Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Radyan'a ve Özelde π Sayısına İlişkin Kavramsal Bilgileri[*]

Conceptual Knowledge of Middle School Mathematics Teachers on Radian and on π in Special

Emrullah ERDEM[1], Sedat MAN[2]

Geliş Tarihi *Submitted by*	*05.03.2018*	*Kabul Tarihi* *Accepted by*	*22.11.2018*

Öz

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan kavramı ve özelde π sayısına ilişkin kavramsal bilgilerini incelemektir. Araştırma, Türkiye'nin dört ilindeki farklı sosyo-ekonomik çevrelerde bulunan ortaokullarda görev yapan ve farklı mesleki deneyime sahip 43 matematik öğretmeninin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri, katılımcıların radyan ve π sayısı hakkındaki bilgilerini ortaya çıkarmaya yönelik hazırlanan ve beş açık uçlu sorudan oluşan bir form vasıtasıyla toplanmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, ortaokul matematik öğretmenlerinin π'yi 22/7 kesri, çevre/çap ve 3,14 sabit sayısı olarak düşündükleri, alan ve çevre hesabı ve kolay işlem yapmak için kullandıkları görülmüştür. Bazı öğretmenler radyan ve derece arasında eşleme yapamamış ve sabit bir sayı olan π'nin iki farklı değerinin olamayacağını fark edememişlerdir. Ayrıca katılımcıların çoğunun merkez açının radyan olarak ölçüsünün gördüğü yayın uzunluğuna sadece birim çemberde eşit olduğunu bilmedikleri ve detaylı açıklama yapamadıkları ortaya çıkmıştır. Öte yandan, az sayıda katılımcı açıların sayı doğrusunda derece olarak gösterilemeyeceğini bunun yerine radyan karşılıklarının yazılacağını belirtmiştir. Bu bulgulardan hareketle, katılımcıların çoğunun radyan kavramına ilişkin eksik, yanlış ya da kavram yanılgılı bilgilere sahip olduğu söylenebilir.

Anahtar Sözcükler: Radyan, π sayısı, kavramsal bilgi, ortaokul matematik öğretmenleri

Abstract

This study aims to examine the conceptual knowledge of middle school mathematics teachers on radian and, especially, on π. The study was conducted with the participation of 43 middle school mathematics teachers who have different professional experience and work in schools that are located in socio-economically different environments in four cities of Turkey. The data were collected through a form which was created to reveal the knowledge of participants about radian and π. The form consists of 5 open-ended questions. Data was analyzed by content analysis. Results showed that the middle school mathematics teachers consider π as fraction of 22/7, perimeter/diameter and 3,14. The participants used it to calculate area and perimeter and perform ease of operation. Some of the teachers could not do any correspondence between radian and degree, yet they failed to notice that there cannot be two different values of π which is a constant. Besides, it was revealed that most of the participants were unfamiliar with the fact that the measure of the central angle, in radians, is equal to the length of the arc it faces, if and only if the circle is a unit circle, and they could not provide a detailed explanation. Also, a few of the participants referred that angles could not be shown as degrees on the number line and instead of that their radian conversions are shown. From these results, it can be said that most of the participants have deficient and incorrect knowledge and misconceptions about the concept of radian.

Keywords: Radian, π, conceptual knowledge, middle school mathematics teachers

Extended Abstract

---

[*]Bu çalışma, XII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

[1]**Sorumlu Yazar/Corresponding Author:** Emrullah ERDEM (Dr. Öğr. Üyesi), Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Adıyaman, Türkiye. E-Posta: eerdem@outlook.com

[2]Sedat MAN (Öğretmen), Milli Eğitim Bakanlığı, Şanlıurfa, Türkiye. E-Posta: sedatman@windowslive.com

Atıf/Citation: Erdem, E., ve Man, S. (2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan'a ve özelde **π** sayısına ilişkin kavramsal bilgileri. *Ege Eğitim Dergisi / Ege Journal of Education,* 19(2), 488-504. DOI: 10.12984/egeefd.401997

Introduction

One of the main reasons that students have difficulties in understanding mathematics subjects is that the teaching is not based on conceptual background. The students who cannot find the balance between conceptual and operational knowledge, who leave the conceptual knowledge aside, might structure the concepts in a deficient or incorrect way therefore they might have difficulties in conceptual learning. It is not surprising that many students consider trigonometry as one of the most difficult subjects of mathematics. Understanding the basic concepts of trigonometry is a prior condition to learn the trigonometry conceptually. The concept of angle and angular units are the significant concepts which are the basis of trigonometry. Degree and radian are the most common ones used among the angular units. The relationship between radian and real numbers are often ignored. The concept of radian is described as ''the ratio of the arc length to the radius of the circle'' (Akkoç & Akbaş Gül, 2010).

Even though π is a mathematical constant, it can be misinterpreted as two different numbers; π=3,14 and π=180^0. In order to correct this perception and to provide a correct relationship between degree and radian, it will be effective to state that 1 radian is $57,3^0$. It is possible to explain it with a sample; $\frac{\pi}{3}=\frac{3,14}{3}$=1,04 radian and if this result get multiplied with 1 radian's degree response (1 rad$\cong$ $57,3^0$), it will end up as 1,04. $57,3^0 \cong 60^0$. The above explanations show that there are some difficulties to understand the concept of radian. It is important and essential to analyze the knowledge of the teachers as the major implementers of the mathematics courses in middle schools. The objective of this study to examine the conceptual knowledge of middle school mathematics teachers on the concept of radian and π.

Method

As the current study examines the knowledge on the concept of radian distinctively, case study method which focus on a particular issue or situation was used. The study was conducted with the participation of 43 middle school mathematics teachers who have different professional experiences. These teachers were working in schools that are located in socio-economically different environments in four cities of Turkey. For the sake of ethics of this study, codes such as M1, M2, M3, … were used instead of the names of the participants. 24 of the participants had 0-10 years of experience, 14 of the participants had 10-20 years of experience and 5 of the participants had 20-30 years of experience. While delivering the opinions of the teachers, their professional experience levels as years were also delivered as data.

