



YENİ-PARÇALI POLİNOM SİNYALLERDE PARÇACIK SÜRÜŞÜ OPTİMİZASYONU TABANLI GÜRÜLTÜ BASTIRIMI

*(NOISE REMOVAL FOR PIECEWISE POLYNOMIAL SIGNALS BASED
ON PARTICAL SWARM OPTIMIZATION)*

Aykut YILDIZ*, Orhan ARIKAN*

ÖZET/ABSTRACT

Parçalı sürekli yapıdaki sinyallerin üzerindeki gürültünün bastırımı amacıyla parçacık sürüşü optimizasyon tekniğinin kullanıldığı bir teknik geliştirilmiştir. Model sinyal olarak parçaların başlangıç noktaları ve her bir parçanın az sayıda parametreyle tanımlandığı bir sinyal kümesi kullanılmıştır. Önerilen yaklaşımda, parça sayısının bilindiği durumda yerel en iyi konumlandırmalardan kaçınmak amacıyla, parçalar arasındaki optimal geçiş sınırları Parçacık Sürüşü Optimizasyonu (PSO) ile bulunur. Her bir parça içerisindeki sinyal parametreleri ise optimal geçiş sınırlarına bağlı olarak En Büyük Olabilirlik (EBO) kestirimiyle elde edilir. Önerilen algoritma geçiş sınırlarının sayısı bilinmediği durumlarda kullanılacak şekilde genelleştirilmiştir. Sıklıkla kullanılan ve başarımları yüksek diğer tekniklerle yapılan kıyaslama sonunda önerilen tekniğin önemli başarımların sağladığı gösterilmiştir.

Piecewise smooth signal denoising is cast as a non-linear optimization problem in terms of transition boundaries and a parametric signal family. To avoid locally optimal placement of boundaries, optimal positions of transition boundaries for a given number of transitions are obtained by using particle swarm optimization. The piecewise smooth section parameters are obtained as the maximum likelihood estimates conditioned on the optimal transition boundaries. The proposed algorithm is extended to the case where the number of transition boundaries are unknown by sequentially increasing number of sections until the residual error is at the level of noise standard deviation. Performance comparison with the state of the art techniques reveals the important advantages of the proposed technique.

ANAHTAR KELİMELELER/KEYWORDS

Parçacık Sürüşü Optimizasyonu, Polinom uyumu, Kenar tespiti, Bir boyutlu sinyallerde gürültü bastırımı, Parçalı düzgün sinyaller

Partical Swarm Optimization, Polynomial fitting, Edge detection, 1-D signal denoising, Piecewise smooth signals

1. GİRİŞ

Sayısal sinyal işleme alanında önemli yeri olan gürültü bastırma teknikleri 1-B ve 2-B sinyaller üzerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Sinyaller üzerindeki gürültü bastırımının başarımı sinyal hakkında bilinenler kullanıldığında önemli olarak artmaktadır. Bu nedenle gürültüsü bastırılmış sinyalle ilgili bir model kurulabilmesi sinyal işlemenin önemli bir aşamasıdır. Bu amaçla hem istatistiksel, örneğin MA, AR veya ARMA modelleri, hem de istatistiksel olmayan sinyal modelleri geliştirilmiştir. Bu makalede, istatistiksel olmayan sinyal modellerinden olan parçalı sürekli sinyal model kümesinde yer alan polinomsal modellerin gürültü bastırımı için etkin kullanımını sağlayan bir teknik önerilmiştir.

Yaygın olarak kullanılan parçasal polinom modeli özel durum olarak parçalı sabit modelleri de içerir. Bölme sayısı ve sınırlar bilindiğinde bu model çok etkili gürültü bastırımı sağlayabilir.

Gürültülü sinyallere polinom oturtma sinyal işleme ve sayısal analiz konularında yaygın olarak kullanılan bir araçtır. Örneğin Heath'in çalışmasında, polinom oturtma metodu aradeğerleme amacıyla kullanılmıştır (Heath, 1997). Uzun sinyallerde sadece bir polinom kullanılarak elde edilen ara değerlendirme sonuçlarında gözlemlenen hata ve işlemsel yük bazındaki başarımlar düşüşünü azaltmak amacıyla parçalı polinomların kullanılmasının daha uygun olacağı Heath'de belirtilmiştir (Heath, 1997). Ancak parçaların sınırlarının optimal olarak tespiti yapılamamıştır.

Polinom oturtmanın bu bildirideki gibi gürültü altındaki parçasal polinom parametrelerinin kestirimiyle ilgili kullanıldığı bir diğer çalışma ise Spokoyny'nin çalışmasıdır (Spokoyny, 1998). Bu makaledeki tekniğe göre uyumlu bir pencere genişliği aşamalı olarak artırılıp polinom derecesi azaltılarak hata performansı incelenmektedir. Hatayı belirli sınırlar içinde tutan en geniş pencere ve en düşük polinom derecesi parça sınırları içerisindeki polinom parametrelerini vermektedir. Ancak bu çalışmada kullanılan parametre belirleme işlemi akıllı bir optimizasyon algoritması yerine tam kapsamlı arama esasına dayanmaktadır. Bu da işlemsel verimi düşürmektedir.

Polinom uyumunun gürültü bastırımı için kullanıldığı başka bir teknik ise Savitzky ve Golay'ın çalışmasıdır (Savitzky ve Golay, 1994). Ancak burada kayan bir pencerede en küçük kareler polinom oturtması yapılır ve sadece ortadaki nokta alınıp sonuç sinyaline konulur. Her nokta için ayrı bir polinom oturtma yapıldığı için bu teknik oldukça yavaştır.

