

10 TeV Müon Çarpıştırıcısında Anormal Higgs-Ayar Bozonu Etkileşimlerinin Araştırılması

Serdar SPOR*¹

¹Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Ahmet Erdoğan Sağlık Hizmetleri Meslek Yüksekokulu, Tıbbi Görüntüleme Teknikleri Programı, 67100, Zonguldak, Türkiye

(Alınış / Received: 06.04.2026, Kabul / Accepted: 06.08.2026, Online Yayınlanma / Published Online: 25.08.2026)

Anahtar Kelimeler

Higgs bozonu bağlaşımları,
Standart Model ötesi,
Elektrozayıf etkileşimler,
Müon çarpıştırıcısı

Öz: Gelecek müon çarpıştırıcısında $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ süreci boyunca anormal $H\gamma Z$, HZZ ve HWW köşeleriyle ilişkili olan altı boyutlu operatörlerdeki Wilson katsayılarının duyarlılıkları araştırılmaktadır. 10 TeV kütle merkezi enerjisi ve 10 ab^{-1} ışınlılık ile tasarlanan müon çarpıştırıcısında Higgs-ayar bozonu etkileşimlerini içeren sinyal olayları ve ilgili arka plan olayları, modelden bağımsız Standart Model etkin alan teorisi çerçevesinde MadGraph'ta üretilmiştir. Bu olaylar, bozunma kanalları için Pythia'dan geçirilmiştir ve müon çarpıştırıcısı dedektörünün gerçekçi dedektör etkileri için Delphes tarafından simüle edilmiştir. Arka planları bastırarak sinyal verimliliğini arttırmak için analize enine momentum, sözde-hızlılık, kayıp enine enerji, açısal mesafe ve değişmez kütle kesilimleri uygulanmıştır. $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayıları üzerindeki %95 güven aralığındaki sınırlar, sırasıyla $[-0.00026; 0.00026]$ ve $[-0.00017; 0.00018]$ olarak elde edilmiştir. Elde edilen bu sınırların, mevcut deneysel sınırlardan sırasıyla yaklaşık 92 kat ve 31 kat daha hassas olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar, müon çarpıştırıcısının Higgs-ayar bozonu bağlaşımlarındaki Standart Model ötesi fiziği araştırmak için güçlü bir potansiyele sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Investigation of Anomalous Higgs-Gauge Boson Couplings at 10 TeV Muon Collider

Keywords

Higgs boson couplings,
Beyond the Standard Model,
Electroweak interaction,
Muon collider

Abstract: We investigate the sensitivities on Wilson coefficients in dimension-six operators associated with anomalous $H\gamma Z$, HZZ , and HWW vertices along the $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ process at future muon collider. At the muon collider designed with a center-of-mass energy of 10 TeV and an integrated luminosity of 10 ab^{-1} , signal events involving Higgs-gauge boson interactions and related background events are generated in MadGraph within the framework of the model-independent Standard Model effective field theory. These events are passed through Pythia for decay channels and simulated by Delphes for realistic detector effects of the muon collider detector. To improve signal efficiency by suppressing backgrounds, transverse momentum, pseudo-rapidity, transverse missing energy, angular distance, and invariant mass cuts are applied to the analysis. The limits on $\bar{c}_{HB}$ and $\bar{c}_{HW}$ coefficients at 95% confidence level are obtained as $[-0.00026; 0.00026]$ and $[-0.00017; 0.00018]$, respectively. These limits are found to be approximately 92 times and 31 times more precise than present experimental limits, respectively. These results demonstrate that the muon collider has strong potential for investigating physics beyond the Standard Model in Higgs-gauge boson couplings.

1. Giriş

Büyük Hadron Çarpıştırıcısında (LHC) ATLAS [1] ve CMS [2] işbirlikleri tarafından Higgs bozonunun keşfi, Standart Model (SM) tarafından öngörülen elektrozayıf simetri kırılma mekanizmasının doğrulanmasında temel bir kilometre taşı olmuştur. Bugüne kadar deneysel ölçümlerle büyük ölçüde

tutarlı olmasına rağmen SM, birçok temel soruyu yanıtlamamaktadır. Bu, SM ötesindeki yeni fizik etkilerinin ortaya çıkabileceğini ve Higgs bozonunun etkileşimlerinin hassas bir şekilde incelenmesinin özellikle önemli olduğunu göstermektedir. Higgs bozonunun ölçülen özelliklerindeki sapmalar, henüz doğrudan gözlemlenemeyen yeni fizik senaryolarının dolaylı göstergeleri olabilir. Bu bağlamda, Higgs

*Sorumlu yazar: serdar.spor@beun.edu.tr

bozonunun elektrozayıf ayar bozonlarıyla etkileşimlerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi, SM'nin sınırlarını test etmek için güçlü bir araç sunmaktadır. Modelden bağımsız olarak, bu tür potansiyel sapmaları tanımlamak için en yaygın kullanılan yaklaşım, Standart Model Etkin Alan Teorisi (SMEFT)'dir. SMEFT çerçevesinde, Higgs-ayar bozonu etkileşimlerini daha yüksek boyutlu operatörler aracılığıyla parametrik olarak incelenebilir ve SM tahminlerinden sapmalar ortaya çıkarılarak yeni fizik etkileri ifade edilir.

Çoklu-TeV enerjiye ve yüksek ışınlılığa sahip gelecekteki çarpıştırıcılar, nadir süreçlerin ve çoklu bozon son durumlarının hassas ölçümlerini mümkün kılmaktadır. Gelecekteki çarpıştırıcı tasarımları arasında, çoklu-TeV müon çarpıştırıcısı bu özelliklerin çoğunu içermektedir. Elektronlara kıyasla daha büyük kütleleri nedeniyle müonlar, yaklaşık iki milyar kat daha az sinkrotron radyasyonu yayar ve bu da dairesel bir çarpıştırıcı içinde yüksek enerjilerde hızlanmalarını kolaylaştırır. Dahası, protonlar gibi bileşik parçacıklar yerine temel leptonlar olan müonlar, kütle merkezi enerjilerinin tamamını çarpışmaya aktararak etkin enerji erişimini artırır. Buna ek olarak, lepton çarpıştırıcıları, hadron çarpıştırıcılarına kıyasla doğası gereği çok daha temiz bir deneysel ortam ve önemli ölçüde azaltılmış arka planlar sunarak ölçümlerin hassasiyetini ve yeni fizik olaylarında duyarlılığı artırır. Bu çalışmada, 10 TeV kütle merkezi enerjisine ve 10 ab^{-1} ışınlılığa sahip müon çarpıştırıcısı ele alınmıştır [3].

