



İNCE CİDARLI, ÇAPRAZ TAKVİYELİ, TABAKALI KOMPOZİT TÜPLERDE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE BURULMALI BURKULMA ANALİZİ

*(TORSIONAL BUCKLING ANALYSIS OF THIN-WALLED, CROSS-PLY,
LAMINATED COMPOSITE TUBES VIA FINITE ELEMENT METHOD)*

Gülşah ALAR ÖNER*, Şemsettin TEMİZ*, Hamit AKBULUT*, Adnan ÖZEL*

ÖZET/ABSTRACT

Bu çalışmada, kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulma burkulması incelenmiştir. Tüplerin cidarları, simetrik çapraz takviyeli ($q_1 + q_2 = 90^\circ$) ve 8 tabakalı olarak kabul edilmiştir. ANSYS paket programı kullanılarak sonlu elemanlar yöntemiyle kritik burulma burkulma yükleri bulunmuştur. Bu çalışmada, tüpün uzunluğu, takviye açısı ve kesit boyutlarının kritik burulma burkulma yükü üzerine etkileri araştırılmıştır. Çalışmanın sonuçları grafikler halinde verilmiştir.

In this study, torsional buckling analysis of a thin-walled tube made of laminated composite materials is carried out. The wall of the tube is of symmetric and cross-ply ($q_1 + q_2 = 90^\circ$) and eight layers. Critical buckling loads are computed by using ANSYS. In the study, the effects of the length of the tube, orientation angle and the dimensions of cross-section on the critical buckling load are examined. The results are given in graphical forms.

ANAHTAR KELİMELER/KEYWORDS

Burulma burkulması, Tabakalı kompozitler, İnce cidarlı tüpler, Sonlu elemanlar
Torsional buckling , Laminated composites, Thin-walled tubes, Finite elements

1. GİRİŞ

Kompozit malzeme tanımı, temel olarak iki veya daha fazla malzemenin bir arada kullanılmasıyla oluşturulan ve meydana geldiği malzemelerden farklı özelliklere sahip yeni tür malzemeleri belirtmek için kullanılmaktadır. Genel olarak ise kompozit malzeme denildiğinde elyaf ile güçlendirilmiş plastik malzemeler anlaşılmaktadır.

Polimerler yapısı gereği çelik ve diğer bilinen malzemelerden farklıdır ve onların avantajlı yanları ön plana çıkartılarak kullanım alanları giderek genişlemektedir. Polimer ve polimer kompozitlerin başlıca hedefleri en az çelik kadar sağlam, olabildiğince hafif, yüksek kullanım sıcaklıklarına dayanıklı ve ekonomik malzeme üretimidir. Polimer kompozitleri iki ana kategoride incelemek mümkündür. Bunlar parçacık dolgulu ve sürekli elyaf kompozitleridir. Özellikle sürekli elyaf içeren kompozitler yüksek performans istenen alanlarda giderek daha çok kullanılmaktadır.

Malzemede yerine göre sağlamlık, esneklik, hafiflik, çevre şartlarına (nem, güneş ışınları, gibi) dayanıklılık, darbe dayanımı, sertlik gibi günlük yaşamda kullanılan terimlerle ifade edilen özellikler yanında daha bilimsel bir dille ısıl genleşme katsayıları, yorulma, çatlama ve kırılma, çekme, eğme dayanımları ve benzeri değerlerin uygunluğu aranır. Bütün istenen özellikleri tek bir metal, seramik veya polimer malzemede bulmak son derece ender rastlanan bir olaydır. 1950'lerden beri polimer kompozitler çok önemli bir boşluğu doldurmuştur. Bugün yaygın olarak uçak, roket, füze gövdeleri, yüksek kalitede spor malzemeleri, yapay kemik gibi maliyetin yüksekliğinin pek önemli olmadığı alanlarda kullanıldığı gibi lastik, otomotiv sanayii, beyaz eşya, basınç dayanımlı boru, ve deniz araç gövdeleri gibi geniş bir alanda işlev görmektedirler.

Önümüzdeki yıllarda uzay ve havacılık başta olmak üzere, robotik ve tıp alanında ve gelişen diğer teknolojilerde polimer kompozitlere daha da çok ağırlık verilecektir. Bu amaçla hem daha güçlü ve sağlam elyaflar, hemde daha yüksek ısı dayanımlı, çatlak oluşturmeyen, darbe dayanımı yüksek ve sert polimer matrisler üzerinde çalışmalar dünyada ve ülkemizde devam etmektedir.

Kompozit malzemedan yapılmış daire kesitli millere ilaveten dikdörtgen tüp kesitli kompozit malzemedan yapılmış elemanlar da günümüzde burulmaya maruz elemanlar olarak bir çok mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Burulmaya maruz içi boş millerde cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alan büyütüldüğünde taşınan moment artmaktadır. Ancak bu durum burulma burkulması problemini ortaya çıkarmaktadır.

