



KABLOLU SİSTEMLERİN  
GEOMETRİK NONLİNEER STATİK HESABI

( *GEOMETRICAL NONLINEAR STATIC ANALYSIS  
OF CABLE STRUCTURES* )

Ayhan NUHOĞLU \*

**ÖZET / ABSTRACT**

Kablolu asma sistemlerin kullanımı ve statik analizleri hakkında genel bilgiler verilmiştir. Literatürde yer alan çözüm prosedürleri özetlenmiş ve bu tür sistemlerin geometrik nonlineer hesabını yapan iteratif bir yöntem açıklanmıştır. Yapı statüğinden bilinen Cross Metoduna benzerlik gösteren yöntemde tüm taşıyıcı sistem hareketli düğüm noktalarında kurulan alt sistemlere bölünerek ardışık işlem yapılmaktadır. Sonlu elemanlar deplasman metodu direkt rijitlik ilkeleri kullanılmış ve yöntemi içeren bir bilgisayar hesap programı tanıtılmıştır. Global sistemin büyüklüğünden bağımsız olarak her bir iterasyon adımında kurulacak denge eşitliği sayısı maksimum 3 tür. Kablolu sistemlerin hesabında sıklıkla karşılaşılan çözümün iraksaması sorunu önlemek için geliştirilen bir yakınsama prosedürü yöntemine adapte edilmiştir. Literatürden alınan sayısal örnekler hazırlanan bilgisayar hesap programı ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

*General knowledge is given about the usage and static analysis of the cable suspended systems. Geometrical nonlinear solution procedures in literature are summarized. An iterative method is explained to geometrical nonlinear analysis for such systems. A computer program which includes this method is introduced. In this procedure which is similar to Cross Method of classic static, iterative calculation is done by dividing the global system to sub systems that are established in movable nodes. Direct stiffness principles of finite element displacement method is used. Independent from the size of the global system, equilibrium equation that are established in each iteration step is 3. To prevent the divergence of solution problem which is usually encounter in the analysis of cable systems, a convergence procedure is adapted to the method. Numerical examples which are taken from the literature are solved with the prepared computer program and the results are given comparatively.*

**ANAHTAR KELİMELELER/KEYWORDS**

Kablolu sistemler, Geometrik nonlineer analiz, İteratif prosedür  
*Cable systems, Geometrical nonlinear analysis, Iterative procedure*

---

\* Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Bornova, İZMİR.

## 1. GİRİŞ

Son yıllarda yapı projelendirme ve imalat teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak yeni türlerdeki taşıyıcı sistemlere sahip yapılar insanlığın kullanımına sunulmuştur. Kablolü taşıyıcı elemanların kullanıldığı spor salonu, stadyum, toplantı salonu, pavyon, asma köprü, haberleşme amaçlı yüksek kule, iletim hattı, kablolü soğutma kulesi gibi büyük mesafelerin geçildiği yapılar bunlara örnek olarak verilebilir.

Kablo yapıların tercih edilmelerinde fonksiyonellik, ekonomiklik, estetik üstünlük, kısa inşa süresi, hafiflik ve tekrar kullanılabilirlik özellikleri önemli etkenlerdir. Yüksek dayanımlı çelikten yapılmış tel halatların kullanıldığı kablolü sistemlerde yer değiştirmelerin aşırı değerlere ulaşması, ileri teknoloji ve tecrübe gerekliliği bu tür yapıların projelendirme, çözüm ve inşa aşamalarını oldukça karmaşık bir hale getirmektedir. Taşıyıcı kablo elemanı yalnızca eksenel çekme kuvvetine çalışabildiğinden sahip olduğu taşıma kapasitesini maksimum seviyede kullanmak mümkündür. Bu özellik aynı zamanda kablolü sistemlerin hafif olmasını sağlar. Kabloların genelde istenmeyen sonuçlara neden olan aşırı esneklik sorunu taşıyıcı sisteme verilecek öngerilme ile veya kafes ve çerçeve gibi rijit elemanların birlikte kullanılmasıyla azaltılabilmektedir.

Taşıyıcı sistemler dış yükler tesirinde ihmal edilebilecek kadar küçük deplasman yapıyorsa çözümün sonucunu belirleyen denge eşitlikleri şekil değiştirmemiş ilk konum üzerinden kurulur. Büyük kolaylık sağlayan bu tarzdaki hesapta yürütülecek yaklaşım “Birinci Mertebe Teorisi” olarak bilinir. Fakat deplasmanlar aşırı değerlere ulaşıyorsa, deplasman öncesi ve sonrası konumların geometrileri dolayısıyla yapısal davranışları gözardı edilemeyecek kadar farklı olacaktır. İşte bu durumda “İkinci Mertebe Teorisi” nin esas alındığı, denge eşitliklerinin değişen yeni geometriye ve iç kuvvetlere göre yeniden yazıldığı “Geometrik Nonlineer Analiz” uygulanmalıdır. Dolayısıyla sonuca benzer ve ardışık işlemlerin yapıldığı bir iterasyon yöntemiyle ulaşılır. Kablolü sistemler tipik geometrik nonlineer davranış gösteren yapılardır.

Taşıyıcı sistemi oluşturan elemanların imal edildiği malzemenin genelde Hook Kanununa uyduğu yani lineer elastik olduğu kabul edilir. Buna karşılık malzemenin gerilme-şekil değiştirme davranışını nonlineer, örneğin elasto plastik, alan hesap tarzı ‘Malzeme Bakımından Nonlineer Analiz’ olarak tanımlanır. Bu çalışmada Malzemenin lineer davranış gösterdiği kabul edilmiştir.

## 2. KABLÖLÜ SİSTEMLER

Literatüre bakıldığında kablolü taşıyıcı sistemlerin geniş bir aileye sahip oldukları görülür. Değişik yaklaşımlarla farklı başlıklar altında sınıflandırılmışlardır. Basit kablo, kablolü makas, zıt gerilmeli sistem, asma sistem, ama çatı, çekmeli sistem, gergili sistem, kablo ağ, kablolü kabuk gibi çeşitli isimlerle anılmaktadırlar. Şekil 1’de çeşitli tiplerde kablolü taşıyıcı sistemler görülmektedir.

Asma örtü yapılarında tercih edilen kablolü makaslar yapı daire planlı ise diyagonal, dikdörtgen planlı ise paralel olarak teşkil edilerek benzer tipteki makasların kullanımı mümkün olur. Genelde hiperbolik paraboloid yüzey geometrisine sahip çift eğrilikli kablo ağ biçimindeki asma çatılar zıt eğrilikte ve birbirini dik kesen kablolardan oluşur. Bu tür sistemlerde bir grup kablo sistem yükünü taşıırken diğer bir grup taşıyıcı kabloların stabilitesinin sağlanması ve sisteme öngerilme verilmesi amacıyla kullanılırlar.

Kablo ile birlikte kafes ve çerçeve elemanların da kullanılması sistem rijitliğinin dolayısıyla stabilitesinin artırılmasında tercih edilen yöntemlerdendir. Basınç alabilen elemanlara sahip kablo makaslar, kablolü kafes kabuklar, ızgaralarla rijitlendirilmiş asma

çatılar, asma köprüler, haberleşme amaçlı yüksek kuleler, kablolu soğutma kuleleri gibi değişik özelliklerdeki taşıyıcı elemanlardan oluşmuş yapılar karma taşıyıcı sistemler olarak da adlandırılırlar (Şekil 1).

### 3. GEOMETRİK NONLİNEER SİSTEMLERİN DAVRANIŞI

Geometrik lineer olmayan sistemlerde yük-deplasman ilişkisi nonlineerdir. Özellikle kablo elemanların yer aldığı taşıyıcı yapılarda nonlineerlik derecesi diğer bir değişle deplasmanlar büyük değerlere ulaşırlar. Şekil 2.a'daki gibi düzlem bir kablonun 2 ve 3 noktalarına uygulanacak şekildeki yükleme sonucunda meydana gelebilecek yük-deplasman davranışı Şekil 2.b'de grafik olarak verilmiştir.

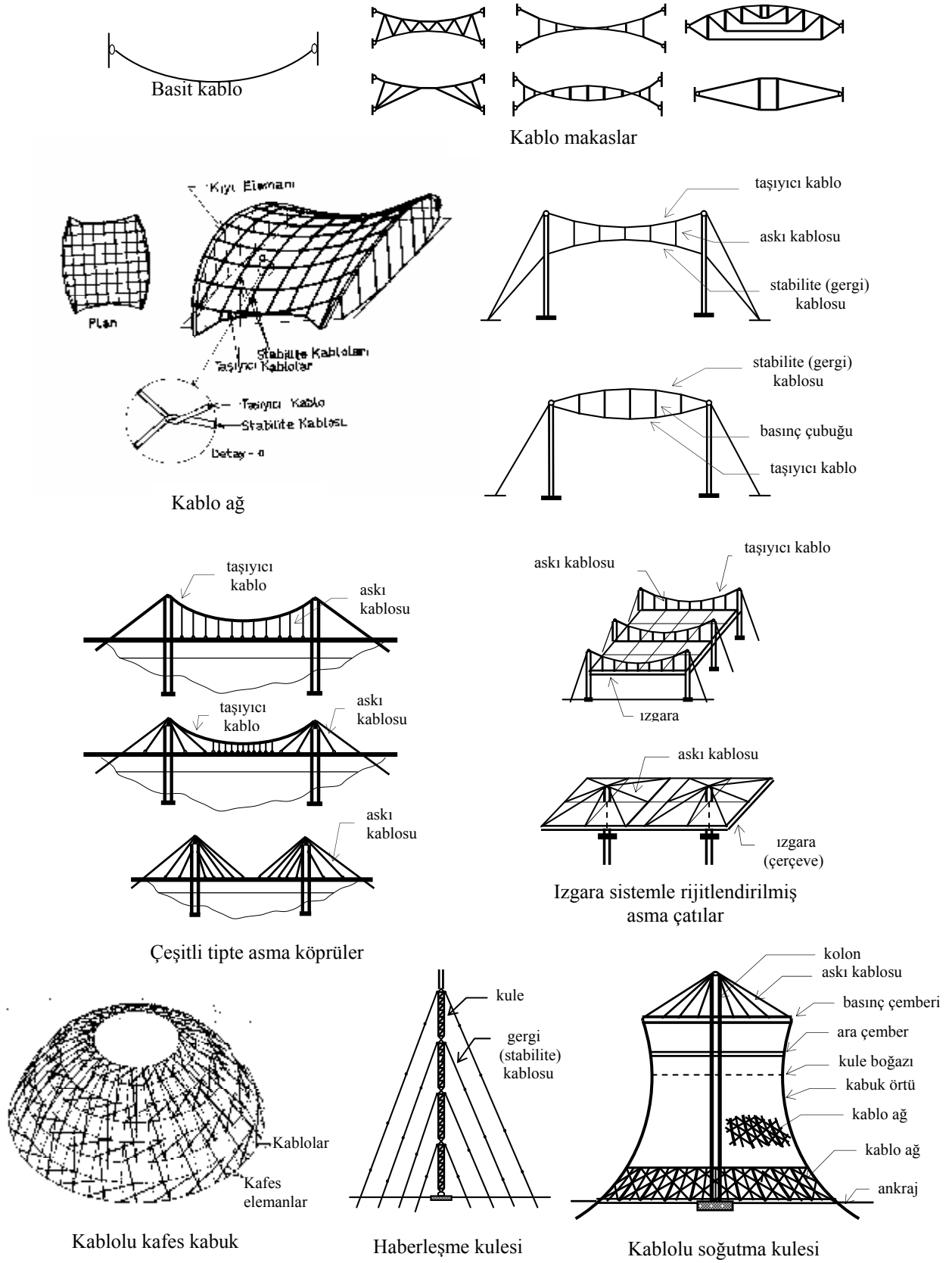
Şekil 2.b'de III kesik doğrusu lineer davranışı, I ve II eğrileri ise lineer olmayan davranışı temsil etmektedir. I ve II eğrilerinin her hangi bir noktadaki teğetin eğiminin rijitliğe karşılık geldiği düşünülürse, I eğrisinde rijitlik arttıkça deplasmanın azaldığı, II eğrisinde ise rijitlik azaldıkça deplasmanın arttığı görülmektedir. Şekil 2.a' da görülen kablolu sistemde 3 noktasına etki eden ilave yükler kablo elemanlarda ilave çekme gerilmeleri meydana getirirler. I eğrisi ile temsil eden ve yalnızca çekmeye çalışan kablolu sistemlerin rijitliğini arttırmak için öngerilme kuvvetlerinin tatbik edilmesi en pratik çözüm olarak uygulanmaktadır.