As data collection tool, a form consisting 5 open ended questions was used in order to reveal the knowledge of participants about the concepts of radian and π. Experts on mathematics education were consulted to ensure the questions in the form are proper for the study. Three mathematics teachers were asked to fill the form in order to measure if the questions are clear to understand or not and these teachers were not included in the real study. Then, the questions were reorganized according to the feedback and the final version of the form was created. For the sake of the reliability of the study, the teachers were asked to fill the form in the same environment with the researchers. Data analysis method was the content analysis. In this context, two researchers analyzed the data in this study and created codes. The categories formed out of the codes were juxtaposed and compared then 5 main categories were achieved. In order to ensure reliability in coding, Miles and Huberman's (1994) reliability formula was used (reliability= number of agreements/number of agreements + disagreements). For this study, coding reliability was calculated as 0.90. Also, for each category, participant opinions were directly presented.

Results and Discussion

Analysis showed that the middle school mathematics teachers consider π as fraction of 22/7, perimeter/diameter and 3,14. They used it to calculate area and perimeter and ease of operation. Some of the teachers could not do any correspondence between radian and degree, yet they failed to notice that there cannot be two values of π which is a constant. Besides, it was revealed that most of the participants were unfamiliar with the fact that the measure of the central angle, in radians, was equal to the length of the arc it faces, if and only if the circle was a unit circle, and they could not provide a detailed explanation. Also, a few of the participants referred that angles could not be shown as degrees on the number line and instead of that they could be written as radians.

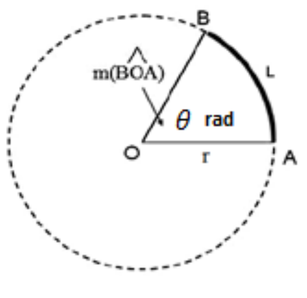
From the results, it can be said that most of the participants have either deficient, wrong or misleading knowledge about the concept of radian. The conceptual knowledge that middle school mathematics teachers have on angular units and the knowledge that students have on the similar issues can be compared for the future studies. In this way, it can be detected how teachers' conceptual knowledge over students' conceptual learning is. On the other hand, there should be more relevant curriculum activities to provide more time for supporting teachers' conceptual learning on mathematics subjects. In addition to this, it can be stated that the subjects about the angular units (especially radian) on the middle school and high school course books should be reviewed.

Giriş

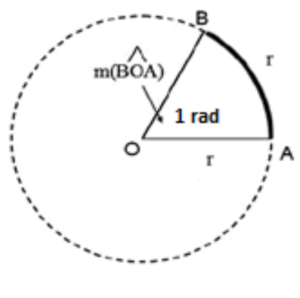
Öğrencilerin matematik konularını anlamada güçlük yaşamalarının temel sebeplerinden biri, öğretimin sağlam bir kavramsal alt yapıya dayanmamasıdır. Bir konunun etkili öğretilmesi, sağlam bir kavram temeli üzerine inşa edilmesine bağlıdır. Hiebert ve Carpenter (1992) kavram bilgisinin, bağlı olduğu bilgi parçacıkları arasındaki bağ sayısının artmasıyla oluşabileceğini belirtmişlerdir. Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir (Soylu ve Aydın, 2006). Bir öğrencinin farklı temsiller arasında geçiş yapabilmesi için kavramları ilişkilendirebilmesi, matematik diline çevirebilmesi ve problemi çözmek için gerekli bağıntı ve formülleri kullanabilmesi gerekir (Lesh ve Doerr, 2003). İyi bir işlem bilgisine sahip olmak, belki problemleri hızlı çözmeye yardımcı olabilir ancak her zaman iyi matematik yapılacağı anlamına gelmez. Matematikte etkili ve kalıcı öğrenme ancak işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesiyle mümkündür (Baki, 1998). Bu iki bilgi arasında dengeyi ve geçişi sağlayamayan, kavram bilgisini arka plana iten öğrenciler kavramları eksik ya da yanlış yapılandırabilir ve dolayısıyla kavramsal öğrenmede güçlükler yaşayabilir.

Birçok öğrencinin, trigonometrinin matematiğin öğrenilmesinde en fazla güçlük yaşanılan konular arasında olduğunu düşünmesi şaşırtıcı değildir. Trigonometrik kavramların öğrenilmesi üst düzey düşünme becerisi gerektirdiğinden öğrencilerin bu kavramlarda güçlükler yaşamaları olasıdır (Çetin, 2011). Bu durumun ortaya çıkmasında; (a) konunun soyut olması ve öğrencilerin motivasyon eksikliği (Durmuş, 2004), (b) trigonometriyi oluşturan temel kavramların anlaşılmaması (Steckroth, 2007), (c) geleneksel öğretmen merkezli yaklaşımın dayattığı ezberci uygulamaların yapılması ve öğrencilere trigonometriyi görselleştirebilme imkânı sunan zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının sunulmaması (Demetgül, 2001), (d) öğrencilerde sağlam bir kavramsal temel oluşturulmadan soyut kavramların öğretilmesi (Harel, 1989) gibi nedenlerin etkili olduğu belirtilmektedir. Trigonometride temel kavramların anlaşılması, trigonometrinin kavramsal olarak öğrenilmesi için ön koşul niteliğindedir. Açı kavramı ve açı ölçü birimleri trigonometriye temel teşkil eden önemli kavramlardandır.

Derece ve radyan, açı ölçü birimlerinden en çok kullanılanlarıdır. Derece gibi bir açı ölçü birimi olan radyanın reel sayılarla ilişkisi genellikle göz ardı edilmektedir. Bu durum, zayıf bir radyan imajının oluşmasına, reel sayıları radyan olarak görememe, radyanın tanımını yapamama ya da radyanı yay uzunluğu olarak görememe ve trigonometride kullanılan π'yi 180 derece olarak düşünme gibi kavram yanılgılarına neden olmaktadır (Akbaş, 2008). Radyan kavramı "merkez açının gördüğü yayın uzunluğunun çemberin yarıçap uzunluğuna oranıdır" (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010) şeklinde tanımlanmaktadır (Bakınız Şekil 1-a).