Bu çalışma, Higgs bozonunun ayar bozonlarıyla etkileşimlerinde SM'den sapmaları incelemeye odaklanarak yeni fizik etkilerini ortaya koymaktadır. SMEFT yaklaşımı çerçevesinde, anormal HyZ , HZZ ve HWW köşelerinin altı boyutlu operatör etkileri, müon çarpıştırıcısında $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ süreci aracılığıyla incelenmekte ve $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının hassasiyet sınırları değerlendirilmektedir. Bölüm 2'de anormal HyZ , HZZ ve HWW köşelerine etki eden katsayıların tamamı açık bir şekilde belirtilirken Bölüm 3'de ise bu katsayılardan en büyük katkıyı $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının verdiği ifade edilmektedir. Bu çalışmadaki amaç, elde edilen sonuçlara dayanarak müon çarpıştırıcısında Higgs sektöründe olası yeni fiziksel işaretlerin keşfine katkıda bulunmaktır. Son zamanlarda, çoklu-TeV müon çarpıştırıcılarında Higgs bozonu bağlaşımlarının hassas ölçümlerinin araştırılması, SM ötesindeki fizik çalışmalarında daha önemli hale gelmiştir [4-17]. Seçilen çarpışma sürecinde HyZ , HZZ ve HWW köşelerinin birlikte tek bir çerçevede incelenmesi, bu çalışmayı literatürdeki diğer çalışmalardan ayıran temel özgünlük unsurudur. Ayrıca, sürecin son durumunun tamamen leptonlardan ($\ell\nu\ell\nu\ell\ell$) oluşan bir kanal olması, hadronik son durumlara kıyasla önemli ölçüde daha düşük arka plan katkısı ve daha temiz bir deneysel imza sağlamıştır. Bunun yanı sıra, 10 TeV kütle merkezi enerjili müon çarpıştırıcısında dedektör

etkilerinin hesaba katılması, Wilson katsayıları üzerindeki duyarlılıkların daha gerçekçi belirlenmesini sağlamıştır.

2. Materyal ve Metot

Parçacık fiziğinde ilerleme kaydetmek için ek alanlar ve etkileşimler içeren yeni bir fizik modeline ihtiyaç vardır. Yeni fiziği deneysel veriler ışığında anlamak için, elektrozayıf ölçekteki gözlenebilirler ile nispeten yüksek bir ölçekte SM ötesindeki fizik arasındaki ilişkiyi kurmak gerekir. Yüksek kütle ölçeklerinde yeni fiziği tanımlamak için etkin alan teorisi (EFT), modelden bağımsız bir yol sunar. EFT, ölçekler arasındaki boşluğu kapatmak ve deneysel verilerden dolaylı yeni fizik etkilerini ortaya çıkarmak için bir araçtır. EFT yalnızca belirli bir enerji ölçeğine (Λ) kadar geçerlidir; teoremin uygulanabilir olması için, deneysel olarak erişilebilen enerji ölçeğinin (E) üzerinde olması gerekir. Başka bir deyişle, $\Lambda \gg E$ olduğunda, EFT iyi bir yaklaşım sağlar. Yeni fiziğin etkilerini ölçmenin en etkili yollarından biri, SM gösterge simetrisine uyan SM alanlarından oluşan daha yüksek boyutlu etkin operatörler kullanmaktır. Bunlara SMEFT operatörleri adı verilir. Bu yaklaşımda, lepton ve baryon sayılarının korunmasını sağlamak için SM lagranjyenine ek altı boyutlu operatörler eklenir ve sekiz ve üzeri boyutlu operatörler daha fazla baskılama için ihmal edilir. SMEFT operatörleri, Güçlü Etkileşimli Hafif Higgs (SILH) bazında teorik bir bağlamda ifade edilebilir. SILH bazındaki EFT çerçevesinde, W-bozon kütlesi m_W veya Higgs alanının vakum beklenen değeri v ile tanımlanan etkin bir ölçekten daha büyük enerjilerde ortaya çıkması öngörülen gözlemlenmemiş durumların etkileri, SM ötesindeki etkileşimler için yüksek boyutlu operatörler kullanılarak parametrelendirilir. SILH tabanı, güçlü etkileşimli bir sektörden sözde Goldstone bozonu olarak ortaya çıkan ve elektrozayıf simetri kırılmasına neden olan hafif bileşik Higgs bozonunun etkin teorisinden oluşur. SILH bazındaki HyZ , HZZ ve HWW bağlaşımlarının etkin lagranjyeni [18], CP-koruyan altı boyutlu operatörleri içeren lagranjyen ve dört boyutlu SM lagranjyenin toplamı olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{SM} + \sum_i \bar{c}_i \mathcal{O}_i = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{SILH} + \mathcal{L}_{CPV} \quad (1)$$

burada $\mathcal{O}_i$ altı boyutlu operatörler ve $\bar{c}_i$ Wilson katsayılarıdır. CP-koruyan operatörlerle SILH lagranjyeni aşağıdaki gibi yazılır [18-19]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{SILH}} &= \frac{\bar{c}_H}{2v^2} \partial^\mu (\Phi^\dagger \Phi) \partial_\mu (\Phi^\dagger \Phi) \\
&+ \frac{\bar{c}_T}{2v^2} (\Phi^\dagger \tilde{D}^\mu \Phi) (\Phi^\dagger \tilde{D}_\mu \Phi) \\
&+ \frac{ig\bar{c}_W}{m_W^2} (\Phi^\dagger T_{2k} \tilde{D}^\mu \Phi) D^\nu W_{\mu\nu}^k \\
&+ \frac{ig'\bar{c}_B}{2m_W^2} (\Phi^\dagger \tilde{D}^\mu \Phi) \partial^\nu B_{\mu\nu} \\
&+ \frac{2ig\bar{c}_{HW}}{m_W^2} (D^\mu \Phi^\dagger T_{2k} D^\nu \Phi) W_{\mu\nu}^k \\
&+ \frac{ig'\bar{c}_{HB}}{m_W^2} (D^\mu \Phi^\dagger D^\nu \Phi) B_{\mu\nu} + \frac{g'^2 \bar{c}_\gamma}{m_W^2} \Phi^\dagger \Phi B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}
\end{aligned} \quad (2)$$

burada, v Higgs alanının vakum beklenen değeridir. $T_{2k} = \sigma_k/2$, burada σ_k Pauli matrisidir. $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ ve $W_{\mu\nu}^k = \partial_\mu W_\nu^k - \partial_\nu W_\mu^k + g\epsilon_{ij}^k W_\mu^i W_\nu^j$ alan şiddet tensörleridir. $\Phi^\dagger \tilde{D}^\mu \Phi = \Phi^\dagger (D_\mu \Phi) - (D_\mu \Phi^\dagger) \Phi$ ile D_μ kovaryant türev operatörüdür, burada Φ SM'de Higgs dubletidir. Denklem 2'deki lagranjiyen, ek CP-ihlal eden operatörler ile tamamlanabilir,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{CPV}} &= \frac{ig\bar{c}_{HW}}{m_W^2} D^\mu \Phi^\dagger T_{2k} D^\nu \Phi \tilde{W}_{\mu\nu}^k \\
&+ \frac{ig'\bar{c}_{HB}}{m_W^2} D^\mu \Phi^\dagger D^\nu \Phi \tilde{B}_{\mu\nu} \\
&+ \frac{g'^2 \bar{c}_\gamma}{m_W^2} \Phi^\dagger \Phi B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu}
\end{aligned} \quad (3)$$

