



UZAY ARACI PARÇACIK KORELATÖRLERİ İÇİN
BİR ÖLÇME TEKNİĞİ

(A MEASUREMENT TECHNIQUE FOR SPACECRAFT
PARTICLE CORRELATORS)

Yavuz ŞENOL*

ÖZET/ABSTRACT

Uzay aracı parçacık korelatörü dalga-parçacık etkileşmesi sonucu oluşan elektron modülasyonlarını ölçer ve özellikle aurora'yı incelemek üzere tasarlanmış tamamlayıcı enstrümanlardan birisidir. Parçacık korelatörlerinin ana amacı dalga frekansında modüle olmuş elektronların güç spektrumlarını genellikle onların otokorelasyon fonksiyonunu hesaplayarak ölçmektir. Bu çalışmada elektron spektrometresi tarafından toplanan elektronların dalga-parçacık etkileşimini, en büyük frekans eriminde doğru olarak bulmayı sağlayacak çok-bitli bir otokorelasyon hesaplama tekniği önerilmiştir. Önerilen tekniğin doğruluğu sayısal veriler kullanılarak bilgisayar simülasyonu ile de ispatlanmıştır.

The spacecraft particle correlator measures the modulations of electrons occurring as a result of wave-particle interactions and is one of a complementary set of instruments designed specifically to look at the pulsating aurora. The main aim of particle correlators is to measure power spectrum of modulated electrons via generally its autocorrelation function. In this study a multi-bit autocorrelation calculation technique that provides the correct measurement of wave-particle interactions of electrons gathered by an electron spectrometer within the maximum frequency range is proposed. The correctness of the proposed technique is also proved by using computer simulations with numerical data.

ANAHTAR KELİMELELER/KEYWORDS

Uzay aracı parçacık korelatörü, Dalga-parçacık etkileşmesi, Frekans ölçümü
Spacecraft particle correlator, Wave-particle interactions, Frequency measurement

*DEÜ Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Müh. Böl., Kaynaklar, Buca, İZMİR

1. GİRİŞ

Dalga-parçacık etkileşmesi birçok magnetosferik fenomenlerde ana rol oynamaktadır. Aurora, kutup bölgelerinde izlenebilen ve ülkemizde güney veya kuzey ışıkları olarak da bilinen ilginç renkleriyle gökyüzünde benzersiz görüntüler sunan bir doğa olayıdır (Andre, 1997; Kangas ve Chong, 1995). Yapılan çalışmalar bu oluşumların güneşteki fırtınalardan kopup gelen parçacıkların bir kısmının magnetosferdeki dalgalara yakalanarak kutup bölgelerinden dünya atmosferine girmesi ve bazı gazları iyonize etmesi sonucu olduğu yönündedir (Johnstone, 1978; Smith, 1996).

Dalga-parçacık etkileşmesi dalga faz hızına çok yakın hızlarda hareket eden parçacıkların dalga tarafından yakalanması ile gerçekleşmektedir. Dalga frekansında modüle olan parçacıklar ile dalga arasında enerji alış verişi olur. Parçacık korelatörlerinin amacı etkileşimin gerçekleştiği dalga frekansının ölçülmesini sağlamaktır.

Uygulanan ölçme teknikleri ile modülasyon frekansları birkaç MHz seviyelere kadar tespit edilebilmektedir. Bu frekans aralığı genellikle düşük frekans ve yüksek frekans olarak ikiye ayrılır ve her iki bölgede modülasyon frekansları farklı teknikler ile ölçülür (Gough, 1998; Watkins vd., 1998). Günümüz geleneksel elektron spektrometreleri yaklaşık olarak saniyede 10^6 civarında parçacık sezinleyebilir. Dalga sinyalinin bir periyodu boyunca yeterli sayıda parçacık bulunduğu (CR~F, burada CR ortalama parçacık varış hızını, F ise en büyük dalga frekansını temsil etmektedir) durumlarda genellikle otokorelasyon tekniği kullanılmaktadır. Dalga frekansının megahertz seviyelerine çıktığı durumda ise “bunching” tekniği kullanılabilir (Gough, 1980). Bu çalışma düşük frekans bölgesinde kullanılan otokorelasyon fonksiyonunun toplanan parçacıklara nasıl uygulanması gerektiğini matematiksel analiz yoluyla ve simülasyonlar ile göstermektedir.