Toplam değişim 1-Boyutta ve 2-Boyuttaki gürültü bastırımı konusunda yaygın olarak kullanılan bir gürültü bastırma tekniğidir (Pollak ve Willsky, 2005). Toplam değişim tekniğinde, toplam değişimi azalan bir dizi sinyal elde edilir ve bu dizideki her sinyal, diğer aynı toplam değişime sahip sinyaller arasında gürültülü sinyale en iyi oturandır. Gürültüsü kaldırılan sinyal, elde edilen sinyal dizisi arasından uyum hatasının istatistiksel olarak gürültü standart sapmasıyla karşılaştırılmasıyla elde edilir. Bu teknik kenarları korur ancak sonuçta elde edilen sinyalde yapay basamaklar bulunmaktadır.

Toplam değişimin farklı yapıda bir optimizasyon problemine çözüm öneren bir versiyonu Rudin vd.'nin çalışmasında anlatılmıştır (Rudin vd., 1992). Bu çalışmada elde edilen artık sinyalin gürültü niteliklerine sahip olması hedeflenmektedir. Yani artık sinyalin ortalaması sıfır olmalı, büyüklüğü de gürültü standart sapmasına eşit olmalıdır. Bu iki tabii koşulu sağlayan sinyaller arasında en düşük değişime sahip sinyal sonuç sinyali olarak seçilmektedir. Bu optimizasyon probleminin çözümü toplam değişim yönteminin temel sorunu olan yapay sabit basamak fenomenini belirli bir dereceye kadar ortadan kaldırmaktadır.

Bu yapay basamak probleminin tamamıyla çözüldüğü toplam değişim yaklaşımı Didas'ın çalışmasında izah edilmiştir (Didas, 2004). Bu makaledeki temel mantık sinyali düzgünleştirmektir. Yani başlangıçtaki sinyalden çok farklılaşması engellenmektedir. Bu da

toplam değişimle beraber sonuç sinyalinin gözlem sinyalinden farkı da küçültülerek sağlanmaktadır.

Bir başka 1-Boyutlu gürültü bastırma tekniği ise Ana Eğri İzdüşümüdür (Özertem vd., 2008). Bu tekniğin ilk aşamasında bir boyutlu sinyalin her noktasına iki boyutlu bir Gauss eğrisi oturtularak 2-Boyutlu bir yapay ODF elde edilmektedir. Bu ODF'nin ana eğrisi sonuç sinyalini vermektedir. Bu teknikte ana eğrinin EBO'su ODF'nin en büyük değeri olarak bulunmuştur. Sonra da bu EBO fonksiyonunun ana eğriye olan izdüşümü bulunmuştur. Bu teknik polinomsal bir model kullanmamaktadır. Ancak oturtulan Gauss eğrilerinin değışintisi bu algoritmanın düzleştirme seviyesini belirlemektedir.

Parçalı polinom modellerinde, tipik olarak, bölme sayısı da bölmelerin arasındaki sınırlar da bilinmez. Geçiş sınırlarının optimal olarak seçimi karmaşık bir minimum yapısına sahip bir optimizasyon probleminin çözümünü gerektirir. Bu amaçla bu makalede PSO tekniği kullanılmıştır. Bu teknik bölme sayısı verildiğinde geçiş sınırlarını ve her bir parçanın polinomsal modelini bulmaktadır. Parça sayısını ve polinom derecesini belirlemek amacıyla bu parametreler artık sinyalin seviyesi gürültü seviyesine ulaşınca kadar aşamalı olarak artırılır.

PSO karmaşık minimum yapısına sahip ve tam kapsamlı aramanın işlem yükünü çok artırdığı problemler için yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu optimizasyon algoritması çok çukurlu maliyet fonksiyonunun yerel minimumlara takılmasını önleyici bir niteliğe sahiptir ve bunu girdi parametrelerinin bütün kombinasyonlarını denemeden başarır. Bu amaçla bir parçacık sürüsü yaratılır ve bu sürü hem haberleşmek suretiyle global en iyi değeri hem de kendi en iyi deneyimini kullanarak küresel en iyiye doğru üşüşür. Buradaki global en iyinin kullanımı tekniği hızlandıran faktördür ve kişisel en iyinin kullanımı ise yerel minimumlara takılmayı engelleyicidir. Bu iki unsurun farklı kombinasyonları PSO'nun farklı versiyonlarının ortaya çıkmasına sebep olmuştur. PSO konusunda bir standardın oluşturulması ihtiyacına Bratton ve Kennedy cevap vermiştir (Bratton ve Kennedy, 2007). Burada kullanılan üşüşme parametreleri Clerc ve Kennedy'den alınmıştır (Clerc ve Kennedy, 2002). Bu parametreler sürünün bir noktaya üşüşmesini garanti eden maksimum gezintiyi yapmalarını sağlamaktadır. Bu da küresel minimumun bulunma şansını artırmaktadır. Hem hızlı olması hem de küresel sonuca yakınsama ihtimalinin yüksek olması PSO'nun başarımının örneklemeye dayalı diğer optimizasyon tekniklerinden daha yüksek olduğunu gösterir.

Bildirinin 2. Bölümünde önerilen teknik detaylandırılmıştır. 3. Bölümde ise simülasyon tabanlı karşılaştırma sonuçlarına yer verilmiştir. 4. Bölümde, elde edilen sonuçlar ve olası iyileştirmeler verilmiştir.

