



İZDÜŞÜMLERE KEPSTRUM TEKNİĞİ UYGULANMASI İLE GÖRÜNTÜ ÇAKIŞTIRMA

(IMAGE REGISTRATION BY APPLYING THE CEPSTRUM TECHNIQUE TO THE PROJECTIONS)

Haldun SARNEL*

ÖZET / ABSTRACT

Ötelemesel görüntü çakıştırma probleminin Fourier dönüşümü yaklaşımıyla çözümü geçmişte iki-boyutlu evre ilintisi ve iki-boyutlu kepstrum tekniği ile yapılmıştır. Ancak her iki yöntem de büyük bir hesaplama yüküne sahiptir. Hesaplama yükünün azaltılması için, görüntülerin yerlerine onların tek-boyutlu izdüşümlerine evre ilintisinin uygulanması sonucu daha küçük bir öteleme erimi içinde başarılı sonuçlar alınabilmisti. Benzer bir yolla, kepstrum tekniğinin izdüşümlere uygulanmasına dayalı bir yöntemin geliştirilmesi ve sınanması bu çalışmanın konusudur. Bu yöntem, çakıştırılacak iki görüntünün aynı yöndeki izdüşümlerinin toplamsal kepstrumundan farksal kepstrumunu çıkartarak geliştirilmiştir. Spektrumların logaritma yerine kare kök olarak beyazlaştırılması ve yüksek geçiren süzgeçle şekillendirilmesi sonucu, tek-boyutlu evre ilintisi ile karşılaştırılabilir bir performans elde edilmiştir. Pratikte karşılaşılan gürültü seviyeleri için yöntemin, evre ilintisine göre biraz daha büyük öteleme farkı erimi verdiği görülmüştür. Farklı bulanıklık düzeylerine sahip iki görüntünün çakıştırılmasında gösterdiği üstünlük de deneysel olarak ortaya çıkartılmıştır. Karşılaştırmalı bir deneysel çalışmanın sonuçları ve uygulamaya ilişkin sorunlar sunulmaktadır.

Two solutions to the translational image registration problem through the Fourier transform approach were given by two-dimensional phase correlation and two-dimensional cepstrum technique in the past. However, both methods have a large computational load. Applying the phase correlation to the projections of images instead of themselves in order to reduce the computational load, satisfactory results were obtained in a smaller translational range. The subject of this work is first to develop a method based on the application of the cepstrum technique to the projections in a similar way, and then to test the method. The method has been developed by subtracting the differential cepstrum of the projections of the images to be registered from the additive cepstrum. A performance comparable to that of the 1-D phase correlation has been obtained through whitening the spectrums by the square-root instead of the logarithm and shaping by a high-pass filter. It has been seen that the method yields a larger translational range for the levels of noise frequently encountered in practice. It has also been experimentally revealed that the method is superior in registering two images with different levels of blurring. The results of a comparative experimental work and some issues regarding its application are presented.

ANAHTAR KELİMELER / KEY WORDS

Görüntü çakıştırma, Kepstrum tekniği, Görüntü izdüşümleri, Evre ilintisi
Image registration, Cepstrum technique, Image projections, Phase correlation

1. GİRİŞ

Bir miktar ortak altgörüntüyü herhangi bir yerinde bulunduran iki sayısal görüntünün bu ortak altgörüntü bölgesinde her noktası geometrik olarak üstüste gelecek şekilde hizalanmasına görüntü işleme literatüründe *görüntü çakıştırma (image registration)* denir. En basit görüntü çakıştırma işlemi, iki görüntü arasında sadece öteleme farkı olması durumunda bağıl yer değiştirmenin doğru ve hassas ölçümünü gerektirir. Bu çeşit çakıştırma işlemi, bir füzenin önceden seçilmiş bir hedefe güdümlenmesi (füzenin uçuşta video kamera ile elde ettiği bir dizi görüntüyü bir referans görüntüsüyle karşılaştırılması sayesinde) veya hareketli bir görüntüleme sisteminin hızının kısa ve bilinen bir zaman aralığıyla alınmış iki görüntüyü kullanarak ölçülmesi gibi pek çok uygulamanın ana konusu olmuştur. Bir manzaradaki değişikliklerin sezilmesi veya endüstriyel ürünlerin otomatik denetlenmesi gibi, aritmetik çıkartma işlemine dayalı görüntü işleme ve bilgisayarla görme uygulamaları da karşılaştırılan görüntülerin ancak başarıyla çakıştırılmasından sonra gerçekleştirilebilir.

Çakıştırılacak görüntüler arasındaki geometrik farklılığın sadece düzlemsel ötelemeyle sınırlı kaldığı yerlerde, iki-boyutlu evre ilintisi (2-D phase correlation) işaret işleme yaklaşımına dayalı yöntemler arasında üstün bir performans gösterir (Pearson vd., 1977) (Kuglin vd., 1979). İki-boyutlu Fourier dönüşümlerinin hesaplanması gerektiğinden bu yöntemin işlem yükü oldukça fazladır. Evre ilintisinin, görüntülerin yerlerine onların tek-boyutlu izdüşümlerine uygulanmasıyla, sonuçta çok daha az işlem gerektiren bir yöntem geliştirilmiş, (Alliney vd., 1986) ancak bunun daha küçük bir öteleme erimi içinde başarılı olduğu gösterilmiştir. Bu yöntem, ölçülebilir öteleme niceliğine getirdiği sınırın bir engel oluşturmadığı uygulamalarda tercih edilebilir. Tek-boyutlu evre ilintisinin genişbantlı gürültüye karşı, iki-boyutlu evre ilintisine göre çok daha fazla duyarlı olması ise onun en büyük sakıncası olarak gözükmektedir. Tek-boyutlu diğer görüntü izdüşümlerinin evre ilintilerini de kullanan, bu ilinti fonksiyonları arasındaki istatistiksel tutarlılığa dayalı bir yöntem (Sarnel, 1999) gürültüye karşı performansı artırabilmişse de donanım olarak gerçekleştirilmede güçlükler getirmiştir. Kepstrum tekniğinin görüntü çakıştırmada kullanımı evre ilintisine göre daha yenidir (Lee vd., 1987) ve yine iki-boyutlu Fourier dönüşümlerinin hesaplanmasını gerektirdiğinden işlem yükü bakımından önemli bir avantaj getirmemiştir. İki boyutlu evre ilintisi ile kapsamlı bir deneysel karşılaştırma yapılmamışsa da gürültüye karşı biraz daha dayanıklı olduğu ve küçük ölçek değişimlerine daha az duyarlı olduğu bildirilmiştir.

Bu makalede, öteleme görüntü çakıştırma probleminin çözümü için kepstrum tekniğinin tek-boyutlu görüntü izdüşümlerine uygulanması ele alınmıştır. Böylece, görüntü çakıştırmada kullanılan kepstrum tekniğindeki iki-boyutlu Fourier dönüşümlerinin tek-boyutlu dönüşümler ile yer değiştirmesi sonucu büyük bir hesaplama avantajı elde etmek hedeflenmiştir. Kepstrum tekniğini kullanan ama tek-boyutlu evre ilintisi ile karşılaştırılabilir bir performansı yakalamak için bazı ek düzenlemeler ile donatılan bir yöntem geliştirilmiştir.

Bu makalede sırasıyla; kepstrum tekniğinin tanımı ve görüntü çakıştırmadaki bilinen kullanımı verilmiş, sonra da görüntü izdüşümlerine uygulanması temel farklılıkları ile ele alınmıştır. Deneysel çalışma bölümünde önerilen yöntemin performansının tek-boyutlu evre ilintisinininki ile karşılaştırması yapılmıştır. Sonuç bölümünde de karşılaştırma sonrası bir değerlendirme yapılmış ve uygulama da dikkat edilecek noktalar belirtilmiştir.