Yazının ikinci kısmında dalga-parçacık etkileşmesinde modülasyon frekansının ölçülmesi işlenmektedir. Üçüncü kısımda ise uzay aracı parçacık korelatörünün frekans ölçüm erimini en büyük kapasitede kullanarak doğru hesap yapmasını sağlayacak bir teknik verilmektedir. Bu tekniğin doğruluğu, hem teorik hem de bilgisayar simülasyonu ile ispatlanmaktadır.

2. DALGA FREKANSININ ÖLÇÜLMESİ

Uzay aracı üzerinde gerçek-zamanda modülasyon frekansının belirlenmesi ya Fourier dönüşümünün sinyal üzerine doğrudan uygulanması ya da sinyale uygulanan otokorelasyon fonksiyonunun Fourier dönüşümü alınarak bulunabilir. Her iki yöntem de güç spektrumu açısından aynı sonucu verir. Fakat eğer ikinci yöntem kullanılır ise sinyallerdeki farklı frekanslara ait mutlak faz bilgileri kaybolmaktadır. Bu durumda, otokorelasyon fonksiyonu hesaplaması anlamlı sinyallere ait bileşenlerden dolayı korelogram değerleri kosinüs formunda olacak ve böylece ortalama değer alınması mümkün olacaktır. Ortalama değer alınması ile ardışıl gelen korelogramlardaki işaret-gürültü oranı da iyileştirilmiş olacaktır. Bu iyileştirme gürültünün beyaz gürültü olması durumunda toplam N sayıdaki korelogram için \sqrt{N} kadardır (Lynn, 1989). Otokorelasyon yöntemi Fourier yöntemindeki hesaplamalara göre daha az karışık olmasından dolayı genellikle tercih edilir. Buna ilaveten 2.1 kısmında da belirtileceği üzere bu yöntem ile işaret gürültü-oranı da iyileşmektedir.

2.1. Parçacık Dağılımı ve Otokorelasyon Fonksiyonu

Enerjili parçacıklar dalga ile etkileşime girmeden önce rasgele dağılmış durumdadır. Tek bir parçacığın sezinlenmesi bir diğerinden bağımsızdır ve buna ilave olarak belli bir zaman

anında sadece tek bir parçacık vardır. Bu yüzden de, parçacıkların dağılımı Poisson dağılımına uymaktadır.

$$P[k] = \frac{(It)^k e^{-It}}{k!} \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Burada $P[k]$, t zaman aralığı boyunca bir elektron spektrometresine ulaşan k sayıda elektronun olasılığıdır, λ ise parçacıkların ortalama hızını temsil eder. Daha önceden de belirtildiği üzere dalga frekansının bir periyodu boyunca yeterli sayıda parçacık sezinlenebilmesi durumunda genellikle otokorelasyon tekniği kullanılmaktadır. Önerilen yöntem gereği burada sadece düşük frekanslı modülasyonların ölçülmesi ile ilgilenilecektir. Sonlu süreli ve sürekli bir sinyale uygulanan otokorelasyon fonksiyonu şu şekilde verilir.

$$r_{xx}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t+t) dt \quad (2)$$

Sinyallerin ayrık zamanda olması durumunda ise eşitlik şu şekilde yazılır.

$$r_{xx}(k) = \sum_{m=-N}^N x_m x_{m+k} \quad (3)$$

Otokorelasyon fonksiyonu çift fonksiyon olduğu için Eşitlik 3'teki toplamın sınırı $m=0$ dan başlatılabilir. Elektron spektrometresi ile algılanan parçacıklar dalga-parçacık etkileşiminin olduğu durumda gürültülü bir sinyal şeklinde sembolize edilebilir, $s(t)=f(t)+n(t)$ burada $n(t)$ gürültüyü sembolize etmektedir. Gürültülü bir sinyalin otokorelasyonu ise şu şekilde yazılabilir.

$$r_{xx}(\tau) = r_{ff}(\tau) + r_{nn}(\tau) + r_{fn}(\tau) + r_{nf}(\tau) \quad (4)$$