2. ÖNERİLEN GÜRÜLTÜ BASTIRIM TEKNİĞİ

Burada önerilen tekniğin amacı parçalı polinomlardan oluşan bir sinyalin üstündeki gürültünün bastırılmasıdır. Bu problemi matematiksel olarak ifade etmek için bu bölümde N örnek uzunluğundaki parçalı polinom sinyaline $f[n]$ denmiştir. Bu sinyal gürültünün altında $g[n]$ olarak gözlemlenir. Gözlem sinyaliyle orijinal parçalı polinom sinyali arasında aşağıdaki gibi bir ilişki vardır.

$$g[n] = f[n] + v[n]$$

Burada $v[n]$ sinyali rastgele Genel Anlamda Durağan bir gürültü sinyalidir. Bu makalede gürültü dağılım modeli, sıfır ortalamalı, bağımsız ve normal eşdağılımlıdır. Gürültünün

standart sapması σ olarak gösterilmiştir. Bu gürültü modeli için EBO kestirimi gözlem sinyalinin olabilirliğini maksimize eder ve matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$[\hat{f}[n], \sigma^2] = \operatorname{argmax}_{f[n], \sigma^2} \left\{ \prod_{n=1}^N \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-(g[n]-f[n])^2}{2\sigma^2} \right\} \right) \right\}$$

Burada $f[n]$ sinyalinin kestirilmesiyle oluşan sinyal $\hat{f}[n]$ olarak adlandırılmıştır. Bu problemin çözümünde $\hat{f}[n]$ sinyali $g[n]$ sinyaliyle arasındaki farkın büyüklüğü minimum olan polinom sinyaldir. Bu artık sinyal minimizasyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\hat{f}[n] = \operatorname{argmin}_{f[n]} \{ \sum_{n=1}^N (g[n] - f[n])^2 \} \quad (1)$$

Kestirim sürecinde elde edilen her geçiş sınır kümesi ve polinom katsayıları $\hat{f}[n]$ sinyalini karakterize eder. Farklı parçalar arası geçiş sınırları $0 < e_1 < e_2 \dots < e_D < N-1$ şeklinde ifade edilebilir. Bu sınırlar arasındaki katsayı kümesi \mathbf{a} ise bir polinom parçasının matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{f}[n; \mathbf{a}, \mathbf{e}] = a_{0,i} + a_{1,n}n + \dots + a_{k,i}n^k, \quad e_i \leq n < e_{i+1}$$

Burada \mathbf{a} polinom katsayı vektörü, \mathbf{e} geçiş sınırları vektörü, k ise polinom derecesidir. Bu parametreler belirli bir algoritmayla evriştirilerek en iyi $\hat{f}[n; \mathbf{a}, \mathbf{e}]$ sinyali bulunacaktır. Eşitlik 1'deki problem parçalı polinom modeli için şu şekildedir.

$$\min_{\mathbf{e}} \left[\min_{\mathbf{a}} \sum_{n=1}^{N-1} |g[n] - \hat{f}[n; \mathbf{a}, \mathbf{e}]|^2 \right] \quad (2)$$

Bu ifadede yer alan \mathbf{a} üzerinden optimizasyon verilen bir \mathbf{e} için kolaylıkla bulunabilir. Dolayısıyla gerekli olan optimizasyon sadece \mathbf{e} üzerinden bir optimizasyon probleminin çözümü olarak elde edilebilir. Aşağıda önce belirli bir \mathbf{e} için en iyi polinomsal yaklaşımın nasıl bulunacağı detaylandırılmaktadır. Bunu takiben sadece \mathbf{e} 'ye dayalı bir bedel işlevi bulunacaktır.

Verilen bir \mathbf{e} için en iyi uyumu sağlayan polinomsal yaklaşım aşağıdaki optimizasyon probleminin çözümü olarak elde edilebilir.

$$\min_{\mathbf{a}} \sum_{n=e_i}^{e_{i+1}-1} |g[n] - a_{0,i} + a_{1,n}n + \dots + a_{k,i}n^k|^2$$

Burada i , 0 ile D arasındadır. $e_0 = 0, e_{D+1} = N$ olarak sabitlenmiştir. Polinom derecesi k bilindiğinde \mathbf{a} vektörünü veren doğrusal sistem şu şekilde ifade edilebilir.

$$\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{a}_i \approx \mathbf{g}_i \quad (3)$$

Burada \mathbf{A}_i i . parça için polinom terimlerini içeren model matrisidir. \mathbf{A}_i aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mathbf{A}_i = [\mathbf{1} \quad \mathbf{n} \quad \dots \quad \mathbf{n}^k]$$

Burada n , $e_i \leq n_j < e_{i+1}$ elemanlarına sahip sinyal indekslerinden oluşan sütun vektörüdür. Eşitlik 3'de g_i gürültülü sinyalin i . parçasıdır. a_i ise, bir parça için bulunan polinom katsayısı vektörüdür. Burada seçilecek hiçbir a_i vektörü hatayı sıfırlamaz. Bu da doğrusal cebirdeki ifadesiyle A_i 'nin değer uzayının g_i vektörünü içermemesi anlamına gelir. Bu durumda g_i vektörünün A_i 'nin değer uzayının üzerine dik izdüşümü alınır ve böylece doğrusal eşitlik çözülebilir hale gelir. Çözülebilen bu yeni doğrusal eşitlik aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$A_i a_i = A_i (A_i^T A_i)^{-1} A_i^T g_i$$