2. KEPSTRUM TEKNİĞİ VE GÖRÜNTÜ ÇAKIŞTIRMADAKİ YERİ

Kepstrum tekniği ilk defa Bogert ve onun çalışma ekibi tarafından tanımlanmış ve kullanılmıştır (Bogert vd., 1963). Kendi yankısını içeren bir işaretin güç spektrumunun logaritmasında yankıdan dolayı toplamsal periyodik bir bileşenin bulunduğunu farkettiler. Bu bileşen, log-spektrumun ters Fourier dönüşümünde yankının gecikme süresine karşılık gelen noktada bir tepe oluşturarak gecikmenin bulunmasını sağlar. Bogert elde edilen fonksiyona *kepstrum* (*güç kepstrumu*) adını verdi. $f(x)$ 'in kepstrumunu $\hat{f}(x)$ ile gösterirsek,

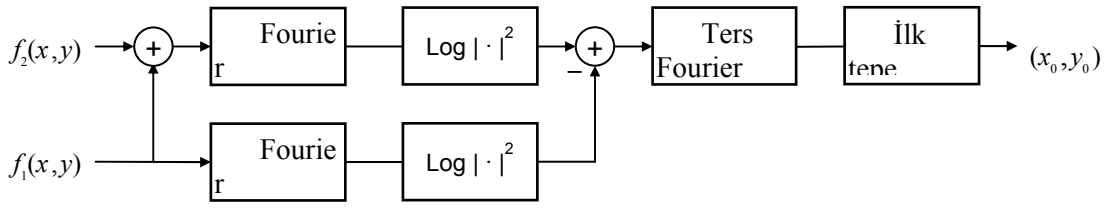
$$\hat{f}(x) = |\mathbf{F}^{-1}\{\log |\mathbf{F}\{f(x)\}|^2\}|^2 \quad (1)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada, bütün genlik bulma ve kare alma işlemleri kaldırılarak Fourier dönüşümünün kendisinin karmaşık logaritması alınır bu kez *karmaşık kepstrumun* tanımı yapılabilir. Kepstrum tekniğinin temelini evrişime homomorfik bir sistemin matematiksel modeli oluşturur (Oppenheim vd., 1975). Böyle bir sisteme iki ya da daha fazla işaretin evrişimi girerse, çıkışında sistemin bütün işaretlere bireysel cevaplarının toplamı görülür. Kepstrum teknikleri temel olarak yankılı işaretlerin analizinde kullanıldı. Güç kepstrumu işaret yankılarının geliş sürelerinin ve bağıl genliklerinin bulunmasında kullanılırken, karmaşık kepstrumun işlenmesi ise işaretin yankılardan arındırılmasını sağlıyordu. En çok radar, sonar, konuşma işaretinin işlenmesi, sismoloji ve görüntü işleme alanlarında kullanıldığı bilinmektedir (Childers vd., 1977).

Kepstrum tekniğinin görüntü çakıştırma için ilk defa kullanılmasını, retina görüntülerinin çakıştırılmasının amaçlandığı bir uygulamada görüyoruz (Lee vd., 1987) (Lee vd., 1988) (Lee vd., 1989). Burada (1) denklemi ile tanımlanmış olan güç kepstrumu kullanılmıştır. x_0 dikey, y_0 ise yatay yönde öteleme farkı bileşenlerini gösterebilir. Aralarında bir (x_0, y_0) düzlemsel öteleme farkının bulunduğu iki görüntünün toplamının güç kepstrumundan ilk görüntünün güç kepstrumu çıkartıldığında geriye görüntüler arasındaki bağıl ötelemenin tam katlarında beliren bir dürtü dizisi kalır. $\delta(x, y)$ dürtü fonksiyonunu ve $s(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y)$ iki görüntünün toplamını gösterirse,

$$\hat{s}(x, y) - \hat{f}_1(x, y) = A\delta(x, y) + B\delta(x \pm x_0, y \pm y_0) + C\delta(x \pm 2x_0, y \pm 2y_0) + \dots \quad (2)$$

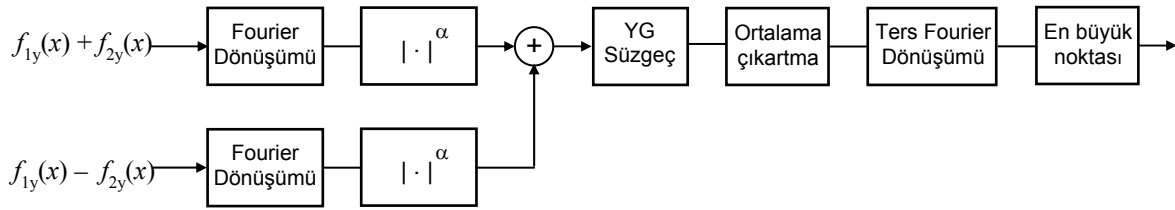
olur ve orijinden itibaren ilk tepe noktasının yeri (gerçek dünya uygulamalarında dürtü dizisinin yerini dar ve sivri tepeler dizisi alır) öteleme değerini verir. Aslında yapılan işlem, $s(x, y) = f_1(x, y) * [\delta(x, y) + \delta(x - x_0, y - y_0)]$ olduğu düşünüldüğünde evrişimin sağındaki iki dürtü toplamının güç kepstrumunun elde edilmesidir. Kepstrum orijine göre simetrik olduğundan, orijine yakın ilk tepe noktası kepstrum düzleminin sadece bir yarısında aranır ($x \geq 0$ veya $y \geq 0$). İki işaretin güç kepstrumun kepstrum bölgesinde hiç örtüşmemesi şartıyla (2) denklemindeki dürtü dizisi elde edilebilir. Aksi halde çıkartma işlemi log-spektrum ortamında yapılmalıdır. Buna göre kepstrum tekniğini kullanan basit bir görüntü çakıştırma yöntemi Şekil 1'de blok diyagram halinde verilmiştir. Dikkat edilirse ters Fourier dönüşümünden sonra genlik ve kare alma işlemlerinin kullanılmadığı görülür. Bu işlemlere, ters dönüşüm alındıktan sonra elde edilen dürtü dizisinde orijine en yakın uzaklıktaki ilk dürtü olan $\delta(x \pm x_0, y \pm y_0)$ daima pozitif bir katsayıya sahip olduğundan gerek duyulmamıştır.



Şekil 1. Kepstrum tekniğini kullanan basit bir görüntü çakıştırma yöntemi

3. KEPSTRUM TEKNIĞİNİN GÖRÜNTÜ İZDÜŞÜMLERİNE UYGULANMASI

Bu bölümde, kepstrum tekniğine dayalı görüntü çakıştırma yöntemindeki (Şekil 1) iki-boyutlu Fourier dönüşümlerinin yerini tek-boyutlu dönüşümlerin aldığı bir yöntem tanıtılacaktır. Blok diyagram halinde Şekil 2'de gösterilen yeni yöntem, görüntü izdüşümlerine evre ilintisinin uygulanabilmesi sonucundan hareketle benzer bir yaklaşımın kepstrum tekniği kullanan görüntü çakıştırma yöntemi için de olabileceği düşüncesinin gerçekleşmesidir. Hesaplama yükünde büyük bir avantaj getiren bu yöntemin gerçek zaman uygulaması iki-boyutlu kepstrum tekniğini kullanan yöntemle göre çok daha ucuz ve küçük boyutlu donanımlar kullanarak yapılabilir.



Şekil 2. Kepstrum tekniğinin izdüşümlere uygulanması için geliştirilmiş görüntü çakıştırma yöntemi. yatay izdüşümlere uygulandığında x_0 , dikey izdüşümlere uygulandığında ise y_0 bulunur. Kullanılan süzgeç yüksek geçiren (YG) türündendir.