Burada $r_{ff}(\tau)$ ve $r_{nn}(\tau)$ sırasıyla sinyal ve gürültünün otokorelasyonunu, $r_{fn}(\tau)$ ve $r_{nf}(\tau)$ ise sinyal ve gürültü arasındaki karşılıklı kroskorelasyonları tanımlamaktadır. Eşitlik 4'teki terimlerin sayısı korelasyon fonksiyonlarının özellikleri kullanılarak basitleştirilebilir. Mademki periyodik sinyal $f(t)$ ve gürültü $n(t)$ arasında hiçbir ilinti yok, onların kroskorelasyon değerleri $(-\infty, \infty)$ aralığında sıfır değerini verir. Sonsuz uzunlukta hesaplanan gürültü sinyalinin otokorelasyon fonksiyonunun $\tau=0$ değeri hariç benzer yorumu yapmak mümkündür. Otokorelasyon değerinin sonlu aralıkta hesaplanmasından dolayı üstel bir biçimde azalan bir sinyal periyodik sinyal gürültüsüne eklenecektir. Gürültünün $\tau=0$ anındaki yüksek değerinin diğer gecikmelerdeki değerleri bastırmaması için otokorelasyon değeri sıfır gecikme değeri için hesaplanmayacaktır. Otokorelasyonun simetri özelliği ile otokorelasyon fonksiyonu son olarak şu şekilde yazılabilir.

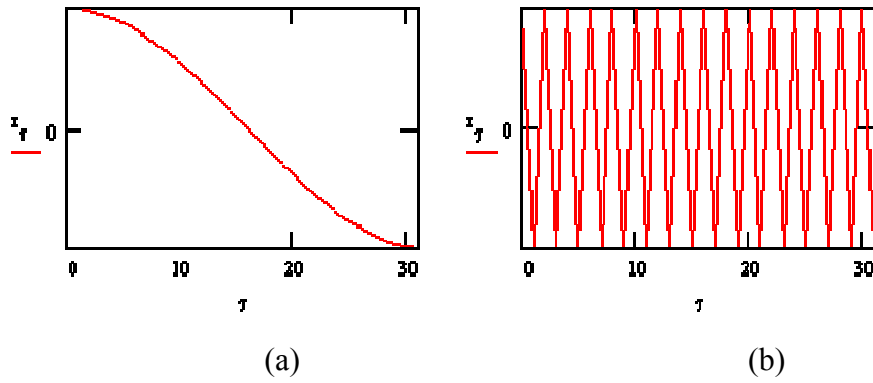
$$r_{xx}(k) = \sum_{m=1}^N x_m x_{m+k}, \quad k=1, 2, 3, \dots, N \quad (5)$$

Otokorelasyon fonksiyonu N örnek değeri için hesaplandığından toplam olarak $2N$ uzunluğunda bir örnek uzayı gerekmektedir. Elektron spektrometresine gelen her bir parçacık bir darbe ile temsil edilmekte, ve her bir örnek örnekleme aralığı süresince gelen parçacıkların sayısını temsil etmektedir.

3. PARÇACIK KORELATÖRÜ FREKANS ÖLÇÜM ERİMİ

Parçacık korelatörlerinin ölçüm erimi otokorelatörlerin gecikme (lag) sayısına, N , bağlıdır. Eğer N otokorelatör gecikmelerinin sayısı ise, bu durumda sırasıyla örneklem uzayı ve tümlevde kullanılacak örnek sayısı $2N$ ve N olacaktır.

$2N$ uzunluğa sahip bir örneklem uzayında 1 ve N çevrim sayılarına sahip sinüzoidal iki sinyalin N -gecikmeli otokorelasyon fonksiyonları Eşitlik 5 kullanılarak hesaplandığında Şekil 1'de gösterilen çizimler elde edilir. Şekil 1'den de görüleceği üzere dalga frekansını belirlemek üzere N -gecikmeli korelogramda anlamlı olabilecek en küçük çevrim sayısı (Şekil 1.a) ve en büyük çevrim sayısı (Şekil 1.b) sırasıyla $\frac{1}{2}$ ve $N/2$ 'dir. Fakat, bu belirtilen aralıkta ölçüm yapılabilmesi aşağıda belirtileceği üzere örneklenen sinyalin bir ön işlemden geçirilmesini gerektirmektedir.