A_i model matrisi tam kerteli (full rank) olduğu için bu eşitliğin tek çözümü vardır. O tek çözümü bulabilmek için aşırı-belirli A_i ($m > n$) matrisini kendi devriğiyle çarparak sistem tam kerteli kare sisteme dönüştürülür. Bu durumda $A_i^T A_i$ matrisi tersi alınabilir bir matristir ve tersi alındığında a_i vektörü analitik olarak bulunmuş olur. Bu analitik ifade şöyledir:

$$a_i = (A_i^T A_i)^{-1} A_i^T g_i \quad (4)$$

$A_i^T A_i$ matrisinin tersini almak $m \times n$ boyutundaki A_i matrisi için $O(n^3)$ maliyetine sahiptir ve bu büyük bir işlem yükü anlamına gelmektedir. Matris ters alma işleminden kaçınmak için QR ayrıştırması tekniği geliştirilmiştir. Bu teknikte Householder, Givens ya da Gram Schmidt algoritmaları yardımıyla A_i matrisi şöyle ayrıştırılır (Heath, 1997).

$$A_i = QR$$

Burada Q matrisi dik bir matristir. Doğrusal olarak bağımsız birim sütun vektörlerinden oluşur ve bu yüzden $Q^T Q = I$ eşitliği geçerlidir. Ayrıca Eşitlik 3'teki doğrusal sistem Q^T ile çarpılırsa hem A_i 'nin gerdiği vektör uzayındaki vektörler, hem de b vektörü büyüklükleri değişmeyecek şekilde döner ve hata vektörünün büyüklüğü de değişmez. Bu çarpım sonucu elde edilen doğrusal sistem aşağıdaki gibidir.

$$R a_i = Q^T g_i = b$$

R üst kısmı üçgen formatında olan bir matris olduğu için $i \leq n$ olan kısmı çözülebilen bir doğrusal sistemdir ve buradan elde edilen artık sinyal büyüklüğü 0'dır. R 'nin $i > n$ ile verilen kısmı ise kontrol edilebilir bir kısım değildir, dolayısıyla b vektörünün $i > n$ olan kısmının tamamı artık enerjisini verir. Burada elde edilen artık sinyal enerjisi Eşitlik 3'teki ile aynıdır.

i 'inci bölümdeki katsayıları Eşitlik 4'te verilen en iyi polinom oturtmanın maliyeti $J_i(e)$ aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$J_i(e) = \|(I - A_i (A_i^T A_i)^{-1} A_i^T) g_i\|^2$$

Verilen bir e için en iyi uyum hatası $\sum_{i=0}^D J_i(e)$ 'dir. Dolayısıyla Eşitlik 2'deki optimizasyon problemi sadece e üzerinden bir optimizasyona indirgenebilir.

$$\min_{\mathbf{e}} \sum_{i=0}^D J_i(\mathbf{e})$$

İndirgenmiş optimizasyon problemi orijinal probleme göre çok daha az değişkene sahiptir. Halbuki, maliyet fonksiyonu tipik olarak karmaşık bir minimum yapısına sahiptir. Bu da en iyi çözümün bir yerel optimizasyon tekniğiyle bulunmasını zorlaştırır. Bu nedenle, geçiş sınırlarını bulmak için gereken küresel optimal çözüm bu çalışmada PSO tekniği ile bulunmuştur (Bratton ve Kennedy, 2007).

PSO döngüsünde her birisi bir çözüm adayı olan N_p sayıda parçacıktan oluşan bir sürü kullanılır. Her bir parçacık elemanları geçiş sınırları için pozisyon adayı olan D uzunluğundaki vektörlerdir. Başlangıç olarak rastgele belirlenmiş N_p vektörden oluşan bir popülasyon seçilir. Her bir parçacık içerisindeki geçiş sınırları küçükten büyüğe dizilir. Ondan sonra yeni popülasyonlar oluşturmak için aşağıdaki PSO güncelleme eşitlikleri kullanılır (Bratton ve Kennedy, 2007).

$$\mathbf{v}^{p,t+1} = \alpha \left(\mathbf{v}^{p,t} + w_1 \zeta_1 (\mathbf{e}_{pb}^{p,t} - \mathbf{e}^{p,t}) + w_2 \zeta_2 (\mathbf{e}_{gb}^{p,t} - \mathbf{e}^{p,t}) \right)$$

$$\mathbf{e}^{p,t+1} = \mathbf{e}^{p,t} + \mathbf{v}^{p,t}$$

Bu eşitliklerde, $\mathbf{v}^{p,t}$ p 'inci parçacığın hız vektörüdür, $\mathbf{e}^{p,t}$ ise p 'inci parçacığın pozisyonudur. \mathbf{e}_{gb}^t , t anına kadar tüm parçacıklara ait en iyi pozisyonudur. $\mathbf{e}_{pb}^{p,t}$ ise tüm süreç boyunca p 'inci parçacığa ait en iyi pozisyonudur. ζ_1 ve ζ_2 $[0,1]$ arasına bağımsız özdeş birbiçimli dağılmış bir rastgele değişkendir. α , w_1 ve w_2 ise yakınsamayı garanti edecek en küçük değer olarak seçilir (Clerc ve Kennedy, 2002). Burada $\mathbf{e}^{p,t}$ güncellenirken o parçacığın o ana kadar ki optimal pozisyonunun hesaba katılması, ζ_1 ve ζ_2 'nin rastgele olması çeşitliliği ve küresel optimal pozisyona yakınsama olasılığını artırır.