Yöntem geliştirilirken kepstrum tekniğinin görüntü izdüşümlerine uygulanmasının getirdiği doğal farkın dışında, tek-boyutlu evre ilintisi ile karşılaştırılabilir bir performans elde etmek için gerekli bazı düzenlemeler de yapılmıştır. Kepstrumlar farkı yöntemi (KFY) olarak adlandırılan bu yöntemi, görüntülere kepstrum tekniğinin uygulandığı yöntemden (Şekil 1) farklılıklarını başlıklar halinde ele alarak aşağıda inceleyeceğiz.

3.1. Görüntülerin İzdüşümlerinin Elde Edilmesi

Görüntü izdüşümlerinin çakıştırma işleminde kullanılabilirliği izdüşüm-dilim teoremiyle açıklanabilir. Buna göre, görüntü düzleminde belirli bir açıda paralel ışınlar boyunca piksel değerlerinin toplanmasıyla elde edilen tek-boyutlu bir görüntü izdüşümünün Fourier dönüşümü, o görüntünün iki-boyutlu Fourier dönüşümünde frekans orijininin geçen ve izdüşüm ışınlarına dik yöndeki bir dilimini oluşturur. Bu teoremden hareket edilerek aralarında bir öteleme farkı bulunan iki görüntünün yatay izdüşümlerinin Fourier dönüşümleri F_{1y} ve F_{2y} arasında da sadece öteleme farkının dikey bileşeninden dolayı (3) denklemi ile verilen bir evre farkı (dönüşümün öteleme özelliğine göre) olduğu gösterilebilir.

$$F_{2y}(u) = F_{1y}(u) e^{-jux_0} \quad (3)$$

Böylece evre ilintisi veya Şekil 1'deki kepstrum tekniği iki görüntüye değil de onların yatay izdüşümlerine uygulanırsa dikey yöndeki öteleme farkı bulunabilir. Benzer işlem dikey izdüşümler için de tekrarlanırsa bu kez yatay yöndeki öteleme farkı bulunabilir. Ancak uygulamada, aralarında öteleme farkı bulunan iki görüntü de sınırlı bir dikdörtgen pencere içerisinde belli sayıdaki ayırık noktalarda örneklenerek elde edildiğinden iki görüntünün ayırık Fourier dönüşümleri sadece bir evre farkından ibaret değildir. Görüntüler arasındaki ortak olmayan altbölgeler genişledikçe Fourier dönüşümleri arasındaki öteleme özelliği ile sabit olan ilişkiden sapmalar da artar ve gerçek öteleme değerlerini bulmak zorlaşır. Bu nedenle özellikle görüntülerin yerine izdüşümlerinin bir görüntü çakıştırma yönteminde kullanılması oldukça hayal kırıcı sonuçlar verir. Yukarıda anlatılan olumsuz etkinin azaltılması için sayısal görüntülerin, çerçeve sınırları yakınında çok küçük değerlere sahip bir ağırlık fonksiyonu $w(x, y)$ ile (buna pencere fonksiyonu da denir) çarpılmasından sonra izdüşümlerinin alınması gerekmektedir. Böylece, ötelemeden dolayı görüntü kenarlarındaki ortak olmayan altbölgelerin izdüşümlere etkisi azaltılabilir. Buna göre $N \times N$ piksel boyutundaki sayısal bir görüntünün yatay ve dikey izdüşümleri aşağıdaki gibi hesaplanır (sadece f_1 için verilmiştir, f_2 'ye de aynı şekilde uygulanır).

$$f_{1y}(x) = \sum_{y=0}^{N-1} w(x, y) f_1(x, y) \quad \text{ve} \quad f_{1x}(y) = \sum_{x=0}^{N-1} w(x, y) f_1(x, y) \quad (4)$$

Uygun olan pencere fonksiyonlarının seçilmesiyle izdüşümlerin evre ilintilerini kullanarak öteleme farkının bileşenleri başarıyla (ama sınırlı bir öteleme erimi içerisinde) bulunmuştur (Alliney vd., 1986) (Sarnel, 1999).

Bu çalışmada kullanılan pencere fonksiyonu $w(x, y)$ dairesel simetrik, yükseltilmiş iki-boyutlu kosinüs şeklindedir ve aşağıdaki gibi tek-boyutlu kesit fonksiyonundan üretilebilir.

$$w(x, y) = W(x) W(y) \quad (5)$$

$$W(n) = 0.5 \left(1 - \cos \frac{2\pi n}{N} \right) \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (6)$$

3.2. Beyazlaştırıcı

Genelde kepstrum tekniğinde *beyazlaştırıcı* olarak logaritma kullanılır. Aslında beyazlaştırma, spektrumdaki büyük değerleri küçük değerlere yaklaştırılan bire-bir bir dönüşümün kullanılmasıdır. Logaritma, spektrumlarının çarpımını toplamsal hale dönüştürdüğünden, iki işaretin evrişimine uygulanan kepstrum tekniği için doğal bir seçimdir. Ancak, dar bantlı işaretlerle çalışılırken işaret-gürültü oranının düşük olduğu ve yankı genliğinin orijinal dalgacığın genliğine yaklaştığı uygulamalar için logaritmanın aşırı kuvvetli bir beyazlaştırıcı olduğu bildirilmiştir (Cohen, 1970). Bu durumlarda, güç spektrumunun kare kökünü kullanarak daha ılımlı bir beyazlaştırma önerilmiştir.

Bu çalışmada logaritmanın, özellikle gürültülü görüntülerin izdüşümlerinin spektrumlarını beyazlaştırmada kullanılmayacağı deneysel olarak gözlemlenmiştir. Şekil 2'deki yöntem esas alınmış, spektrum beyazlaştırıcı olarak hem logaritma hem de kare kök kullanılarak Şekil 3'teki test görüntüsü üzerinden elde edilen sonuçlar Şekil 5'te çizim şeklinde sunulmuştur. Logaritmanın işaret-gürültü oranını çok fazla düşürmesi sonucu yöntemin performansı evre

ilintisinininkine göre daha düşük çıkmaktadır. Kare kökün ($\alpha = 1$) veya iki defa arka arkaya kare kökün ($\alpha = 1/2$) beyazlaştırıcı olarak kullanılması sayesinde ise yöntemin performansının evre ilintisinininki ile (Alliney vd.,1986) karşılaştırılabilir düzeye çıktığı görülmektedir. Gerçekçi uygulamalar için düşünülen bu yöntemde, bu yüzden beyazlaştırıcı olarak kök kuvvet tercih edilmiştir.

3.3. Kepstrumlar Farkının Kullanılması

Şekil 2'deki blok diyagramda toplama bloğunun yeri ilk bakışta insanı yanıltsa da aslında yapılan, girişlerdeki iki işaretin kepstrumlarının farkının alınmasıdır. Yani, yukarıdaki toplamsal işaretin kepstrumundan aşağıdaki farksal işaretin kepstrumu çıkartılmaktadır. Toplama bloğundan ters Fourier dönüşüm bloğunun sonuna kadar yapılan işlemlerin doğrusal olduğuna dikkat edilirse bu kolayca anlaşılabilir. Aşağıda, kepstrumlar farkının analizi yapılarak sadece toplamsal kepstrumun kullanımına göre sağladığı avantaj gösterilmektedir. Analizi işlem kolaylığı yüzünden beyazlaştırıcı olarak logaritmayı varsayarak yapacağız.

f_1 ve f_2 çakıştırılacak iki görüntünün aynı yöndeki (yatay veya dikey) izdüşümleri olsunlar. İzdüşümlerin toplam ve farkı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} s(x) &= f_1(x) + f_2(x) = f_1(x) * [\delta(x) + \delta(x - x_0)] = f_1(x) * \delta_s(x; x_0) \\ d(x) &= f_1(x) - f_2(x) = f_1(x) * [\delta(x) - \delta(x - x_0)] = f_1(x) * \delta_d(x; x_0) \end{aligned} \quad (7)$$