Şekil 1. 32-gecikmeli ($N=32$) korelogram için ölçülebilir
a) en küçük ($1/2$) ve b) en büyük çevrim sayısı (16)

3.1. En Büyük Frekans Ölçüm Eriminin Sağlanması

Yapılacak hesaplamaların anlaşılabilir olması için, otokorelasyon fonksiyonu hesaplamasında ayırık sinyal yerine sürekli sinyal kullanılacaktır. Bu uygulama hesaplamalarda herhangi bir değişikliğe yol açmamaktadır. Toplamsal gürültünün olmadığı durumda dalgayla etkileşime girmiş parçacıklar Eşitlik 6'daki gibi verilebilir.

$$f(t) = C_{av} (1 + m \sin(\omega t + \theta)) \quad (6)$$

Burada C_{av} parçacıkların ortalama değerini, m modülasyon ölçütünü ya da derinliğini ve θ ise sinyal faz kaymasını vermektedir. Aslında, otokorelasyon fonksiyonunun sinyaldeki faz bilgisinden bağımsız olabileceği düşünüldüğünde θ 'nın da hesaplamadan bağımsız tutulabileceği söyleyebiliriz. Fakat, aşağıda da gösterileceği üzere tümlev işlevinde en küçük çevrime sahip bir sinyal olması durumunda bu doğru değildir.

Etkileşim sonucu dalga frekansında modüle olmuş parçacıkların otokorelasyonu şu şekilde yazılır.

$$r_{xx}(t) = \int_0^T C_{av}^2 (1 + m \sin(\omega t + q)) (1 + m \sin(\omega t + \omega t + q)) dt \quad (7)$$

Eğer tümlev hesabına devam edilirse, $r_{xx}(\tau)$ şu şekilde yazılır.

$$r_{xx}(t) = C_{av}^2 \left[T + m \int_0^T \sin(\omega t + \omega t + q) dt + m \int_0^T \sin(\omega t + q) dt \right. \\ \left. + \frac{m^2}{2} T \cos(\omega t) - \frac{m^2}{2} \int_0^T \cos(2\omega t + \omega t + 2q) dt \right] \quad (8)$$

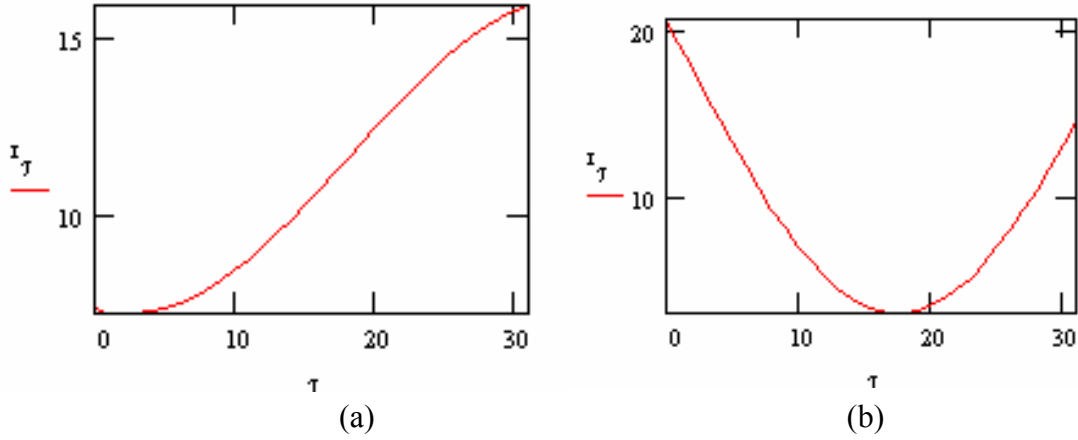
Görüldüğü üzere Eşitlik 8; 5 terimden oluşmaktadır ve her bir terimin etkisi şu şekilde açıklanabilir. Birinci terim sabit olup $f(t)$ 'nin ortalama değeri tarafından katkıda bulunulmuştur. Dördüncü terim sinüzoidal bir sinyalin otokorelasyon fonksiyonundan beklenen bir sonuçtur ve $f(t)$ sinyali ile aynı periyotta olup zaman değişkeni τ dir. Sonuncu terim sinüzoidal olup frekansı $f(t)$ frekansının iki katına eşittir ve faz bileşeni τ zaman ötelemesine bağlıdır. Sonuncu terimdeki yüksek frekans bileşeninden dolayı uzun zaman aralığındaki ortalaması sıfıra gider veya ağırlığı dördüncü terim ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir. Diğer taraftan ikinci ve üçüncü terimler $f(t)$ ile aynı periyotta sinüzoidal sinyalleri temsil etmekle birlikte $f(t)$ 'nin faz bilgisi θ 'yı da içermektedir. Ayrıca ikinci terimin fazı τ 'ya bağlı olarak değişmektedir.