PSO döngüsündeki $\mathbf{e}_{pb}^{p,t}$ ve \mathbf{e}_{gb}^t parametrelerinin güncellenmesi için hata normunun hesaplanması gerekir. Hata normu şu şekilde hesaplanır.

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^{N-1} |g[n] - \hat{f}[n; \mathbf{a}, \mathbf{e}]|^2}{N}}$$

Burada E artık sinyalin düzgelenmiş hata büyüklüğüdür. Döngünün bir basamağında her parçacık için hata hesaplanır ve parçacıkların almış olduğu en iyi hatayla karşılaştırılarak $\mathbf{e}_{pb}^{p,t}$ güncellenir. \mathbf{e}_{gb}^t ise o basamaktaki hata ile o ana kadar tüm parçacıkların aldığı en iyi hata karşılaştırılarak güncellenir.

3. ÖNERİLEN TEKNİĞİN DİĞER TEKNİKLERLE KARŞILAŞTIRILMASI

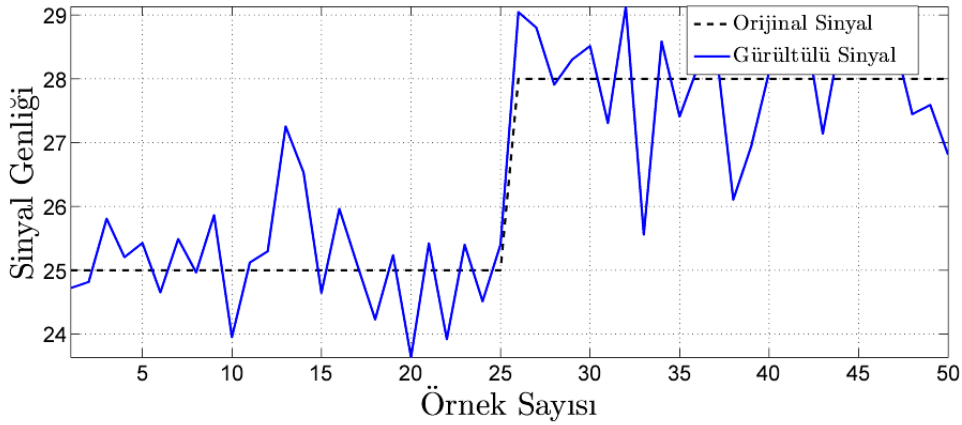
Bu bölümde önerilen teknik literatürdeki başarıyı yüksek diğer tekniklerle karşılaştırılacaktır. Bu karşılaştırmalar için parçalı sabit sinyal senaryosu ve daha yüksek dereceli polinomsal parçalar içeren daha karmaşık bir senaryo kullanılacaktır. İlk olarak önerilen yöntem parçalı sabit sinyallerin gürültüsünü bastırmak amacıyla kullanılan Pollak ve Willsky'deki toplam değişim yöntemi ile kıyaslanacaktır (Pollak ve Willsky, 2005). Çok

sayıda polinom parçasından oluşan sinyal durumu için ise Rudin vd. ve Özertem vd. gibi daha genel tekniklerle karşılaştırma yapılacaktır (Rudin vd., 1992; Özertem vd., 2008).

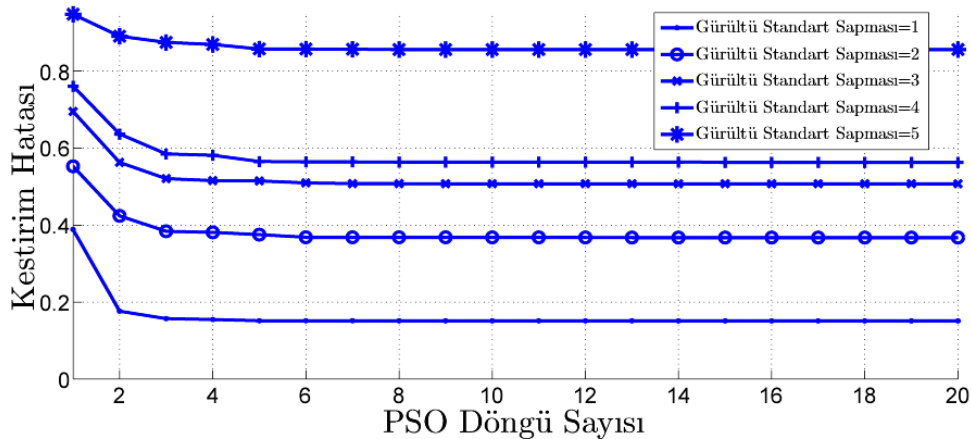
Şekil 1’de gösterilen sinyal için 5 ayrı gürültü değerinde simülasyonlar yapılmıştır.