Şekil 1-a. *r yarıçaplı çemberde θ radyanlık açının gördüğü L uzunluğundaki yay parçası*



Şekil 1-b. *r yarıçaplı çemberde 1 radyanlık açının gördüğü r uzunluğundaki yay parçası*

Şekil 1-a'da BOA açısının radyan cinsinden değeri m($\widehat{BOA}$) = θ $= \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{r}}$ ile hesaplanır (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Şekil 1-b'de görüldüğü gibi merkez açının radyan olarak karşılığı m($\widehat{BOA}$) $= \frac{r}{r}$ = 1 radyan olur ki bu ise 1 radyanın *bir çemberde yarıçap uzunluğundaki yay parçasını gören merkez açıya eşit* olduğunu gösterir. Bu hesaplamayla, birim çemberde r=1 br olduğu göz önüne alındığında, bu açının radyan cinsinden ölçüsü m($\widehat{BOA}$)= $\frac{\mathrm{L}}{1} = \mathrm{L}$ olur. Böylece, "sadece birim çemberde merkez açının radyan olarak ölçüsü gördüğü yayın uzunluğuna eşittir" ifadesinin doğruluğu gösterilmiş olur. Birim olmayan çemberde bu ifadenin doğru olmadığı L= m($\widehat{BOA}$).r eşitliğinden görülebilir. Bu hesaplamayla ayrıca açının radyan olarak karşılığının birimsiz olduğu görülebilir. Başka bir deyişle, açı ölçü birimi olarak radyanın iki uzunluğun oranı olduğundan bir reel sayı olacağı anlaşılabilir.

π sayısı sabit bir sayı olmasına rağmen iki farklı sayı gibi π=3,14 ve π=180^0 olarak yanlış algılanabilmektedir. Bu yanılgıyı gidermede ve radyanla derece arasında doğru ilişki kurulmasında, 1 radyanın yaklaşık 57,3^0 olduğunun verilmesi etkili olur. Bunu bir örnekle şu şekilde açıklamak mümkündür: $\frac{\pi}{3} = \frac{3,14}{3} \cong$1,04 radyan olur ki bu sonuç 1 radyanın derece karşılığı (1 rad≅57,3^0) ile çarpılırsa 1,04. 57,3^0 ≅ 60^0 olur. Yarıçapı 1 birim olan bir dairenin alanının π br^2 olduğu ve her çemberin çevresinin çapına oranının da sabit ve π'ye eşit olduğu söylenebilir. Açı, Çap, Çevre, Pi arasındaki bağıntı*; Çemberin Çevre uzunluğu, Çap uzunluğunun Pi (π) katıdır* (Bekdemir, 2012) şeklinde belirtilmektedir.

Radyan kavramına ilişkin literatür; öğrencilerin (Akbaş, 2008; Akkoç ve Akbaş Gül, 2010; Güntekin ve Akgün, 2011; Orhun, 2004; Özaltun Çelik ve Bukova Güzel, 2016; Steckroth, 2007), öğretmen adaylarının (Akkoç, 2008; Fi, 2003; Tuna, 2013; Topçu, Kertil, Akkoç, Yılmaz ve Önder, 2006) ve öğretmenlerin (Topçu vd., 2006) radyan kavramı ile ilgili yanılgılara sahip olduklarını göstermiştir. Bu çalışmaları şu şekilde özetlemek mümkündür: Fi (2003) matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının radyan kavramına ilişkin bir takım yanılgılarının olduğunu belirlemiştir. Öğretmen adaylarının radyan kavramını tanımlayamadıkları, derece ile yapılan işlemleri radyana tercih ettikleri ve "1 radyan 180^o dir" yanılgısına sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Orhun (2004) öğrencilerin trigonometri konusunun öğretmen merkezli ve ezbere dayalı olarak öğretildiği sınıfta, dik üçgende açılarla ilgili soruları yaptıkları ancak radyan kavramına ve trigonometrik fonksiyonlara ilişkin soruları çözmede başarısız olduklarını tespit etmiştir. Topçu ve diğerleri (2006) öğretmen ve öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmalarında katılımcıların radyan kavramına ilişkin imajlarının derece imajları kadar yeterli olmadığını ortaya çıkarmışlardır. Kendileriyle mülakat yapılan katılımcılar, radyanı yay uzunluğunun yarıçap uzunluğuna oranı olarak ifade edememiş, radyana ilişkin kavramsal sorulara cevap vermede zorluk yaşamış ve radyanı reel sayı olarak düşünememişlerdir. Steckroth (2007) yaptığı çalışmasında radyan kavramına ilişkin yanılgıların radyan imajının yetersiz olmasından kaynaklandığını ortaya koymuştur. Öğrencinin radyan imajının güçlenmesiyle birim çemberde gösterememe, reel sayılarla radyan arasında ilişki kuramamama, yayın uzunluğu ile açının ölçüsü kavramlarını karıştırma gibi yanılgıların giderileceğini belirtmiştir. Akbaş (2008) yaptığı çalışmasında öğrencilerin radyan kavramına ilişkin sahip oldukları kavram yanılgılarını gidermeye yönelik bir öğretim yöntemini tasarlamayı amaçlamıştır. Bu yöntemde radyanın birim çemberde yay uzunluğuna eşit olarak tanımlanması ve trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olmasının nedenleri gibi konulara vurgu yapılarak radyan kavramına ilişkin öğrenci yanılgılarının giderilmesi hedeflenmiştir. Çalışmanın sonucunda, bu yöntemle öğrenim gören öğrencilerin radyanı kavramsal olarak anladıkları bunun sonucu olarak reel sayılar, radyan ve trigonometrik fonksiyonlar arasında ilişki kurmada başarılı oldukları tespit edilmiştir. Akkoç ve Akbaş Gül (2010) 10. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmalarında grupların birindeki öğrencilerle ölçü birimlerine başlarken dereceye hiç değinilmeden radyanın tanımı verilmiştir. Radyanın tanımı verilmeden önce konuya çemberde bir yayın ölçüsünün ve uzunluğunun farklı kavramlar olduğu vurgulanarak giriş yapılmıştır. Ardından radyan kavramı sözel olarak tanımlanmış ve grafik üzerinde gösterilmiştir. Herhangi bir çemberde ve birim çemberde 1 radyan, radyanın tanımı kullanılarak açıklanmıştır. Bir çemberin yarıçap uzunluğunda parçalara bölündüğünü gösteren bir grafik verilmiş, ardından örnekler sunulmuştur. Böylece bu gruptaki öğrencilerin radyanın tanımını öğrenmenin yanı sıra daha önceden öğrendikleri 1 radyanın ne anlama geldiğini görme imkânları da olmuştur. Bu şekilde öğretim yapılan grupta, öğrencilerin radyanın tanımını yapmakta ve radyanı yay uzunluğu olarak görmekteki güçlüklerinin giderilmesi yönünde daha fazla gelişmeler gözlenmiştir. Güntekin ve Akgün (2011) yaptıkları araştırmalarının sonucunda; öğrencilerin açı ölçü birimlerinin birbirlerine dönüştürülmesinde, açıların radyan cinsinden ifadesinde güçlükler yaşadıklarını ve radyan cinsinden verilen açıyı dereceye çevirme eğiliminde olduklarını tespit etmişlerdir. Tuna (2013) matematik öğretmen adaylarının derecenin tanımını nispeten yapabildiklerini ancak radyan kavramının tanımını yapmada dolayısıyla radyana ilişkin kavramsal bilgilerinde oldukça yetersiz olduklarını tespit etmiştir. Özaltun Çelik ve Bukova Güzel (2016) yaptıkları araştırmalarında öğrencilerin birimi derece olan açıların esas ölçüsünü bulmayı kolaylıkla yaparken birimi radyan olan açılar için sıkıntılar yaşadıklarını belirlemişlerdir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Yukarıda açıklanan literatür, radyan kavramının anlaşılmasında zorlukların yaşandığını göstermektedir. Radyan kavramı, ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2013) ilk kez 6. sınıf düzeyindeki “Bir çemberin uzunluğunun çapına oranının sabit bir değer olduğunu ölçme yaparak belirler” kazanımının öğretiminde geçmektedir. 7. sınıfta ise “Çemberde merkez açıları, gördüğü yayları ve ölçüleri arasındaki ilişkileri belirler” kazanımı öğretilirken verilmektedir. Dolayısıyla radyan kavramında yaşanılan zorlukların giderilmesinde bu kavramın ilk defa öğretilmeye başladığı ortaokul yıllarında görev yapan öğretmenlere önemli görevler düşmektedir. Ancak ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan kavramına ilişkin kavramsal bilgilerini inceleyen araştırmalara pek rastlanmamıştır. Bu bağlamda ortaokul matematik dersi öğrenme ortamlarının esas yürütücüleri olan öğretmenlerin bu kavramlarla ilgili bilgilerini incelemenin önemli ve gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan kavramı ve özelde π sayısına ilişkin kavramsal bilgilerini ortaya çıkarmaktır.

