düzeyinde istenen</i>	
<i>Düzye-4</i>	<i>yeterlikte cevap vermesi</i>	<i>yeterlikte cevap verememesi ya da</i>	
		<i>ilgisiz cevap vermesi</i>	

Çalışmanın güvenilirliği için katılımcıların yazılı açıklamaları Miles ve Huberman'ın (1994) uyuşma hesabı kullanılarak araştırmacılar tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlanarak ve kodlayıcılar arası tutarlılığın $\frac{\text{Görüş birliği}}{\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı}} \times 100$ işlemi sonucunda 0.96 olarak hesaplanmıştır.

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde CDDTF' de yer alan sorular ve sorulara ait analizler ele alınmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine ilişkin verdikleri cevaplara ait bulgular, tablolar halinde sunulmuştur. Ayrıca görüşme bulgularından ve öğrencilerin yazılı açıklamalarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Cebirsel Düşünme Düzey-1'e İlişkin Bulgular

Tablo 5 incelendiğinde, tüm katılımcıların Düzey-1'de bulunan birinci ve ikinci soruya doğru cevap verdikleri, dörtgen şeklindeki parkın ve eşkenar üçgenin çevresini cebirsel olarak ifade edebildikleri görülmektedir.

Tablo 5. Öğrencilerin Düzey-1'e İlişkin Sorulara Verdikleri Cevaplara İlişkin Bulguların Kodlara Göre Dağılımı

Kategori	Sorular	Kodlar		
		D	Y	B
Düzey-1	1.soru	K16, K26, E16, E26, K17, K27, E17, E27, K18, K28, E18, E28		
	2.soru	K16, K26, E16, E26, K17, K27, E17, E27, K18, K28, E18, E28		

D: Doğru Y: Yanlış B: Boş

Öğrencilerin Düzey-1'e ilişkin sorulara verdikleri cevaplara bakıldığında harfleri birer nesne olarak gördükleri ve sorularda yer alan harflere herhangi bir sayısal değer vermeden işlemi sonuçlandırabildikleri görülmektedir. Şekil 1, bu durumu en iyi şekilde örneklendirmektedir.

1)

Sağlıklı yaşam için her sabah Yalı Parkı'nın etrafında bir tur koşan biri toplamda kaç metre koşar?

<p>Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>Verilen ölçümlerin toplamı ile verilmeyen ölçümün toplamı parkın çevresini oluşturur.</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>Verilen ölçümler ile verilmeyen ölçüm parkın çevresini oluşturduğu için ölçümleri toplamamız gerekir.</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p>$800 + 700 + 300 + t$ $1800 + t$</p> <p>bilinenleri kendi aralarında topladım + sabit olarak kaldı.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Sonuç bulundu. Başka yok.</p>

Şekil 1. K₂₇'nin düzey-1'e ilişkin birinci soruya verdiği cevap

Şekil 1 incelendiğinde K_{27} verilen dörtgenin çevresini, uzunluğu bilinmeyen kenara herhangi bir sayısal değer vermeden sonuca ulaşmıştır. Yapılan görüşmede öğrenci değişken olan t harfine nasıl bir anlam yüklediğini detaylı olarak açıklamıştır.


Araştırmacı: Soruda verilen t ifadesi ne anlama gelmektedir?

K_{27} : O , verilen dörtgenin bir kenarının uzunluğu.

Araştırmacı: Sonuçta bulduğun $1800+t$ ifadesi ne anlama gelmektedir?

K_{27} : Bir tur koştuğu için dörtgenin çevresi.

Şekil 2’de E_{26} ’nın ikinci soruya verdiği cevap görülmektedir. İkinci soru cebirsel düşünmenin ikinci düzeyine ait bir soru olup verilen bir eşkenar üçgenin çevresinin hesaplanmasını istemektedir.

2) Bir kenarının uzunluğu a cm olan eşkenar bir üçgenin çevresini hesaplayınız.	
<p>Problemi kendi cümlelerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>Problemde eşkenar bir üçgen var. Bu üçgenin bir kenarı a cm’iştir. Bu üçgenin çevresinin kaç cm olduğu soruluyor.</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>Üçgenin 3 kenarı vardır. Bu üçgen eşkenar bir üçgen ve bir kenarı a cm. Bir kenar a cm ise diğerleri de böyledir. Bunların hepsi toplanacaktır.</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p>  <p>Çevre = $3a$ cm</p> <p>Şekli çizdim kenarları topladım.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Evet. Üçgenin çevresi anlamına geliyordu. Evet vardır. Mesela ben toplayarak yaptım. Çarpılarak da yapılabilir.</p>

Şekil 2. E_{26} ’nın düzey-1’e ilişkin ikinci soruya verdiği cevap

Şekil 2 incelendiğinde öğrenci verilen bir eşkenar üçgenin çevresini hesaplamak için sayısal değer kullanmamıştır. Öğrencinin eşkenar üçgenin özelliklerini kullanarak çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade edebildiği görülmüştür. Yapılan görüşmede öğrenci a'yı bir nesne olarak tanımlayabilmiştir.

Araştırmacı: Soruda verilen a ifadesi ne anlama gelmektedir?

E₂₆: Bir kenarının a cm kadar olduğunu gösteriyor. Yani bir kenarının uzunluğu.

Araştırmacı: Sorunun çözümünde bulduğun 3a ifadesi ne anlama geliyor?

E₂₆: Eşkenar üçgenin bir kenarı a cm ise, üç kenarı da aynı olacağı için 3a oluyor. Yani 3 tane a kadar çevresi var.

Cebirsel Düşünme Düzey-2'ye İlişkin Bulgular

Cebirsel düşünmenin ikinci düzeyine ait üçüncü soruda, verilen cebirsel ifadede bir harfin yerine soruda verilen sayısal değeri koyarak diğer bilinmeyen bulunması istenmektedir. Tablo 6 incelendiğinde K₁₆ dışındaki öğrencilerin üçüncü soruya istenen yeterlikte cevap verdiği görülmektedir.