Altı boyutlu CP-koruyan ve CP-ihlal eden operatörlerin Wilson katsayılarını içeren lagranjiyen, elektrozaıf simetri kırılmasından sonra H γ Z, HZZ ve HWW bağlaşımları için kütle özdeğerlikleri cinsinden şu şekilde tanımlanabilir [19]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= -\frac{1}{2} g_{h\gamma Z}^{(1)} Z_{\mu\nu} F^{\mu\nu} h - g_{h\gamma Z}^{(2)} Z_\nu \partial_\mu F^{\mu\nu} h \\
&- \frac{1}{2} \tilde{g}_{h\gamma Z} Z_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} h \\
&- \frac{1}{4} g_{hZZ}^{(1)} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} h \\
&- g_{hZZ}^{(2)} Z_\nu \partial_\mu Z^{\mu\nu} h \\
&+ \frac{1}{2} g_{hZZ}^{(3)} Z_\mu Z^\mu h \\
&- \frac{1}{4} \tilde{g}_{hZZ} Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} h \\
&- \frac{1}{2} g_{hWW}^{(1)} W^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^\dagger h \\
&- [g_{hWW}^{(2)} W^\nu \partial^\mu W_{\mu\nu}^\dagger h + \text{h.c.}] \\
&- \frac{1}{2} \tilde{g}_{hWW} W^{\mu\nu} \tilde{W}_{\mu\nu}^\dagger h
\end{aligned} \quad (4)$$

burada h Higgs bosonu alanıdır, $F_{\mu\nu}$ ve $Z_{\mu\nu}$ sırasıyla, fotonun ve Z-bozonunun alan şiddet tensörleridir. Denklem 2-3 ve Denklem 4 arasındaki lagranjiyen parametre ilişkileri aşağıda gösterilmiştir:

$$g_{h\gamma Z}^{(1)} = \frac{gs_W}{c_W m_W} (\bar{c}_{HW} - \bar{c}_{HB} + 8\bar{c}_\gamma s_W^2) \quad (5)$$

$$g_{h\gamma Z}^{(2)} = \frac{gs_W}{c_W m_W} (\bar{c}_{HW} - \bar{c}_{HB} - \bar{c}_B + \bar{c}_W) \quad (6)$$

$$\tilde{g}_{h\gamma Z} = \frac{gs_W}{c_W m_W} (\tilde{c}_{HW} - \tilde{c}_{HB} + 8\tilde{c}_\gamma s_W^2) \quad (7)$$

$$g_{hZZ}^{(1)} = \frac{2g}{c_W^2 m_W} (\bar{c}_{HB} s_W^2 - 4\bar{c}_\gamma s_W^4 + c_W^2 \bar{c}_{HW}) \quad (8)$$

$$g_{hZZ}^{(2)} = \frac{g}{c_W^2 m_W} [(\bar{c}_{HW} + \bar{c}_W) c_W^2 + (\bar{c}_B + \bar{c}_{HB}) s_W^2] \quad (9)$$

$$g_{hZZ}^{(3)} = \frac{gm_W}{c_W^2} \left[1 - \frac{1}{2} \bar{c}_H - 2\bar{c}_T + 8\bar{c}_\gamma \frac{s_W^4}{c_W^2} \right] \quad (10)$$

$$\tilde{g}_{hZZ} = \frac{2g}{c_W^2 m_W} (\tilde{c}_{HB} s_W^2 - 4\tilde{c}_\gamma s_W^4 + c_W^2 \tilde{c}_{HW}) \quad (11)$$

$$g_{hWW}^{(1)} = \frac{2g}{m_W} \bar{c}_{HW} \quad (12)$$

$$g_{hWW}^{(2)} = \frac{g}{m_W} [\bar{c}_W + \bar{c}_{HW}] \quad (13)$$

$$\tilde{g}_{hWW} = \frac{2g}{m_W} \tilde{c}_{HW} \quad (14)$$

burada $c_W = \cos \theta_W$, $s_W = \sin \theta_W$ ve θ_W zayıf karışım açısıdır. Denklem 5-14'de görüldüğü gibi, anormal Higgs-ayar bozonu bağlaşımları için etkin lagranjiyen on tane Wilson katsayısına duyarlıdır; $\bar{c}_\gamma$, $\bar{c}_B$, $\bar{c}_W$, $\bar{c}_{HB}$, $\bar{c}_{HW}$, $\bar{c}_T$, $\bar{c}_H$, $\tilde{c}_\gamma$, $\tilde{c}_{HB}$, $\tilde{c}_{HW}$. MadGraph5_aMC@NLO [20] kullanılarak altı boyutlu operatörlerin Higgs-ayar bozonu bağlaşımları üzerindeki etkisinin analizi, FeynRules [21] ile Monte Carlo simülasyonu üzerinden gerçekleştirildi. FeynRules'un Higgs etkin lagranjiyen (HEL) model dosyasında, Higgs bozonu etkileşimleri için SILH lagranjiyenindeki Wilson katsayıları yer almaktadır. MadGraph5'de bu çalışmanın tüm sinyal süreci ve arka plan süreçlerine ait analizler 500k olay sayısı ile üretilir. Müon demetleri temel parçacıklar olarak ele alındığından, simülasyonlarda herhangi bir parton dağılım fonksiyonu (PDF) kullanılmamıştır. Renormalizasyon ölçeği olarak MadGraph5_aMC@NLO'nun olay bazında otomatik olarak belirlediği varsayılan dinamik ölçek (dynamical_scale_choice = -1) herhangi bir ek ölçekleme çarpanı uygulanmadan (scalefact = 1.0) kullanılmıştır. SM parametreleri olarak MadGraph'ın HEL model dosyasındaki varsayılan değerler kullanılmıştır. Parçalanma ve bozunmayı içeren olaylar, Pythia 8.3 [22] aracılığıyla işlenmiştir. Birçok farklı amaçlı dedektörün simülasyonuna olanak sağlayan Delphes 3.5.0 [23] ile müon çarpıştırıcısının gerçekçi dedektör etkilerini simüle etmek için delphes_card_MuonColliderDet.tcl olarak isimlendirilen müon çarpıştırıcısı kartı kullanılmıştır ve varsayılan dedektör parametreleri ele alınmıştır. Tüm olaylar ROOT 6 [24] ile analiz edilmektedir.