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu çalışmada katılımcıların özel olarak radyan kavramına ilişkin bilgileri derinlemesine incelendiğinden, belli bir konu ya da durum üzerinde yoğunlaşma fırsatı veren (Yin, 2011) özel durum deseni kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırma, Türkiye'nin dört ilindeki farklı sosyo-ekonomik çevrelerde bulunan ortaokullarda görev yapan ve farklı mesleki deneyime sahip 43 matematik öğretmeninin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar belirlenirken öğretmenlerin çalışmaya katılmak için gönüllü olmaları esas alınmıştır. Araştırmanın etiği açısından katılımcıların isimleri yerine M1, M2, M3, … gibi kodlar kullanılmıştır. Katılımcıların 24'ü *0-10* yıl, 14'ü *10-20* yıl ve 5'i ise *20-30* yıl arasında mesleki deneyime sahip olan öğretmenlerdir. Öğretmenlerin görüşleri doğrudan aktarılırken yıl olarak mesleki deneyimleri de verilmiştir.

Verilerin Toplanması

Veri toplama aracı olarak, katılımcıların radyan kavramı ve π sayısına ilişkin kavramsal bilgilerini ortaya çıkarmak amacıyla literatürde radyan kavramıyla ilgili yapılan araştırmaların sonuçlarından faydalanarak hazırlanan 5 açık uçlu sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. Örneğin, Fi'nin (2003) *öğretmen adaylarının radyan kavramını tanımlayamadıkları ve "1 radyan* 180^o *dir"* yanılgısına sahip oldukları sonuçlarından hareketle, araştırmadaki 1. ve 2. Sorular; Topçu ve diğerleri (2006) ve Steckroth (2007) çalışmalarında *katılımcıların radyana ilişkin kavramsal sorulara cevap vermede zorluk yaşamları ve yay uzunluğu ile açının ölçüsü kavramlarını karıştırmaları* sonuçlarından hareketle 3. Soru; yine Steckroth (2007)'un çalışmasında *katılımcıların reel sayılarla radyan arasında ilişki kuramadıkları* ve Akbaş (2008)'ın *trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olmasının nedenleri gibi konulara vurgu yapılarak radyan kavramına ilişkin öğrenci yanılgılarının giderilebileceği* sonuçlarından hareketle 4. ve 5. Soru hazırlanmıştır. Formdaki soruların çalışmanın amacına uygun olup olmadığı hususunda matematik eğitimi uzmanlarının görüşlerine başvurulmuştur. Form, gerçek uygulamaya katılmayan üç ortaokul matematik öğretmenine uygulanarak soruların anlaşılır olup olmadıkları kontrol edilmiş ve anlaşılmayan sorular düzeltilerek formun son hali verilmiştir. Formda yer alan maddeler (sorular) şu şekildedir: "*(1) Matematikte "π" kavramı nedir? (2)* $\pi=3,14$ *mü yoksa* $\pi=180^0$ *midir? (3) Açı ölçüsü ve yay uzunluğu arasında nasıl bir ilişki vardır? (4) Matematikte "π" sayısına neden ihtiyaç duyulmuştur? (5) Sayı doğrusunda 0°, 45°, 60°, 120°, 270° gibi ifadeler yazılabilir mi? Neden? Açıklayınız.''.* Araştırmanın güvenirliği açısından katılımcıların formu okulda araştırmacılarla aynı ortamda doldurmalarına dikkat edilmiştir. Form, 30 dakika ile 1 saat arasında değişen zaman dilimlerinde doldurulmuştur. Ayrıca bulgular sunulurken her bir kategoriye ait sayısal veriler de verilmiştir. İstatistiksel verilerin kullanılmasındaki amaç, genellemeye ulaşmak değil, ulaşılan sonuçlara ilişkin genel bir resim sunmak ve objektifliği sağlamaktır. Nitekim nitel araştırmalarda genellenebilirlik, sadece ele alınan olayların veya insanların düşüncelerini göstermekle kalmayıp, bunun yanında aynı sürecin farklı durumlarda da farklı sonuçlara yol açabileceğini gösteren teori de ortaya koymaktadır (Yıldırım, 2010).