Tablo 6.

Öğrencilerin Düzey-2'ye İlişkin Sorulara Verdikleri Cevaplara İlişkin Bulguların Kodlara Göre Dağılımı

Kategori	Sorular	Kodlar		
		D	Y	B
Düzey-2	3.soru	K ₂₆ , E ₁₆ , E ₂₆ , K ₁₇ , K ₂₇ , E ₁₇ , E ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₈ , E ₂₈		K ₁₆
	4.soru	K ₂₆ , E ₁₆ , E ₁₇ , E ₂₆ , K ₁₇ , K ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₈ , E ₂₈	K ₁₆ , E ₂₇	

Dördüncü soruda öğrencilerin şeklin bilinmeyen kenar uzunlukları için kendilerinin belirlediği birer değişken atamaları ve şeklin çevresinin uzunluğunu sayısal değerlerle değil cebirsel ifadelerle bulmaları istenmektedir. Tablo 6 incelendiğinde K₁₆'nın ve E₂₇'nin ikinci düzeye ait dördüncü soruyu istenen yeterlikte cevaplayamadıkları görülmektedir. K₁₆ ve E₂₇ verilen şeklin çevre uzunluğunu bilinmeyen eşit uzunluktaki kenarlara sayısal değerler vererek sonucu bulmaya çalışmışlardır. Tablo 6'dan K₁₆ dışındaki öğrencilerin, ikinci düzeye ilişkin üçüncü soruda, K₁₆ ve E₂₇ dışındaki öğrencilerin de dördüncü soruda zorlanmadıkları görülmektedir.

Şekil 3'te E₁₇'nin üçüncü soruya verdiği cevap, Şekil 4'te ise iki öğrencinin (K₁₆, E₂₇) dördüncü soruya verdiği cevaplar görülmektedir.

3) $D = 3.E + 8$ ve $E=1$ ise $D=?$	
Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
<p>Bilinmeyenleri kullanarak Bilinmeyenleri bulmasını Sağlıyor</p>	<p>$D = 3 \cdot 1 + 8$ $D = 11$</p> <p>Önce bilinmeyenleri yazdım sonra işlem önceliği kullanarak işlemi çözdüm.</p>
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
<p>$D = (3 \cdot 1) + 8 = 11$ $D = 11$</p> <p>Eyi yerine yazdım ve işlemi çözdüm.</p>	<p>Buldum D'yi buluyor</p> <p>Yoktur çünkü işlem önceliğini değiştiremeyiz.</p>

Şekil 3. E₁₇ 'nin düzey-2' ye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap

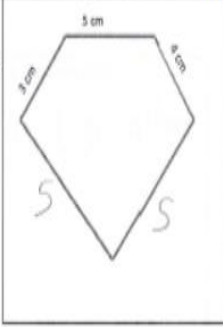
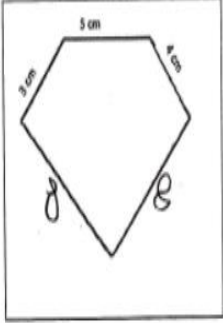
Şekil 3 incelendiğinde, öğrenci, bilinmeyen D ifadesini bulabilmek için E bilinmeyenini kullanarak çözüm yapmıştır. Soruda verilen E değerini denklemde yerine yazarak D değerini hesaplamıştır. Öğrenci bilinmeyen harfin değerini sorudaki bilgileri kullanarak bulmuştur. Yapılan görüşmede öğrenci soruda verilen harflerin değişmeyeceğini ve başka bir çözümün olamayacağını söylemiştir.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E ifadelerine istediğim sayısal değeri verebilir misin?

E₁₇: Hayır.

Araştırmacı: Neden?

E17: Çünkü burada demiş ki E eşittir bire. D'de buna bağlı.

K16		K27	
<p>4) Yanda verilen şekli kenar uzunlukları sırasıyla 3, 5, 4 cm'dir. Verilmeyen diğer iki kenarın uzunlukları ise birbirine eşittir. Şeklin çevresini hesaplayınız.</p> 		<p>4) Yanda verilen şekli kenar uzunlukları sırasıyla 3, 5, 4 cm'dir. Verilmeyen diğer iki kenarın uzunlukları ise birbirine eşittir. Şeklin çevresini hesaplayınız.</p> 	
<p>Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>3 kenarı vermiş. 2 kenarı eşit kenar soruyor. Ben 0'ı iki kenarı eşit dediği için ve bulamadığım için eşit sayıları verdim.</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>Verilmeyen yerlere eşit demiş. Bulamadığım için eşit sayılar verdim. Şimdi de hepsini topladım.</p>	<p>Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>Belki bir kenarını bulmam, bulamıyorum.</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>$3+5+4$ yaptım kenarları buldum $8+8$</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p>5 4 3 5 ± 5 22</p> <p>Verilmeyen kenarlar eşit olduğu için eşit sayılar verdim ve cevabı buldum.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Evet Başka çözüm yolları vardır. Çevresini buldum.</p>	<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p>$3+5+4=12$ $8+8=16$ $\frac{12}{2}=6$ 28</p> <p>Verilenleri topladım verilmeyeni buldum.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Buldu belki bir kenarını belki vardır ama bilmiyorum.</p>

Şekil 4. K16 ve E27'nin ikinci düzeyde ilişkin dördüncü soruya verdikleri cevaplar

Şekil 4 incelendiğinde, K_{16} 'nın ve E_{27} 'nin dördüncü soruyu istenen yeterlikte cevaplayamadıkları görülmektedir. K_{16} ve E_{27} verilen şeklin çevre uzunluğunu hesaplarken bilinmeyen kenar uzunluklarına sayısal değerler vererek sonucu bulmaya çalışmışlardır. Bu bulguya göre iki öğrencinin de cebirsel düşünme düzeylerinin ikinci düzeyde olmadığını dolayısıyla düzey-1 seviyesinde oldukları söylenebilir.