$s(x)$ 'nin Fourier dönüşümünü $S(u)$ ile gösterirsek ve dönüşümün öteleme özelliğini kullanırsak aşağıdaki eşitlikler bulunur.

$$|S(u)|^2 = |F_1(u)|^2 |1 + e^{-jux_0}|^2 \quad (8)$$

$$\log |S(u)|^2 = \log |F_1(u)|^2 + \log 2 + \log (1 + \cos(ux_0)) \quad (9)$$

Eşitliğin son terimini kuvvet serisine açalım.

$$\log (1 + \cos(ux_0)) = \cos(ux_0) - \frac{1}{2} \cos^2(ux_0) + \frac{1}{3} \cos^3(ux_0) - \frac{1}{4} \cos^4(ux_0) + \dots \quad (10)$$

Benzer analiz $d(x)$ 'e de uygulandığında

$$\log |D(u)|^2 = \log |F_1(u)|^2 + \log 2 + \log (1 - \cos(ux_0)) \quad (11)$$

elde edilir ki (9) denkleminde tek farkı log terimin içindeki işaretin eksi olmasıdır. Bu terimin kuvvet serisine açılımı ise

$$\log(1 - \cos(ux_0)) = -\cos(ux_0) - \frac{1}{2}\cos^2(ux_0) - \frac{1}{3}\cos^3(ux_0) - \frac{1}{4}\cos^4(ux_0) + \dots \quad (12)$$

olur. (9) denkleminde (11) denklemini çıkartırsak $\cos(ux_0)$ 'ın tek sayılı kuvvetlerinden oluşan bir seri toplamı (13) kalır.

$$2\left(\cos(ux_0) + \frac{1}{3}\cos^3(ux_0) + \frac{1}{5}\cos^5(ux_0) + \dots\right) \quad (13)$$

Bütün çift olan n değerleri için $\cos^n(x)$ 'in Fourier serisi açılımında birinci harmonikler daima sıfırdır. Dolayısıyla bu terimlerin, (10) denkleminin ters Fourier dönüşümüyle elde edilen fonksiyonda $x = x_0$ 'daki tepeye hiç bir katkıları yoktur ve ortadan kalkmaları bir şey değiştirmez. Diğer taraftan, bütün tek olan n değerleri için $\cos^n(x)$ 'in Fourier serisi açılımında birinci harmonikleri vardır ve en büyük pozitif katsayıya sahiptirler. Bunun sonucunda (13) denkleminin ters Fourier dönüşümünde en büyük değere $x = x_0$ 'daki tepe sahip olacaktır. Kepstrumların farkı alınınca gelen 2 çarpanı, ters Fourier dönüşümünün sonucunu da aynen etkileyeceğinden $x = x_0$ 'daki tepenin diğer tepeler ile arasındaki farkını daha da açacaktır. O halde, (13) denkleminin ortaya çıkmasını sağlayan kepstrumlar farkının kullanılması daha iyi sonuç verecektir.

Beyazlaştırıcı olarak kök kuvvetin kullanılması durumunda ise kepstrumlar farkınının Fourier dönüşümü (yani toplama bloğunun sonucu) aşağıdaki gibi olacaktır.

$$(\sqrt{2})^\alpha |F_1|^\alpha \left[\left(\sqrt{1 + \cos(ux_0)} \right)^\alpha - \left(\sqrt{1 - \cos(ux_0)} \right)^\alpha \right] \quad (14)$$

Köşeli parantezler içindeki terimin kuvvet serisine açılımı da, sadece seri terimlerinin katsayıları farklı olacak şekilde (13) denklemi gibidir ve fark almanın sonucunda yine seri terimlerine 2 çarpanı gelir.

3.4. Yüksek Geçiren Süzgecin (YGS) Kullanılması ve Ortalama Çıkartma

Beyazlaştırılmış spektrumda çarpan olarak bulunan $|F_1|^\alpha$ terimi, idealde kepstrumlar farkının alınmasıyla ortaya çıkan dürtü dizisinin kepstrum ortamında bu terimin Fourier dönüşümü ile evrişimi anlamına gelir. Gürültünün artmasıyla çok sayıda parazit tepe ve tepeliklerin ortaya çıktığı durumlarda evrişimin etkisiyle bu parazitler azalır, dolayısıyla da performans yükselir. Ancak gürültünün olmaması ya da çok küçük olması halinde bu kez söz konusu evrişim sivri ve dar tepeleri bulanıklaştırıp, daha küçük ama geniş tepeler haline getirerek performansın düşmesine neden olur. Bu yüzden, beyazlaştırılmış spektrumda sıfır frekans civarında yoğunlaşmış olan $|F_1|^\alpha$ 'nın etkisinin bir yüksek geçiren süzgeç (YGS) ile azaltılması gerekir. Bu çalışmada kullanılan süzgecin transfer fonksiyonu (15) denklemi ile verildiği gibidir.

$$u < \beta N \text{ ve } u > N - \beta N - 1 \text{ için } H(u) = 0.5 \left(1 - \cos \frac{\pi u}{\beta N} \right)$$

$$u \geq \beta N \text{ ve } u \leq N - \beta N - 1 \text{ için } H(u) = 1, \quad u = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (15)$$

Burada YGS, mutlak söndürme bant genişliği B ile değil, normalize söndürme bant (NSB) genişliği $\beta = B/N$ ile tanımlandığı için herhangi bir N uzunluğundaki her spektrum dizisi için aynıdır. Yukarıda sözedildiği gibi yöntemin düşük gürültüdeki ve yüksek gürültüdeki performansları arasında bir ödünleşmenin olması, en iyi performansın sağlanması için uygulamada karşılaşılan görüntülerin bant genişliğine ve gürültünün düzeyine bağlı olarak uygun bir β değerinin seçilmesini gerektirir.

Bir başka iyileştirme işlemi de, beyazlaştırılmış spektrumun ortalama değerinin yaklaşık sıfırlanmasıdır. x_0 'ın bulunması kepsrumun en büyüğünü bulmaya dayandığı için ortalama çıkartma ile normalde oldukça büyük olan ve eklenen gürültünün gücüyle orantılı olarak daha da artan $x = 0$ 'daki kepsrum değeri sıfıra yaklaştırılır. Böylece x_0 'daki tepenin sezilmesini engelleyebilen bu değer ortadan kaldırılmış olur. Çıkartma işlemi sınırlı bir duyarlılıkta yapıldığından $x_0 = 0$ durumunda da doğru öteleme farkı bulunabilmektedir.

Kepsrumlar farkındaki ilk tepenin değil de en büyük tepenin (değerin) yerinin x_0 olarak kabul edilmesinin nedeni ilk tepenin yerinin yeterince kararlı olmamasındandır. Gürültünün artması ve kepsrumun zorunlu bir evrişimden geçmesi sonucunda tepeler rastgele ve biçimsiz şekiller alırlar. Hatta parazit tepelikler ortaya çıkarken bazı tepeler de birbiriyle örtüşürler. Bu da ilk tepenin x_0 'da olma olasılığını azaltır.