Taşıyıcı sistemde başlangıç durumuna göre meydana gelen deplasmanlar ve iç kuvvetler elemanların rijitlik özelliklerini önemli ölçüde değiştirebilirler. Geometrisi ve iç kuvvet dağılımı değişen yapı yeni verilere göre tekrar analiz edilmelidir. Lineer hesap prosedüründe bu gibi durumlar ilave işlem yapılmadığı sürece dikkate alınmazlar. Nonlinear prosedürde ise her deplasman konumunda yeniden hesap yapılacağından, sistemde oluşan değişiklikler otomatik olarak hesaba dahil edilirler.

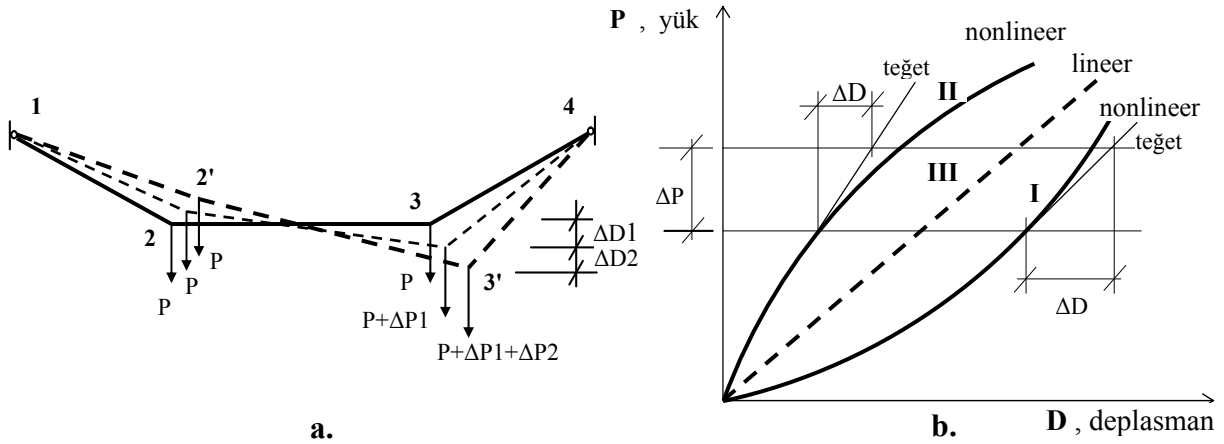
### 4. KABLULU SİSTEMLERİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Literatüre genel olarak bakıldığında nonlinear problemlerin çözümü için bir çok yaklaşımın mevcut olduğu görülmektedir. Bunlardan matris yöntemleri, enerji metotları, diferansiyel eşitlik yöntemleri ve dinamik relaksasyon yöntemi en çok kullanılan yöntemlerdir. Özet olarak tüm bu prosedürlerin genelinde, geometrik nonlinear sistemlerin analizi birbirine bağlı iki ana aşamada gerçekleştirilmektedir. Birinci adımda bilinmeyen iç kuvvetleri ve deplasmanları kapsayan denge eşitlikleri kurulmakta ikinci aşamada ise bu denge eşitliklerini optimum çözebilecek matematiksel bir yöntem uygulamaktır ki bu genelde iteratif bir yöntemdir. Kablolu sistemlerin geometrik nonlinear analizi ile ilgili olarak literatürde yer alan yaklaşımlar aşağıda özetlenmiştir.

O'Brien asma kablo problemlerinin çözümü için sunduğu esneklik metodunda taşıyıcı sistem sonlu elemanlarla idealize edilerek çözümlenmeye en uçtaki kablo elemanlardan birine ait kablo kuvveti bileşeninin tahmin edilmesiyle başlanmıştır (O'Brien, 1967). Tahmin kuvvetlerinin ve mevcut yüklemenin neden olacağı deplasmanlar kablo elemanlarının eksenlerle yaptıkları açılar cinsinden bulunmaktadır. Bulunan değerlere bağlı olarak komşu elemanın hesabına geçilmekte ve bu elemanın alacağı yeni şekil ve kablo kuvvetleri hesaplanmaktadır. Benzer işlemlere zincirleme olarak devam edilmekte ve nihayet diğer uçtaki kablo elemanın konumu elde edilmektedir. Mesnede bağlı olan bu son elemanın mesnet tarafındaki ucuna ait bulunan yeni koordinatın, sabit mesnet noktasının koordinatı ile uygunluğu, verilen tolerans sınırı ile kıyaslanmaktadır. Koordinatlar arasındaki mutlak farkın tolerans sınırının dahilinde kalması halinde işleme son verilmekte aksi halde bir takım düzeltme formülleri kullanılarak hesaplar tekrar edilmektedir.



Şekil 1. Kablolu sistemler



Şekil 2. Geometrik nonlinear sistemlerde yük-deplasman ilişkisi

Thornton ve Birnstiel üç boyutlu elastik asma sistemlerde statik yüklerden, mesnet hareketlerinden ve ısı değişimlerinden dolayı oluşacak deplasmanların hesabı için yaptıkları çalışmada, düğüm noktalarının dengelerinden hareketle elde ettikleri nonlinear denge eşitlik takımlarını kurmuşlar ve bu eşitliklerin çözümü için süreklilik ve artısal yük prosedürlerini uygulamışlardır. Her iki yaklaşıma göre bilgisayar programının hazırlandığının açıklandığı yazıda, test örneklerinin çözümlenmeleri sonucunda, artısal yük prosedürünün zaman açısından daha avantajlı olduğu buna karşılık süreklilik metodunun daha genel olduğunu belirtmişlerdir. Thornton ve Birnstiel test ettikleri kablolu sistem örneklerinin lineer ve nonlinear çözüm sonuçlarını karşılaştırdıklarında düğüm noktası düşey deplasmanlarında %19, kablo kuvveti yatay bileşenlerinde %101'e varan farklılıklar meydana geldiğini tespit ederek özellikle nonlinear analizin gerekliliğini vurgulamışlardır. Düzlem kablolu makasların da analiz edildiği çalışmada verilen yöntemde düzgün yayılı yükün direkt olarak alınabildiği dolayısıyla gerçeğe daha yakın sonuçların elde edilebilmesinin mümkün olduğu açıklanmıştır (Thornton ve Birnstiel, 1967).

Krishna ve Agarwal kablo ağı asma sistemlerle ilgili deneysel sonuçlarla teorik sonuçları karşılaştırmışlardır. Bunun için düşey izdüşümde boyutları (4.34m × 4.34m) olan rijit kenar elemanlarına sahip hiperbolik paraboloid prototip asma çatıda çeşitli öngerilme ve düşey yükleme kombinasyonlarından oluşan deplasman ve gerilme değerlerini deneysel olarak elde etmişlerdir. Aynı türlerdeki problemlerin literatürdeki bazı çözüm yöntemleri ile çözülmesiyle bulunan teorik sonuçların deneylerden elde edilen sonuçlarla kıyaslandığında genelde bir uyumun olduğu dolayısıyla teorik çalışmalarda yapılan hesap kabullerinin gerçek sonuca negatif yönde aşırı bir etki göstermedikleri ifade edilmiştir. Krishna ve Agarwal yaptıkları deneysel ölçümlerde buldukları yatay deplasmanların genel olarak düşey deplasmanların %10 undan daha küçük olduğu ve kullanılan rijit kenar elemanındaki deformasyonların çok az olduğu sonuçlarına varmışlardır. Bunun yanında dış yüklerin aşırı değerlere ulaşmaları halinde teorik sonuçlarla deneysel sonuçların birbirinden uzaklaştığına dikkat çekmişlerdir (Krishna ve Agarwal, 1970).

Baron ve Venkatesan düşey yükler altındaki asma çatı ve kablo makas gibi sistemlerin geometrik nonlinear analizi için nonlinear teoriye esas direkt rijitlik formüllerinin kullanıldığı bir metod geliştirmişlerdir. Çalışmadaki yöntem, verilen bir yapının dış yükler altında oluşan geometrisindeki değişikliklerin lineer olmayan tesirleri için yapılan hesaplamalardaki bir dizi tahmin ve düzeltmeler olarak ifade edilebilir. Tahminlerin elde edilmesinde tanjant rijitlik matrisi kullanılmakta ve ardışık ayarlamalar yapılarak yapının son boyutlarına uygun kuvvet

ve deplasmanlar elde edilmektedir. Çalışmada tanjant rijitliğin esas alındığı çeşitli çözümleme yöntemleri önerilmiştir. Bu çözüm teknikleri bir iterasyon dahilinde yapılmaktadır ve iterasyon işlemine tahmin edilen deplasmanlar ile başlanmaktadır. Tanjant rijitlik dikkate alındığında, tahmin edilen deplasmanlara karşılık gelen kuvvet değişimleri mevcut eleman kuvvetlerine eklenip düğüm noktalarındaki kuvvet denge eşitliği tetkik edilmektedir. Baron ve Venkatesan iterasyon adımlarında elde edilen sonuçların değerlendirilip bir sonraki iterasyon adımlarında dikkate alınmasıyla iyi bir yakınsamanın elde edilebileceğini belirtmişlerdir. Böylece daha az sayıda iterasyon işlemi ile sonuca ulaşılabilmesinin açıklandığı çalışmada yalnızca kablolardan oluşan sistemler incelenmiş fakat aynı zamanda uzay çerçeve ve levha gibi elemanlardan oluşan taşıyıcı yapılara da başarıyla uygulanabileceği ifade edilmiştir (Baron ve Venkatesan, 1971).