Cebirsel Düşünme Düzey-3'e İlişkin Bulgular

Tablo 7 incelendiğinde, cebirsel düşünmenin üçüncü düzeyine ilişkin 5. ve 6. sorularda 7. sınıf öğrencilerinin zorlandıkları görülmektedir. Bu düzeydeki sorularda bilinmeyenlerin bulunduğu denklemlerde verilen değere göre diğer bilinmeyen bulunması istenmektedir. Bu safhada harflerin birer bilinmeyen olarak algılanması gerekirken öğrenciler, harflere sayısal değerler vererek işlem yapmaya yönelmişlerdir.

Tablo 7.

Öğrencilerin Düzey-3'e İlişkin Sorulara Verdikleri Cevaplara İlişkin Bulguların Kodlara Göre Dağılımı

Kategori	Sorular	Kodlar		
		D	Y	B
Düzey-3	5.soru	$K_{26}, E_{16}, K_{17}, K_{27}, E_{17}, K_{18}, K_{28}, E_{18}, E_{28}$	K_{16}, E_{26}, E_{27}	
	6.soru	$K_{18}, K_{28}, E_{18}, E_{28}, K_{27}$	$K_{16}, K_{26}, E_{16}, E_{26}, K_{17}, E_{17}, E_{27}$	

Tablo 7'den de görüldüğü gibi K_{16} ve E_{26} düzey-2'ye ilişkin soruları yanıtlayamadıklarından düzey-1 seviyesinde oldukları söylenebilir. Bu nedenle düzey-3'te bulunan sorulara istenen yeterlikte doğru yanıtlar verememeleri beklenen bir sonuçtur. Benzer şekilde, E_{27} ikinci düzeyde olmadığından düzey-3'te bulunan sorulara istenen yeterlikte doğru yanıtlar verememesi beklenen bir sonuçtur. E_{27} 'nin düzey-1 ve düzey-2'de bulunan sorulara yeterli cevap veremediğinden düzey-1'de bulunduğu söylenebilir. Diğer taraftan 8. sınıf öğrencilerinin beşinci ve altıncı sorulara verdikleri cevapların cebirsel düşünmenin üçüncü düzeyi için yeterli olduğu görülmüştür. Bu öğrenciler 6. soruda b'nin negatif tamsayı veya rasyonel sayı olabileceğini de düşünerek b'nin sonsuz sayıda değer alabileceğini ifade etmişlerdir. Altıncı soruda K_{26}, E_{16}, K_{17} ve E_{17} , bilinmeyenlerin sonsuz sayıda değerler alabileceğini göz ardı ederek, bilinmeyenleri sadece doğal sayılar kümesinin elemanlarından seçmişlerdir. Şekil 5'te K_{17} 'nin altıncı soruya verdiği cevap görülmektedir.

6) $a + b = 20$ ve $b < a$ ise $b = ?$	
<p>Problemi kendi cümlelerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>A ve B'nin toplamı 20'ye eşittir. B bilinmeyen, a bilinmeyeninden küçüktür. B kaçtır?</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>a ve b'nin eşitinin 20 olduğunu ve a'nın b bilinmeyeninden büyük olduğunu biliyoruz. Buna göre B'yi buluruz.</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p>...</p> <p>$a = 11$ $b = 9$ $a = 12$ $b = 8$ $a = 13$ $b = 7$ $a = 14$ $b = 6$ $a = 15$ $b = 5$ $a = 16$ $b = 4$ $a = 17$ $b = 3$ $a = 18$ $b = 2$ $a = 19$ $b = 1$ $a = 20$ $b = 0$</p> <p>A'nın B'den büyük olduğunu bildiğim için bu değerler alabileceği sonuçları yazdım.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Evet. Bulduğum sonuç A ya da B'nin birden fazla değer alabileceği anlamına geliyor.</p>

Şekil 5. K₁₇'nin düzey-3'e ilişkin altıncı soruya verdiği cevap

Şekil 5 incelendiğinde K₁₇, bilinmeyenleri doğal sayılar kümesinin elemanları gibi düşünerek soruyu çözdüğü görülmektedir. Yapılan görüşmede öğrencinin bilinmeyenlere farklı değerler verilip verilemeyeceği konusunda emin olmadığı gözlemlenmiştir.

Araştırmacı: Kaç tane b değeri bulabildin?

K₁₇: 10 tane.

Araştırmacı: Bulduklarının dışında başka değerler yazılabilir mi?

K₁₇: Ben on tane bulmuşum. Belki yazılabilir.

Araştırmacı: Ne yazılabilir?

K₁₇: Bilmiyorum.

Araştırmacı: $a=21$ ve $b=-1$ olabilir mi sence?

K₁₇: Galiba.

Şekil 6'da K₁₈'in altıncı soruya verdiği cevap görülmektedir. Şekil 6 incelendiğinde K₁₈'in yazılı cevabında b değerlerine tam olarak ulaşamadığı anlaşılmaktadır. Ancak yapılan görüşmede öğrencinin verdiği cevaplara göre altıncı soruya ilişkin cevaplarının, cebirsel düşünmenin üçüncü düzeyi için yeterli olduğu görülmüştür.

6) $a + b = 20$ ve $b < a$ ise $b = ?$	
<p>Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>a ile b 20'ye eşittir. b, a'dan kesinlikle küçüktür. Buna göre b nedir?</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>Önce farklı değerler veririm. Ama farklı değerler verdiğim için sonra her defasında farklı çıkar. Çıkan sonuçlarda küçük olan değerlerde b'ye veririm. Ama verdiğim değerler arasında 10 çıkar çünkü iki taraf birbirine eşit çıkıyor.</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p> $9 + 11 = 20$ $11 + 9 = 20$ $12 + 8 = 20$ $13 + 7 = 20$ $15 + 5 = 20$ $16 + 4 = 20$ $17 + 3 = 20$ $18 + 2 = 20$ $19 + 1 = 20$ $20 + 0 = 20$ </p> <p> $9 < 11$ $b = 9$ $0 < 20$ $b = 0$ </p> <p>b'ye küçük olan değeri veririm. b yukarıdaki sayılarda küçük olan</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Sonucuları buldum. Bulduğum sonuç b'nin değeri ile a'nın değerlerini veriyor başka çözüm yolu olabilir.</p>

Şekil 6. K₁₈'in düzey-3'e ilişkin altıncı soruya verdiği cevap

Altıncı sorunun çözümüne ilişkin K₁₈ ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Kaç tane b değeri buldun?