Verilerin Analizi

Elde edilen verilerin analizinde, içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizinde veriler detaylı bir şekilde incelenir ve betimsel yaklaşımla fark edilmeyen kavram ve temalar keşfedilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu bağlamda, araştırmanın verileri iki araştırmacı tarafından derinlemesine incelenip kodlar oluşturulmuş ve kodlardan elde edilen kategoriler karşılaştırılarak üzerinde uzlaşılan beş kategoriye ulaşılmıştır. Kodlama güvenirliğini sağlamak için Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlik formülünden (güvenirlik=görüş birliği/(görüş birliği+görüş ayrılığı) yararlanılmıştır. Bu araştırma için kodlama güvenirliği 0.90 olarak hesaplanmıştır. Öte yandan her bir kategoriye ilişkin bazı katılımcı görüşleri doğrudan aktarılmıştır. Yıldırım ve

Şimşek (2011) araştırmada elde edilen verilerin ve bunlara ilişkin araştırmacıların ulaştığı sonuçların ve yorumların veri kaynakları ile teyit edilmesinde yarar olacağını, veri kaynakları ile oluşturulacak bir teyit mekanizmasının ulaşılan sonuçların gerçeği temsil etmede ne derece yeterli olunduğunun anlaşılmasında araştırmacıya yardımcı olacağını belirtmişlerdir. Nitel bir çalışma yürüten araştırmacının varsayımlarını, önyargılarını ve araştırmadaki kendi rolünü eleştirel bir şekilde ortaya koyması, araştırmanın niteliğini arttıracaktır (Daymon ve Holloway, 2010). Bu bağlamda her bir kategori altında sunulan katılımcı görüşlerine ilişkin yorumlamalar yapılmış ve çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Araştırmanın geçerliği ve güvenirliğini sağlamaya yönelik alınan önlemlerin genel çerçevesi Yıldırım (2010)'ın belirttiği stratejilerden faydalanarak şu şekildedir: Elde edilen verilerde anlaşılmayan ya da detaylandırılmak istenen hususlar katılımcı teyidiyle düzenlenmiştir. Araştırmaya ve ulaşılan sonuçlara ilişkin farklı bakış açıları geliştirmek için uzman incelemesine başvurulmuştur. İki araştırmacı verileri bağımsız bir şekilde analiz ettikten sonra ulaştıkları kategoriler karşılaştırılmış böylece araştırmacı çeşitlemesi yapılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgularla uyuşmayan veya benzer araştırma sonuçlarıyla karşılaştırma yapılmıştır. Ulaşılan sonuçlarla ters düşen örnekler nedenleriyle açıklanarak çalışmanın niteliği arttırılmaya çalışılmıştır. Araştırmacılar, araştırma sonuçlarına ilişkin varsayımlarını, eleştiri ve önerilerini sunarak farklı yorumlar getirmişlerdir. Katılımcıların kimler olacağı, kendileriyle nerede, ne kadar ve ne zaman bir araya gelindiği belirtilerek araştırmanın sınırlarını ortaya konmuştur. Araştırmanın verileri, ulaşılan sonuçlar ve yapılan yorumlar arasında bağlantılar kurularak tutarsızlıklar giderilmeye çalışılmıştır. Araştırmaya yanlılık katacak örnekler değil de verilen cevapların genelini yansıtacak katılımcı görüşleri doğrudan aktarılmıştır. Katılımcılardan daha detaylı görüşler almak amacıyla kendilerine araştırma sorularının yanında "Neden bu şekilde düşünüyorsunuz?" "Nasıl?" "Başka ne olabilir?" gibi çeşitli sondalar yöneltilmiştir. Son olarak araştırmaya katılan öğretmenlerin gönüllü olmalarına özen gösterilerek elde edilecek verilerin tutarlı olmaları sağlanmıştır. Bu şekilde bir yol izlenerek okuyucuların verilerin toplanması, analizi, yorumlanması ve sunulması kısaca araştırmanın doğasını tüm yönleriyle anlamaları sağlanabilir.

Bulgular

Bu bölümde, içerik analizi sonucunda elde edilen kodlara ilişkin frekans ve yüzde değerlerine ve her bir kategoriye ilişkin katılımcı görüşlerine yer verilmiştir.

Tablo 1.

Katılımcı Görüşlerinin Kod/Kategorilere Göre Frekans ve Yüzdeleri

Kategori	Kod	Frekans (f)	Yüzde (%)
π sayısının farklı anlamlarını düşünme	Kesir olarak düşünme	3	7
	Çevre/çap olarak düşünme	35	81
	3,14 sabiti olarak düşünme	17	40
π sayısının kullanım amacını açıklama	Alan ve çevre hesabı yapmak için	23	53
	İşlem kolaylığı için	4	9
Açı ölçü birimlerini karıştırma	Radyan ve derece arasında eşleme yapamama	24	56
	π'nin 3,14 ve 180^0 gibi iki değere eşit olduğunu düşünme	13	30
Sayı doğrusunda açı ölçü	Dereceyi negatif olamayacağı için sayı	4	9

birimlerini doğru anlama	doğrusunda göstermeme		
	Sayı doğrusunda derecenin radyan karşılığını birimsiz olarak düşünme	5	12

(Tablo 1'in devamı)