Burulma burkulması konusunda içi boş dairesel millerle ilgili birçok çalışma olmasına rağmen özellikle dikdörtgen tüp kesitli millerin burulma burkulması ile ilgili yeterince çalışma bulunmamaktadır.

Sofiyev ve arkadaşları. Ortotropik kompozit malzemelerden oluşan tabakalı, silindirik kabukların zamanın lineer bir fonksiyonu olarak değişen burulmalı burkulma yükü altındaki davranışını Ritz değişim metodunu kullanarak araştırdılar (Sofiyev vd., 2003).

Dongyao Tan, klasik kabuk teorisi ve 1.mertebe kayma deformasyon kabuk teorilerine dayalı ince ve kalın olmak üzere silindirik, konik, eliptik (oval) ve elipsoid kabukların farklı malzeme özelliklerindeki burulmalı burkulma yükleri altındaki davranışını inceledi (Dongyao, 2000).

Papangelis ve arkadaşları. düzlem çerçeve, kolon-kiriş ve kirişlere gelen burulmalı burkulma yüklerini hesaplamak için bilgisayar teknolojisini ve sonlu eleman metodunu kullandı (Papangelis vd., 1998).

Tong ve Zhang, ince cidarlı tüplerin burulma burkulmalarını değişik teorilerle analiz ederek aralarındaki farkları araştırdılar (Tong ve Zhang, 2003a; Tong ve Zhang, 2003b).

Renjie Mao ve arkadaşları, karışık sınır şartlı, çapraz takviyeli ve burulma yüküne maruz tabakalı silindirik bir kabuğun burkulma analizi için yeni ve etkili bir metot geliştirdi (Mao ve Lu, 1999; Mao ve Lu, 2002).

Chen ve Wierzbicki, büyük burulma açısına maruz ince duvarlı prizmatik tüpün yoğun burulma davranışı için teorik bir çözüm ileri sürdüler (Chen ve Tomasz, 2001; Chen vd., 2001).

Walker ve arkadaşları simetrik tabakalı kabukların çok amaçlı dizaynı üzerinde çalışarak eksenel ve burulma burkulma yükünün maksimizasyonunu araştırdı. Çalışmada optimizasyon değişkeni olarak takviye açısı kullanıldı (Walker vd., 1997).

Ho ve Cheng dört sınır şartını göz önünde tutarak, eksenel, radyal ve burulma yükleri altında homojen olmayan anizotropik ince cidarlı silindir yapıların burkulması ile ilgili genel bir analiz yaptılar (Ho ve Cheng, 1963).

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulma burkulması incelenmiştir. ANSYS paket programı kullanılarak, uzunluk, takviye açısı ve kesitin kritik burkulma yükün üzerine etkileri araştırılmıştır.

2. YÖNTEM

2.1. Matematiksel Formülasyon

Dikdörtgen kesitli tüp millerin burulma burkulmasında kritik yükün hesaplanmasında en önemli konulardan biri de birim burulma momentinin tanımlanmasıdır. Bu çalışmada ele alınan modelin bir ucu ankastre diğer ucu açık olduğundan Sonlu elemanlar formülasyonunda bu yükün düğümlere doğru bir şekilde uygulanması problemin çözümü açısından önemlidir. Birim yük kayma akımı şeklinde düğümlere aşağıdaki formülle dağıtılmıştır.

İnce cidarlı içi boş miller için kayma gerilmesi

$$t = \frac{T}{2t\partial} \quad (1)$$

fomülüyle hesaplanır. Burada T burulma momenti, t cidar kalınlığı, ∂ cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alandır.

Kayma akımı ise

$$q = tt \quad (2)$$

dir. Kayma akımı birim uzunluğa düşen kuvvettir. Burkulma problemi için bir birimlik moment gerekli olduğundan, T=1 br için

$$q = \frac{1}{2\partial} \quad (3)$$

olur. Kayma akımı q cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alana göre hesaplandıktan sonra, kenar uzunlukları a ve b ile çarpılarak bir kenara etki eden toplam kuvvet bulunur. Sonlu elemanlar ağında bir kenardaki toplam düğüm sayısı bilindiğinden hesaplanan bu toplam yük düğümlere eleman kenar uzunlukları dikkate alınarak uygun şekilde dağıtılır. Köşe düğümler her iki kenarı temsil ettiğinden her iki kenarın yükünü üzerinde bulundurur.