K₁₈: Onları saymam gerekiyor. 9 tane bulmuşum. Böyle yaptım ve küçük olanları b'ye verdim.

Araştırmacı: Bulduklarının dışında başka değerler yazılabilir mi?

K₁₈: Aslında, eksileri filan verebiliriz.

Araştırmacı: Negatif tam sayıların da dışında değer verebilir miyiz?

K₁₈: Aslında kesirli filan da verebiliriz.

Araştırmacı: Neden yazmadın bu söylediklerini?

K₁₈: Bunlar zaten çok uzun. O an yazmadım çok uzun sürer diye.

Düzey-3'e ilişkin elde edilen bulgulardan, 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun düzey-1 ve düzey-2'de oldukları, düzey-3'in gerektirdiği becerileri yapamadıkları söylenebilir.

Cebirsel Düşünme Düzey-4'e İlişkin Bulgular

Cebirsel düşünmenin dördüncü düzeyine ait sorular üçüncü düzeydeki soruların bir benzeridir. Ancak bu düzeyde öğrencilerin daha karmaşık ifadelerle anlam yüklemeleri ve işlemleri sonuçlandırmaları beklenmektedir. Tablo 8'den 8. sınıf öğrencileri K₁₈, K₂₈, E₁₈ ve E₂₈'in cebirsel düşünmenin dördüncü düzeyinde bulunan sorulara istenen yeterlikte doğru yanıtlar verdikleri görülmektedir. Bu öğrencilerin düzey-4'te oldukları düşünülebilir.

Tablo 8.

Öğrencilerin Düzey-4'e İlişkin Sorulara Verdikleri Cevaplara İlişkin Bulguların Kodlara Göre Dağılımı

Kategori	Sorular	Kodlar		
		D	Y	B
Düzey-4	7.soru	K ₁₇ , K ₂₇ , E ₁₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₈ , E ₂₈	K ₁₆ , K ₂₆ , E ₁₆ , E ₂₆ , E ₂₇	
	8.soru	E ₁₆ , E ₂₆ , K ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₈ , E ₂₈	K ₁₆ , K ₁₇ , E ₁₇ , E ₂₇	K ₂₆

Tablo 8 incelendiğinde K₂₇ dışındaki 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin birinci ve ikinci düzeyde bulunan soruları istenen yeterlikte cevaplayamadıkları ve bu nedenle üçüncü düzeye atanamadıkları görülmüştür. Bu durum dikkate alındığında, öğrencilerin dördüncü düzeyde bulunan her iki soruya da istenen yeterlikte cevap verememiş olmaları beklenen bir sonuç olarak görülebilir. Bu düzeydeki sorulara istenen yeterlikte cevap veremeyen bazı öğrencilerin sekizinci sorunun cevabı için yaptıkları açıklamayla çarpma işleminin cebirsel ifadenin değerini artıracığı yanılığısına sahip oldukları görülmektedir. Şekil 7, bu durumu en iyi şekilde örneklendirmektedir.

8) 8.a ve a+8 sayılarından hangisi daha büyüktür?	
<p>Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>8a mı yoksa 8a sayısı mı daha büyüktür?</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>Çözüm planını şöyle yaptım; 8a işleminde 8 tane a verilmiş. a+8 işleminde a bilinmeyen ile 8 sayısı toplanmış. Buna göre büyük olan bulurum.</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p>$8a > a+8$</p> <p>8 tane a a+8'den daha büyüktür.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Evet. Sonuç çarpımında olan bilinmeyen daha büyük olduğu ortaya geliyor. Başka çözüm yolu yok.</p>

Şekil 7. K₁₇'nin düzey- 4'e ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap

Şekil 7 incelendiğinde öğrenci, kıyaslama yaparken çarpma işlemindeki bilinmeyenin daha fazla değer katacağını ve dolayısıyla 8a ifadesinin daha büyük olacağını ifade etmiştir. K₁₇ ile yapılan görüşme aşağıda aynen verilmiştir.

Araştırmacı: Hangi ifadenin büyük olduğunu buldun?

K₁₇: Ben 8a'nın daha büyük olduğunu buldum. Çünkü bir yerde bir tane a'yı topluyoruz. Diğer tarafta 8 ile a'yı çarpıyoruz.

Araştırmacı: a ifadesine -1 değerini verebilir misin?

K₁₇: Verelim. $-1 \cdot 8 = -8$ ve $-1 + 9 = 7$.

Araştırmacı: -8 mi büyük yoksa 7 mi?

K₁₇: 7 daha büyük. Çarpma işleminin daha fazla değer katabileceğini düşünmüştüm.

Şekil 8'de E₂₈'in sekizinci soruya verdiği cevap görülmektedir. Şekil 8 incelendiğinde, öğrenci cebirsel ifadelerde bulunan değişkenlere farklı değerler vererek sonuca ulaşmaya çalışmıştır.

8) 8.a ve a+8 sayılarından hangisi daha büyüktür?	
<p>Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?</p> <p>İki cebirsel ifadede hangisinin büyük olduğunu...</p>	<p>Çözüm planını nasıl yaparsınız?</p> <p>a'ya değer vermek hangisinin büyük olduğunu bulmak.</p>
<p>Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.</p> <p>a = 1 için 8 · 1 = 8 1 + 8 = 9</p> <p>a = 2 için 8 · 2 = 16 2 + 8 = 10</p> <p>Ben değer vererek yaptım ve farklı değerler verildiğinde büyüklük değişiyor.</p>	<p>Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?</p> <p>Bulduğuma inanıyorum.</p> <p>Bulduğum sonuç büyüklüklerin değiştiği anlamında.</p> <p>Ben değer vererek yaptım, başka birisi başka bir çözüm yoluyla bunu yapabilir.</p>

Şekil 8. E₂₈'in düzey- 4'e ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap

E₂₈, cebirsel ifadeler için üzerinde çalışılabilecek herhangi bir küme tanımlı olmadığından büyüklüğün değişebileceğini ifade etmiştir:

Araştırmacı: Çözümünü nasıl yaptın?