Argyris ve Scharpf sundukları çalışmada matris deplasman metodunu kullanarak önerilmeli ağ sitemlerinin bilgisayar ile analizini yapmışlar ve bu tür sistemlerin inşasında gerekli olan genel bilgileri vermişlerdir. Almanya'daki Munich olimpiyat stadında uygulanan asma örtü sisteminin bu bilgiler ışığında gerçekleştirildiği belirtilmiştir. Çalışmada yer alan analizde, önce birim kablo elemanlarının deplasman öncesi ve sonrası tanımları yapılarak geometri, deplasman, yük, elastik rijitlik ve geometrik rijitlik matrisleri teşkil edilmiştir. Ağın global rijitlik matrisi kurulurken Boolean transformasyon matrisi kullanılmış ve sonuca Newton yöntemine benzer bir iterasyon işlemi ile ulaşılmıştır. Dış yükler altındaki ağın ilk geometrisi sürekli değiştiğinden her adımda dengeyi bozan kuvvetler dikkate alınmıştır. Argyris ve Scharpf kablo ağ sistemlerin çok sayıda elemana dolayısıyla bilinmeyene sahip olduklarını belirterek bilgisayar ile analizin şart olduğunu ve bu durumda bellek ve zaman sorunlarının ön plana çıktığını vurgulamışlardır. Munich olimpiyat stadındaki önerilmeli kablo ağ örtüsünün hesabında 10000'den fazla bilinmeyen sunulan yöntemle çözüldüğü ve böylece çok sayıda elemana sahip olan bu tür sistemlerin analizi çözüm hızı artırılarak daha uygun duruma getirildiği açıklanmıştır. Ayrıca söz konusu çalışmada, montaj aşamalarının hızlı olabilmesi için geometri dotalarının tam olarak hesaplanmasının gerekli olduğu aksi taktirde planlanan inşa süresinin ve öngörilme durumunun gerçekleştirilememesi gibi problemlerin ortaya çıkacağı uyarısında bulunulmuştur (Argyris ve Scharpf, 1974).

Porter ve Fowler kablo ağların ve bağlandıkları taşıyıcı yapıların analizi için tanjant rijitliğin ve Newton-Raphson iterasyon prosedürünün kullanıldığı bilgisayar ile çözüm yapan bir yöntem sunmuşlardır. Kenarları kiriş ve kolon çerçeve elemanlardan ve çatısı kablo elemanlardan oluşan elipssel geometrideki, bir yöne 66.98m diğer yönde 66.98m açıklığa sahip örnek bir taşıyıcı yapı sistemindeki statik özelliklerin değiştirilmesinin sonucu nasıl etkilediği araştırılmıştır. Kablo ağı taşıyan kiriş ve kolonların rijitlikleri, taşıyıcı kabloların kablo okları ile açıklıkları arasındaki oran, öngermeye tabi kabloların geometrik boyutları, ilk öngörme kuvvetleri ve ısı değerleri değiştirilerek çözümlenmeler yapılmış ve sonuçlar grafiksek olarak verilmiştir (Porter ve Fowler, 1973).

Kar ve Okazaki yüksek derecede nonlinear sistemlerin hesabında kullanılan iterasyon yöntemlerini özetleyerek kendilerinin geliştirdikleri yeni bir iterasyon tekniği sunmuşlar ve bunları kıyaslamışlardır. Verilen yeni iterasyon tekniğinde tüm dış yükler dikkate alınmış ve tanjant rijitlik matrisi kullanılarak ilk deplasmanlar elde edilmiştir. Doğrusal olan bu ilk adımda bulunan deplasmanlar gerçek yani nonlinear davranış düşünüldüğünde başka bir dış yüke karşılık geldiği vurgulanarak bu iki dış yükün oranlarını başlangıçta bulunan deplasmanlarla çarpmışlardır. Böylece elde edilen yeni deplasmanlara karşılık gelen dış yük değerinden gerçek dış yük değerini çıkararak buldukları artık kuvvetleri bir sonraki iterasyon adımımda dikkate alarak işleme devam etmişlerdir. Sonuçta, sunulan bu yeni iterasyon yaklaşımının yüksek dereceden nonlinear sistemlerin analizinde diğer mevcut yöntemlere

göre daha az iterasyon sayısı ve bilgisayar süresinde sonuca ulaştığı belirtilmiştir (Kar ve Okazaki, 1973).

Toplam potansiyel enerjinin minimum olması prensibine göre hazırlanmış bir makalede Monfortton ve El-Hakim, geometrik ve malzeme nonlinear sistemlerin analizini sunmuşlardır. Şekil değiştirme enerjisinin elemanların türüne ve statik davranışına bağlı olarak, burkulmayan (yalnızca çekmeye çalışan) elastik, yine burkulmayan fakat elastik olmayan ve burkulan elastik olmak üzere üç tür eleman için ayrı ayrı elde edilmiştir. Söz konusu çalışmada verilen yaklaşımın diğer yöntemlere göre avantajları şu maddelerle sıralanmıştır; Genel sistemlere uygulanabilir, yüksek dereceden hiperstatik sistemleri rahatlıkla çözebilir, iterasyon sayısı uygun miktarlarda gerçekleşebilir, elemanlardaki lokal burkulmaları haber verebilir, malzemenin nonlinear olması hali için kolaylıkla uygulanabilir, maksimum yük kapasitesi hesaplanabilir, artışısal yük prosedürünün kullanılmasına gerek yoktur (Monfortton ve El-Hakim, 1980).

Clarke çalışmasında, parabolik kablolardan oluşan taşıyıcı sistemlerin hassas analizinin karmaşık ve zaman alıcı olduğunu savunarak aynı karakteristik özelliklere sahip zıt gerilmeli kablo yapılar için yaklaşık bir hesap metodu sunmuştur. Analizde düğüm noktalarındaki yatay deplasmanların düşey deplasmanlara göre çok küçük olduğu dolayısıyla ihmal edilebileceği ve kablo elemanlarının yatay kuvvet bileşenlerinin ortalama bir değere yaklaşık eşit olduğu kabullerinden hareket ile sonuca ulaşılmaktadır. Çalışmada verilen yaklaşık yöntem ile elde edilen sonuçlar hassas yöntemlerle elde edilen sonuçlarla kıyaslandığında yeterli sayılabilecek bir yakınlığa ulaştığı gösterilmiştir (Clarke, 1980).

Sinclair ve Hodder, kablolu sistemlerin analizini diferansiyel eşitlikler yardımıyla yapmışlardır. Verilen yöntemle özellikle yayılı yüklerin olduğu gibi alınabilmesiyle daha gerçekçi sonuçların elde edilebileceğinin açıklandığı makalede literatürde sonlu elemanlar analizi ile çözülmüş olan test örnekleri mukayese edilmiştir. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda, sonlu elemanlar yönteminde yayılı yüklerin eşdeğer tekil yük olarak alınmasından dolayı sonuçlarda hata meydana geldiği açıklanmıştır. Örneğin, yatay mesnet reaksiyonlarında ve düğüm noktalarının düşey deplasmanlarında genel olarak %5 oranında fark olduğu belirtilmiştir. Bununla beraber sonlu elemanlar metodunda elemanların daha küçük parçalara bölünmesiyle gerçeğe daha yakın sonuçların elde edilebileceği not edilmiştir (Sinclair ve Hodder, 1981).

Jayaraman ve Knudson yılında yaptıkları çalışmada kablolu sistem, kablo sonlu elemanlarının zincir halkası şeklinde birleştirilmesi ile teşkil edilmiş ve kablo elemanına ait nonlineariteyi de dikkate alan bir rijitlik matrisi kullanılmıştır. Her bir iterasyon adımında elde edilen geometri ile bir dizi formül kullanılarak bulunan geometrik değerler karşılaştırılmakta ve buna göre bulunan farklılıkların başlangıçta kabul edilen tolerans değerinin içinde kalması durumunda işleme son verilmektedir. Aksi halde yeni geometriye ve iç kuvvetlere bağlı olarak hesaplanan düzeltme sayıları kullanılarak işlemler yenilenmektedir (Jayaraman ve Knudson, 1981).

Krishna ve arkadaşlarının yaptıkları çalışmada çeşitli türlerdeki düzlem kablolu makasların sahip oldukları geometriye, öngerilme miktarına, rijitliğe ve dış yük durumlarına bağlı olarak nasıl bir performans gösterdikleri araştırılmıştır. Çalışmada askı kablosu ile gergi (stabilite) kablosunun açıklık ortasında birleştiği ve düşey askı kablolarının mevcut olduğu makas türünün genel olarak daha avantajlı olduğu vurgulanmıştır (Krishna vd, 1982).

Vilnay sunduğu makalede, kablolu taşıyıcı yapıların dış yükler altındaki davranışlarını bu sistemleri iki gruba ayırarak incelemiştir. Bilinmeyen eleman kuvvetleri sayısının düğüm noktalarının serbestlik derecesinden büyük olanlar birinci grup, eşit veya küçük olanları ise ikinci grup olarak düşünülmüştür. Bu iki grubun farklı davranışlara sahip olduğu gösterilerek birinci grup kablo ağların daha stabil (rijit) oldukları yani daha az deplasman yaptıkları

belirtilmiştir. Ayrıca birinci gruptaki kablo ağların birden çok alternatif önerdirmeye durumlarına sahip olabildikleri, ikinci grup kablo ağlarda ise yalnızca bir önerdirmeye durumunun sözkonusu olduğu açıklanmıştır. Vilnay günümüzdeki bir çok kablolu sistemin dizaynının ikinci grup dahilinde kaldığı, fakat birinci grup türündeki kablo ağların tercih edilmesinin daha avantajlı olacağı vurgulanmıştır (Vilnay, 1985).

Kassimali ve Parsi-Feradoonian yaptıkları çalışmada kablolu asma sistemlerin özellikle simetrik olmayan yükler altındaki davranışlarını kablolarda meydana gelecek ilk gevşeme ve maksimum yük kapasitesi açılarından incelemiştir. Araştırma için çeşitli geometri ve konfigürasyondaki kablo makaslar ile hiperbolik paraboloid bir kablo ağı test örnekleri olarak alınmıştır. Daha önceki konuyla ilgili çalışmaların simetrik olmayan yükler altındaki düzlem makasların rijitliğinin üst taşıyıcı ve alt stabilite (germe) kablolarının açıklık ortasında birleştirilmesi ile artırılabilirliğinin gösterildiğinin ifade edildiği çalışmada şu sonuçlar elde edilmiştir; Düzlem kablo makaslarda düşey askı kablolarının olması durumunda taşıyıcı kablo ile stabilite kablosu açıklık ortasında birleşiyorsa, birleşmeye göre, ilk gevşemeye neden olacak yük sınırı azalabilmektedir. Diyagonal askı kablolarının olması durumunda ise bunun tersi olmaktadır. Yani ortada birleşme var ise birleşme olmayana göre ilk gevşemeye neden olacak yük sınırı artmaktadır. Kablo makasın yük taşıma kapasitesi açısından taşıyıcı kablo okunun (sarkmanın) açıklığa oranı arttıkça daha fazla yük taşınabilmektedir. Hiperbolik paraboloid kablo ağlarda meydana gelecek ilk gevşemenin hassaslığı dış yükün taşıyıcı kablolarına göre asimetrik olması durumunda, stabilite kablolarına göre asimetrik olması durumundan daha fazladır (Kassimali ve Parsi-Feradoonian, 1987).

Desai ve arkadaşları yılında yaptıkları çalışmada kablolu taşıyıcı sistemlerin geometrik nonlineer analizi için sonlu kablo elemanı üç noktadan oluşan parabolik eleman olarak düşünülmüştür. Çözümde bu üç noktalı elemanın rijitlik matrisi kullanılmakta ve nonlineer terimler rijitlik matrisinin hesabında dikkate alınmaktadır (Desai vd., 1989).

Eisenloffel ve Adeli yayınladıkları çalışmada düğüm noktalarının dengelerinden hareket eden rijitlik yöntemi sunmuşlardır. Newton-Raphson iterasyon tekniğini kullanarak sonuca ulaşan çözüm yönteminin değişik türlerdeki kablolu sistemlere uygulanabileceği, sistem aşırı esnek ise dış yüklerin adım adım tatbik edilebileceği ifade edilmiştir (Eisenloffel ve Adeli 1994).