Tümlev aralığının $f(t)$ 'nin birkaç çevrimini içerdiği durumda ikinci, üçüncü ve sonuncu terimlerin $r_{xx}(\tau)$ 'ya etkisinin dördüncü terimin yanında ihmal edilebileceği açıktır. Fakat daha önceden de belirtildiği üzere tümlev aralığında $f(t)$ 'nin $\frac{1}{2}$ çevriminin bulunması da frekansın ölçülmesinde mümkündür. Bu durumda ikinci, üçüncü ve sonuncu terimlerin $r_{xx}(\tau)$ ya katkısı ihmal edilemez. Gerçekte, sonuncu terim frekansının $f(t)$ frekansının iki katına eşit olmasından dolayı ve genlik değerinin diğer terimlere göre daha küçük olmasından dolayı sonuncu terimin toplam otokorelasyon fonksiyon değerine katkısı ihmal edilebilir. Bu durumda sonuncu terim basitlik sağlamak için hesaplamalardan çıkartılabilir.

İkinci ve üçüncü terimlerin otokorelasyon fonksiyon sonucuna katkısı $f(t)$ 'nin başlangıç faz açısına bağlıdır. Bu etki özellikle tümlev hesaplama aralığının $f(t)$ 'nin yarım çevrimini içermesi durumunda daha belirgindir. Bu durumda $f(t)$ başlangıç faz açısına bağlı olarak ikinci ve üçüncü terimler sıfır da dahil olmak üzere herhangi bir değer alabilir. Sonuç olarak, otokorelasyon fonksiyonu beklenen kosinüs şeklini alamaz ve $f(t)$ başlangıç fazına bağlı olarak farklı şekiller alabilir. Bu durumda da otokorelasyon fonksiyonu evre uyumlu ortalama işlemi doğru bir şekilde yapılamaz ve N örnek aralığında $\frac{1}{2}$ lık çevrim sayısına sahip sinyallerin frekanslarının otokorelasyon fonksiyonu yoluyla belirlenmesi gerçekleştirilemez.

Varılan sonucun doğruluğu Şekil 2'deki sayısal örnek ile açık bir şekilde görülmektedir. İki farklı faz ($\theta = \pi$ ve $\theta = 3\pi/4$) ve tümlev hesaplama aralığında $\frac{1}{2}$ çevrime sahip sinüzoidal iki sinyal için hesaplanan otokorelasyon fonksiyon değerleri görüldüğü üzere birbirinden farklıdır. Sonuç korelogramlar $\frac{1}{2}$ çevrimi içermekte fakat bunların fazlarından dolayı beklenen kosinüs şekli elde edilememektedir. Bu sonuca göre ardışıl gelen ve farklı fazlara sahip olan sinyallerin evre uyumlu ortalama alma işleminde kullanılamayacağı açıktır. Hesaplamalarda kullanılan sinyal, ilgili parametreler ve hesaplama algoritması Şekil 2'de verilmektedir.

$$\begin{aligned} A &:= 1 & m &:= 1 & c &:= 1 \\ i &:= 0..63 & j &:= 0..31 & \tau &:= 0..31 \\ s_i &:= A \cdot \left(1 + m \cdot \sin \left(2 \cdot \pi \cdot c \cdot \frac{i}{64} + \theta \right) \right) & r_\tau &:= \sum_j s_j \cdot s_{j+\tau} \end{aligned}$$



Şekil 2. Ortalama değere sahip bir sinyalin otokorelasyon fonksiyonu gösterimi
a) sinyal faz açısı $\theta=\pi$, b) sinyal faz açısı $\theta=3\pi/4$.