4. DENEYSEL ÇALIŞMA VE SONUÇLAR

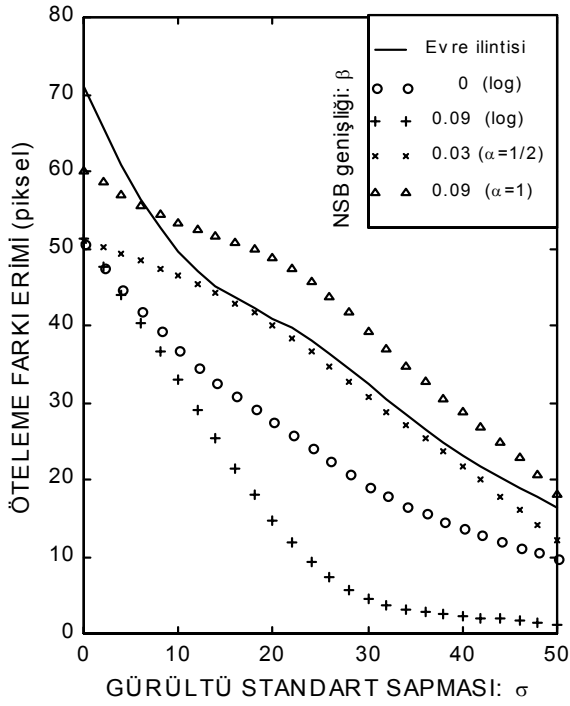
Deneysel çalışmada, Şekil 3'de görülen 350×350 piksel boyutunda ve 256 gri düzeyli, standart sapması 50 olan bir test görüntüsü kullanıldı. Test görüntüsünün sol üst köşesini dayanak olarak kesilen 256×256 piksel boyutunda bir alt görüntü $f_1(x, y)$ olarak seçildi. Sol üst köşesi test görüntüsünün sol üst köşesinden sağ alt köşesine uzanan çapraz ekseninde bulunan (böylece f_1 'e göre yatay ve dikey yönde aynı değerde ötelenmiş olan) bütün 256×256 piksel boyutundaki alt görüntüler kesilerek her biri $f_2(x, y)$ olarak tanımlandı. Sınanacak her bir f_1, f_2 görüntü çiftine standart sapması σ olan düzgün olasılık dağılımlı ve geniş spektrum bantlı beyaz gürültü dizileri eklendi. Her görüntü çifti pencere fonksiyonu ile çarpıldıktan sonra yatay ve dikey izdüşümleri alındı. Yatay izdüşümlere bir yöntemin uygulanması ile bulunan öteleme farkı bileşeni doğru olmayana kadar f_1 ile f_2 arasındaki öteleme farkı arttırılarak hem evre ilintisi hem de KFY sınanmaya devam edildi. Gürültünün artması sonucu ortaya çıkan bir piksellik hatalar da doğru kabul edildi. Böylece doğru değerlerin bulunabildiği öteleme farkı erimi belirlendi. Öteleme farkı eriminin bulunması σ sabit tutularak 10 farklı gürültü dizisi kullanarak tekrar edildi ve sonra ortalaması alındı. σ sıfırdan 50'ye kadar 5 birimlik adımlar halinde arttırıldı ve her σ değeri için öteleme farkı eriminin bulunması yukarıdaki gibi tekrar edildi. Bulunan değerlere eğri uydurma yöntemi



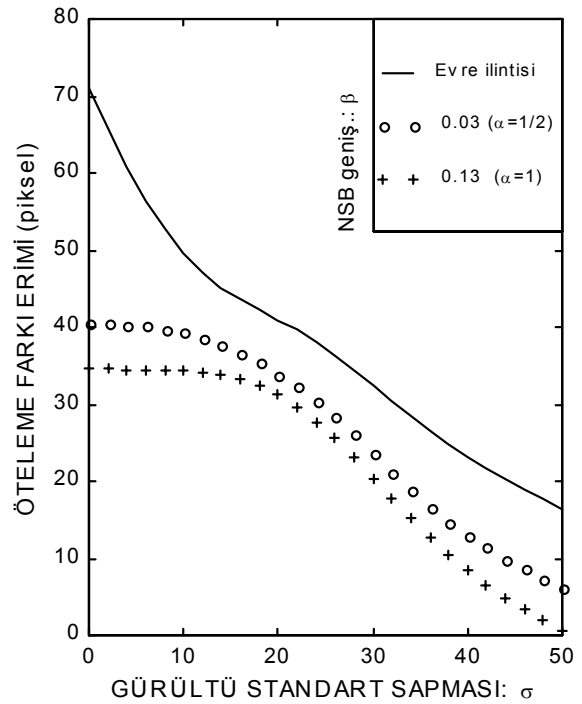
Şekil 3. Orijinal test görüntüsü



Şekil 4. Testgörüntüsünün bulanıklaştırılması ile elde edilen görüntü



Şekil 5. Beyazlaştırıcı olarak logaritma, kare kök ve kare kökün kare kökü kullanıldığında performansların evre ilintisinininki ile karşılaştırılması.

Şekil 6. Sadece toplamsal kepstrum kullanılması durumunda her iki α değeri için performansların evre ilintisinininki ile karşılaştırılması.

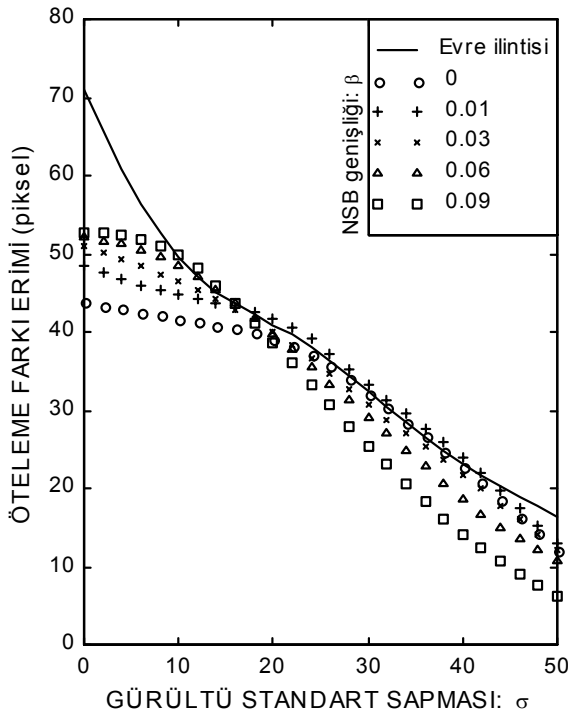
uygulanarak yatay izdüşüm performans eğrisi elde edildi. Dikey izdüşümlere de aynı işlemler uygulanarak dikey izdüşüm performans eğrisi bulundu. KFY'nin performansı YGS parametresi β 'nin değişik değerleri için ayrı ayrı eğriler halinde elde edildi.

İlk önce logaritmanın beyazlaştırıcı olarak kullanılması ile kök kuvvetlerin kullanılması arasında yatay izdüşümler için bir performans karşılaştırması yapıldı. Şekil 5'te görüldüğü gibi logaritma kullanan KFY evre ilintisine göre oldukça düşük bir performans göstermektedir. Kök kuvvetleri kullanan KFY ise kabul edilebilir bir performansa sahiptir. $\alpha = 1$ için daha iyi bir performans gözlenmektedir. Bölüm 3.3'te anlatıldığı gibi, kepstrumlar farkının kullanılmasıyla performansın iyileştirilebildiği deneysel olarak Şekil 5 ile Şekil 6'nın karşılaştırılması sonucu gözlenebilir. Şekil 6'da yatay izdüşümler için elde edilebilecek en iyi performans eğrilerini veren β değerleri seçilmesine rağmen sadece toplamsal kepstrumun kullanılması (Şekil 1'in izdüşümlere uygulanması ve beyazlaştırıcı olarak kök kuvvetlerin seçilmesi) durumunda performansın evre ilintisine göre çok düşük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla ancak kepstrumlar farkının görüntü izdüşümlerine uygulanmasıyla (Şekil 2) kabul edilebilir bir performansın elde edilebileceği anlaşılmaktadır.