Tabarrok ve Qin sundukları makalede, çekme gerilmeli sistemlerin kablo, membran kabuk ve çerçeve elemanlardan oluştuğunu öngörerek sonlu elemanlar ile yük ve gerilme analizi yapmışlardır. Analizde yapının türüne göre üniform gerilmeli yüzey, üniform olmayan gerilmeli yüzey ve lineer olmayan deplasman isimleri altında üç değişik yaklaşım kullanmışlardır. Kablolu sistemlerin değişen yük şartları altındaki davranışının incelendiği çalışmada Virtüel-iş ve Newton-Raphson yöntemlerinden yararlanılmıştır (Tabarrok ve Qin, 1992).

Bir çok yazar tarafından tercih edilmiş olan sonlu elemanlar deplasman metodundaki direkt rijitlik prosedürü özet olarak aşağıda verilmiştir.

1. Düğüm noktaları ve elemanlar belirlenerek sistem idealize edilir.
2. Elemanların geometrik ve yapısal özellikleri belirlenir ( $A_i, E_i$ ).
3. Her eleman için uygun bir lokal eksen takımı seçilir ( $x_i, y_i, z_i$ ).
4. Her elemanın lokal eksenlerdeki rijitlik matrisi kurulur ( $\underline{k}_i$ ).
5. Seçilen bir global eksen takımına göre her elemanın transformasyon matrisi (doğru koinüsleri) hesaplanır ( $\underline{T}_i$ ).
6. Transformasyon matrisi yardımıyla lokal rijitlik matrisleri global eksenler cinsinden elde edilir ( $\underline{K}_i = \underline{T}_i \cdot \underline{k}_i \cdot \underline{T}_i^t$ ).



7. Elemanların global rijitlik matrisleri toplanarak sistemin global rijitlik matrisi bulunur ( $\underline{K} = [\underline{K}_1, \underline{K}_2, \dots, \underline{K}_i]$ ).
8. Düğüm noktalarından etki eden global kuvvet vektörü kurulur ( $\underline{P}$ ).
9. Yine düğüm noktalarındaki bilinmeyen deplasmanlar vektörü  $\underline{D}$  olmak üzere denge eşitlikleri kurulur ( $\underline{P} = \underline{K} \cdot \underline{D}$ ).
10. Düğüm noktalarındaki sınır şartları dikkate alınarak denge eşitlikleri sayısı bilinmeyen deplasman sayısına indirgenir.
11. Lineer olan bu denge eşitlikleri çözülerek deplasmanlar bulunur ( $\underline{D}$ ).
12. Uygunluk şartlarından yararlanılarak elemanların global iç kuvvetleri elde edilir ki sonuca ulaşılmıştır ( $\underline{F}_i = \underline{K}_i \cdot \underline{D}_i$ ). Buradaki  $\underline{D}_i$ , 11. adımda bulunan i elemanın global uç deplasmanlarıdır.

Buradan anlaşılacağı gibi lineer prosedürde,  $\underline{P}$  dış yükleri tesiriyle  $\underline{D}$  deplasmanlarını yaparak geometrisi değişen taşıyıcı sistemin yeni geometrisi dikkate alınmamaktadır. Fakat sayesinde sonuca ulaşılan 9. adımdaki denge eşitlikleri artık geçerli değildir. Keza rijitlik matrisi değişmiştir. Geometrik nonlinear prosedürde ise değişen geometrideki verilere göre sistem tekrar hesaplanır yani yukarıdaki işlemler tekrar edilir. Doğaldır ki bu tekrar hesabın sonucunda da geometri yine değişir. Ve daha önce belirlenmiş bir hassasiyete ulaşıncaya kadar hesaplamalar devam eder. Böylece sonuca benzer ardışık işlemlerle ulaşılır.

Geometrik nonlinear problemlerin sonlu elemanlar ile analizinde bir çok ardışık işlem prosedürü geliştirilmiş olmakla beraber, dış yükleri adım adım artışlarla hesaba dahil eden artışsal yaklaşım ve veya deplasmana uğrayan sistemin düğüm noktalarındaki dengeyi bozan kuvvetleri dikkate alan iteratif yaklaşım sıklıkla kullanılmıştır. Her iki prosedürde de, lineer olmayan yük-deplasman bağıntılarından dolayı her hesap adımında değişen elastik rijitlik ( $K_E$ ) ile geometrik rijitliğin ( $K_G$ ) toplamından oluşan tanjant rijitlik ( $K_T$ ) kullanılmaktadır.

$$K_T = K_E + K_G \quad (1)$$

Adım adım artışlarla toplam dış yüke ulaşıldığı artışsal yaklaşımda tercih edilecek olan yük artışı miktarı sonucun hassasiyetini ve çözüm süresini belirler. Toplam deplasmanlar her bir adımda bulunan deplasmanların toplanması ile elde edilir. Elemanların iç kuvvetlerinin nihai değerleri ise son adımda bulunacak değerlerdir. Birinci hesap adımında, eğer sistemde öngerilme yok ise geometrik rijitlik matrisi  $K_G(0)$  sıfır olacaktır. Her hesap adımının başlangıcında tanjant rijitlik, o andaki mevcut geometri ve iç kuvvet durumuna göre, diğer bir değişle, bir önceki hesap adımında bulunan sonuçlara göre, yeniden belirlenir. Artışsal prosedürde herhangi bir j'inci hesap adımındaki  $\Delta P_j$  yük artışına karşılık gelecek olan  $\Delta D_j$  deplasmanları

$$\underline{K}_{Tj} \Delta D_j = \Delta P_j \quad (2)$$

denge eşitliği takımının çözülmesi ile bulunur. Buradaki  $\underline{K}_{Tj}$ , (j-1)'inci adımda elde edilen sonuçlara göre kurulacak olan elastik ve geometrik rijitlik matrislerinin toplamından oluşan tanjant rijitlik matrisidir. Artışsal yaklaşım her ne kadar gerçekten uzaklaşan sonuçlar veriyor gibi gözüküyorsa da, özellikle yüksek dereceden nonliner problemlerin çözümünde sıklıkla rastlanabilen ıraksama oluşması halinde uygun çözümler verir. Ayrıca, değişik iterasyon yöntemleri ile birlikte kullanılması durumunda hata miktarı çok aza indirgenebilmektedir.

Newton-Raphson veya değişken rijitlik yöntemi olarak da bilinen ve dış yükler altında deplasmana uğrayıp önceki dengesinden bir miktar sapan sistemin düğüm noktalarında oluşacak olan kuvvet dengesizliğinden hareket eden iteratif yaklaşımda tüm dış yük sisteme birden etki ettirilir. İlk deplasmanlar yapının deforme olmaması ilk konumundan hesaplanan

tanjant rijitlik kullanılarak bulunur. Takip eden her iterasyon adımında şekil değiştirmiş geometri ve iç kuvvet durumu nazara alınarak tanjant rijitlik yeniden hesaplanır. Düğüm noktalarının deplasman yapması sonucunda , düğüm noktalarına etki eden dış yüklerle yine bu düğüm noktalarına birleşen elemanların iç kuvvetleri arasında meydana gelecek olan dengeyi bozan, diğer bir değişle artık kuvvetler, bir sonraki iterasyon adımında dikkate alınır. Böylece her iterasyon adımında yeni deplasman konumu elde edilir. Herhangi bir j'inci iterasyon adımında kurulan

$$\underline{K}_{Tj} \underline{\Delta D}_j = \underline{P} - \underline{F}_{j-1} \quad (3)$$

denge eşitliklerinin çözülmesiyle bulunacak deplasmanlar mevcut geometriye eklenerek bir sonraki (j+1) iterasyon adımında kullanılacak geometri elde edilir. Bu eşitlikte  $F_{j-1}$ , eleman iç kuvvetlerini temsil etmektedir ve başlangıçta varsa öngerilme kuvvetlerine eşittir. Düğüm noktalarındaki dengeyi bozan artık kuvvetler öngörülen hassasiyete ulaştığında iterasyon işlemine son verilir. Newton-Raphson iteratif prosedüründe artıssal yük prosedürüne göre gerçeğe daha yakın sonuçlar elde etmek mümkündür. Aynı zamanda, özellikle nonlineerliğin az olduğu problemlerde yüksek yakınsama hızına sahip olan bu yaklaşımda çözümün ıraksaması sorunuyla sıkça karşılaşılır. Bu nedenlerden dolayı, artıssal yaklaşım ile iteratif yaklaşımın bir arada kullanılması yani her artıssal yük adımında iteratif yöntemin tatbik edilmesiyle çok daha sağlıklı sonuçlar elde edilebilir. Fakat şu önemli noktayı da belirtmek gerekir ki, yukarıda anlatılan yaklaşımların uygulanmasında başka önemli iki sorun ortaya çıkar; aşırı zaman ve bellek ihtiyacı.

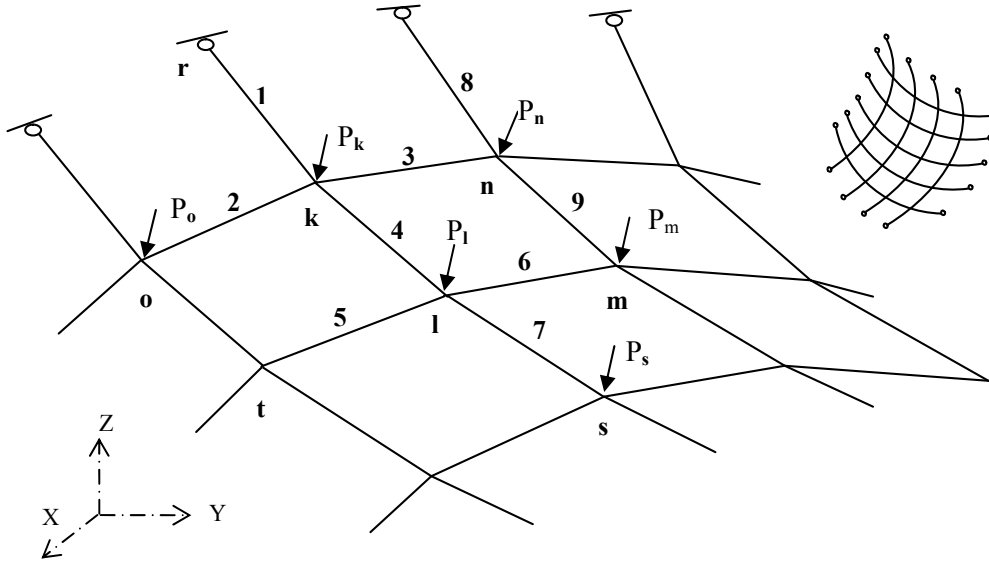
Her iterasyon hesap adımında rijitlik matrislerinin yeniden kurulması zaman ve bellek sorunlarını beraberinde getirecektir. Bu amaçla geliştirilen iteratif yaklaşımlardan biri Değiştirilmiş (Yeniden Düzenlenmiş) Newton-Raphson veya Sabit Rijitlik Yöntemi adıyla bilinir. Sözkonusu bu yöntemin her iterasyon hesap adımında sistemin başlangıçtaki rijitliği kullanılır. Böylece bir kereye mahsus kurulan ve hafızaya alınan rijitlik matrisi ( $\underline{K}_0$ ) değişmemektedir.