Kritik burkulma yükünün bulunmasında aşağıdaki denklem kullanılır.

$$[K] - I_i [S] \{y\}_i = 0 \quad (4)$$

burada:

[K] = direngenlik matrisini

[S] = gerilme direngenlik matrisini

λ_i = i'inci özdeğerini

ψ_i = i'inci yerdeğiştirme özvektörünü

göstermektedir. Kritik burkulma yükü T_{cr} , aşağıdaki karakteristik denklemlerle belirlenen en küçük özdeğer I_i 'e tekabül eder. En küçük özdeğeri bulabilmek için aşağıdaki denklemin çözümü gerekir.

$$Det([K] - I_i[S]) = 0 \quad (5)$$

Eşitlik 5'in çözümü için çeşitli sayısal çözüm metotları kullanılabilir. Bu çalışmada Block Lanczos metodu kullanılmıştır.

2.2. Problemin Tanımlanması

Bu çalışmada tabakalı HM/Epoksi kompozit malzemesinden imal edilmiş dikdörtgen tüp kesitli millerin burulmalı burkulması incelenmiştir. Malzeme özellikleri David Roylance'nin çalışmasından alınmıştır (Roylance, 2000). Malzeme'nin mekanik özellikleri Çizelge 1'de verilmiştir.

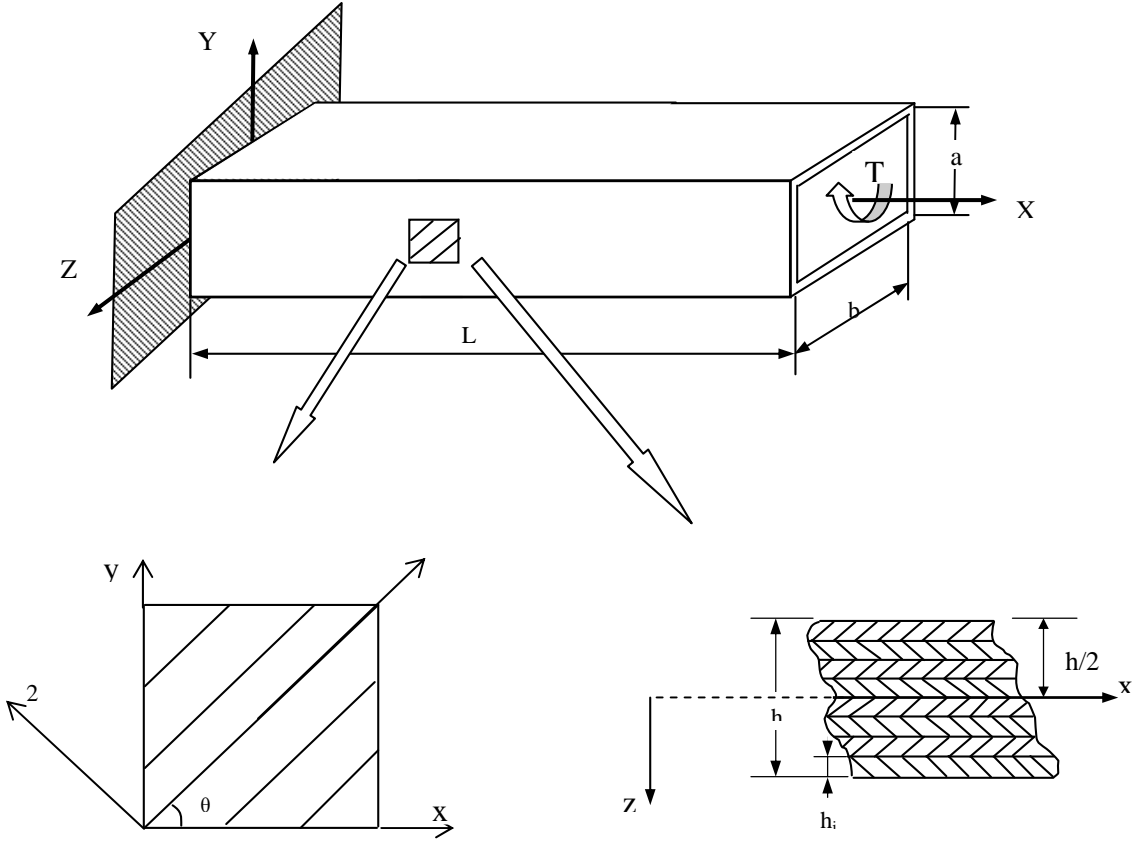
Çizelge 1. HM / Epoksi kompozit malzemesinin mekanik özellikleri

E_1 (GPa)	$E_2=E_3$ (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
230	6,6	4,8	0,25