Şekil 2 ve

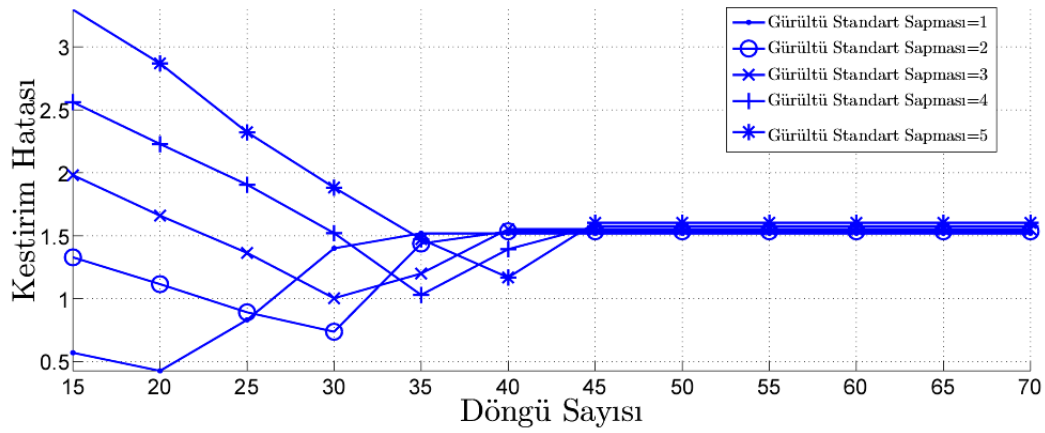
Şekil 3’te gösterilen sonuçların kıyaslaması, önerilen tekniğin toplam değişimden daha etkili bir gürültü bastırım sağladığını göstermektedir. Önerilen tekniğin Pollak ve Willsky’deki algoritmadan daha iyi sonuç vermesinin temel sebebi, algoritmanın PSO sayesinde bir sonuç sinyaline yakınsayıp otomatik olarak durmasından, toplam değişim tekniğinin ise nerede duracağını açık olmamasından kaynaklanır (Pollak ve Willsky, 2005). Toplam değişim algoritması durdurulmadığında sabit bir sinyale yakınsar. Bu süreç daha önce belirli bir zamanda durdurulduğunda sonuç sinyalinde yapay basamaklar gözlenir. Önerilen teknikte ise, sonuç sinyali iki basamaktan oluşur. Eğer sinyalin uzunluğu sonsuza giderse algoritmanın hatası sıfıra gider. Bu, sabit sinyalin EBO kestiriminin sinyal parçasının zaman ortalamasına eşit olmasından ve gürültünün ergodik yapısından dolayı zaman ortalamasının istatistiksel ortalamaya yakınsamasından kaynaklanır.



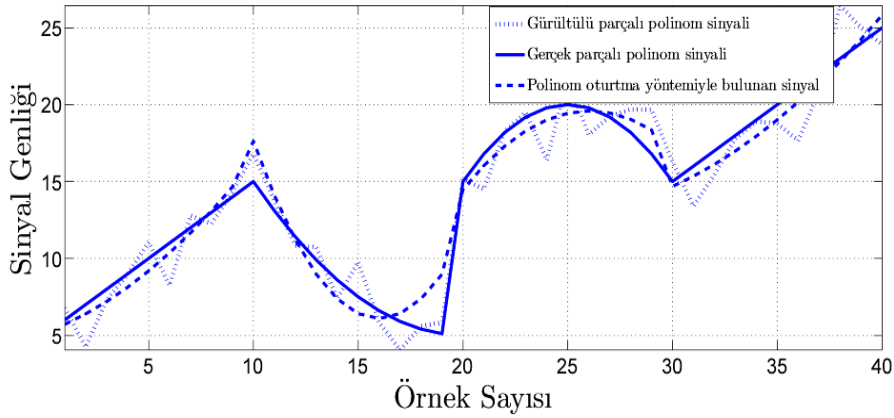
Şekil 1. Gürültülü kısmi parçalı sabit sinyal



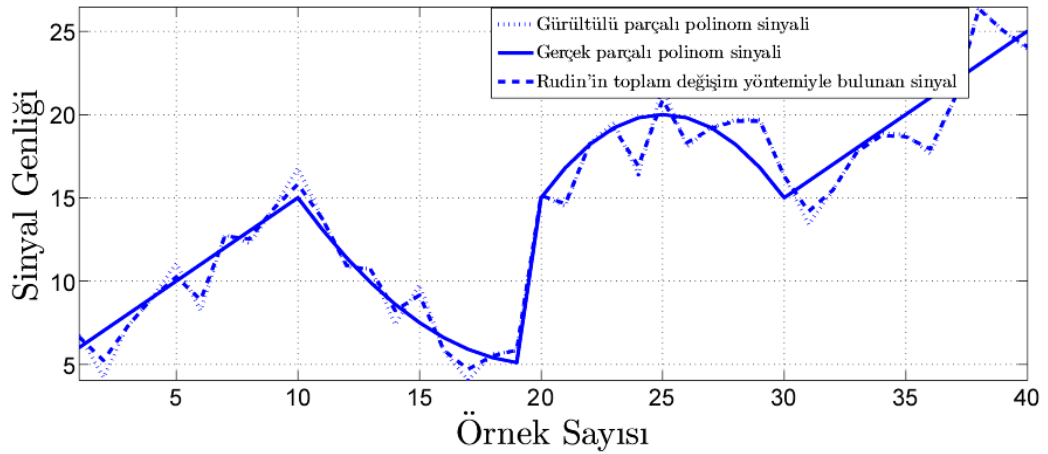
Şekil 2. Önerilen PSO tabanlı teknikle beş farklı gürültü seviyesi için orijinal sinyalin kestirimindeki hatası