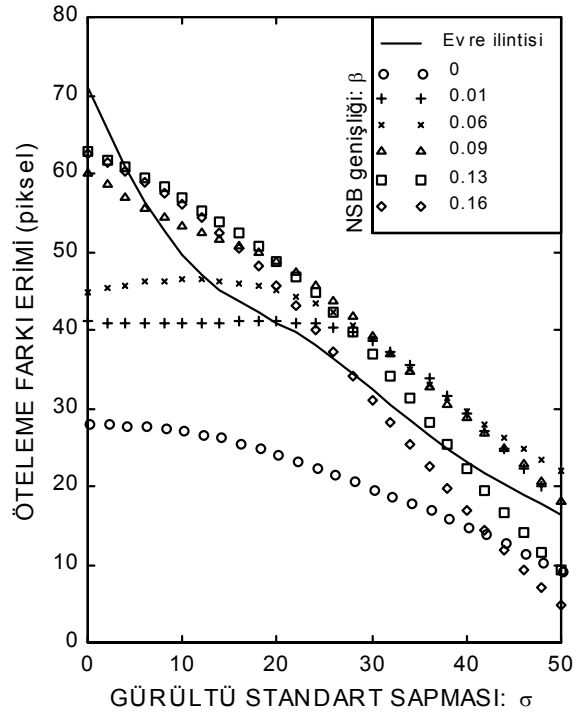
Kepstrum tekniğinin kullanıldığı çeşitli sayısal işaret işleme alanlarında, spektrum örtüşmesi etkisini azaltmak için sayısal işaretin sıfırla dolgulanarak uzunluğunun arttırıldığı bilinmektedir. Sıfırla dolgulamanın KFY üzerindeki etkisini incelemek amacıyla yapılan deneylerin sonucu yatay izdüşümler için Şekil 7 (dolgulama yokken) ve Şekil 8'de (izdüşüm uzunluğu kadar dolgulama varken), dikey izdüşümler için ise Şekil 9 ve Şekil 10'da verilmiştir. Sıfırla dolgulamanın hem evre ilintisi hem de KFY için özellikle büyük σ değerlerinde belirginleşen küçük bir performans artışı sağladığı görülmektedir. Ancak KFY için bu performans artışı β 'nin yeterli bir büyüklükte seçilmesi halinde elde edilebilmektedir. İzdüşüm uzunluğunun bir katından daha fazla sıfırla dolgulama yaparak da performans incelendiyse de farkedilebilir bir artış görülmedi.

Evre ilintisinin geniş bantlı gürültü ile bozulmuş dar bantlı işaretlere ve görüntülere uygulanması halinde performansının çok düştüğü bilinmektedir. Bu durumda KFY'nin nasıl bir performans göstereceğini anlamak için bir sınama yapıldı. Deneylerde orijinal test görüntüsünün yerine onun gaussian evrişim maskesi uygulanarak bulanıklaştırılmış (Şekil 4) bir görüntüsü kullanıldı. Böylece görüntünün ve izdüşümlerinin dar bantlı olması sağlandı. Yatay izdüşümlere sıfırla dolgulama yaparak elde edilen performans eğrileri Şekil 11'de görüldüğü gibidir. KFY'nin evre ilintisine göre önemli bir üstünlüğünün olmadığı söylenebilir. Yani o da evre ilintisi gibi dar bantlı görüntüler için daha düşük performansa sahiptir.

Bir başka sınama da f_1 ve f_2 'den birinin diğerine göre belirgin bir düzeyde daha bulanık olması durumunda yöntemin performansının evre ilintisinininki ile karşılaştırılması amacıyla yapıldı. Bu da gerçekçi uygulamalarda sık karşılaşılan bir durumu temsil ettiğinden önemli bir sınamadır. Bu durumda f_1 bulanık test görüntüsünden f_2 ise orijinal test görüntüsünden kesilerek üzerlerinde evre ilintisi ve KFY sınanmıştır. Performansların karşılaştırması Şekil 12'de gösterilmiştir. Buradan çıkartılan önemli bir sonuç, evre ilintisinin görüntüler arasındaki bulanıklık farkından olumsuz etkilenmesine karşın KFY'nin β 'nin yeterli bir büyüklükte seçilmesi halinde fazla etkilenmediğidir. Burada da $\alpha = 1$ için daha iyi bir performans gözlenmektedir.

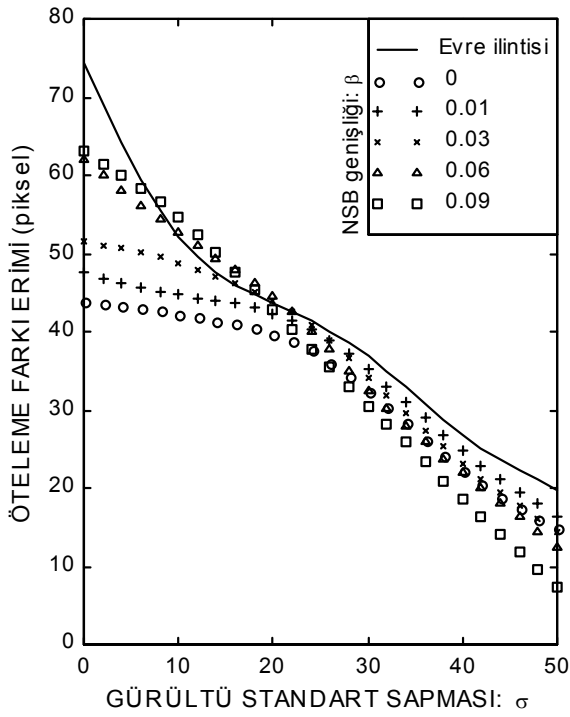


(a)

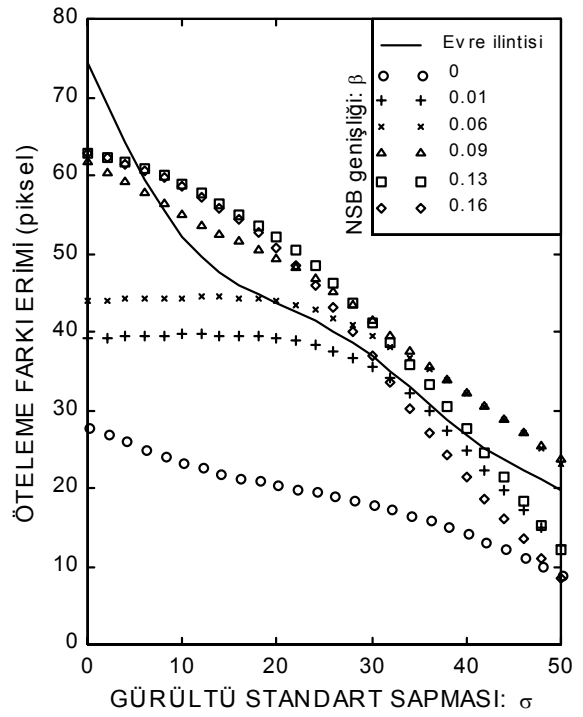


(b)

Şekil 7. Yatay izdüşümler için yöntemin sıfırla dolgulama yapılmadan elde edilen performansı.

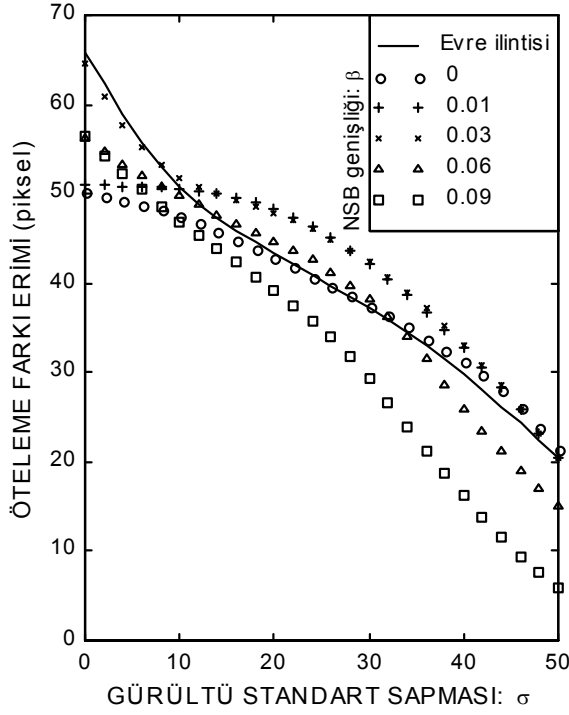
(a) $\alpha=1/2$, (b) $\alpha=1$.