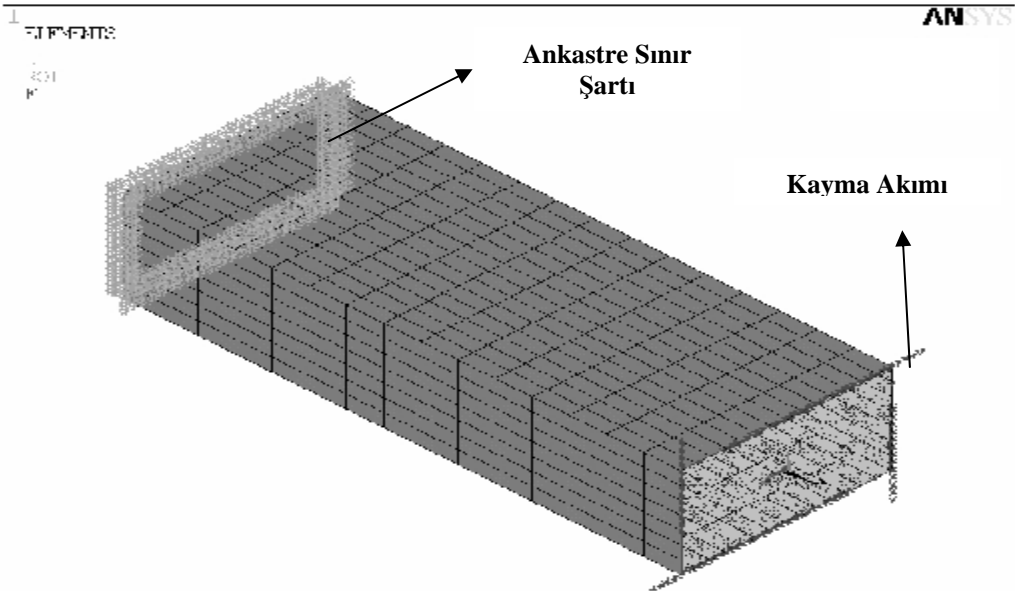
Geometrik boyutlar Şekil 1'de verilmiştir. Milin uzunluğu $L=500, 750, 1000$ ve 2000 mm olarak alınmıştır. Cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alan $\partial=b*a=40\ 000$ mm² olacak şekilde boyutlar kullanılmıştır. Örnek olarak $b/a=1$ için $a=b=200$ mm' dir. Kesitin burkulma yükü üzerine etkisi incelemek için b/a oranı 1, 2, 5 ve 10 olarak seçilmiştir. Cidar kalınlığı $h=2$ mm olarak sabit tutularak her bir tabakanın kalınlığı $h_i=0.25$ mm olmak üzere simetrik 8 tabaka alınmıştır. Tabakalar, çapraz takviyeli ve simetrik olmak üzere Çapraz $[\theta_1/\theta_2/\theta_1/\theta_2]_s$ ve $[\theta_1+\theta_2=90^\circ]$ şeklinde düzenlenmiştir. Takviye açısı θ_1 , 0° 'den başlayarak 90° 'ye kadar 5° er derece artırılarak çözümler yapılmıştır.

Yukarıda verilen malzeme özellikleri ve boyutlar kullanılarak ANSYS paket programında sonlu eleman modelleri oluşturulmuştur. Modellerde Shell 99 eleman tipi kullanılmıştır. Sınır şartı olarak bir uç ankastre olarak alınmış ve burulma yükü serbest uca kayma akımı şeklinde verilmiştir. Sonlu elemanlar modeli, sınır şartları ve yükleme durumu Şekil 2'de gösterilmiştir.

Çalışmada kurulan modelin uygunluğunu araştırmak için Kaynak 2'deki malzeme özellikleri ve geometrik boyutlar kullanılarak, ANSYS paket programında aynı model oluşturularak kritik yükler bulunup karşılaştırılmıştır. Çizelge 2'de TST, Klasik İnce Kabuk Teorisinden ve SDST, 1.dereceden Kayma Deformasyon Kabuk Teorisinden elde edilen sonuçları göstermektedir. Elde edilen sonuçların Kaynak 2 ile uyumlu olduğu görülmüştür. Sonuçlar modelde kullanılan eleman sayısı ile önemli ölçüde değişmektedir. Eleman sayısı arttıkça çözümler teorik çözümden uzaklaşmakta, azaldıkça teorik çözümlere yaklaşmaktadır. Bu açıdan eleman sayısının doğru olarak seçilmesi burkulma probleminde en önemli konulardan biridir.



Şekil 1. Tüp ve cidar konfigürasyonu



Şekil 2. Tüpün sonlu elemanlara modeli, sınır şartları ve yükün uygulanması

Çizelge 2. Dairesel, İnce-Duvarlı Kompozit Tüpte Kritik Burkulma Yükleri (Nm)