Birim çemberi gözden kaçırma	Merkez açının radyan olarak ölçüsünün gördüğü yayın uzunluğuna sadece birim çemberde eşit olduğunu bilememe	38	88
	Detaylı açıklama yapamama	33	77

Tablo 1'de görüldüğü gibi katılımcıların büyük bir çoğunluğunun (% 88) merkez açının radyan olarak ölçüsünün gördüğü yayın uzunluğuna sadece birim çemberde eşit olduğunu bilmedikleri ortaya çıkmıştır. Katılımcıların yarısından fazlasının (% 56) açı ölçü birimleri radyan ve derece arasında eşleme yapamadıkları belirlenmiştir. Çoğu katılımcının (% 81) π sayısının anlamını çevre/çap olarak düşündükleri görülmüştür. Ayrıca sayı doğrusunda açı ölçü birimi olarak derecenin birimsiz olduğu için radyan karşılığının yazılacağını bilenlerin sayısının az (% 12) olduğu ortaya çıkmıştır. Bunların yanı sıra katılımcıların az (% 7) bir kısmının π sayısını kesir olarak düşündüğü ve % 40 oranında katılımcının ise π sayısını sabit bir sayı olarak düşündüğü ortaya çıkmıştır. π sayısının kullanım amacı olarak, alan ve çevre hesabı yapmak olarak savunanlar katılımcıların % 53'ü ve işlem kolaylığı olarak savunanlar ise katılımcıların % 9'unu oluşturmaktadır. Ayrıca katılımcıların % 30 gibi bir çoğunluğu π'nin 3,14 ve 180^0 gibi iki değere eşit olduğunu düşünmektedir. Katılımcıların % 9'u dereceyi negatif olamayacağı için sayı doğrusunda gösteremeyeceğini savunmaktadır. Katılımcıların % 77'si ise birim çember konusunda detaylı açıklama yapamamaktadır. Aşağıda her bir kategoriye ilişkin bazı öğretmenlerin görüşleri aktarılmış ve açıklanmıştır.

π sayısının farklı anlamlarını düşünme

2 katılımcı, π'yi kesir ve çevre/çap olarak iki anlamını beraber düşünmüştür. 1 katılımcı ise π'yi kesir ve 3,14 sabiti olarak düşünmüştür. 12 katılımcının ise π'yi çevre/çap ve 3,14 sabiti olarak birlikte düşündükleri görülmüştür. Bunun yanı sıra hiçbir katılımcının π'nin üç anlamını birlikte düşünmediği ortaya çıkmıştır. Bu yöndeki bazı katılımcı görüşleri aşağıdaki gibidir:

M34: *Çemberin çevresinin çapına oranından elde edilen kesir yani 22/7 ile ifade edilen sayıdır…* (14 yıl)

M28: *π = 3,14 sabit (çevre/çap) bir orandır…* (8 yıl)

M43: *π = çevre/çap…* (21 yıl)

Katılımcılar, π sayısının genelde üç farklı anlama geldiğini ifade etmişlerdir. Örneğin M34, π sayısının anlamı olarak kesir ifadesini vermiştir. Bu katılımcı, π sayısının sabit değeri olan 3,14 … karşılığına değinmemiştir. M28 ise π'nin sabit değerini vermiş ayrıca çevre/çap ifadesini de kullanmıştır. M43 ise π sayısının çevre/çap ifadesine eşit olduğunu belirtmiştir. Ancak bir çemberin ya da çembersel bölgenin çevresinin çapına oranı şeklinde belirtilmesi daha uygun olurdu. Ayrıca π'nin sadece bir değerinin (3,14… sayısı) olduğunun, çemberin çevresinin çapına oranının π'ye eşit olduğunun bilinmesi önemlidir.

π sayısının kullanım amacını açıklama

Sadece 1 katılımcı π sayısının her iki kullanım amacını düşünürken, 17 katılımcı ise bu iki kullanım amacını düşünememiştir. Bu yöndeki bazı katılımcı görüşleri aşağıdaki gibidir:

M36: *Çemberde çevreyi, dairede çevre ve alanı hesaplamak için kullanılır…* (15 yıl)

M16: *Matematiksel hesaplamaların daha kolay yapılması için ihtiyaç duyulmuştur…* (3 yıl)

M34: *Çemberin çevresi, yay uzunluğu ve daire alanını hesaplamak için gereklidir…* (14 yıl)

Katılımcılar, π'nin matematikte farklı işlevlerinin olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin, M36 π sayısının çemberde çevreyi (2πr), dairede ise çevre (2πr) ve alanı (πr^2) hesaplamada kullanıldığını kastetmiştir. M16'nın ifade ettiklerinden, hesaplamaların ondalıklı bir ifade olan 3,14… sayısı yerine π ile yapıldığında daha sade ve anlaşılır sonuçların çıkacağını düşündüğü söylenebilir. M16, π'nin bu şekilde kullanımının hem kolaylık hem de zamandan tasarruf sağladığını düşünmüştür. M34 ise M36 ile benzer görüşte olup, π sayısının çemberin çevresini, yay uzunluğunu ve dairenin alanını hesaplamak için gerekli olduğunu ifade etmiştir.

Açı ölçü birimlerini karıştırma

13 katılımcı, π sayısının iki değerinin olduğunu savunmuştur ancak radyan ve derece arasında eşleme yapamamışlardır. Bu yöndeki bazı katılımcı görüşleri aşağıdaki gibidir:

M24: *π hem yaklaşık olarak 3,14'e hem de 180° ye eşittir. Yarıçapı 1 olan çemberin çevresi bulunurken 2π olarak bulunur ki aynı çember yayı 2π yani 360° olarak bilinir. Dolayısıyla π =180°…* (6 yıl)

M34: *Çemberin çevresi, yay uzunluğu veya dairenin alanı bulunacaksa burada kullanılan 3,14'tür. 180° ise genelde trigonometride kullanılan ve açı belirtmek için kullanılan radyandır…* (14 yıl)

M31: *π irrasyonel bir sayıdır. Yani virgülden sonrası düzenli değildir. Fakat işlemlerde kolaylık olsun diye virgülden sonra ilk iki basamağı alınarak (3,14) işlem yapılır. Derece cinsinden ise yarıçap önemli olmadığı için 2π=360° dolayısıyla π=180° olarak alınır…* (10 yıl)

Katılımcılar, özellikle bu soruda eksik ya da yanlış cevaplar vermişlerdir. Örneğin M24, π'nin iki karşılığı olduğu gibi bir yanlış bilgiye sahiptir. M24, π'nin hem 3,14'e hem de 180° ye eşit olduğunu ifade etmiştir. M34'ün de M24'e benzer bir yanlış bilgiye sahip olduğu görülmüştür. M34, "180° ise genelde trigonometride kullanılan ve açı belirtmek için kullanılan radyandır" şeklinde görüş belirterek derece ve radyan arasındaki farkı açıklayamamıştır. M31 de derece ve radyan arasında doğrudan eşitlik kurarak π=180° şeklinde yazmıştır.