(a)

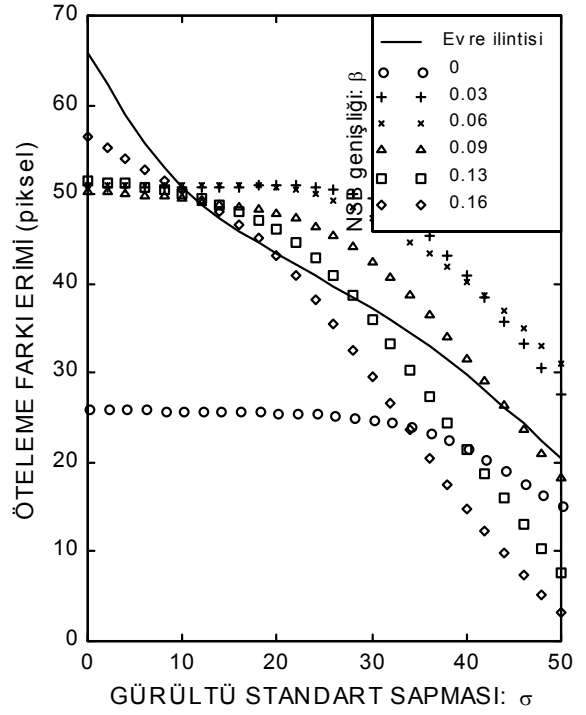


(b)

Şekil 8. Yatay izdüşümler için yöntemin, izdüşümün uzunluğu kadar sıfırla dolgulama yapılarak elde edilen performansı. (a) $\alpha=1/2$, (b) $\alpha=1$.

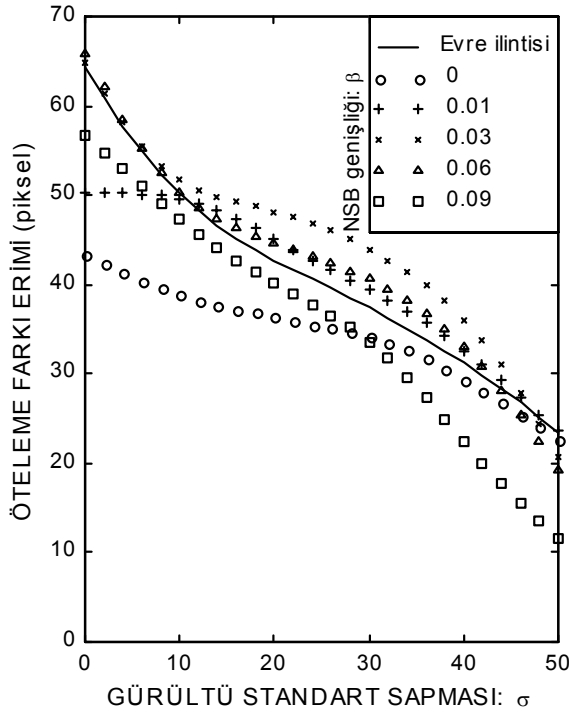


(a)

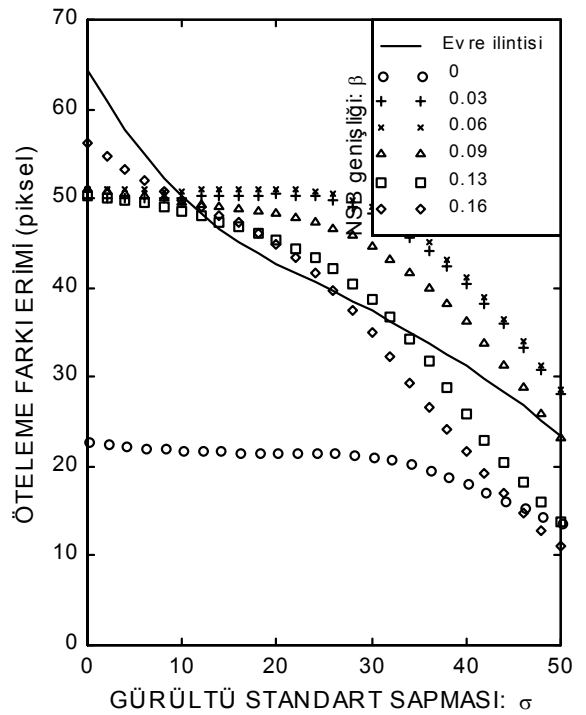


(b)

Şekil 9. Dikey izdüşümler için yöntemin, sıfırla dolgulama yapılmadan elde edilen performansı. (a) $\alpha = 1/2$, (b) $\alpha = 1$.

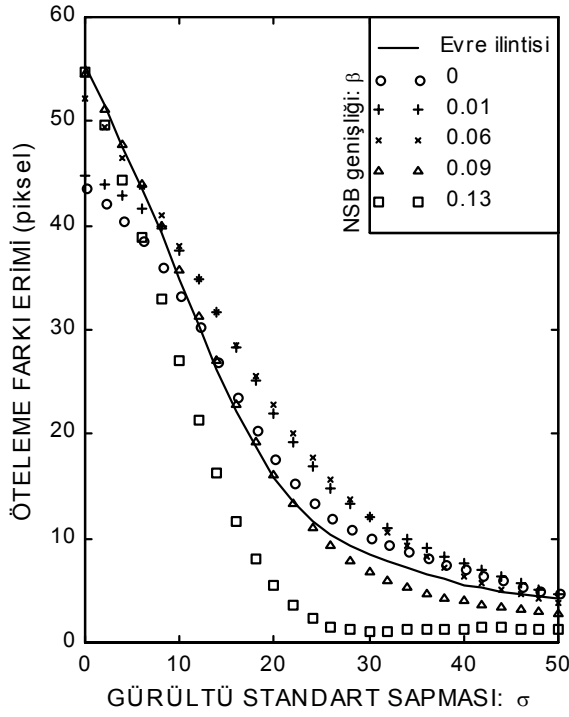


(a)

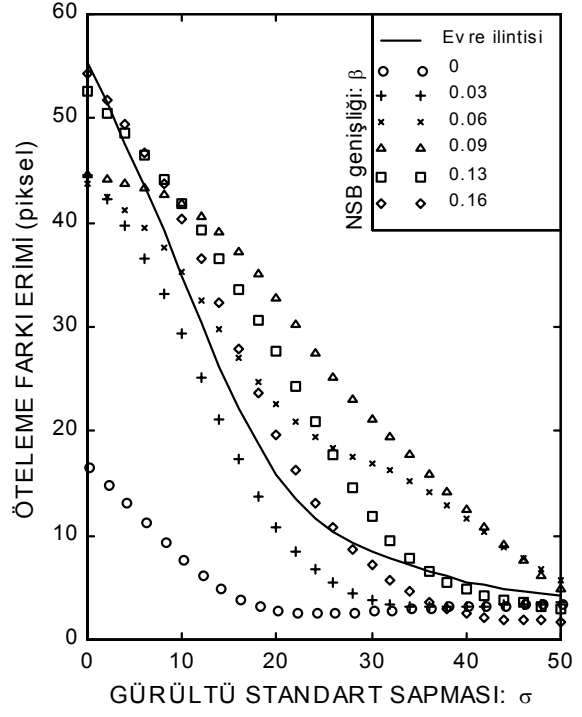


(b)

Şekil 10. Dikey izdüşümler için yöntemin, izdüşümün uzunluğu kadar sıfırla dolgulama yapılarak elde edilen performansı. (a) $\alpha = 1/2$, (b) $\alpha = 1$.