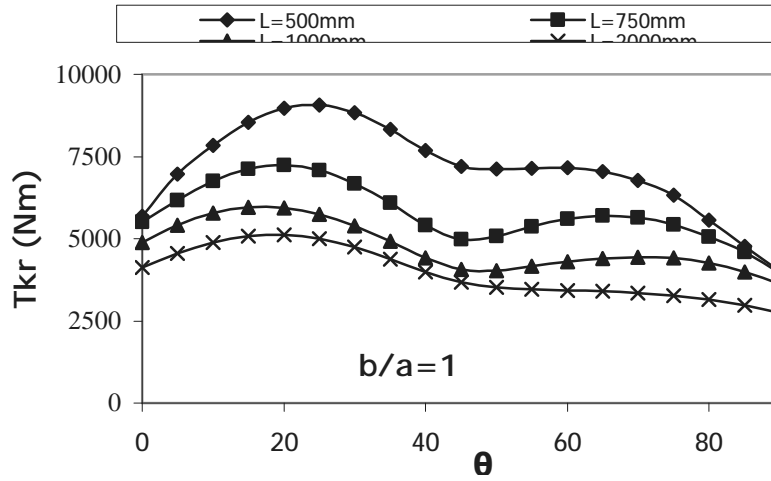
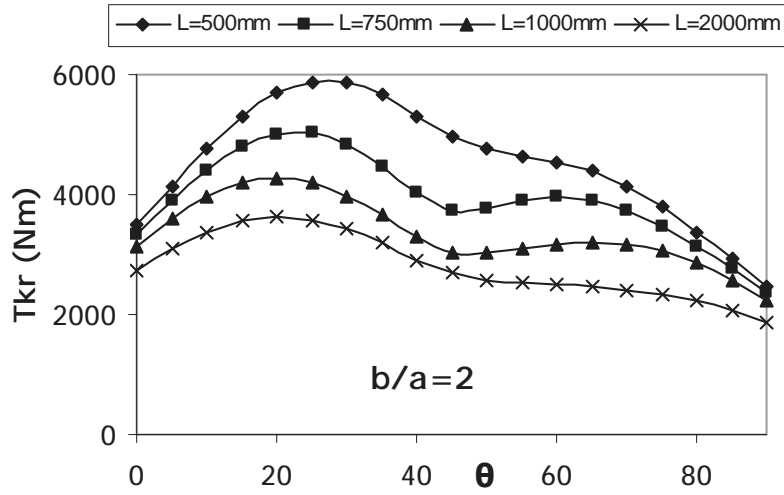
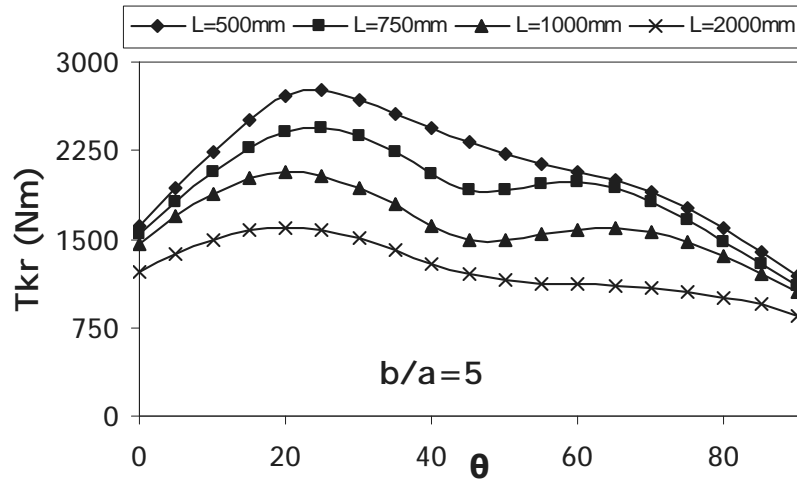
$\theta=45^\circ$ için;		Kaynak [2]		Model
Kalınlık	Malzeme özellikleri	TST	SDST	
0.0005m	İzotropik Malzeme	1448.0	1447.1	1460.0
	Çapraz $[\theta_1/\theta_2/ \theta_1/\theta_2]_s$ ve $[\theta_1+\theta_2=90^\circ]$	530.95	530.57	552.7
0.001m	İzotropik Malzeme	6871.1	6861.9	6463.8
	Çapraz $[\theta_1/\theta_2/ \theta_1/\theta_2]_s$ ve $[\theta_1+\theta_2=90^\circ]$	2430.3	2426.0	2428.1
0.002m	İzotropik Malzeme	32816.0	32723.0	29765.2
	Çapraz $[\theta_1/\theta_2/ \theta_1/\theta_2]_s$ ve $[\theta_1+\theta_2=90^\circ]$	11047.0	10997.0	10534.0