Bu istenmeyen duruma Eşitlik 8'deki ikinci ve üçüncü terimlerin yol açtığı görülmektedir ve eğer Eşitlik 8 dikkatlice incelenirse ilk üç terimin sinyaldeki ortalama değerden dolayı geldiği görülmektedir. Öyleyse, bu istenmeyen durum sinyal ortalama değerinin hesaplanarak sinyalden arındırılması ile kolay bir şekilde çözülebilir. Ortalama değerden arındırılmış bir sinyalin otokorelasyon fonksiyonu şu şekilde verilir.

$$r_{xx}(t) = \frac{C_{av}^2 m^2}{2} \left[T \cos(\omega t) - \int_0^T \cos(2\omega t + \omega t + 2q) dt \right] \quad (9)$$

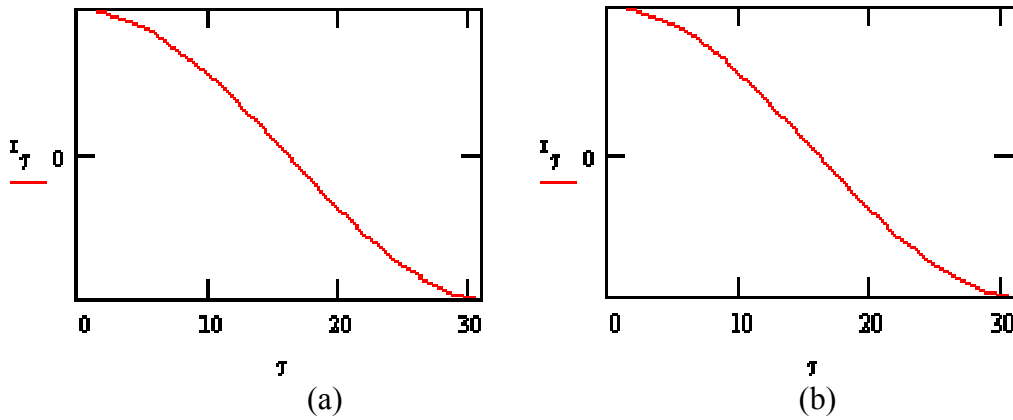
Önceden de belirtildiği üzere Eşitlik 8'deki ikinci terimin otokorelasyon fonksiyonuna katkısı birinciye göre çok küçük olduğu için bu terim rahatlıkla ihmal edilebilir. İkinci terimin ihmal edilmesi ile Eşitlik 9 şu şekilde verilir.

$$r_{xx}(t) = \frac{C_{av}^2 m^2 T}{2} \cos(\omega t) \quad (10)$$

Bu son durumda otokorelasyon fonksiyonu sadece $\cos(\omega\tau)$ tarafından belirlenir ve bu da her zaman için $f(t)$ faz başlangıç bilgisinden bağımsızdır. Şekil 2'de kullanılan örnek sinyaldeki ortalama değer çıkarılmasından sonra elde edilen otokorelasyon fonksiyonlarının çizimleri Şekil 3'te görülmektedir. Hesaplama sonucunda elde edilen veriler sinyal başlangıç faz açısının otokorelasyon fonksiyonunu etkilemediğini göstermektedir.

Sinyal frekans ölçme işlemi $\frac{1}{2}$ ile $N/2$ çevrim aralığında gerçekleştirmek için gerekli işlem basamakları belirlenmiş durumdadır. Parçacık korelatörlerinin örneklenmiş veri ile çalışmasından dolayı aynı işlemlerin bir de sayısallaştırılmış sinyal için yapılması gerekmektedir. Buradan elde edilecek sonuç sinyaldeki ortalama değer çıkarılması durumunda hangi bilginin de ayrıca hesaplanarak yer istasyonuna gönderilmesini belirtecektir.

$$s_i := A \cdot m \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot c \cdot \frac{i}{64} + \theta\right) \quad r_T := \sum_j s_j \cdot s_{j+1}$$