E₂₈: a'ya değer verdim. Sonra 8 ile çarptım. Sonra başka bir değer verdim, a'ya tekrar. Sonuç değişiyor sürekli. a'ya 1 verdiğimde 8 ile çarptığımda 8, 8 ile topladığımda 9 çıkıyor. 2 için yaptığımda 8 ile çarptığımda 16, 8 ile topladığımda 10 çıkıyor. O yüzden her zaman değişebiliyor hangisinin büyük olduğu.

Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Dağılımı

Öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama düzeylerini ortaya çıkarmak amacıyla yapılan çalışma sonucunda, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin dağılımı Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9.

CDDTF'ye Verilen Cevaplarla Elde Edilen Bulgulara Göre Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Dağılımı

Cebirsel Düşünme Düzeyleri	Öğrenciler
Düzyey-1	K ₁₆ , K ₂₆ , K ₁₇ , K ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₆ , E ₂₆ , E ₁₇ , E ₂₇ , E ₁₈ , E ₂₈
Düzyey-2	K ₂₆ , K ₁₇ , K ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₆ , E ₁₇ , E ₁₈ , E ₂₈
Düzyey-3	K ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₈ , E ₂₈
Düzyey-4	K ₂₇ , K ₁₈ , K ₂₈ , E ₁₈ , E ₂₈

Tablo 9 incelendiğinde tüm öğrencilerin birinci düzeydeki tüm sorulara, öğrencilerin çoğunun ikinci düzeydeki sorulara, yedinci sınıf düzeyinde bir öğrencinin ve sekizinci sınıf öğrencilerinin üçüncü ve dördüncü düzeydeki tüm sorulara doğru cevaplar verdikleri görülmektedir. Bu bulgulara dayanarak, 12 öğrenciden sadece beşi tüm düzeylerde istenen yeterlikte cevaplar vererek dördüncü düzeye ulaşabilmişlerdir. Geriye kalan yedi öğrenciden dördü ikinci düzeyde üçü de birinci düzeyde kalmıştır.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bulgulardan elde edilen sonuçlara göre, 12 öğrenciden beşi düzey-4'e atanabilmişlerdir. Sekizinci sınıftaki öğrencilerin cebir öğrenme alanıyla ilgili konuları diğer öğrencilere nazaran daha çok görmüş olmaları bu sonucun ortaya çıkmasında temel sebeplerden biri olduğu söylenebilir. Bütün öğrenciler sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel bir ifadenin yazılmasının beklendiği düzey-1'de bulunan sorulara doğru cevaplar vermişlerdir. Bu düzeydeki öğrenciler, harfleri birer nesne olarak algılamışlar ve harfe herhangi bir sayısal değer vermeden işlemi sonuçlandırmışlardır. İki altıncı ve bir yedinci sınıf öğrencisi bu düzeydeki soruları tam olarak istenen yeterlikte cevaplamış ancak ikinci

düzeydeki soruları doğru olarak cevaplandıramamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin birinci düzeyde buldukları söylenebilir.

Düzyey-2’de bulunan üçüncü soruda verilen cebirsel ifadede bir harfin yerine soruda verilen sayısal değerin yazılarak diğer bilinmeyen değerin bulunması istenmektedir. Burada bir eşitlik vardır ve öğrenciden beklenen bu eşitliğin sağlanabilmesi için harfin yerine gelebilecek uygun değerin bulunmasıdır. Ancak, Yaman, Toluk ve Olkun (2003) öğrencilerin çoğunun, cebir için önemli bir kavram olan eşitliği ilişki ifade etmekten daha çok işlem sonucunu gösteren bir sembol olarak gördüklerini belirtmektedirler. Bu çalışmada da bazı öğrencilerin eşitlik işaretini doğru yorumlayamadıkları görülmüştür.

Dördüncü soruda ise iki kenarının uzunluğu eşit olarak verilmiş şeklin çevre uzunluğunu ifade eden cebirsel ifadeyi yazmaları beklenmektedir. Genel olarak bakıldığında, öğrencilerin ikinci düzeye ilişkin üçüncü soruda zorlanmadıkları ancak altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin dördüncü soruda zorlandıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin bu eşit uzunluklara sayısal değerler vererek sonucu bulmaya çalıştıkları görülmüştür. Cebirsel düşünmenin ikinci düzeyine ait üçüncü soruya K_{16} , dördüncü soruya ise K_{16} ve E_{27} dışındaki bütün öğrenciler istenen yeterlikte doğru cevaplar verebilmişlerdir. Cebirsel düşünme düzeylerinin sıralı yapısından dolayı bir öğrencinin bir üst düzeye geçebilmesi için önceki bütün düzeyleri başarıyla tamamlamış olması gerekir. Bu nedenle K_{16} ve E_{26} ’nın düzey-2’de bulunan sorulara istenen yeterlikte cevap verememiş olmalarından dolayı düzey-1 seviyesinde oldukları söylenebilir.