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

İnce cidarlı, tabakalı kompozit malzemelerden imal edilmiş dikdörtgen kesitli kapalı tüplerin burulmalı burkulma etkisindeki davranışlarına takviye açısı, tüp uzunluğu ve kesit geometrisinin etkileri şekil 3-9'da verilmiştir. Şekil 3, 4 ve 5' kesit geometrileri sabit tutularak kritik burulma burkulma yükünün, takviye açısı ve tüp uzunluğuna bağlı olarak değişimleri verilmiştir. Genel olarak tüp uzunluğunun, burulmalı burkulma yüküne etkisi beklendiği gibi çıkmıştır. Bu da modelin doğruluğunu göstermektedir. Şekil 3'te de görüldüğü gibi tüp kesitinin kenar uzunlukları oranı $b/a=1$ sabit alınarak dikdörtgen kesitli tüp uzunluğu azaldıkça kritik burkulma yükü artmaktadır. Bu artış $\theta=20-70^\circ$ arasında daha açık görülmektedir. Tüp uzunluğu 500 mm'den 750 mm'ye artarken kritik burkulma yükündeki düşüş fazla iken, tüp uzunluğu 750 mm'den 1000 mm'ye ve 1000 mm'den 2000 mm'ye artarken kritik burkulma yükündeki azalış da giderek azalmaktadır. $\theta=0^\circ$ ve $\theta=90^\circ$ 'de 500 ve 750 mm uzunluğundaki dikdörtgen kesitli tüplerin burulmalı burkulma yükleri birbirlerine çok yakın iken $\theta=45^\circ$ civarında bu iki uzunluklu tüplerin burulmalı burkulma yükleri arasındaki fark giderek artmaktadır.

Tabakalı kompozit malzemelerden imal edilmiş ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulmalı burkulma yükleri genellikle oryantasyon açısı $\theta=25^\circ$ 'ye kadar artmakta, daha sonra $\theta=45^\circ$ 'ye kadar azalmakta ve $\theta=75^\circ$ 'ye kadar tekrar biraz artmakta ve $\theta=75^\circ$ 'den sonra yine azalarak $\theta=90^\circ$ 'de en düşük değerini almaktadır. Çapraz takviyeli, tabakalı kompozitlerde $\theta=45^\circ$ 'de bütün tabakaların takviye açıları birbirine eşit olduğu ve bütün tabakalar tek yönde takviyeli gibi davrandığı için $\theta=45^\circ$ 'de burulma burkulma yükü bir miktar düşmüştür.

$b/a=1$ için $L=500$ mm uzunluklu dikdörtgen kesitli tüpün en büyük kritik burkulma yükü $\theta=25^\circ$ de olup $T_{kr}=9064$ Nm' dir. $L=750$ mm uzunluğu için en büyük kritik burkulma yükü $T_{kr}=7228$ Nm değeriyle $\theta=20^\circ$ 'de oluşmaktadır. Uzunluk $L=1000$ mm olduğunda en büyük kritik burkulma yükü $T_{kr}=5956$ kNm, $\theta=15^\circ$ de oluşmaktadır. $L=2000$ mm değerinde, kritik burkulma yükü $\theta=20^\circ$ 'ye kadar artmakta sonra büyük bir düşüş eğilimi göstermektedir. En büyük kritik burkulma yükü $T_{kr}=5122$ Nm dir.

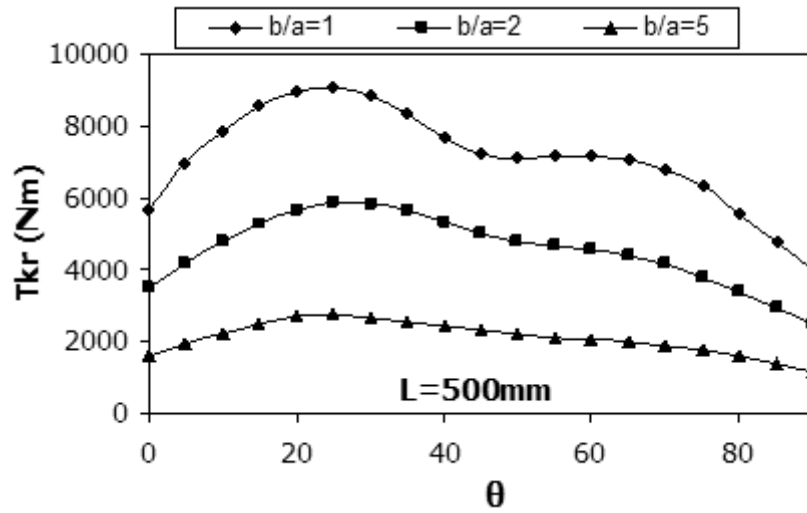
Şekil 3. $b/a=1$ için Uzunluk ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma YükleriŞekil 4. $b/a=2$ için Uzunluk ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma YükleriŞekil 5. $b/a=5$ için Uzunluk ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma Yükleri

Şekil 4’de $b/a=2$ ve şekil 5’te $b/a=5$ için farklı uzunluk ve oryantasyon açılarında kritik burkulma yükleri görülmektedir. Her iki kesit oranına sahip tüplerin kritik burkulma yükleri $b/a=1$ kesit oranlarına sahip tüplerin kritik burkulma yüklerine benzer davranış sergilemektedir. Fakat kesit kareden dikdörtgene dönüştükçe yani b/a oranı arttıkça kritik burkulma yükleri de giderek azalmaktadır. Bundan dolayı burulmalı burkulmaya en dirençli kesit, kare ve kareye en yakın kesitlerdir.