Şekil 3. Ortalama değeri çıkartılmış bir sinyalin otokorelasyon fonksiyonu gösterimi
a) sinyal faz açısı $\theta=\pi$, b) sinyal faz açısı $\theta=3\pi/4$

Eğer Eşitlik 6'da verilen $f(t)$ 'nin sinüzoidal kısmı örneklendiği olarak yazılırsa, elde edilecek yeni fonksiyon $f(n)$ ve onun otokorelasyon fonksiyonu bu yeni durumda sırasıyla şu şekilde yazılır.

$$f(n) = C_{av}(1 + mx_n) \quad (11)$$

$$r_{xx}(k) = C_{av}^2 \left[L + \sum_{n=1}^L m x_{n+k} + \sum_{n=1}^L m x_n + \sum_{n=1}^L m^2 x_n x_{n+k} \right] \quad (12)$$

Buradaki ilk üç terim Eşitlik 8'deki ilk üç terime, son terim ise Eşitlik 8'deki dördüncü ve sonuncu terimin toplamına karşılık gelmektedir. Örneklendiği ve ortalama değerden arındırılmış veri dizisi için otokorelasyon fonksiyonu şu şekilde yazılır.

$$r_{xx}(k) = C_{av}^2 m^2 \sum_{n=1}^N x_n x_{n+k} \quad (13)$$

Ortalaması alınmamış sinyalin otokorelasyon fonksiyonunu oluşturabilmek için $C_{av}^2 L$ değerinin uzay aracı üzerinde hesaplanarak otokorelasyon fonksiyon değerleri ile beraber yer istasyonuna gönderilmesi gerekmektedir.

4. SONUÇLAR

Uzay enstrümantasyonunda dalga-parçacık etkileşmesi sonucu meydana gelen modülasyonların belirlenmesi ve frekanslarının ölçülmesi önemli bir yer tutmaktadır. Modülasyon frekansını belirlemek için kullanılan tekniklerin en önemlilerinden bir tanesi otokorelasyon yöntemidir.

Bu çalışmada, modülasyon frekansı ölçme işlemini çok bitli otokorelasyon fonksiyonu kullanarak en büyük frekans eriminde sağlayacak bir yöntem önerilmiştir. En büyük frekans eriminin sağlanabilmesinin, sinyalin ortalama değerinin otokorelasyon alma işleminden önce sinyalden çıkartılması ile mümkün olacağı matematiksel olarak ve bilgisayar simülasyonu ile gösterilmiştir. Bu işlemden dolayı bilgi kaybına uğranmaması için yer istasyonuna otokorelasyon fonksiyonuna ilave olarak iletilmesi gereken bilgi de belirtilmiştir. Belirtilen yöntem uzay hesaplamalarında sınırlı işlemci gücü olmasından dolayı tek-bitli olarak kullanılan otokorelatörleri kapsamaz.

KAYNAKLAR

- Andre M. (1997): “Waves and Wave-particle Interactions in the Auroral Region”, J. Atmos. Solar-Terr. Phys., 59, pp. 1687-1712.
- Gough M.P. (1980): “A Technique for Rocket Borne Detection of Electron Bunching at Megahertz Frequencies”, Nucl. Inst. Meth., Vol. 177, p. 581.
- Gough M.P. (1998): “Particle Correlator Instruments in Space: Performance; Limitations, Successes, and the Future, Measurement Techniques in Space Plasmas: Particles”, American Geophysics Union, Geophysical Monograph, Vol. 102, pp.333-338.
- Johnstone A.D. (1978): “Pulsating Aurora”, Nature, Vol. 274, pp. 119-126.
- Kangas J., Chong C. (1995), “Pulsating Aurora-a review”, Antarctic Research, Vol. 6, No. 1, pp.39-50.
- Lynn P.A. (1989): “The Analysis and Processing of Signals”, The Macmillan Press LTD. England.
- Smith A.J. (1996): “Aspects of Wave-Particle Interactions at Mid-latitudes”, Adv. Space Res., 17 (10), pp. 213-222.
- Watkins N.W., Chapman S.C., Gough M.P., Forsbergin P.S. (1998): “Spacecraft Particle Autocorrelation and Cross Correlation, Measurement Techniques in Space Plasmas: Particles”, American Geophysics Union, Geophysical Monograph, Vol. 102, pp.319-324.