Dede, Yalın ve Argün’ün (2002) çalışmalarının sonuçlarına göre, öğrencilerin değişken kavramını ve aritmetikten cebire geçişte harflerin farklı kullanımlarını anlamada zorluklar yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu çalışma Dede, Yalın ve Argün (2002) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları ile bu yönden benzerlik göstermektedir. Cebirsel düşünmenin üçüncü düzeyine ait beşinci ve altıncı sorularda yedinci sınıf öğrencilerinin zorlandıkları görülmüştür. Bu düzeyde harflerin birer bilinmeyen olarak algılanması gerekirken öğrenciler, harflere sayısal değerler vererek işlem yapmaya yönelmişlerdir. Öğrenciler altıncı soruda bilinmeyenlerin sonsuz sayıda değerler alabileceğini göz ardı etmişler ve bilinmeyenleri sadece doğal sayılar kümesinin elemanlarından seçerek soruya yanlış cevaplar vermişlerdir. K_{27} ve sekizinci sınıf öğrencileri ise b ’nin negatif tamsayı veya rasyonel sayı olabileceğini de düşünerek b ’nin sonsuz sayıda değer alabileceğini ifade etmişlerdir. Sonuç olarak, cebirin önemli kavramlarından biri olan bilinmeyen kavramının soruları yanlış cevaplayan öğrenciler için tam olarak anlaşılmadığı görülmüştür. Ayrıca altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin düzey-1 ve düzey-2’de bulunmaları düşündürücü bir sonuçtur. Bu durumun nedenleri araştırılabilir. Ancak Çelik ve Güneş’in (2013) çalışmasında, üst sınıflara doğru ilerledikçe öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin arttığını belirtmiş olmaları ve bu çalışma ile sekizinci sınıf öğrencilerinin dördüncü düzeyde bulduklarının tespit edilmesi bu iki çalışmanın sonuçları itibarıyla benzerlik gösterdiğini ortaya koymaktadır. Üstelik bu iki çalışmanın sonuçlarını destekleyebilecek bir çalışma da Gülpek (2006) tarafından yapılmıştır. Buna göre sekizinci sınıf öğrencilerinin dördüncü düzeyde bulunan sorulara doğru cevaplar verebilmelerinin nedenini Gülpek (2006) yıllar geçtikçe öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişiminin artması şeklinde açıklanabileceğini ifade etmiştir. Çelik ve Güneş (2013) yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun harfli sembollerin genelleştirilmiş sayı, bilinmeyen ve değişken rolünü anlamada ve kullanmada zorluk yaşadıklarını ifade etmektedirler. Özellikle harfli sembollere sayısal değer verme, harfli sembolleri önemsememe ve harfli sembolleri nesne adlarının kısaltması olarak yorumlama eğilimlerinin farklı sınıf düzeylerinde değişiklik gösterdiğini ancak üst sınıflara doğru bu eğilimin azaldığını ortaya koymaktadırlar. Bu

nedenle Çelik ve Güneş'in (2013) çalışmalarının sonuçları ile bu çalışmanın sonuçları benzerlik göstermektedir.

Bu çalışmanın sonuçları ile paralellik gösteren bir diğer çalışma ise Öner-Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012), tarafından yedinci sınıf öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Buna göre öğrencilerin büyük bölümü aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma şeklindeki problemleri çözebilmekte ancak bilinmeyenler üzerine işlemleri yapmada zorluk çektikleri belirtilmektedir. Bu çalışmada da yedinci sınıf öğrencilerinin harfleri bilinmeyen olarak algılayamadıkları dolayısıyla işlemleri sonuçlandıramadıkları görülmüştür. Dolayısıyla cebir kavramlarının öğrenilmesinde ilk aşama aritmetikten cebire geçişte cebir öncesi dönemdir. Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2011) cebir öncesi dönemin cebir kavramlarının öğrenilmesinde önemine işaret ederken, Warren (2005) öğrencilerin cebirsel düşünmede yaşadıkları temel zorluklardan birinin yeterli olmayan aritmetik bilgisi olduğuna işaret etmektedir. Dolayısıyla cebirsel kavramların öğretimine geçilmeden önce öğrencilerin aritmetik bilgilerinde varsa eksikliklerin ve kavram yanlışlarının giderilmesinde yarar vardır.

Kaya (2017) yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerini incelediği çalışmasında öğrencilerin cebir alanı ile ilgili doğru cevap oranlarının ilk aşamadan son aşamaya doğru gidildikçe belirgin şekilde azaldığını ifade etmiştir. Kaya'nın (2017) çalışmasının bu yönü dikkate alındığında bu çalışmayla benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada da birinci düzeyde bulunan öğrenci sayısı 12 iken bu sayı dördüncü düzeye gelindiğinde beş olmuştur. Kaya'nın (2017) çalışmasında olduğu gibi bu çalışmada öğrencilerin doğru cevap verme sayılarının ilk aşamadan son aşamaya doğru azaldığı görülmektedir.

Gülpek (2006) ve Çağdaşer (2008) ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin aritmetik bilgileri ile cebir öğrenme alanındaki bilgileri ilişkilendiremedikleri için anlamlı öğrenmeler gerçekleştiremediklerini belirtmektedirler. Gülpek (2006) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun düzey-0'da ve düzey-1'de olduğu, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise düzeylere eşit olarak dağıldığı sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada ise yedinci sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun düzey-1 ve düzey-2 seviyesinde oldukları, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise düzey-4 seviyesine kadar çıkabildikleri görülmüştür. Bu yönü ile Gülpek'in (2006) çalışmasının sonuçları ile bu çalışmanın sonuçları farklılık göstermektedir. Bu çalışmanın sonuçları ile farklı sonuçlar ortaya koyan bir başka çalışma da Oral, İlhan ve Kınay (2013) tarafından yapılmıştır. Çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki incelenmiş ve öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri açısından düzey-0 seviyesinde yığıldıkları diğer bir deyişle herhangi bir düzeye atanamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışmada ise sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri açısından dördüncü düzeyde oldukları sonucu çıkarılmıştır.

Dikkartın ve Uyangör (2007) ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin dağılımı ve cebirsel düşünme düzeyleri ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi inceledikleri çalışmasının sonuçlarına göre çok az sayıda öğrencinin dördüncü düzeyde olduğu ortaya çıkmıştır. Öner-Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012) yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkiyi inceledikleri çalışmada, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri açısından düzey-1 seviyesinde yığıldıkları ve yığılmanın en az olduğu seviyenin ise düzey-4 olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Öner-Sünkür, İlhan ve Kılıç'ın (2012) çalışmasının sonuçları ile bu çalışmanın sonuçları yedinci sınıf öğrencilerin buldukları düzeyler bakımından benzerlik göstermektedir.