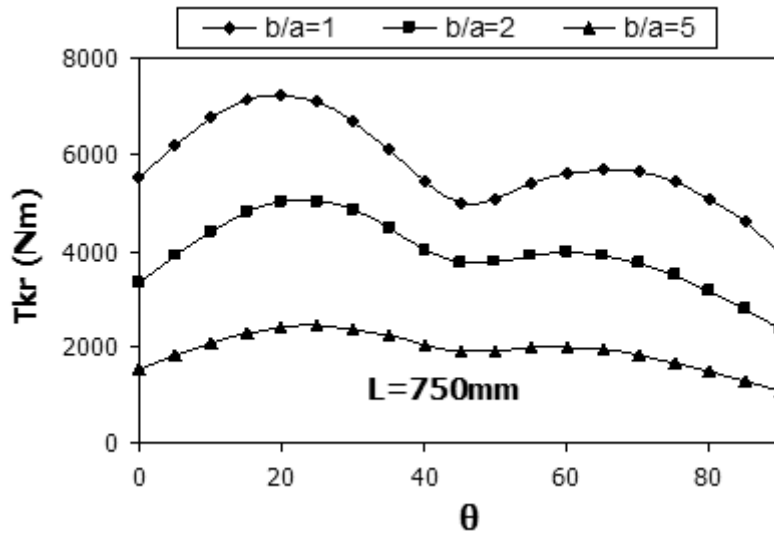
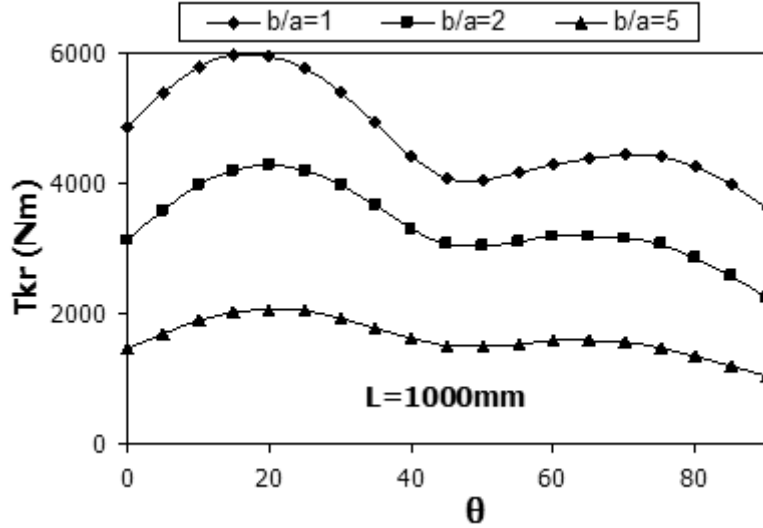
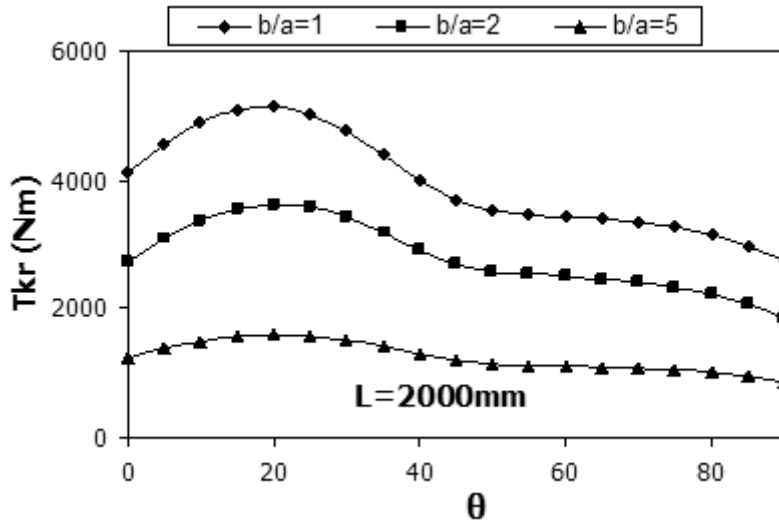
Şekil 6, 7, 8 ve 9’da ince cidarlı ve dikdörtgen kesitli tabakalı kompozit tüplerin sırasıyla sabit $L=500, 750, 1000$ ve 2000 mm uzunluğu ve farklı kesit oranları ve takviye açıları için kritik burkulma yükleri verilmiştir. $L=750$ mm ile $L=1000$ mm’deki kritik burkulma yüklerinin değişimleri birbirlerine benzemektedir. $L= 500$ mm için verilen grafik incelendiğinde takviye açısı arttıkça en büyük kritik burkulma yüküne kadar kritik burkulma yükleri düzgün bir artış, sonra bu değerden sonra bir miktar düşme gösterdikten sonra çok küçük bir artış ve düzgün bir düşüş göstermektedir. $L= 750$ mm ve 1000 mm için ortalama olarak $\theta=20^\circ$ ’ye kadar düzgün bir artış $\theta=20^\circ- 60^\circ$ aralığında azalma baş gösteriyor ve $\theta=60^\circ- 65^\circ$ civarlarında bir miktar artışla kritik burkulma yükleri bu değerden sonra azalmaktadır. Örnek olarak $L=500$ mm’de kenar oranı $b/a=1$ ’den 2 ’ye çıktığında $\theta=25^\circ$ için kritik burkulma yükü % 35, kenar oranı $b/a=2$ ’den 5 ’e çıktığında ise kritik burkulma yükü % 53 oranında azalmaktadır. Bu da kenar oranının uzunluktan daha etkili olduğunu göstermektedir.