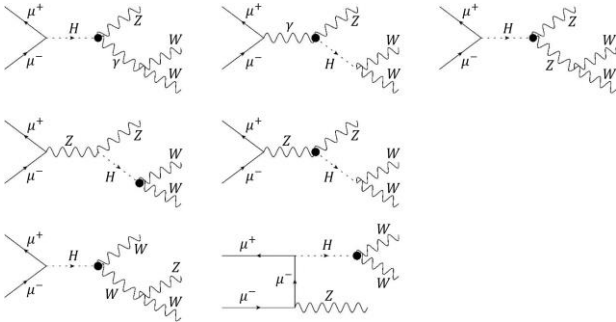
$\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z \rightarrow \ell \nu \ell \nu \ell \ell$ sürecinde Higgs-ayar bozonu bağlaşımlarının duyarlılığını araştırmak için χ^2 testi kullanılır. χ^2 dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\chi^2 = \sum_i^{n_{\text{bölme}}} \left(\frac{N_i^{NP} - N_i^B}{N_i^B \Delta_i} \right)^2 \quad (15)$$

burada $\ell \ell \ell \ell$ sisteminin değişmez kütle $m_{4\ell}$ dağılımı üzerinden hesaplanan N_i^B ilgili arka plan olaylarının sayısıdır ve N_i^{NP} toplam arka planlar ile etkin bağlaşımların yeni fizik katkısını içeren toplam olay sayısıdır. $\Delta_i = \sqrt{1/N_i^B}$ her bir bölmedeki istatistiksel belirsizliği ifade eder. Tek parametrelili duyarlılık analizinde $\bar{c}_{HB}$ veya $\bar{c}_{HW}$ katsayısı belirli bir aralıkta taramırken diğer tüm katsayılar sıfıra sabitlenmiş ve her bir katsayı değeri için MadGraph ile ilgili tesir kesiti hesaplanmıştır. Elde edilen olaylar Pythia ve Delphes'ten geçirilerek bozunma ve dedektör etkileri dahil edilmiş, sonuç olarak her katsayı değeri için beklenen olay sayıları belirlenmiştir. Bu olay sayıları kullanılarak Denklem 15'e göre her katsayı değerine karşılık gelen bir χ^2 değeri hesaplanmış ve katsayının fonksiyonu olarak bir χ^2 eğrisi oluşturulmuştur. %95 güven aralığındaki bir serbestlik derecesi için χ^2 'nin kritik değeri 3.84 olduğundan, $\chi^2 = 3.84$ denklemini sağlayan katsayı değerleri, ilgili Wilson katsayısının %95 güven aralığı sınırlarını vermektedir.

3. Bulgular

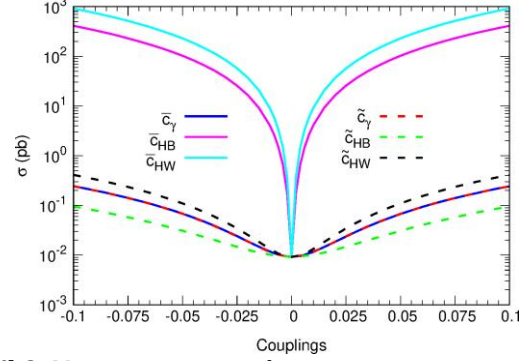
Müon çarpıştırıcısında modelden bağımsız SMEFT çerçevesinde anormal HyZ, HZZ ve HWW bağlaşımlarının $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarına ilişkin hassaslık sınırlarını elde etmek için simülasyonlar ve kesme tabanlı analizler sunulmaktadır. Şekil 1'de, anormal HyZ, HZZ ve HWW köşeleri yoluyla $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ sinyal sürecine katkıda bulunan Feynman diyagramları gösterilmiştir.



Şekil 1. $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ sinyal sürecinde anormal HyZ, HZZ ve HWW köşelerini içeren Feynman diyagramları

Müon çarpıştırıcısında $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ sürecinin toplam tesir kesitleri, $\bar{c}_\gamma$, $\bar{c}_{HB}$, $\bar{c}_{HW}$, $\tilde{c}_\gamma$, $\tilde{c}_{HB}$, $\tilde{c}_{HW}$ katsayılarına bağlı olarak Şekil 2'de verilmiştir. Bir katsayının toplam tesir kesiti, diğer tüm katsayılar sıfır olduğunda MadGraph5 ile hesaplanmıştır. Şekil 2'deki $\bar{c}_\gamma = \bar{c}_{HB} = \bar{c}_{HW} = \tilde{c}_\gamma = \tilde{c}_{HB} = \tilde{c}_{HW} = 0$

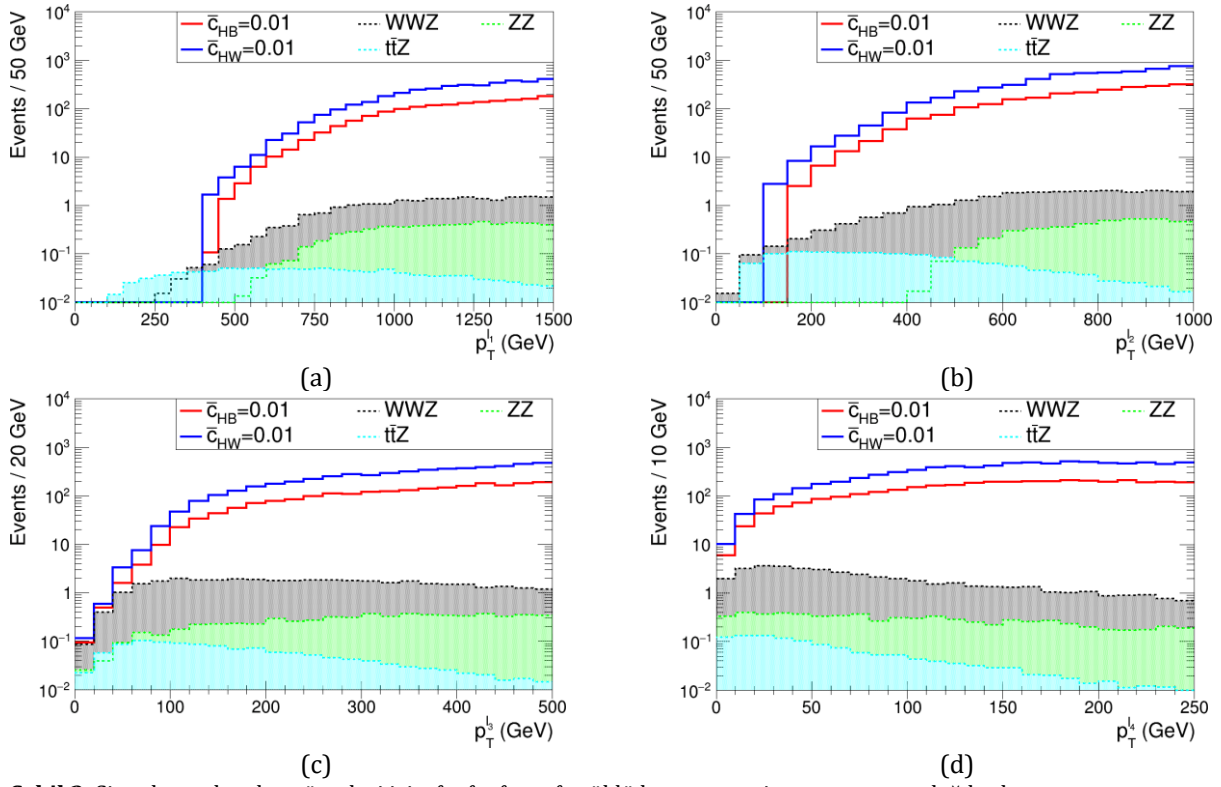
noktası, SM'ye karşılık gelir. $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının tesir kesitlerinin $\bar{c}_\gamma$, $\tilde{c}_\gamma$, $\tilde{c}_{HB}$ ve $\tilde{c}_{HW}$ katsayılarının tesir kesitlerinden daha büyük olduğunu görülür. Yani, WWZ üretim süreci $\bar{c}_\gamma$, $\tilde{c}_\gamma$, $\tilde{c}_{HB}$ ve $\tilde{c}_{HW}$ katsayılarındaki değişikliklere duyarlı değildir, en fazla $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarına duyarlıdır. Bu nedenle, bu çalışmada sadece $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarına odaklanacağız.