## 5. KABLOLU SİSTEMLERİN HESABI İÇİN BİR YÖNTEM

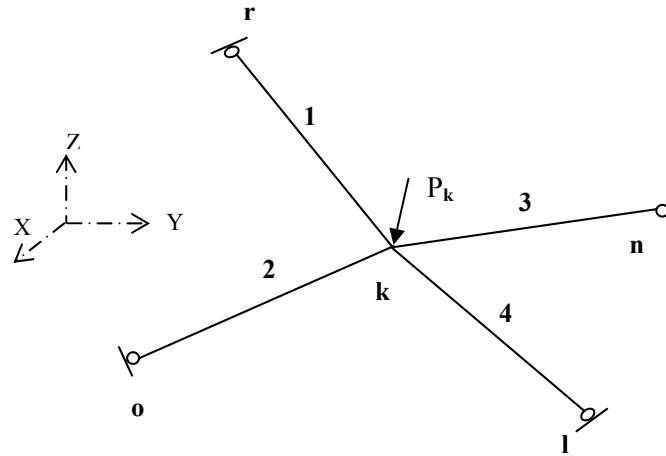
Kablolu sistemlerin geometrik nonlineer statik hesabı için burada sunulan yöntem, yapı statığında çerçevelere uygulanan Cross iterasyon metoduna benzerlik gösteren bir prosedüre sahiptir. Yöntemin esası, kablolu sistemin bir düğüm noktasını ele alarak bu noktada kurulan denge eşitliklerinin çözülmesinden ve her noktada birbirinden bağımsız olarak bu işlemin bir iterasyon dahilinde tekrarlanmasından ibarettir. Palkowski ve Kozłowska benzer bir yaklaşımla kablolu sistemlerin statik analizini incelemiştir (Palkowski ve Kozłowska, 1988). Sonlu elemanlar direkt rijitlik ilkelerinin kullanıldığı yöntemde, yalnızca eksenele çekmeye çalışabilen ve lineer elastik malzemeden imal edilen kablo elemanlarının düğümler arasında doğru eksenli ve sabit kesitli olduğu, dış yüklerin sisteme yalnızca düğüm noktalarından etki ettiği kabul edilmektedir.

Yöntem Şekil 3.'te verilen örnek uzay kablo sistemi üzerinde açıklanacaktır. Hesap en az bir serbestlik derecesi olan herhangi bir düğüm noktasından örneğin k düğümünden başlar. Yalnızca bu noktaya birleşen elemanlardan (1, 2, 3, 4) oluşan ve komşu düğüm noktaları (1, n, o, r) sabit mesnet olarak düşünülen k düğüm noktası alt sistemi kurulur. Bu durumda Şekil 4.'te gösterilen k noktası alt sistemi elde edilir.

Serbestlik derecesi 3 olan k düğümü alt sistemi,  $P_k$  dış yükü ve varsa öngerilme iç kuvvetleri altında yalnızca k noktasında  $\Delta D_{X_k}$ ,  $\Delta D_{Y_k}$ ,  $\Delta D_{Z_k}$  deplasmanları oluşacaktır. Çözüm için denge eşitlikleri herhangi bir metoda göre kurulabilir. Burada sonlu elemanlar deplasman metodu tercih edilmiştir.



Şekil 3. Uzak kablo taşıyıcı



Şekil 4. k düğümüne ait alt sistem

Öncelikle elemanların  $k$  lokal rijitlik ve  $T$  transformasyon matrisleri doğrusal uzay kafes elemanında olduğu gibi kurulur (Prezemieniecki, 1968). Sonlu elemanlar direkt rijitlik ilkeleri doğrultusunda her bir elemanın global rijitlik matrisleri ve düğüm noktası alt sisteminin global rijitlik matrisi  $K_k$

$$K_k = \Sigma (K_1, K_2, K_3, K_4) \quad (4)$$

1, 2, 3, 4 numaralı elemanların global rijitlik matrislerinin toplamı ile kurulur. Sınır şartları dikkate alındığında  $K_k$ ,  $3 \times 3$  boyutunda simetrik bir kare matristir.

Noktaya gelen toplam yük vektörü  $Q_k$  kurulur. İlk adımda eğer sistemde öngerilme yok ise yalnızca dış yüklerden oluşacaktır. Sonraki adımlarda veya öngerilme olması durumunda, elemanların  $k$  noktasındaki kesit iç kuvvetleri reaksiyon kuvveti olarak bu noktaya dış yük gibi etki ettikleri kabul edilir. Bu durumda toplam yük vektörü  $Q_k$

$$Q_k = P_k - F_k \quad (5)$$

olacaktır. Bu eşitlikte  $\underline{P}_k$ , noktaya etki eden tekil yük vektörünü,  $\underline{F}_k$ , noktaya birleşen elemanların iç kuvvet vektörüdür.  $\underline{F}_k$ , başlangıçta varsa öngerilme kuvvetlerine eşit aksi halde sıfırdır. Buradan anlaşılacağı gibi  $\underline{Q}_k$ , dengeyi bozan kuvvetler vektörüdür. Böylece  $k$  noktası alt sisteminin denge eşitlikleri sonlu elemanlar notasyonunda

$$\underline{K}_k \Delta \underline{D}_k = \underline{Q}_k \quad (6)$$

eşitliği ile kurulur. Doğrusal olan bu eşitlik takımı herhangi bir yöntemle göre çözülmesi ile  $k$  düğümünde bu adımda oluşacak global deplasmanlar vektörü

$$\Delta \underline{D}_k = [\Delta D_{X_k}, \Delta D_{Y_k}, \Delta D_{Z_k}] \quad (7)$$

olarak elde edilirler. Bu çalışmada Gaus Eliminasyon yöntemi kullanılmıştır. Görüldüğü gibi burada sunulan yöntemde herhangi bir düğüme ait alt sisteminin çözümü için kullanılacak eşitlik sayısı en fazla 3 adet olmaktadır.

Artık hesabı yapılan  $k$  noktasındaki geometri ve buna bağlı olarak elemanların iç kuvvetleri değişmiştir. Sonraki hesap adımlarında yeni değerler dikkate alınacaktır. Düğüm noktasındaki dengeyi bozan kuvvetler için bulunan deplasmanlar mevcut geometriye eklenecek yeni geometri diğer bir deyişle yeni global koordinatlar elde edilir.

$$(\text{Koordinatlar})_k^{\text{yeni}} = (\text{Koordinatlar})_k^{\text{mevcut}} + \Delta \underline{D}_k \quad (8)$$

Yeni koordinatlar ile hesap başlangıcındaki ilk koordinatlar arasındaki fark toplam deplasmanları verecektir. Dolayısıyla  $k$  noktasındaki toplam deplasmanlar

$$\underline{D}_k = (\text{Koordinatlar})_k^{\text{yeni}} - (\text{koordinatlar})_k^{\text{başlangıç}} \quad (9)$$

Toplam deplasmanlardan dolayı oluşacak iç kuvvetler aksenal çekmeye çalışan elemanların her birinin boy değişimlerinden elde edilir. Bu durumda  $\Delta L_k$ ,  $k$  alt sisteminin elemanlarındaki boy değişimleri,  $L_k^{\text{yeni}}$ , yeni eleman boyu ile  $L_k^0$  başlangıçtaki eleman boyu arasındaki fark olacaktır.

$$\Delta L_k = L_k^{\text{yeni}} - L_k^0 \quad (10)$$

Elemanların  $F_k^{\text{yeni}}$ , yeni iç kuvvetleri ise

$$F_k^{\text{yeni}} = F_k^0 + (\Delta L_k EA_k / L_k^0) \quad (11)$$

eşitliği ile her bir eleman için elde edilir. Bu eşitlikte  $F_k^0$ , varsa öngerilme kuvvetini  $E$ , elastisite modülünü ve  $A_k$ , kesit alanını temsil etmektedir. Böylece  $k$  noktasındaki elemanların iç kuvvetleri vektörü

$$\underline{F}_k = [F_1, F_2, F_3, F_4] \quad (12)$$

olarak elde edilir. Kablo taşıyıcı eleman basınç kuvveti alamayacağından iç kuvvet negatif (basınç) çıkıyorsa o elemana ait yeni iç kuvvet sıfır olarak alınır.

Diğer bir düğüm noktasının hesabına başlanır. Örneğin alfabetik sıra ile gidilirse  $k$  düğümüne komşu olan  $l$  düğüm noktasının hesabı yukarıda anlatıldığı gibi yapılır. 4, 5, 6, 7 numaralı elemanlardan ve  $k, m, s, t$  tam tutulmuş sabit mesnetlerinden oluşan  $l$  düğümü alt sistemi Şekil 5.'te gösterilmiştir.

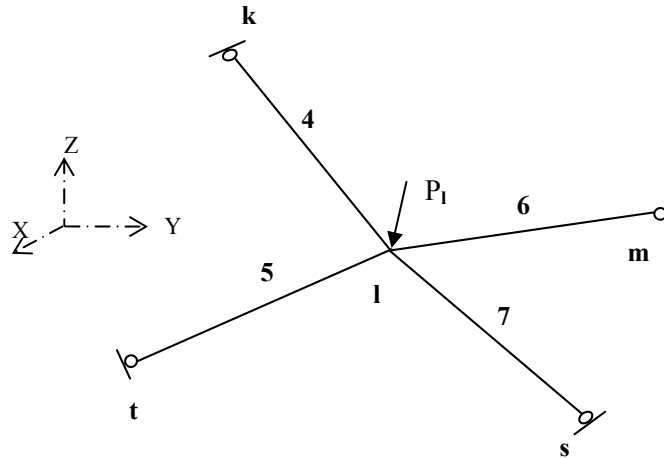
Sırasıyla  $l$  alt sistemine ait  $\underline{K}_l$ , global rijitlik matrisi,  $\underline{Q}_l$ , toplam yük vektörü

$$\underline{K}_l = \Sigma (\underline{K}_4, \underline{K}_5, \underline{K}_6, \underline{K}_7) \quad (13)$$

$$\underline{Q}_l = \underline{P}_l - \underline{F}_l \quad (14)$$

ve  $\Delta \underline{D}_l$  deplasmanlarını içeren denge eşitlikleri

$$\underline{K}_l \Delta \underline{D}_l = \underline{Q}_l \quad (15)$$



Şekil 5. I düğümüne ait alt sistem

eşitlikleri ile kurulur. Eşitliklerin çözülmesi ile I noktasındaki deplasmanlar

$$\underline{\Delta D}_I = [\Delta D_{X_I}, \Delta D_{Y_I}, \Delta D_{Z_I}] \quad (16)$$

olarak elde edilirler. Deplasmanlara bağlı olarak I noktasının yeni koordinatları

$$(\text{Koordinatlar})_I^{\text{yeni}} = (\text{Koordinatlar})_I^{\text{mevcut}} + \Delta D_I \quad (17)$$

toplamları ile bulunur. Toplam deplasmanlar,

$$D_I = (\text{Koordinatlar})_I^{\text{yeni}} - (\text{koordinatlar})_I^{\text{başlangıç}} \quad (18)$$

ve toplam deplasmanlardan dolayı elemanlardaki boy değişimleri ,

$$\Delta L_I = L_I^{\text{yeni}} - L_I^0 \quad (19)$$

Olacaktır. Elemanların  $F_I^{\text{yeni}}$ , yeni iç kuvvetleri ise,

$$F_I^{\text{yeni}} = F_I^0 + \Delta L_I E_I A_I / L_I^0 \quad (20)$$

eşitliği ile her bir eleman için elde edilir ve I noktasındaki elemanların iç kuvvetleri vektörü,

$$\underline{F}_I = [F_4, F_5, F_6, F_7] \quad (21)$$

olarak hesaplanır.