Kenar oranı $b/a= 5$ olduğunda takviye açısının değişiminin kritik burkulma yükünü çok fazla etkilemediği gözlenmiştir. Ayrıca tüm şekiller göz önüne alındığında takviye açısı en fazla $L= 500$ mm’de etkin olduğu saptanmıştır.

Bu çalışmanın sonucunda kritik burkulma yükünün takviye açısı, uzunluk ve kenar oranına bağlı olarak çok farklı değerler aldığı (9064 Nm’den 851 Nm’ye yaklaşık 11 kat) tesbit edilmiştir



Şekil 6. $L= 500$ mm için Kesite ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma Yükleri

Şekil 7. $L= 750\text{ mm}$ için Kesite ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma YükleriŞekil 8. $L= 1000\text{ mm}$ için Kesite ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma YükleriŞekil 9. $L= 2000\text{ mm}$ için Kesite ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma Yükleri

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulmalı burkulması incelenmiştir. Takviye açısı, kenar oranı ve uzunluğun kritik burkulma yüküne etkisinin sonuçları aşağıdadır.

En büyük kritik burkulma yükleri $\theta=15^\circ$ ile 25° arasında oluşmaktadır. Uzunluğun artmasıyla kritik burkulma düşmekte, fakat uzunluk takviye açısı ve kenar oranı kadar etkili olmamaktadır. Takviye açısı burkulmaya dayanım açısından çok etkilidir. En ideal kenar oranı $b/a=1$ 'dir. Kenar oranı ve uzunluk büyüdükçe ($q_1 = 45^\circ$)'den sonra takviye açısının etkisi azalmaktadır.

KAYNAKLAR

- Chen W., Tomasz W.(2001): "Torsional collapse of thin-walled prismatic columns", 36, 181-196.
- Chen W., Tomasz W., Ottmar B., Kare K.(2001): "Torsional crushing of foam-filled thin-walled square columns", 43, 2297-2317.
- Dongyao T.(2000): "Torsional buckling analysis of thin and thick shells of revolution", International Journal of Solids and Structures", 37, 3055-3078.
- Ho BPC, Cheng S.(1963): "Some problems in stability of heterogeneous aeolotropic cylindrical shells under combined loading", J AIAA 12,1603-7.
- Mao R., Lu C. H.(1999): "Buckling analysis of laminated cylindrical shell under torsion subjected to mixed boundary conditions", International Journal of Solids and Structures, 36, 3821-3835.
- Mao R., Lu G.(2002): "A study of elastic-plastic buckling of cylindrical shells under torsion", Thin-Walled Structures, 40, 1051-1071.
- Papangelis, J. P., Trahair, N. S., and Hancock, G. L.(1998): "Elastic Flexural-Torsional Buckling of Structures by Computer. Computers and Structures", 68(1-3), 125-137.
- Roylance D.(2000): "Laminated Composite Plates" ,MIT, Cambridge, MA 02139, February 10.
- Sofiyev A., Zerlin Z., Türkmen M. (2003): "The buckling of laminated cylindrical thin shells under torsion varying as a linear function of time", Turkish J. Eng. Env. Sci. TÜBİTAK 27, 237-245.
- Tong G., Zhang L.(2003a): "A General Theory for the Flexural-Torsional Buckling of Thin-Walled Members I: Energy Method", Advances in Structural Engineering, 6(4), 293-298.
- Tong G., Zhang L.(2003b): "A General Theory for the Flexural-Torsional Buckling of Thin-Walled Members I: Fictitious Load Method", Advances in Structural Engineering, 6(4), 299-308.
- Walker M., Reis T., Adalı S.(1997): "Multiobjective Design of Laminated Cylindrical Shells for Maximum Torsional and Axial Buckling Loads", Computers & Structures, 62, 237-242.