Cebirsel düşünmenin dördüncü düzeyine ait yedinci ve sekizinci sorulara K_{27} 'nin ve sekizinci sınıf öğrencileri olan K_{18} , K_{28} , E_{18} ve E_{28} 'in, istenen yeterlikte doğru cevaplar verebildikleri görülmüştür. Buradan öğrencilerin düzey-4 seviyesinde oldukları söylenebilir. Dördüncü düzeyde bulunan sorulara

istenen yeterlikte doğru cevaplar veremeyen bazı öğrencilerin altıncı sorunun cevabı için yaptıkları açıklamalara bakıldığında, çarpma işleminin cebirsel ifadenin değerini artıracağı yanılığına sahip oldukları görülmüştür.

Bu çalışma ile öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin düzeyler ilerledikçe bir üst düzeye atanamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin yazılı cevaplarından ve yapılan klinik görüşmelerden çıkarılan sonuçlara göre bu durumun bazı nedenlerinin olduğu söylenebilir. Bunların en önemlilerinin bilinmeyen, değişken ve eşitlik kavramlarının öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılammış olması ve çarpma işleminin ifadenin değerini büyüteceği gibi kavram yanılığlarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrenciler cebirsel ifadelerde bulunan harflere nasıl bir anlam verecekleri konusunda tereddütler yaşamışlardır. Bu çalışmada bazı öğrencilerin çevrenin uzunluğunu bulmada bilinmeyen kenar uzunluklarına kendilerinin bir sayısal değer verdikleri ve değişkenin farklı değerler alabileceği konusunda farkında olmadıkları görülmüştür. Şimşek ve Soylu'nun (2018) öğrencilerin değişkeni görmezden geldiklerini, bilinmeyen ve değişken kavramlarını ayırt edemediklerini ifade etmeleri bu çalışmanın sonuçlarını desteklemektedir. Bu çalışmadan çıkarılan sonuçlara göre şu önerilerde bulunulabilir:

- Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi cebir kavramlarının öğrenilmesi sürecinde öğretmenlere birtakım ipuçları verebilir.
- Cebir öğretimine geçilmeden önce öğrencilerin aritmetik bilgisini anlama düzeylerine bakılabilir. Cebirsel ifadelerdeki harflerin anlamları ve kullanımları ile ilgili dolayısıyla bilinmeyen, değişken ve eşitlik kavramları ile ilgili çalışmalar yapılabilir ve çeşitli etkinlikler düzenlenebilir. Genel olarak bakıldığında ise, bu çalışmanın sonuçlarına göre cebir öğrenme alanına ilişkin derslerin, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri göz önünde bulundurularak planlanması önerilebilir. Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Düzey-1'deki öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi için cebirde yaşadıkları güçlüklerin nedenlerini belirlemeye yönelik enlemsel ya da boylamsal çalışmalara ağırlık verilebilir. Benzer çalışma ortaöğretim kademesindeki öğrencilerle yürütülerek bu çalışmanın sonuçlarıyla karşılaştırılabilir.

Kaynaklar / References

- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: cebir öncesinin önemi. *Elementary Education Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 01-13.
- Akkaya, R. & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde çalışma yapılarının etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27, 1-16.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8.sınıflarda) matematik öğretimi* (10.Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. (2015). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8.sınıflarda) matematik öğretimi* (11.Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Bağdat, O. & Anapa-Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 2(26), 473-496.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J.-S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87.
- Carraher, D. N., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.
- Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Çelik, D., & Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1157-1175.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. & Argün, Z. (2002, Eylül). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*'nde sunulan bildiri (s. 962-968). Ankara.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dikkartın, F. T. & Mert-Uyangör, S. (2007, Kasım). *İlköğretim 6. , 7. ve 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerine bir çalışma*. 1.Ulusal İlköğretim Kongresinde sunulmuş sözlü bildiri. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı [EARGED]. (2006). *İlköğretim (5+3) matematik programı değerlendirme raporu*: Ankara.
- Ersoy, Y. & Erbaş, K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Geller, L. R. K. & Chard, D. J. (2011). Algebra readiness for students with learning difficulties in grades 4-8: Support through the study of number. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 16(1), 65-78.

- Girit, D. & Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 243-272.
- Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Herbert, K. & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 123-128.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte model kullanmanın 6.sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. L. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp.133-156). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kaya, D. & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 38-47.
- Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 657-675.
- Kieran, C.(1992). The learning of school algebra. In D.A Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, 390-419.
- Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. In C. Lacampagne, W. Blair, & J. Kaput (Eds.). *The algebra initiative colloquium*, 2, 237-242.
- Lannin, J., Barker, D., & Townsend, B. (2006). Algebraic generalisation strategies: factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28.
- Mcmillian, H. J. & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publications,
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. Boston, USA: Pearson Education.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi (5,6,7 ve 8.sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye kurulu Başkanlığı.
- Oral, B., İlhan, M., & Kınay, İ. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(II), 33-46.
- Öner-Sünkür, M., İlhan, M., & Kılıç, M.A. (2012). Yedinci sınıf cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 183-200.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Şimşek, B. & Soyly, Y. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerinin incelenmesi. *The Journal of International Social Research*, 11(59), 830-848.
- Usiskin, Z.(1987). Why elementary algebra can, should and must be an eighth-grade course for average students. *Mathematics Teacher*, 80(6), 428-438.
- Warren, E. A. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building Connections: Research, Theory and Practice*. (Proceedings of the 28th Conference of *Mathematics Education Research Group of Australasia*. 2, (pp. 759-766). Sydney: MERGA.