Bu aşamada k ve I alt sistemlerinde ortak olan 4 numaralı elemanın iç kuvvetinin her iki alt sistemde de hesaplandığı vurgulanmalıdır. İlk hesap k noktasında yapıldığından burada elde edilen 4 numaralı elemanın yeni geometrisi ve iç kuvveti, I noktası alt sistemi hesabının başlangıcında işleme dahil edilmiş ve sonucunda bir sonraki ilgili hesapta dikkate alınacak yeni bir geometriye ve iç kuvvete sahip olmuştur.

Yukarıda k ve I düğümleri için açıklanan işlemlere en az bir serbestlik derecesi olan tüm düğümlerde devam edilir ve böylece bir iterasyon adımı tamamlanır. r noktası gibi tam tutulmuş mesnetlerde hesap yapmaya gerek yoktur. Bir sonraki iterasyon adımına geçilir ve tüm düğümlerin hesabı tekrarlanır.

Herhangi bir j'nci iterasyon adımının sonucunda tüm sistemdeki i adet taşıyıcı elemanların elde edilen iç kuvvet vektörü  $\underline{F}^j$

$$\underline{F}^j = [F_1^j, F_2^j, F_3^j, F_4^j, \dots, F_i^j] \quad (22)$$

olmak üzere, j 'nci iterasyon adımında gerçekleşen hesap hassasiyeti  $\xi^j$ ,

$$\xi^j = | \underline{F}^j - \underline{F}^{j-1} | \leq \xi^0 \quad (23)$$

mutlak değer koşulu sağlanınca iterasyon işlemine son verilir. Buradaki  $\xi^0$  başlangıçta kabul edilen tolerans vektörüdür ve hesap hassasiyetini belirler.  $\xi^0$  tolerans vektörü çalışılan birimlere göre değişen ve kullanıcı tarafından belirlenen bir sabittir. Örneğin ton ve metre birimlerinde 0.001 ile 0.00001 arasında bir değer hesap hassasiyeti olarak seçilebilir.

## 6. YAKINSAMA PROSEDÜRÜ

Geometrik nonlinear problemlerin iteratif prosedür ile analizinde çözümün ıraksaması sıklıkla karşılaşılan bir sorundur. Özellikle kablolu esnek sistemlerde ıraksama olması gerekenden çok büyük ve sürekli artış eğiliminde olan deplasman dolayısıyla eleman iç kuvvetlerinin oluşması olarak yansır. Bu durum taşıyıcı sistemde rezonans oluşması veya malzemenin akması olarak düşünülebilir.

Literatüre bakıldığında ıraksama sorununun bertaraf edilmesi için çeşitli yaklaşımlar sunulmuştur. Genelde dış yüklerin adım adım, diğer bir deyişle peşin değil taksit taksit sisteme etki ettirildiği ardışık yük prosedürünün uygun çözümler verdiği ifade edilmiştir. (Eisenloffel ve Adeli, 1992; Palkowski, 1990; Fleming, 1989; Cook, 1974). Bu nedenle tercih edilen ardışık yük prosedürün önemli dezavantajları ise iterasyon adımı sayısı dolayısıyla çözüm süresinin artmasına ve gerçek çözümden bir miktar uzaklaşmaya neden olmasıdır.

Bir çok yazar kablolu sistemlerin nonlinear analizinde farklı genel veya özel uygulanabilir iteratif yaklaşımlar geliştirerek ıraksamayı, iterasyon sayısını ve çözüm zamanını minimize etmeye çalışmışlardır (Baron ve Venkatesan, 1971; Kar ve Okazaki, 1973; Monfortton ve El-Hakim, 1980; Pietrzak, 1977). Bu çalışmaların genelinde ilk iterasyon adımlarında elde edilen sonuçlar değerlendirilmiş ve bir dizi düzeltme formülleri ve tahminler kullanılarak sonuca gidilmiştir.

Bu çalışmada da özellikle homojen dağılıma sahip olmayan ve istisnai uygulanan yükleme durumlarında çözümün ıraksaması sorunuyla karşılaşmıştır. Düğüm noktalarındaki deplasmanların sürekli artış eğiliminde olduğu bu durumda bir sonraki iterasyon adımında elde edilen deplasmanlar 1' den büyük bir  $\eta$  azaltma sayısına bölünerek dikkate alınmışlardır. Bu işlem ıraksamanın başladığı j'inci iterasyon adımı için aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir.

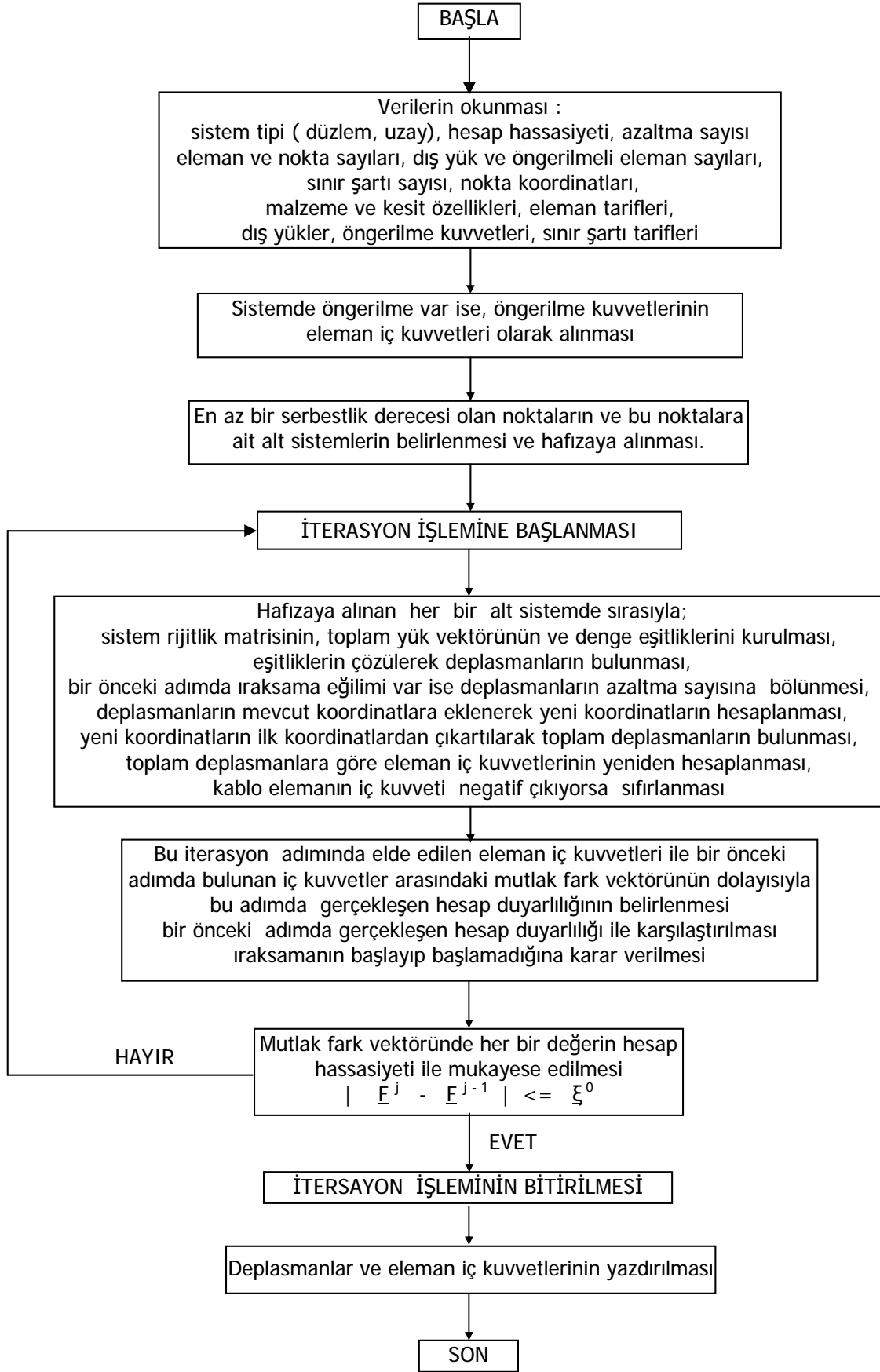
$$\underline{\Delta D}^{j+1} = \underline{\Delta D}^{j+1} / \eta \quad (24)$$

İraksamanın başlayıp başlamadığı, j 'nci iterasyon adımında gerçekleşen hesap hassasiyetinin bir önceki (j-1'inci) iterasyon adımında gerçekleşen hesap hassasiyetinden büyük veya küçük olması halinde belirlenir. Büyük ise ıraksamanın başladığı söylenebilir. Fakat bu kural her zaman geçerli değildir. Bazen ıraksamanın başladığına karar vermek için ardışık birkaç iterasyon adımında gerçekleşen hesap hassasiyetlerinin değerlendirilmesi daha olumlu olabilmektedir. Azaltma sayısının işleme dahil edilmesi iterasyon sayısını dolayısıyla çözüm süresini artırmaktadır.

Böylece artış eğilimindeki deplasmanlara müdahale edilmiştir. Kullanılacak  $\eta$  azaltma sayısının değeri ıraksamanın ivmesine bağlı olarak değişmektedir. Bu aşamada kablolu sistemlerin çok çeşitlilik göstermesi nedeniyle deplasman azaltma katsayısı  $\eta$  tecrübe veya deneme yanılma yöntemi ile belirlenebilmektedir.

## 7. BİLGİSAYAR HESAP PROGRAMI

Yukarıda 5'nci bölümde açıklanan kablolu taşıyıcı elemanlardan oluşan sistemlerin geometrik nonlinear hesabını yapan programı turbo pascal programlama dilinde hazırlanmıştır. Programın hesap algoritması şematik olarak kısaca Şekil 6. da açıklanmıştır.

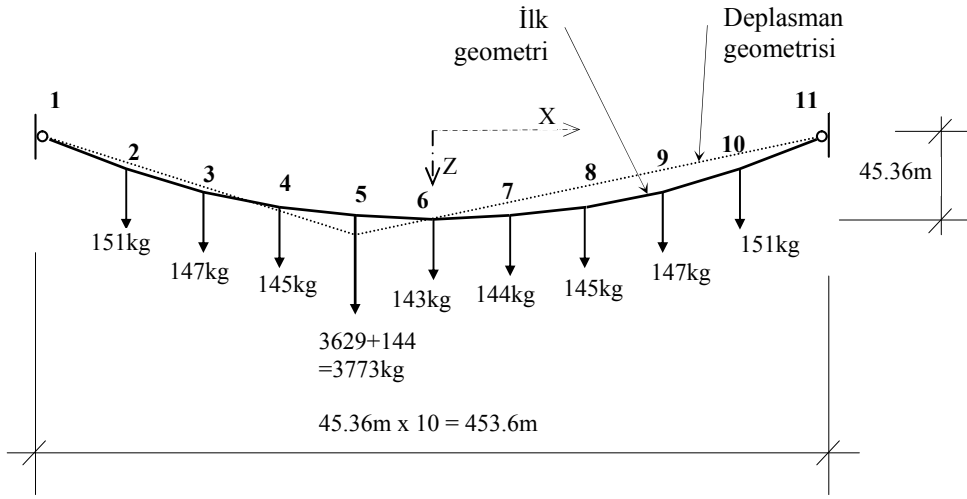


Şekil 6. Bilgisayar programı hesap algoritması

## 8. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde literatürden alınan sayısal örnekler, Şekil 6. da akış şemasına göre hazırlanmış olan bilgisayar programı ile çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

**Örnek 1.** Şekil 7’de görülen basit kablo 4.67 kg/m (3.16 lb/ft) zati ağırlığındadır ve verilen ilk geometri zati yük altında oluşmuştur. 5 noktasına düşey yönde 3629 kg ilave tekil yük etmesi sonucunda oluşacak düğüm noktası deplasmanları hesaplanmıştır. Eğri eşitliği X yatay mesafesine bağlı olarak  $Z(X)=0.0008818.X.(453,6-X)^m$  eşitliği ile belirlenmiş olan tüm kablo 10 adet sonlu elemana bölünmüş ve noktalara gelen zati ağırlık payları ilgili noktaya eşdeğer tekil yük olarak etki ettirilmiştir. Kablonun kesit alanı,  $A=0.0005484 \text{ m}^2$ , elastisite modülü ise  $E=1310000 \text{ kg/cm}^2$  dir.