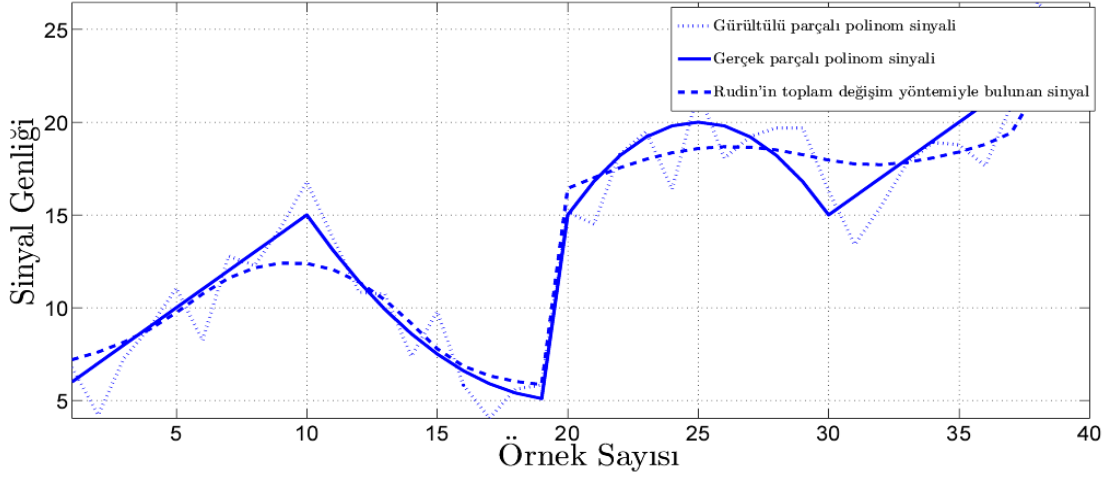
Şekil 3. Toplam değişim tekniğinin beş farklı gürültü seviyesi için orijinal sinyalin kestirimindeki hatası



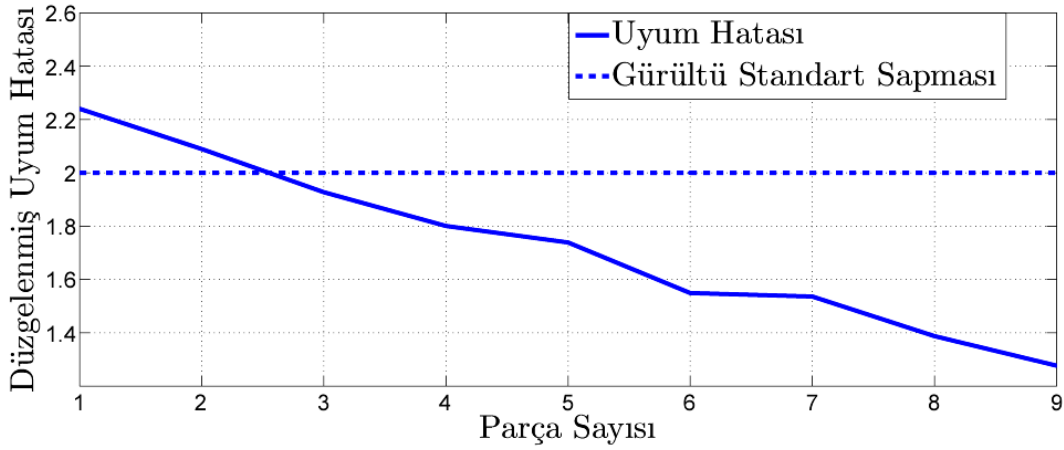
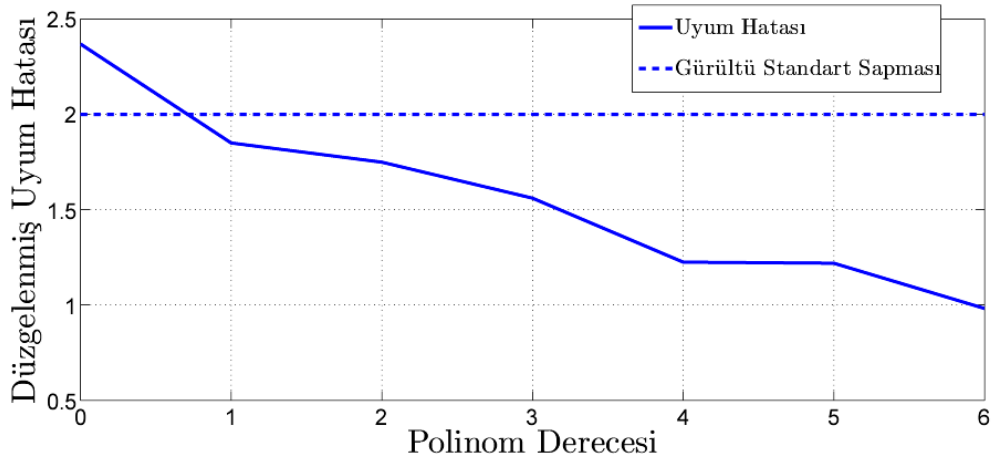
Şekil 4. Önerilen teknikle elde edilen gürültü bastırım sonucu



Şekil 5. Rudin tekniğinin üç sınırlı gürültülü bir sinyale uygulanmasıyla elde edilen sonuç sinyali



Şekil 6. Ana eğri izdüşümü tekniğinin üç sınırlı gürültülü bir sinyale uygulanmasıyla elde edilen sonuç sinyali

Şekil 7. Geçiş sınırı sayısı D 'ye karşılık uydurma hatasının grafiği

Şekil 8. Polinom derecesi k 'ye göre uyum hatasının grafiği
Çizelge 1. Üç sınırlı sinyal için hata büyüklükleri