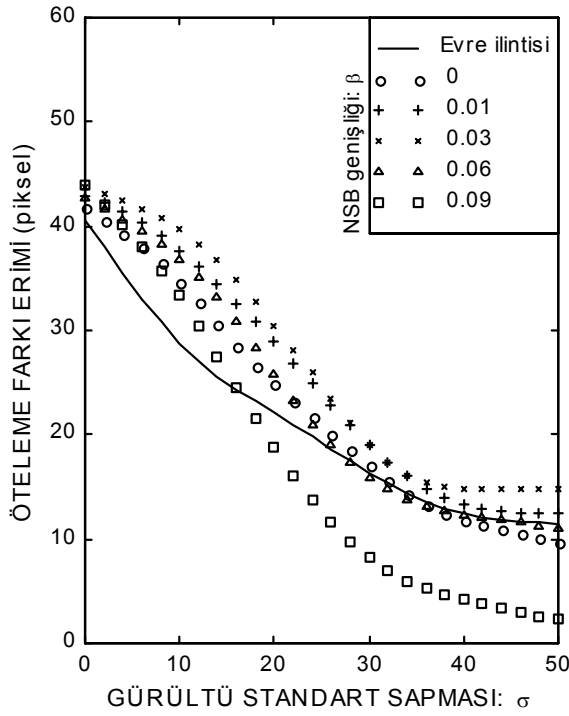


(a)

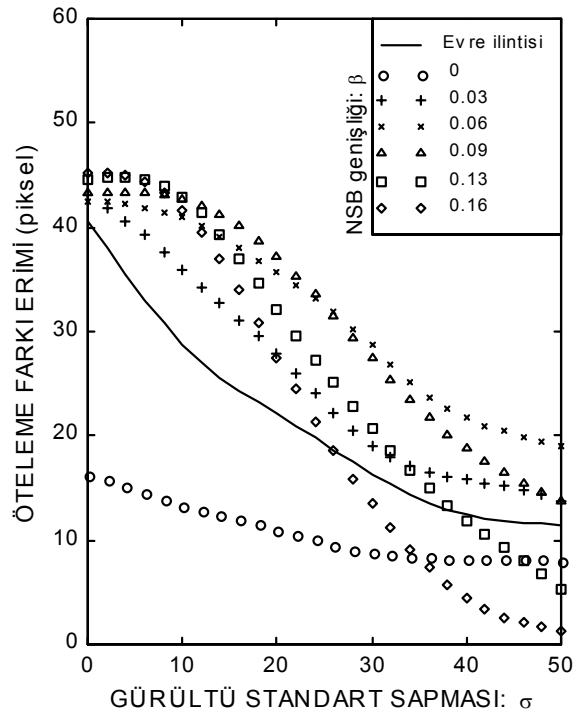


(b)

Şekil 11. Dar-bantlı görüntüler için yöntemin, izdüşüm uzunluğu kadar sıfırla dolgulama yapılarak elde edilmiş yatay izdüşüm performansı . (a) $\alpha = 1/2$, (b) $\alpha = 1$.



(a)



(b)

Şekil 12. Görüntülerden birinin diğerine göre daha bulanık olması durumunda yöntemin performansı. Yatay izdüşümlere uzunluğu kadar sıfırla dolgulama yapılarak elde edilmiştir. (a) $\alpha = 1/2$, (b) $\alpha = 1$.

5. SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Ötelemesal görüntü çakıştırma probleminin çözümü için kepstrum tekniğine dayalı ve tek-boyutlu görüntü izdüşümlerine uygulanan KFY tanıtılmıştır. Yöntemin kabul edilebilir bir performansa ulaşması ancak kepstrumlar farkının kullanılmasıyla ve spektrumun kare kökünün alındığı bir beyazlaştırmayla mümkündür. Görüntü izdüşümlerinin sıfırla dolgulanması, elde edilen performans artışı küçük olduğundan ve hesap yükünü artırdığından çekici gelmemektedir. Evre ilintisi ile yapılan performans karşılaştırmasında görülmüştür ki, KFY uygun bir söndürme bandına sahip bir YGS kullanıldığında gürültülü görüntüler için (pratikte en sık karşılaşılan σ değerlerinin 5-25 aralığında olduğu gözönüne alınırsa) biraz daha başarılı bir yöntemdir. KFY'ni çekici kılan ve pratik değeri olan başka bir özellik ise, çakıştırılacak görüntüler arasında belirgin bir düzeyde bulanıklık farkı olması durumunda performansının evre ilintisinininkine kadar düşmemesidir. KFY'nin elbette aleyhine de olan bir iki özelliği vardır. Dar bantlı görüntüler için performansındaki düşme evre ilintisinininkine yakındır. Gürültüsüz denebilecek ve ideal şartlarda alınmış görüntüler için evre ilintisine göre daha küçük bir öteleme erimi vermektedir. Performansı YGS'in söndürme bant genişliğine oldukça duyarlıdır (özellikle $\alpha = 1$ için). Bütün bunlara ek olarak KFY'nin öteleme farkı bileşenlerini sadece mutlak değerleri ile bulduğunu ve bunların işaretlerinin bulunması için ayrıca bir sınama ya da işlem yapılması gerektiğini belirtiriz.

KAYNAKLAR

- Alliney, S.; Morandi, C. (1986): Digital image registration using projections. “*IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*”, vol. PAMI-8, pp. 222-233.
- Bogert, B.G.; Healy, M.J.; Tukey, J.W. (1963): “Time Series Analysis”, M. Rosenblatt, Ed.; The quefrequency alanysis of time series for echoes: cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum, and saphe cracking. New York, Wiley, pp.209-243.
- Childers, D.G.; Skinner, D.P.; Kemerait, R.C. (1977): The cepstrum: A guide to processing. “*Proc. IEEE*”, vol. 65, pp. 1428-1443.
- Cohen, T. (1970): Source-depth determinations using spectral, pseudo-autocorrelation and cepstral analysis, “*Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*”, vol. 20, pp. 223-231.
- Kuglin, C.D.; Blumenthal, A.F.; Pearson, J.J. (1979): Map-matching techniques for terminal guidance using fourier phase information. “*SPIE (Digital Processing of Aerial Images)*”, vol. 186, pp.21-29
- Lee, D.J.; Krile, T.F.; Mitra, S. (1987): Digital registration techniques for sequential fundus images, “*Proc. SPIE*”, vol. 829, pp. 293-300.
- Lee, D.J.; Krile, T.F.; Mitra, S. (1988): Power cepstrum and spectrum techniques applied to image registration, “*Applied Optics*”, vol. 27, pp. 1099-1106.
- Lee, D.J.; Mitra, S.; Krile, T.F. (1989): Analysis of sequential complex images, using feature extraction and two-dimensional cepstrum techniques, “*J. Opt. Soc. Am. A*”, vol. 6, pp. 863-870.
- Morandi, C.; Piazza, F.; Capancioni, R. (1987): Digital image registration by phase correlation between boundary maps, “*IEE Proc. E, Comput. and Digital Tech.*”, vol. 134, pp. 101-104.
- Oppenheim, A.V.; Schaffer, R.W. (1975): “Digital Signal Processing”. Prentice-Hall
- Pearson, J.J.; Hines, D.C.; Golosman, S; Kuglin, C.D. (1977): Video-rate Image Correlation Processor. “*Proc. SPIE, Appl. of Digital Image Processing (IOCC 1977)*”, pp. 197-204.
- Reddy, B.S.; Chatterji, B.N. (1996): An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration. “*IEEE Trans. Image Processing*”, vol. 5, pp. 1266-1271.
- Sarnel, H. (1999): An extended 1-D phase correlation algorithm for image registration. “*Proc. IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*”, vol. 1, pp. 219-223.