Şekil 7. Basit kablo (Örnek 1)

Çizelge 1. Noktaların deplasmanları (Örnek 1)

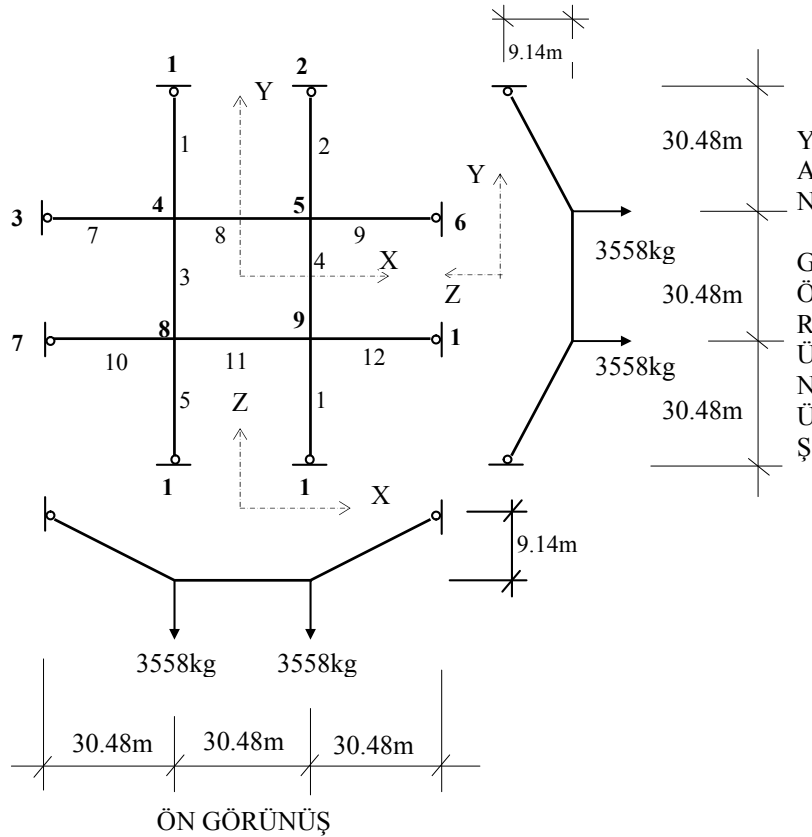
Nokta No	Deplasmanlar (m)							
	X yönünde				Z yönünde			
	Thornton-Birnstiel	Saafan	Jayaraman-Knudson	Bu Çalışma	Thornton-Birnstiel	Saafan	Jayaraman-Knudson	Bu Çalışma
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.515	-0.516	-	0.514	1.424	1.426	-	1.423
3	0.429	-0.431	-	0.430	1.004	1.009	-	1.005
4	-0.083	-0.084	-	0.083	1.285	1.289	-	1.287
5	-0.845	-0.845	-0.845	0.844	5.471	5.472	5.471	5.470
6	-1.124	-1.124	-	1.123	0.237	0.237	-	0.236
7	-1.476	-1.476	-	1.473	3.999	4.000	-	3.995
8	-1.719	-1.719	-	1.715	5.837	5.839	-	5.835
9	-1.674	-1.674	-	1.670	5.773	5.774	-	5.771
10	-1.161	-1.161	-	1.159	3.822	3.824	-	3.820
11	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000



Öncelikle sistemin yalnızca zati yükleme halinde çözüm yapılmıştır. Buradan elde edilen geometri ve iç kuvvet dağılımı dikkate alınarak 5 numaralı düğümdeki ilave tekil yüklemden dolayı oluşacak deplasmanlar hesaplanmıştır. Verilen taşıyıcı sistem 5 numaralı düğümdeki istisnai tekil yükten dolayı yüksek dereceden geometrik nonlineer bir davranışa sahiptir. Bu nedenle çözümde ıraksama eğilimi oluşmuş ve iterasyon adımlarında elde edilen deplasmanlar ortalama 50 kat ( $\eta=50$ ) azaltılarak dikkate alınmıştır.  $\xi^0=0.00001$  hesap hassasiyeti için toplam iterasyon sayısı 36000 çözüm süresi ise pentium III işlemciye sahip bilgisayarda yaklaşık 8 dakika olarak gerçekleşmiştir. Elde edilen deplasmanlar, literatürde benzer örnek için farklı yaklaşımlarla bulunmuş sonuç değerleri karşılaştırmalı olarak Çizelge 1. 'de mevcuttur ( Thornton ve Birnstiel, 1967; Saafan, 1970; Jayaraman ve Knudson, 1981).

**Örnek 2.** Şekil 8'de görülen 12 eleman ve 12 noktalı, öngerilmeye sahip uzay kablolu sisteminin verilen yükleme durumuna göre geometrik nonlineer analizi yapılmıştır. Tüm elemanlarda kesit alanı  $1.465 \text{ cm}^2$ , elastisite modülü  $827000 \text{ kg/cm}^2$  dir. Öngerilme kuvvetleri 3, 4, 8, 11 nolu elemanlarda  $2428 \text{ kg}$ , diğer elemanlarda ise  $2369 \text{ kg}$  olarak verilmiştir. Taşıyıcı sisteme 4, 5, 8, 9 noktalarından  $3558 \text{ kg}$  düşey yük etkimesi sonucunda oluşacak düğüm noktası deplasmanları ve kablo kuvvetleri hesaplanmıştır.

Elde edilen sonuçlar ile aynı sayısal örneğin literatürde farklı yöntemlerle çözülmesiyle bulunmuş olan sonuçlar Çizelge 2'de birlikte verilmiştir (Jayaraman ve Knudson, 1981, Desai, 1989; Saafan, 1970). Sonuçlar birbiriyle uyum içerisindedir. Bu örnekte taşıyıcı sistem homojen bir geometriye ve yük dağılımına sahip olduğundan uygun bir yakınsama gözlenmiştir. Çözümde hesap hassasiyeti  $0.0001$  alınmış ve sonuca 110 iterasyon adımıyla ulaşılmıştır.



Şekil 8. Öngerilmeli uzay asma sistem ( Örnek 2)

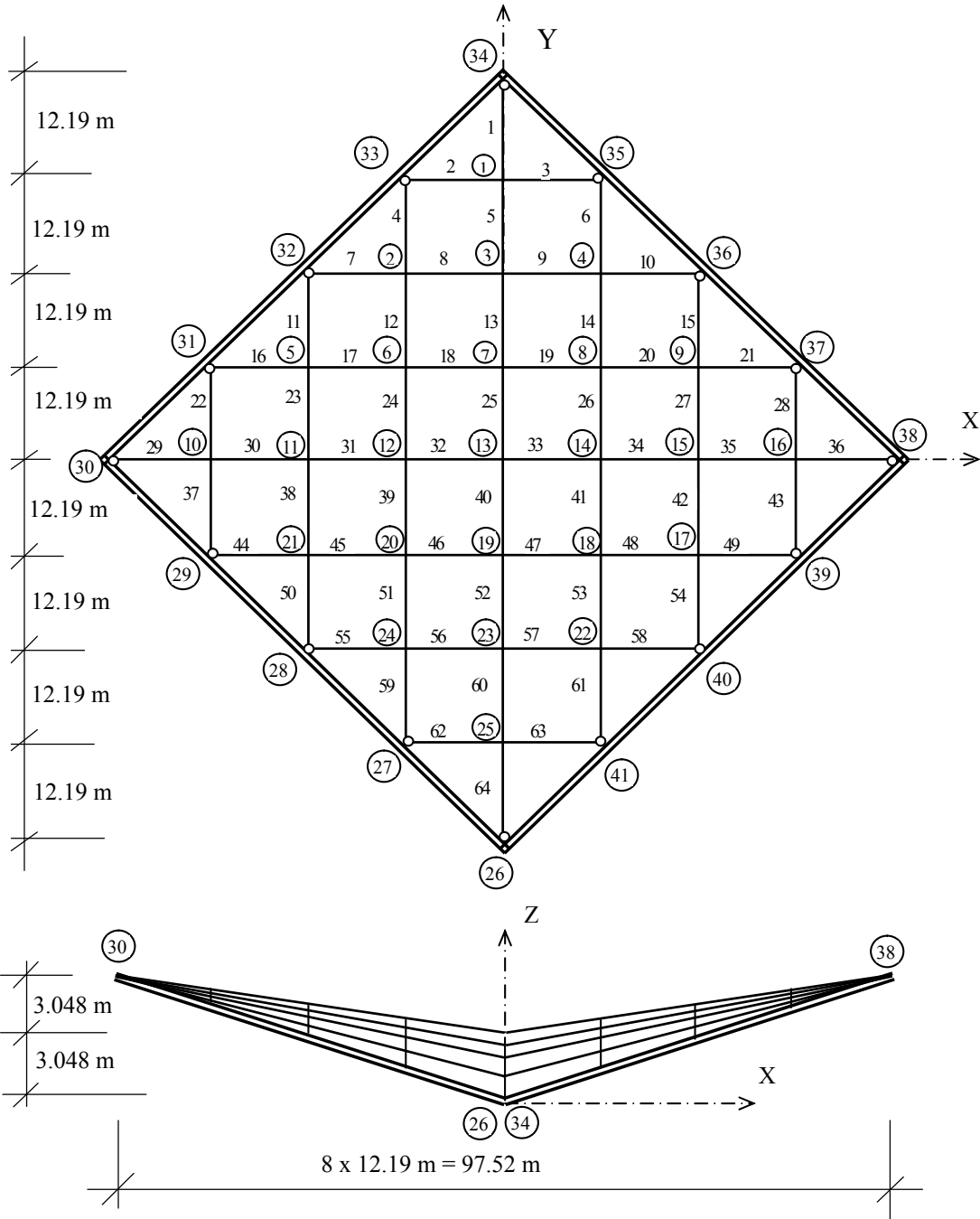
Çizelge 2. Noktaların deplasmanları ( Örnek 2)

Çözüm Yöntemi	Nokta No	Deplasmanlar (m)		
		X yönü	Y yönü	Z yönü
Saafan	4	-0.0424	0.0424	-0.4801
	5	0.0404	0.0404	-0.4483
	7	-0.0404	-0.0404	-0.4481
	8	0.0404	-0.0404	-0.4481
Desai	4	-0.0401	0.0401	-0.4460
	5	0.0401	0.0401	-0.4460
	7	-0.0401	-0.0401	-0.4460
	8	0.0401	-0.0401	-0.4460
Jayaraman-Knudson	4	-0.0396	0.0396	-0.4463
	5	0.0396	0.0396	-0.4463
	7	-0.0396	-0.0396	-0.4463
	8	0.0396	-0.0396	-0.4463
Bu çalışma	4	-0.0401	0.0401	-0.4481
	5	0.0401	0.0402	-0.4484
	7	-0.0402	-0.0401	-0.4484
	8	0.0401	-0.0401	-0.4481

**Örnek 3.** Şekil 9’da yer alan ön gerdirilmiş, iki yönlü, X ve Y eksenlerine göre simetrik ortogonal uzay kablo ağının zati yükleme ve ilave dış yük tesirindeki geometrik nonlineer statik analizi yapılmıştır. 41 nokta ve 64 elemana sahip olan kablo ağ sisteminde planda taşıyıcı kablolar X eksen, stabilite kabloları ise Y eksen doğrultusundadır. Hesaplama kenarlardaki mesnetlerin sabit olduğu kabul edilmiştir. Her iki doğrultudaki en büyük açıklık 97.52 m, her bir elemanın düşey izdüşüm boyu ise 12.19 m dir. Hiperbolik paraboloid yüzey geometrisine sahip olan ağın eşitliği,  $Z=(C_X \cdot X^2)/a^2-(C_Y \cdot Y^2)/b^2+f$  eşitliği ile belirlenmiştir. Burada,  $C_X = C_Y = 3.048$  m,  $a = b = 148.77$  m, f kablo oku ise 3.048 m olarak alındığında bu sisteme ait hiperbolik paraboloid yüzey eşitliği metre boyutunda  $Z=1.1906 \cdot 10^{-4} (X^2 - Y^2) + 3.048$  olarak uygulanmıştır.