Şekil 2. Müon çarpıştırıcısında $\bar{c}_\gamma$, $\bar{c}_{HB}$, $\bar{c}_{HW}$, $\tilde{c}_\gamma$, $\tilde{c}_{HB}$ ve $\tilde{c}_{HW}$ katsayılarının bir fonksiyonu olarak $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z$ sürecinin toplam tesir kesiti

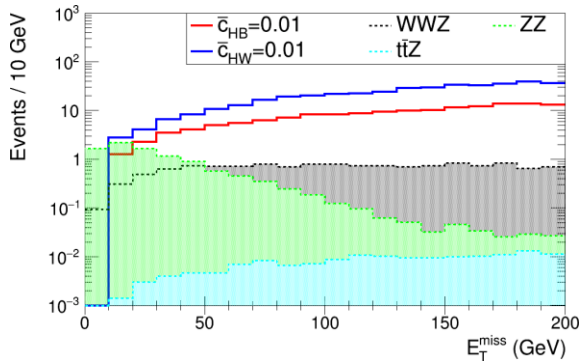
$\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z \rightarrow \ell \nu \ell \nu \ell \ell$ sürecindeki son durum, W bozonlarının leptonik olarak ve Z bozonunun yüklü lepton çiftine bozunmasıyla oluşur. Aşağıdaki üç ilgili arka planı ele alınmaktadır; (i) W bozonlarının leptonik olarak ve Z bozonunun yüklü lepton çiftine bozunduğu sinyal süreci ile aynı son duruma sahip ancak yalnızca SM katkısını içeren $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z \rightarrow \ell \nu \ell \nu \ell \ell$ süreci, (ii) Z bozonlarının yüklü lepton çiftlerine bozunduğu $\mu^- \mu^+ \rightarrow Z Z \rightarrow \ell \ell \ell \ell$ süreci, (iii) üst kuarkların leptonik olarak bozunun W bozonuna ve b kuarka bozunduğu ve Z bozonunun yüklü lepton çiftine bozunduğu $\mu^- \mu^+ \rightarrow t t Z \rightarrow \ell \nu b \ell \nu b \ell \ell$ süreci arka plan olarak belirlenmiştir.

Olaylara ilk olarak ön seçim uygulanmıştır. Ön seçim, WWZ üretiminde en az dört yüklü lepton bulunmasını, aynı lezzete ve zıt yüke sahip en az iki lepton olmasını ve diğer leptonların farklı veya aynı lezzette olmasını belirlemektedir. Dört yüklü lepton, enine momentumlarına göre büyükten küçüğe doğru ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 ve ℓ_4 olarak sıralanmıştır. Şekil 3, sinyal ve ilgili arka plan süreçleri için önde gelen ve sırasıyla diğer yüklü leptonların enine momentum dağılımlarını göstermektedir. Şekil 3'e göre, $p_{T\ell_1} > 400$ GeV, $p_{T\ell_2} > 100$ GeV, $p_{T\ell_3} > 40$ GeV ve $p_{T\ell_4} > 10$ GeV ile sinyalin arka planlardan ayırt edilebildiği görülebilmektedir.



Şekil 3. Sinyal ve arka plan süreçleri için ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 ve ℓ_4 yüklü leptonun enine momentum dağılımları

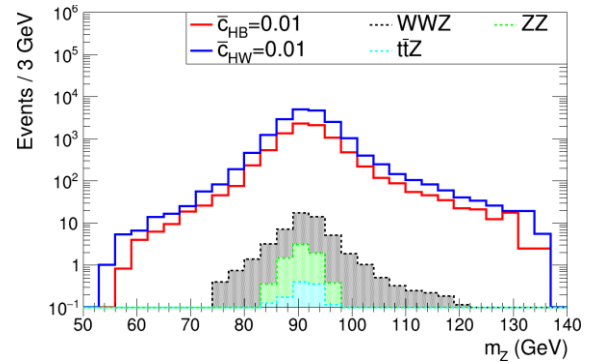
Bununla birlikte, olaylar için dört yüklü leptonun sözde-hızlılık kesilimi $|\eta_{\ell 1,2,3,4}| \leq 2.5$ olarak belirlenmiştir. Silindirik koordinat sisteminde, $\eta - \phi$ uzayında dedektördeki iki parçacık arasındaki açısal mesafe $\Delta R = \sqrt{|\Delta\eta|^2 + |\Delta\phi|^2}$ ile verilmiştir; burada $\Delta\eta$ ve $\Delta\phi$ sırasıyla sözde-hızlılık ve azimutal açısı farklarıdır. Yüklü leptonların faz uzayında iyi bir şekilde ayrılarak dedektörde ayrı nesneler olarak tanımlanabilmeleri için tüm yüklü leptonlarda $\Delta R_{\ell\ell} > 0.1$ olarak bir kinematik kesilim düşünülmüştür. Sinyal ve arka plan süreçleri için kayıp enine enerji dağılımları Şekil 4'te gösterilmiştir. $E_T^{\text{miss}} > 20$ GeV seçimi, sinyal ve arka planlar arasında iyi bir ayrım bölgesi sağlamaktadır.