Sayı doğrusunda açı ölçü birimlerini doğru anlama

Katılımcılar, sayı doğrusunda derecenin negatif olamayacağı için gösterilemeyeceğini bu nedenle sadece radyan karşılığının gösterilebileceğini düşünememiştir. Bu yöndeki bazı katılımcı görüşleri aşağıdaki gibidir:

M26: *Sayı doğrusu hem pozitif hem de negatif sayıları içerir, derece negatif olamaz…* (7 yıl)

M3: *Sayı doğrusunda uzunluk belirtilir. Reel sayılar kullanılır fakat 0°, 45°, 60°, 120°, 270° bunlar açı ölçüleridir ve açı ölçüleri de belli bir uzunluk belirtmez. Fakat 270°=3π/2, 180°=π, 90°=π/2 şeklinde yazılabilir…* (2 yıl)

M29: *Açıları yazmak için iki boyut lazım (XY ekseni), sayı doğrusu ise tek boyutludur (X)* … (11 yıl)

Katılımcılar, sayı doğrusunda negatif sayıların varlığına dikkat çekerek derecenin negatif olamayacağından sayı doğrusunda gösterilmediğini belirtmişlerdir. Örneğin, M26 sayı doğrusundaki sayıların negatif olabileceği, derecenin ise negatif olamayacağı için sayı doğrusunda yazılmayacağını ifade etmiştir. M3 ise sayı doğrusunda reel sayıların yer aldığını ve bu nedenle açı ölçüsü olarak derecenin uzunluk belirtmediğini ifade etmiştir. M3'ün derecenin uzunluk belirtmeyeceğini, reel sayı karşılığı olan radyana dönüştürüldükten sonra sayı doğrusunda gösterilebileceğini savunduğu söylenebilir. Ancak M3, radyan ve derece arasında doğrudan eşitlik kurulamayacağını bilememektedir. M29 ise derecenin tek boyutta gösterilemeyeceğini, sayı doğrusunun tek boyutlu olduğundan derece için uygun olmadığını düşünerek farklı bir görüş sunmuştur.

Birim çemberi gözden kaçırma

5 katılımcı, merkez açının radyan olarak ölçüsünün gördüğü yayın uzunluğuna sadece birim çemberde eşit olduğu ifadesine yakın bir açıklama yapmıştır. Bu yöndeki bazı katılımcı görüşleri aşağıdaki gibidir:

M18: *Merkez açının ölçüsü ile gördüğü yayın ölçüsü birbirine eşittir…* (5 yıl)

M22: *İkisi de eşittir …* (6 yıl)

M31: *Merkez açı köşesi merkez üzerinde olan açı olduğu için direkt olarak gördüğü yayın ölçüsüne eşit olması lazım…* (10 yıl)

M13: *Evet, çemberde merkez açının ölçüsü ile gördüğü yayın ölçüsü birbirine eşittir. Ancak çemberin boyutları değiştiğinde merkez açı aynı olsa bile gördüğü değer aynı olmamalıdır. Bu yüzden çemberin merkez açısı ile gördüğü yayın değerleri arasında orantı olduğunu söylemek daha doğru olur…*(3 yıl)

M15: *Evet vardır. Merkez açının ölçüsü arttıkça yayın ölçüsü de artar. Ayrıca yayın uzunluğu ile merkez açı arasında şöyle bir bağıntı kurulabilir.*

Yay=2πr.α/360… (3 yıl)

Katılımcıların çoğunun bu kategoriye ilişkin de yanlış bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Radyan ölçüsü, bir çemberde merkez açıya karşılık gelen yay uzunluğunun yarıçapa oranıdır. Katılımcılar, merkez açı ile gördüğü yay ve yarıçap arasındaki ilişkiye değinmemiştir. M18, merkez açının ölçüsü ile gördüğü yayın ölçüsünün birbirine eşit olduğunu radyan ya da derece olarak belirtmeden ifade etmiştir. M22 de ikisi de eşittir diye ifade etmiş ancak detaylarından bahsetmemiştir. M31 de benzer şekilde merkez açı ile gördüğü yayın eşit olması gerektiğini belirtmiştir. M13 doğru açıklamayı yaparak "*çemberin boyutları değiştiğinde merkez açı aynı olsa bile gördüğü yayın değeri aynı olmamalıdır. Bu yüzden çemberin merkez açısı ile gördüğü yayın değerleri arasında orantı olduğunu söylemek daha doğru olur"* şeklinde ifade etmiştir. M13, bu eşitliğin açı ölçüsü ancak radyan olduğunda geçerli olacağını belirtmemiştir. M15 ise "*Merkez açının ölçüsü arttıkça yayın ölçüsü de artar. Ayrıca yayın uzunluğu ile merkez açı arasında bağıntı kurulabilir*" ifade ederek açı ölçüsü ile yay uzunluğu arasında bir eşitlik kurmuştur. Katılımcıların, bu kategoride genelde açı ölçüsü ile yay uzunluğunun nasıl eşit olacağına ilişkin beklenen bilgiyi veremedikleri ve detaylı açıklama yapamadıkları görülmüştür.