Teknik	Hata Büyüklüğü
Rudin'in Toplam Değişimi	1.3754
Ana Eğri İzdüşümleri	1.1866
Polinom Uyumu	1.0859

Orijinal sinyalin dört polinom kısmından oluştuğu daha karmaşık bir durum için elde edilen sonuçlar 'te gösterilmiştir. Önerilen tekniğin performansı Rudin vd.'deki parçalı sabit parçalar içermeyen sinyaller için de gürültü bastırımı sağlayabilen toplam değişim tekniğiyle ve parametrik olmayan ana eğri izdüşüm tekniğiyle karşılaştırılmıştır (Rudin vd., 1992; Özertem vd., 2008). Bu deneyde karşılaştırma amacıyla Pollak ve Willsky'nin çalışmasındaki algoritma yerine Rudin vd.'nin algoritmasının kullanılma sebebi Rudin vd.'deki tekniğin sonuç sinyalinin Pollak ve Willsky'deki kesin sabit parçalara göre daha yumuşak sonuç sinyalleri üretmesidir (Pollak ve Willsky, 2005; Rudin vd., 1992). Bu teknik kullanılırken gradyan düzgünleştirme parametresi 1 ve zaman basamağı da 0.2 olarak alınmıştır. Ayrıca doku onarımında kullanılan C ve λ parametreleri sıfır olarak seçilmiştir. Bu değerler Rudin vd.'nin çalışmasında önerilen değerlerdir (Rudin vd., 1992).

Elde edilen gürültü bastırımı sonuçları

Şekil 4 ve

Şekil 6'daki gibidir. Bu şekillerde ve Çizelge 1'de görüldüğü gibi, önerilen teknik orijinal sinyalin daha iyi bir kestirimini sağlamaktadır. Bunun sebebi her ne kadar Rudin vd.'deki teknik yumuşak sinyaller üretse de toplam değişim bedelinin küçültülmesinden dolayı monoton azalma ve artış olan yamaç kısımlarını düzgünleştirememesidir (Rudin vd., 1992). Bu kısımlarda sonuç sinyali gürültülü gözlem sinyaline fazlaca oturmaktadır. Tekniğin ana eğri izdüşümü yönteminden daha iyi çalışmasının sebebi ise önerilen tekniğin kullandığı parçalı polinomsal yapıya uygun bir sinyalin analiz edilmesidir. Bu modele uygun sinyallerde önerilen teknik bu modeli kullanmayan modellere göre beklenildiği gibi üstünlük sağlamaktadır.

Şekil 7'de gösterildiği gibi kestirilmiş polinom sinyalinin aşağıda verilen düzgelemlenmiş uyum hatası geçiş sınır sayısı D 'nin fonksiyonu olarak tekdüze azalır. Bir parçadaki polinom derecesi k 'ya göre uyum hatası da benzer yapıdadır (

Şekil 8).

4. SONUÇLAR

Bu bildiride, parçalı polinom modeline yönelik klasik gürültü bastırımı problemi için polinom parçalarının derecesini belirlemek amacıyla geliştirilen yöntem başarılı sonuçlar üretmiştir. Önerilen teknikte, polinom kısımların sınırları hızlı yakınsayan PSO tekniği kullanılarak bulunmuştur. EBO yönünden optimal çözüm üreten önerilen gürültü bastırım tekniğinin gürbüz bir performansla sahip olduğu ve toplam değişim yöntemine göre başarımının daha yüksek olduğu simülasyonlar kullanılarak gösterilmiştir.

Gelecekte yapılacak çalışmalarda küresel optimum sonuçlar üreten Dinamik Programlama, PSO optimizasyonu yerine uygulanacak ve ortaya çıkacak yeni tekniğin hızlandırılması için çalışmalar yürütülecektir. Ayrıca, polinom dereceleri ve geçiş sınırı sayısının bilinmediği durum için mevcut algoritma geliştirilecektir.

KAYNAKLAR

- Bratton D., Kennedy J. (2007): “Defining a Standard for Particle Swarm Optimization”, Honolulu Hawaii USA, Proceedings of the 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium (SIS 2007).
- Clerc M., Kennedy J. (2002): “The Particle Swarm Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Cilt 6, s. 58-73.
- Didas S. (2004): “Higher Order Variational Methods for Noise Removal in Signals and Images”, Saarbrücken, Saarland Üniversitesi.
- Heath T. M. (1997): “Scientific Computing”, New York, McGraw Hill.
- Özertem U., Erdoğan D., Arıkan O. (2008): “Piecewise Smooth Signal Denoising via Principal Curve Projections”, IEEE Workshop on Machine Learning for Signal Processing, s. 426-431.
- Pollak I., Willsky A. S. (2005): “Nonlinear Evolution Equations as Fast and Exact Solvers of Estimation Problems”, IEEE Transactions on Image Processing, Cilt 53, s. 484-498.
- Rudin L. I., Osher S., Fatemi E. (1992): “Nonlinear Total Variation based Noise Removal Algorithms, Physica D., Cilt 60, s. 259-268.
- Savitzky A., Golay M. J. E. (1994): “Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures”, Analytic Chemistry, Cilt 36, s. 1627-1639.
- Spokoiny V. G. (1998): “Estimation of a Function with Discontinuities via Polynomial Fit with an Adaptive Window Choice”, The Annals of Statistics.