Şekil 4. Sinyal ve ilgili arka plan süreçleri için kayıp enine enerji dağılımı

Şekil 5'deki Z bozonunun değişmez kütle dağılımından görüldüğü üzere sinyali arka planlardan ayırmak için, $|m_{\ell\ell} - m_Z| < 10$ GeV olarak ayarlanmıştır; burada $m_Z \approx 91.2$ GeV'dir. Z-bozonu sinyal sürecinde iki yüklü leptona bozunduğundan, Şekil 5'deki değişmez kütle

dağılımı, 91.2 GeV civarında en fazla olayı göstermektedir. Buna rezonans tepe noktası denir. Bu tepe noktası, deneyde gerçek bir Z-bozonunun üretildiğini ve bir lepton çiftine bozunduğunu göstermektedir. Arka plan olaylarından gelen lepton çiftleri farklı değişmez kütlelere sahip olabilir, ancak Z-bozonundan gelen olaylar 91.2 GeV'de yoğunlaşmıştır.

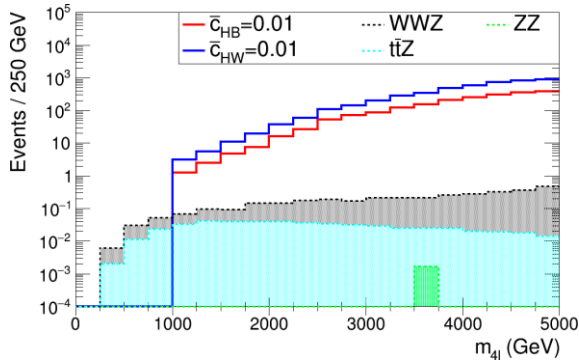


Şekil 5. Sinyal ve ilgili arka plan süreçleri için Z($\ell\ell$) bozonunun değişmez kütle dağılımı

Kesilim değerlerinin belirlenmesinde iki aşamalı bir yaklaşım izlenmiştir. İlk olarak, sinyal ve ilgili arka plan süreçlerine ait kinematik dağılımlar (Şekil 3-5) incelenerek sinyalin arka plandan görsel olarak ayırt edilebildiği bölgeler belirlenmiş ve bu bölgeler aday kesilim aralıkları olarak daraltılmıştır. Ardından, bu aralıklar içinde birkaç farklı kesilim değeri denenerek her biri için sinyal verimliliği ve arka plan bastırma oranı karşılaştırılmış, sinyal-arka plan ayırımı en iyi sağlayan değerler ($p_T^{\ell 1} > 400$ GeV, $p_T^{\ell 2} > 100$ GeV, $p_T^{\ell 3} > 40$ GeV, $p_T^{\ell 4} > 10$ GeV, $|\eta_{\ell 1,2,3,4}| \leq 2.5$, $\Delta R_{\ell\ell} > 0.1$, E_T^{miss}

$> 20 \text{ GeV}$, $|m_{\ell\ell} - m_Z| < 10 \text{ GeV}$) son analiz için seçilmiştir. Bu kesmelerin uygulanması sonucunda, $\bar{c}_{HB} = 0.01$ ve $\bar{c}_{HW} = 0.01$ 'deki sinyalin toplam arka plana oranında yaklaşık 1.8 kat bir artış elde edilmiştir. Böylece, kesilimlerin ilgili arka planları bastırmada önemli bir rol oynadığı görülmektedir.

Şekil 6, müon çarpıştırıcısındaki sinyal ve ilgili arka plan süreçleri için uygulanan tüm kesimlerden uygulandıktan sonra $\ell\ell\ell\ell$ sisteminin değişmez kütle $m_{4\ell}$ dağılımını göstermektedir.



Şekil 6. Tüm kesimler uygulandıktan sonra sinyal ve ilgili arka plan süreçleri için $\ell^+\ell^-\ell^+\ell^-$ sisteminin değişmez kütle dağılımı

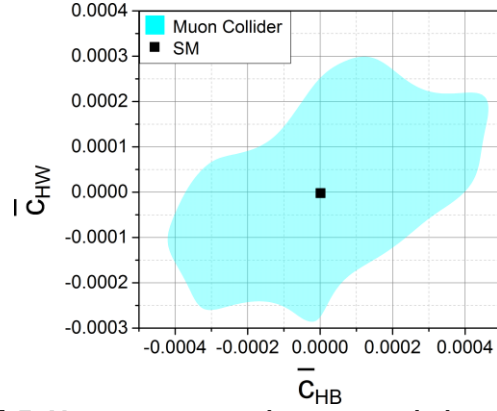
10 TeV kütle merkezi enerjili ve 10 ab^{-1} ışınllığa sahip olan müon çarpıştırıcısında $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının %95 güven aralığındaki sınırları, sırasıyla $[-0.00026; 0.00026]$ ve $[-0.00017; 0.00018]$ olarak bulunmuştur. Bu çalışmada elde ettiğimiz $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayıları için %95 güven aralığındaki sınırlar ile deneysel ve fenomenolojik çalışmalardaki sınırların karşılaştırılması için Tablo 1 sunulmuştur.

Tablo 1. Çeşitli deneysel ve fenomenolojik çalışmalardaki ve bu çalışmadaki $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayıları için %95 güven aralığındaki sınırlar

Katsayılar	$\bar{c}_{HB}$	$\bar{c}_{HW}$
Deneysel limitler	-0.057; 0.051	-0.057; 0.051 [25]
	-0.090; 0.032	-0.005; 0.006 [26]
	-0.025; 0.022	-0.025; 0.022 [27]
Fenomenolojik limitler	-0.004; 0.004	-0.004; 0.004 [28]
	-0.0172; 0.00661	-0.00187; 0.0018 [29]
	-0.230; 0.236	-0.236; 0.231 [30]
	-0.39; 0.41	-0.18; 0.17 [31]
	-0.0482; 0.0153	-0.00658; 0.00555 [32]
	-0.00024; 0.00023	-0.0002; 0.00009 [33]
	-2.5608; 1.3256	-0.7692; 0.3969 [15]
	-0.0058; 0.0057	-0.0047; 0.0035 [16]
Bu çalışma	-0.00026; 0.00026	-0.00017; 0.00018

Tablo 1'de bu çalışmadaki $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayı sınırlarının deneysel ve fenomenolojik çalışmalardaki sınırlardan bir çalışma hariç diğerlerinden daha hassas oldukları görülmektedir. $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının sınırları ile deneysel ve fenomenolojik çalışmaların sınırları arasındaki karşılaştırma, Bölüm 4'te ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Şekil 7'da iki parametrelili analiz kullanılarak müon çarpıştırıcısında $\bar{c}_{HB} - \bar{c}_{HW}$ düzlemindeki iki katsayı arasındaki ilişkiyi incelemek için %95 güven aralığında kontur grafiği verilmiştir. Bu analizde, %95 güven aralığındaki iki serbestlik derecesine karşılık gelen χ^2 değeri 5.99'dur.