- Williams, S. E. & Molina, D. (1997). Algebra: what all students can learn. the nature and role of algebra in the K-14 curriculum: *Proceedings of a National Symposium* (pp. 41-51). Washington, DC.
- Yaman, H., Toluk, Z. & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işareti nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.
- Yenilmez, K. & Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yenilmez, K. & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, P., Koza Çiftçi, Ş., Şengil Akar, Ş., & Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 8(1), 18-31.

Yazarlar

İletişim

Neslihan Usta,

Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Bartın
e-mail: neslihanusta74@gmail.com

Burçin Gökçurt Özdemir,

Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Bartın
e-mail: gokkurtburcin@gmail.com

Summary

Purpose. The language of patterns, symbols, and rules, algebra is among important learning fields of mathematics. That algebra makes itself felt in any area of life makes it obligatory to learn algebra. It is possible to encounter different definitions of algebra in mathematics training. An important field of mathematics that deals with correlations and amount, is based on finding the unknown values using the equations formed by symbolizing with signs and letters or determining the correlations between the unknowns. The increase in the information and knowledge in the field of algebra also contributes to the development of algebraic thinking. Driscoll (1999) defines algebraic thinking as the use of variables by quantitative situations and the capacity to make the relation between these variables open. Herbert and Brown (1997) defined algebraic thinking as extracting the information from situations, and mathematically expressing this information using words, signs, graphs, and equations. In addition to this, algebraic thinking includes the use of various symbols and tools for finding the unknowns, interpreting functional relations by testing the hypotheses and making the analyses for different situations. In this context, algebraic thinking includes skills such as reasoning, using the notations and making transformation between the notations, understanding the variables and working with models. Students associate algebraic ideas and arithmetic ideas with the information in their previous experiences. Therefore, it is believed that giving mathematical concepts especially to secondary school students by concretizing will contribute to understanding algebra, which will become complex in the teaching in advanced classes. Upon investigating the literature, many studies are encountered where the development of algebraic thinking and their perceptions on algebra are examined. Also, there are researches that investigate the understanding of primary school teachers on the development of algebraic reasoning skills of primary school students and examine the factors affecting the strategy selection of the students in algebraic generalizations. It is seen that the studies on the levels of algebraic thinking in the relevant literature are low in number. It is believed that important contributions will be made to the literature by examining the algebraic thinking levels of 6th, 7th and 8th-grade secondary school students in-depth. In this context, the aim of this research is to reveal the algebraic thinking levels of secondary school students.

Method. In this research based on the qualitative approach, the case study method among qualitative research approaches was made. Clinic interviews were made as a qualitative data collection technique, and the interviews held were voice recorded. This study was carried out with 6th, 7th and 8th-grade students studying at a state school in a province of Western Black Sea Region. The study group consists of 12 students chosen with purposive sampling method. Seventeen questions were prepared based on the literature and textbooks for the data collection tool. The questions prepared were examined by two experts and one mathematics trainer in terms of purpose and content. An Algebraic Thinking Level Determination Form (ATLDF) consisting of eighth questions in total were prepared by choosing two questions for each of the four levels.

In the analysis of the data, the voice records were casted by transferring them to the computer by the researchers at the first stage. At the second stage, these voice casts and the answers given by the students to the questions in ATLDF were coded. Qualitative analysis techniques were used at this stage. It is necessary for the student to have completed all of the previous levels in order to pass to the next level as a result of the sequential structure of algebraic thinking levels. This rule was complied with in the study. In the analysis of the data obtained, descriptive analysis technique was used when the algebraic thinking levels are addressed as a category.

Results. According to the results obtained from the findings, all 12 students could answer the first and second questions at the first level. About their answers on level-1, the students considered the letters as

objects and could finalize the operation without giving the letters in the questions any number. All students could give correct answers at the required sufficiency on the second level of algebraic thinking, except for K_{16} for the third question and K_{16} and E_{27} for the fourth question. K_{16} and E_{27} tried to find the circumference of the shape given in the fourth question by giving the unknown edges of equal length. It is seen that seventh-grade students have difficulty in the 5th and 6th questions on the third level of algebraic thinking. In the questions at this level, it is asked to find the other unknown by the value given in equations with unknowns. While the letters should be perceived as an unknown at this stage, students tended to make operation by giving numerical values to letters. Similarly, it was determined that sixth and seventh-grade students have difficulty in the 7th and 8th questions on the fourth level of algebraic thinking.

Discussion and Conclusion. As a result of the research, it was seen that students generally give correct answers on the questions regarding the 1st and 2nd levels, but they have more difficulty in answering the questions on the 3rd and 4th levels. The results of the study of Dede, Yalın, and Argün (2002), where they state that students have difficulty in understanding the meaning of the concept variable and different uses of letters in the transition from arithmetic to algebra are also similar to this study in this respect. It was seen that students have difficulty in the third question about the second level, but sixth and seventh-grade students have difficulty in the fourth question. According to the results obtained from the findings on Level-3, it is seen that the majority of the sixth and seventh-grade students are at level-1 and level-2, and cannot achieve level-3. This result is also similar to the results of the study of Çelik and Güneş (2013). In the study of Gülpek (2006), it was concluded that most of the seventh-grade students are at level-0 and level-1, while eighth-grade students are distributed equally to levels. In this study, it was seen that most seventh grade students are at level-1 and level-2, while eighth-grade students can go up to level-4. The results of the study of Gülpek (2006) and this study differ in this respect. On the other hand, the results of the studies of Öner-Sünkür, İlhan, and Kılıç (2012) and the results of this study are similar in terms of the levels of the seventh-grade students. In the study carried out by Dikkartın and Uyangör (2007) with secondary school students, they concluded that very few students are at the fourth level. That only five of 12 students in this study answered the question on level-4 is also similar with the results of the study of Dikkartın and Uyangör (2007). As it is stated in the study of Gülpek (2006), that eighth-grade students can give correct answers in the desired adequacy can be explained with the increase in the development of algebraic thinking levels of the students as the years pass. According to the results of this study, it may be suggested that the lessons on the algebraic learning area are planned considering the algebraic thinking levels of the students. In this context, studies on the development of the algebraic thinking levels of the students can be performed.