Tüm kablolar, kesit alanı  $6.452 \text{ cm}^2$ , elastisite modülü  $1650000 \text{ t/m}^2$  dir. Sistem bu geometrisinde öngerdirilmiş haldedir ve her kablodaki mevcut öngerdirme kuvvetinin yatay bileşeni 22.25 t’dir. Öngerdirilmiş durumdaki kablo ağ, zati yüklere karşı gelmek üzere her noktadan 0.445 t düşey tekil yük ile, 7 düğüm noktasından, aşağıya doğru düşey 6.680 t, negatif Y doğrultusunda yatay 4.450 t tekil dış yük ile yüklenmiştir. Bu yükleme altında oluşacak olan deplasmanlar ve eleman kuvvetleri burada verilen yöntem ile hesaplandığında elde edilen sonuçlar ile, aynı örneğe ait Thornton ve Birnstiel ile Monforton ve El-Hakim tarafından açıklanan sonuçlar Çizelge 3’de verilmiştir (Thornton ve Birnstiel, 1967; Monforton ve El-Hakim, 1980).

Literatürde elde edilen sonuçlar ile bu çalışmada elde edilen sonuçlar birbirlerine yakın olduğu Çizelge 3’den görülmektedir. Bu test örneği, 7 düğüm noktasındaki istisnai tekil yüklemeye dolaylı yüksek dereceden nonlineerliğe sahiptir. Dolayısıyla bu çalışmadaki geometrik nonlineer iteratif çözümünde ani gelişen iraksama ile karşılaşmıştır. Iraksamayı önlemek için her iterasyon adımında bulunan deplasman değerleri yaklaşık 50-100 kat arasında değişen oranlarda azaltılarak dikkate alınmıştır. Bunun sonucunda da iterasyon sayısı ve dolayısıyla çözüm süresi artmıştır. Çözüm, pentium III işlemciye sahip bilgisayarda  $10^{-7}$  hassasiyet için yaklaşık 7 dakikada gerçekleşmiştir. İterasyon sayısı 10422’dir.



Şekil 9. Öngerilmeli Hiperbolik paraboloid kablo ağ (Örnek 3)

Çizelge 3. Deplasmanlar ve kablo kuvveti yatay bileşenleri (Örnek 3)

Düşey deplasmanlar (m)				Kablo kuvveti yatay bileşeni (ton)			
Nokta	Bu Çalışma	Thornton-Birnstiel	Monfortton-El-Hakim	Eleman	Bu Çalışma	Thornton-Birnstiel	Monfortton-El-Hakim
34	0.000	0.000	0.000	1	20.416	20.439	20.425
1	0.136	0.136	0.134	5	20.457	20.488	20.425
3	0.418	0.417	0.418	13	20.561	20.580	20.569
7	1.145	1.143	1.144	25	16.338	16.306	16.285
13	0.508	0.507	0.509	40	16.310	16.316	16.291
19	0.294	0.293	0.293	52	16.313	16.324	16.294
23	0.170	0.170	0.171	60	16.262	16.330	16.330
25	0.069	0.069	0.068	64	16.335	16.773	16.774
26	0.000	0.000	0.000				

## 9. SONUÇLAR

Özellikle esnek yapıya sahip kablolu sistemler diğer klasik sistemlere göre daha büyük deplasman yaparlar. Geometrik nonlineer davranışa sahip olan bu tür yapıların analizleri ikinci merteye teorisine göre yapılmalıdır. Literatürde kablolu sistemlerin analizi için bir çok yaklaşım geliştirilmiştir. Bu çalışmada kablolu sistemlerin geometrik nonlineer statik analizi için sunulan yöntem, taşıyıcı sistemin düğüm noktalarına ait alt sistemlere bölünmesi ve her bir noktada benzer ardışık işlem yapılması esasına dayanmaktadır. Dolayısıyla herhangi bir alt sistemin hesabında çözülecek denge eşitlikleri diğer bir değişle bilinmeyenler sayısı 3'ten fazla değildir. Öngerilme kuvvetlerinin de hesaba dahil edilebileceği yöntemde sonlu elemanlar direkt rijitlik ilkeleri doğrultusunda yalnızca elastik rijitlik matrisi kullanılmıştır. Her iteratif işlem başlangıcında mevcut geometri ve iç kuvvet durumu dikkate alınarak sonuca gidilmektedir. Geometrik nonlineer sistemlerin analizinde sıkça karşılaşılan çözümün ıraksaması sorununu bertaraf etmek amacıyla, iterasyon adımlarında elde edilen deplasmanları azaltan etkili bir yaklaşım yöntemine adapte edilmiştir.

Literatürden alınan sayısal örnekler sunulan yöntemi içeren bilgisayar hesap programı ile çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında yakın bir uyumun mevcut olduğu gözlenmiştir. Diğer yöntemlere göre daha az bilgisayar belleğine ihtiyaç duyulmaktadır. Fakat özellikle çok sayıda düğüm noktasına sahip aşırı esnek sistemlerde azaltma sayıları da işleme dahil olduğunda sonuca ulaşılan iterasyon sayısı artmakta bu da çözüm süresini artırmaktadır. Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler ve daha etkili yakınsama prosedürlerinin geliştirilip yöntemine adapte edilmesi bu dezavantajı azaltacaktır. Sunulan yöntem ile kablolu taşıyıcı sistemlerin yanı sıra kafes ve çerçeve elemanlardan oluşan karma sistemlerin de geometrik nonlineer analizinin yapılabilmesi mümkündür.

**KAYNAKLAR**

- Argyris J.H., Scharpf, D.W. (1974): "Large Deflection Analysis of Prestressed Networks", Journal of The Structural Division ASCE, ST3, p.633-654
- Baron F., Venkatesan M.S. (1971): "Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures", Journal of The Structural Division ASCE, ST2, p.679-710
- Clarke D. (1980): "Design of Counterstressed Cable Structures", Journal of The Structural Division ASCE, ST11, p.2258-2278
- Cook R.D. (1974): "Concepts and Applications of Finite Element Analysis, Wiley, Newyork.
- Desai Y.M. et. al. (1989): "Geometric Nonlinear Static Analysis of Cable Supported Structures", Computers and Structures, Vol.29, No.6, p.1001-1009
- Eisenloffel K., Adeli, H. (1994): "Interactive Microcomputer-Aided Analysis of Tensile Network Structures", Computers and Structures, Vol.50, No.5, p.665-675
- Fleming, F.J. (1989): "Computer Analysis of Structural Systems", McGraw-Hill, New York, 574p.
- Jayaraman H.B., Knudson W.C. (1981): "A Curved Element For The Analysis of Cable Structures, Computers and Structures, Vol. 14, pp. 325-533
- Kar A.K., Okazaki, C.Y. (1973): "Convergence In Highly Nonlinear Cable Net Problems", Journal of The Structural Division ASCE, ST3, p.321-334
- Kassimali A., Parsi-Feradoonian, H. (1987): "Strength of Cable Trusses Under Combined Loads", Journal of Structural Engineering ASCE, Vol.15, p.907-923
- Krishna P., Agarwal, P. (1970): "Study of Suspended Roof Model", Journal of The Structural Division ASCE, ST6, p.1671-1684
- Krishna P. et. al. (1982): "Performance of Cable Trusses under Static Loads", Journal of The Structural Division ASCE, ST1, p.265-2278
- Monforton G.R., El-Hakim, N.M. (1980): "Analysis of Truss-Cable Structures", Computers and Structures, Vol.11, p.327-335
- O'Brien T. (1967): "General Solution of Suspended Cable Problems", Journal of The Structural Division ASCE, ST1, p.1-26
- Palkowski S. (1990): "Statik der Seilkonstruktionen", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 108s.
- Palkowski, S., Kozłowska M. (1988): "Ein Einfaches Vervahren Zur Statischen Analyse Von Seilnetzen", Bautechnik, 65, H.10, s.332-335
- Pietrzak J. (1977): "Matrix Formulation of Static Analysis of Cable Structures", Computers and Structures, Vol. 9, p.39-42
- Porter D.S., Fowler D.W. (1973): "The Analysis of Nonlinear Cable Net Systems and Their Supporting Structures", Computers and Structures, Vo.13, p.1109-1123
- Przemieniecki J.,1968): "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill, New York, 467p.
- Saafan A. S. (1970): "Theoretical Analysis of Suspension Roofs", Journal of The Structural Division ASCE, ST2, p.393-405
- Schlaich J. et al. (1976): "Der Seilnetzkuhlturm Schmehausen", Bauingenieur, 51, s.401-412
- Sinclair G.B., Hodder S.B. (1981): "Exact Solutions For Elastic Cable Systems", International Journal of Solids Structures, Vol.17, p.845-854
- Thornton C.H., Birnstiel C. (1967): "Three-Dimensional Suspension Structures", Journal of The Structural Division ASCE, ST2, p.247-270
- Vilnay O. (1985): "Characteristics of Cable Nets", Journal of Structural Engineering ASCE, Vol.113, No.7, p.1586-1599

**SEMBOLLER**

<b><u>D</u></b>	: Toplam global deplasmanlar vektörü
<b><u>DD</u></b>	: Global deplasmanlar ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta\phi X, \Delta\phi Y, \Delta\phi Z$ ) deęişim vektörü
<b><u>F</u></b>	: Toplam global iç kuvvet vektörü
<b><u>k</u></b>	: Lokal rijitlik matrisi
<b><u>K</u></b>	: Global rijitlik matrisi
<b><u>L<sup>0</sup></u></b>	: Eleman ilk boyu (deplasmandan önce)
<b><u>L</u></b>	: Eleman boyu ( deplasmandan sonra)
<b><u>P</u></b>	: Global dış yük vektörü
<b><u>Q</u></b>	: Toplam global yük vektörü ( $\underline{P} - \underline{F}$ )
<b><u>T</u></b>	: Transformasyon matrisi
<b><u>X, Y, Z</u></b>	: Global eksenler
<b><u>x, y, z</u></b>	: Lokal eksenler ( deplasmandan önce)
<b><u>h</u></b>	: Deplasman azaltma sayısı
<b><u>x</u></b>	: Tolerans ( hesap hassasiyeti ) vektörü