Şekil 7. Müon çarpıştırıcısında $\bar{c}_{HB} - \bar{c}_{HW}$ düzleminde iki boyutlu %95 güven aralığındaki kontur

4. Tartışma ve Sonuç

Gelecekteki çarpıştırıcılar arasında, müon çarpıştırıcısı, çoklu-TeV enerjisi ve temiz ortamları nedeniyle, SM ötesi yeni fizikte Higgs etkileşimlerini keşfetmek için son zamanlarda öne çıkmaktadır. SILH tabanında etkin bir lagranjiyen yaklaşımı kullanarak, müon çarpıştırıcısında $\mu^- \mu^+ \rightarrow W^- W^+ Z \rightarrow \ell \nu \ell \nu \ell \ell$ süreci aracılığıyla Higgs-ayar bozonu bağlaşımlarının altı boyutlu operatörleri incelenmektedir. Gerçekçi dedektör etkilerini dikkate alarak, W ve Z bozonlarının bozunmasıyla birlikte $\ell \nu \ell \nu \ell \ell$ son durumunun üretimi analiz edilmiştir. $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının sınırları, $\ell\ell\ell\ell$ sisteminin değişmez kütle dağılımından χ^2 testi kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmamızdaki %95 güven aralığındaki sınırlar, $\bar{c}_{HB}$ katsayısı için $[-0.00026; 0.00026]$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayısı için $[-0.00017; 0.00018]$ olarak bulunmuştur.

Tablo 1'de bu çalışmadan elde edilen $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarının %95 güven aralığındaki sınırları ile çeşitli fenomenolojik ve deneysel çalışmalarda bildirilenler arasında bir karşılaştırma sunulmaktadır. Burada belirtmek gerekir ki, Tablo 1'de sunulan karşılaştırmalar farklı çarpıştırıcı türleri, farklı kütle merkezi enerjileri, farklı ışınllık koşulları, farklı süreç son durumları altında elde edilmiştir; bu nedenle sınırlardaki değişimler yalnızca operatörlere duyarlılıktan değil, aynı zamanda bu deneysel parametrelerdeki farklılıklardan da kaynaklanabilir. Dolayısıyla, sunulan kıyaslamalar bağlaşımların farklı deneysel ortamlardaki göreceli duyarlılığına dair genel bir eğilim sunmakla birlikte, doğrudan ve kesin bir performans karşılaştırması olarak değil, gösterge niteliğinde değerlendirilmelidir. İlk olarak, deneysel çalışmalarla karşılaştırmayı ele alırsak, deneysel çalışmalar arasında $\bar{c}_{HB}$ katsayısı için %95 güven aralığındaki en hassas sınır, ATLAS Collaboration [27] tarafından $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ 'de $L_{\text{int}} = 139 \text{ fb}^{-1}$ ile $[-0.025;$

0.022] olarak elde edilmiştir ve $\bar{c}_{HW}$ katsayısı için %95 güven aralığındaki en hassas sınır, Aaboud vd. [26] tarafından $\sqrt{s} = 13$ TeV'de $L_{int} = 79.8 \text{ fb}^{-1}$ ile $[-0.005; 0.006]$ olarak belirlenmiştir. Çalışmamızdaki $\bar{c}_{HB}$ katsayısının sınırı, ATLAS Collaboration [27]'deki sınırdan yaklaşık 92 kat daha hassastır ve $\bar{c}_{HW}$ katsayısının sınırı ise, Aaboud vd. [26]'daki sınırdan yaklaşık 31 kat daha hassastır. Tablo 1, LHC [28,30], ILC [29,31], CLIC [32] ve müon çarpıştırıcısı [15,16,33]'nda farklı süreçler ve bozunma kanallarını içeren bazı fenomenolojik çalışmaların sınırlarını sunmaktadır. $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayıları için en hassas sınır, Spor [33]'de $\sqrt{s} = 10$ TeV ve $L_{int} = 10 \text{ ab}^{-1}$ ile müon çarpıştırıcısında gerçekleştirilen çalışmada sırasıyla $[-0.00024; 0.00023]$ ve $[-0.0002; 0.00009]$ olarak verilmiştir. $\bar{c}_{HB}$ katsayısı için ikinci en hassas sınır, Englert vd. [28]'de $\sqrt{s} = 14$ TeV ve $L_{int} = 3000 \text{ fb}^{-1}$ ile LHC'de gerçekleştirilen çalışmada $[-0.004; 0.004]$ olarak verilmiştir. $\bar{c}_{HW}$ katsayısı için ikinci en hassas sınır, $\sqrt{s} = 350$ GeV ve $L_{int} = 3000 \text{ fb}^{-1}$ olan bir elektron-pozitron çarpıştırıcısında gerçekleştirilen Khanpour vd. [29]'da $[-0.00187; 0.0018]$ olarak elde edilmiştir. Çalışmamızda, müon çarpıştırıcısındaki $\bar{c}_{HB}$ katsayısının %95 güven aralığındaki sınır, Englert vd. [28]'deki sınırdan yaklaşık 16 kat daha hassas iken Spor [33]'deki sınırdan yaklaşık 1.1 kat daha kabadır. Çalışmamızdaki $\bar{c}_{HW}$ katsayısının %95 güven aralığındaki sınır, Khanpour vd. [29]'daki sınırdan yaklaşık 10 kat daha hassas iken Spor [33]'deki sınırdan yaklaşık 1.2 kat daha kabadır.

Yüksek kütle merkezi enerjisi ve ışınlılık ile gelecekteki müon çarpıştırıcılarının temiz deneysel ortamı, SM tahminlerini test etmek ve SM ötesindeki yeni fiziği aramak için çok umut verici bir seçenek sunmaktadır. Müon çarpıştırıcısındaki anormal $H\gamma Z$, HZZ ve HWW bağlaşımları için $\bar{c}_{HB}$ ve $\bar{c}_{HW}$ katsayılarına ilişkin sınırların, LHC'deki deneysel çalışmalardan elde edilenlerden daha hassas olması, müon çarpıştırıcısının potansiyelini vurgulamaktadır. Gelecekteki müon çarpıştırıcılarından elde edilecek bilgiler Higgs fiziği çalışmalarını büyük ölçüde zenginleştirecektir. Bu çalışmadaki sonuçlar, müon çarpıştırıcılarının daha ayrıntılı ve kapsamlı bir şekilde incelenmesini kesinlikle teşvik etmektedir.

Etik Beyanı

Bu çalışmada, "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması gerekli tüm kurallara uyulduğunu, bahsi geçen yönergenin "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirinin gerçekleştirilmediğini taahhüt ederiz.

Kaynakça

- [1] Aad, G., et al. 2012. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. Physics Letters B, 716(1), 1-29.
- [2] Chatrchyan, S., et al. 2012. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. Physics Letters B, 716(1), 30-61.
- [3] Accettura, C., et al. 2023. Towards a muon collider. The European Physical Journal C, 83(9), 864.
- [4] Chiesa, M., Maltoni, F., Mantani, L., Mele, B., Piccinini, F., Zhao, X. 2020. Measuring the quartic Higgs self-coupling at a multi-TeV muon collider. Journal of High Energy Physics, 2020(9), 98.
- [5] Han, T., Liu, D., Low, I., Wang, X. 2021. Electroweak couplings of the Higgs boson at a multi-TeV muon collider. Physical Review D, 103(1), 013002.
- [6] Han, T., Kilian, W., Kreher, N., Ma, Y., Reuter, J., Striegl, T., Xie, K. 2021. Precision test of the muon-Higgs coupling at a high-energy muon collider. Journal of High Energy Physics, 2021(12), 162.
- [7] Chen, J., Lu, C. T., Wu, Y. 2021. Measuring Higgs boson self-couplings with $2 \rightarrow 3$ VBS processes. Journal of High Energy Physics, 2021(10), 99.
- [8] Chen, J., Li, T., Lu, C. T., Wu, Y., Yao, C. Y. 2022. Measurement of Higgs boson self-couplings through $2 \rightarrow 3$ vector bosons scattering in future muon colliders. Physical Review D, 105(5), 053009.
- [9] Forslund, M., Meade, P. 2022. High precision higgs from high energy muon colliders. Journal of High Energy Physics, 2022(8), 185.
- [10] de Blas, J., Gu, J., Liu, Z. 2022. Higgs boson precision measurements at a 125 GeV muon collider. Physical Review D, 106(7), 073007.
- [11] Chiesa, M., Mele, B., Piccinini, F. 2024. Multi Higgs production via photon fusion at future multi-TeV muon colliders. The European Physical Journal C, 84(5), 543.
- [12] Forslund, M., Meade, P. 2024. Precision Higgs width and couplings with a high energy muon collider. Journal of High Energy Physics, 2024(1), 1-45.
- [13] Celada, E., Han, T., Kilian, W., Kreher, N., Ma, Y., Maltoni, F., Pagani, D., Reuter, J., Xie, K. 2024. Probing Higgs-muon interactions at a multi-TeV muon collider. Journal of High Energy Physics, 2024(8), 1-80.
- [14] Li, P., Liu, Z., Lyu, K. F. 2024. Higgs boson width and couplings at high energy muon colliders with forward muon detection. Physical Review D, 109(7), 073009.
- [15] Spor, S. 2024. Study on the sensitivity of the Higgs boson couplings in photon-photon collision at CLIC and muon collider. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 51(6), 065003.

- [16] Spor, S. 2025. Constraints on the anomalous Higgs boson couplings in $Z\gamma\gamma$ production at muon collider. *Nuclear Physics B*, 1020, 117170.
- [17] Gurkanli, E., Spor, S. 2025. Probing CP-violating Higgs-gauge boson couplings at the future muon collider. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2025(5), 053B05.
- [18] Giudice, G. F., Grojean, C., Pomarol, A., Rattazzi, R. 2007. The strongly-interacting light Higgs. *Journal of High Energy Physics*, 2007(06), 045-045.
- [19] Alloul, A., Christensen, N. D., Degrande, C., Duhr, C., Fuks, B. 2014. FeynRules 2.0 - A complete toolbox for tree-level phenomenology. *Computer Physics Communications*, 185(8), 2250-2300.
- [20] Alwall, J., Frederix, R., Frixione, S., Hirschi, V., Maltoni, F., Mattelaer, O., Shao, H. S., Stelzer, T., Torrielli, P., Zaro, M. 2014. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations. *Journal of High Energy Physics*, 2014(7), 1-157.
- [21] Alloul, A., Fuks, B., Sanz, V. 2014. Phenomenology of the Higgs effective Lagrangian via FEYNRULES. *Journal of High Energy Physics*, 2014(4), 1-35.
- [22] Bierlich, C., et al. 2022. A comprehensive guide to the physics and usage of PYTHIA 8.3. *SciPost Physics Codebases*, 008.
- [23] de Favereau, J., Delaere, C., Demin, P., Giammanco, A., Lemaitre, V., Mertens, A., Selvaggi, M. 2014. DELPHES 3: a modular framework for fast simulation of a generic collider experiment. *Journal of High Energy Physics*, 2014(2), 1-26.
- [24] Brun, R., Rademakers, F. 1997. ROOT - An object oriented data analysis framework. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 389(1-2), 81-86.
- [25] Aaboud, M., et al. 2018. Measurements of Higgs boson properties in the diphoton decay channel with 36 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s}=13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector. *Physical Review D*, 98(5), 052005.
- [26] Aaboud, M., et al. 2019. Measurement of VH , $H \rightarrow b\bar{b}$ production as a function of the vector-boson transverse momentum in 13 TeV pp collisions with the ATLAS detector. *Journal of High Energy Physics*, 2019(5), 141.
- [27] ATLAS Collaboration 2019. Measurements and interpretations of Higgs-boson fiducial cross sections in the diphoton decay channel using 139 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s}=13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector. Report number: ATLAS-CONF-2019-029.
- [28] Englert, C., Kogler, R., Schulz, H., Spannowsky, M. 2016. Higgs coupling measurements at the LHC. *The European Physical Journal C*, 76(7), 393.
- [29] Khanpour, H., Najafabadi, M. M. 2017. Constraining Higgs boson effective couplings at electron-positron colliders. *Physical Review D*, 95(5), 055026.
- [30] Shi, L., Liang, Z., Liu, B., He, Z. 2019. Constraining the anomalous Higgs boson coupling in $H+\gamma$ production. *Chinese Physics C*, 43, 043001.
- [31] Kumar, S., Poullose, P., Rahaman, R., Singh, R. K. 2019. Measuring Higgs self-couplings in the presence of VVH and VVHH at the ILC. *International Journal of Modern Physics A*, 34(18), 1950094.
- [32] Denizli, H., Senol, A. 2018. Constraints on Higgs effective couplings in $H\nu\nu$ production of CLIC at 380 GeV. *Advances in High Energy Physics*, 2018(1), 1627051.
- [33] Spor, S. 2026. The effects of Higgs boson couplings through HZZ production at future lepton colliders. *Frontiers in Physics*, 14, 1848401.