Tartışma ve Sonuç

Bu araştırma, ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan kavramı ve özelde π sayısına ilişkin kavramsal bilgilerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular, katılımcıların çoğunun radyan kavramına ilişkin bilgilerinin eksik, yanlış ya da kavram yanılgılı olduğunu göstermiştir. Yapılan araştırmalarda da, öğrencilerin (Akbaş, 2008; Akkoç ve Akbaş Gül, 2010; Güntekin ve Akgün, 2011; Orhun, 2004; Özaltun Çelik ve Bukova Güzel, 2016; Steckroth, 2007), öğretmen adaylarının (Akkoç, 2008; Fi, 2003; Topçu vd., 2006; Tuna, 2013) ve öğretmenlerin (Topçu vd., 2006) radyan kavramı ile ilgili yanılgılara sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Bu bulgular detaylandırıldığında şu sonuçlara ulaşılmıştır.

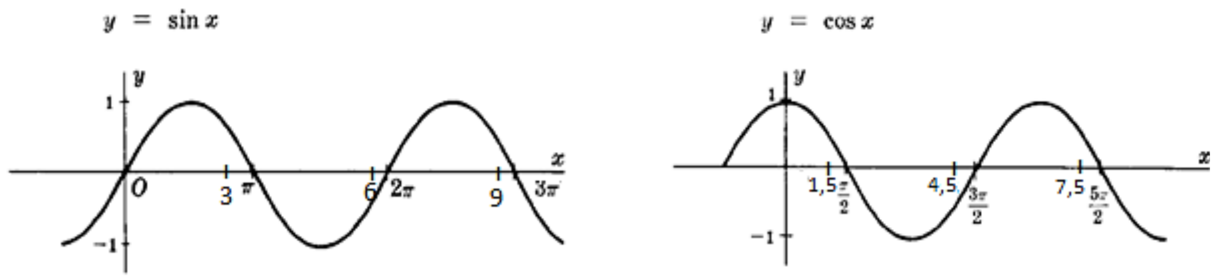
Birincisi, katılımcıların π'yi 22/7 kesri, çevre/çap ve 3,14 sabit sayısı olarak düşündükleri görülmüştür. π sayısı farklı şekillerde kullanılmakla birlikte katılımcıların π sayısına ilişkin kavramsal bir tanım yapamadıkları söylenebilir. Tuna'nın (2013) araştırmasında da matematik öğretmen adaylarının %90 gibi büyük bir çoğunluğunun radyan kavramının tanımını doğru yapamadıkları ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde Fi'nin (2003) çalışmasında öğretmen adaylarının radyan kavramını tanımlayamadıkları belirlenmiştir. Bu durumun, katılımcıların π sayısı ya da daha genel olarak radyan kavramına ilişkin kavramsal bilgilerinin eksik olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Bu çıkarım, Topçu ve diğerleri (2006), Steckroth (2007) tarafından yapılan araştırmalarla da desteklenmektedir. Katılımcıların π'yi 22/7 olarak düşünmelerinde π'nin karşılığı olarak genelde 22/7'yi kesrinin gösterilmesi etkili olabilir. Ancak 22/7, bölme işlemi yapıldığında sonucu $3,\overline{142857}$ şeklinde devreden dolayısıyla rasyonel bir sayıdır. π sayısının bir irrasyonel sayı olduğu düşünüldüğünde π=22/7 eşitliğinin doğru olmadığı anlaşılabilir. Bu eşitlik doğru olsaydı x/8= π , y/11= π, z/20= π, … şeklinde paydası (*çemberin çapı*) değişmesine rağmen π'ye eşit olabilen a/b gibi sonsuz ifadeler yazılabilirdi. π için yanılgıya düşerek π=22/7 eşitliğini kullanmak yerine $\pi=\frac{\text{Çevre}}{\text{Çap}}$ $(\pi=\frac{2\pi r}{2r})$ eşitliğini kullanmanın bu yanılgıyı gidermede etkili olacağı söylenebilir.

İkincisi, katılımcıların π sayısını dairede alan (πr^2) ve çemberde çevre ($2\pi r$) hesabı ve kolay işlem yapmak için kullandıkları görülmüştür. Katılımcıların, hesaplamaların ondalıklı bir ifade olan 3,14… sayısı yerine π ile yapıldığında daha sade ve anlaşılır sonuçların çıkacağını düşündükleri söylenebilir. Örneğin, 24x3,14… işleminin sonucunu bulmak yerine aynı işlemin sonucu 24π olarak yazılabilir. Ondalıklı ifadesi kullanıldığında ki π sayısı sonsuza gittiği gerçeği göz önüne alındığında, işlem yapmanın zorluğu tartışılmazdır. Öğretmenlerin π sayısının bu şekildeki kullanımının işlem kolaylığı sağladığını açıklayarak öğretim yapmaları önem arz etmektedir. π sayısı çemberin çevresinin hesaplanmasında kullanıldığında, çevre hesabı formülünün matematiksel mantığının verilmesi önemlidir. Çünkü çevre hesabı da radyan kavramıyla doğrudan ilişkilidir. Nitekim r yarıçaplı çemberin çevresi Ç=$2\pi r$ formülü şu şekilde açıklanabilir: r yarıçaplı bir çemberde merkez açının radyan cinsinden ölçüsü Şekil 1-a'da hatırlanacağı üzere $\theta = \frac{L}{r}$ olarak hesaplanır. Burada gerekli işlemler yapıldığında bu açının karşısındaki yay uzunluğu $L = \theta . r$ olarak bulunur. Tüm çemberin yay uzunluğunu (Çemberin çevresi) gören merkez açı, tam açı yani radyan olarak $\theta = 2\pi$ olduğu için çemberin çevresi yay uzunluğu formülünden $Ç = 2\pi . r$ olarak hesaplanır.

Üçüncüsü, katılımcıların radyan ve derece arasında eşleme yapamadıkları, sabit bir sayı olan π'nin iki farklı değerinin olamayacağını fark edemedikleri görülmüştür. π bir reel sayı olup 3,14…'e eşit ve derece olarak karşılığı 180° dir. Derece ve radyan arasında dönüşüm yapılamaması böyle bir yanılgıyı beraberinde getirmektedir. Alan hesabı yapılırken π sayısı 3,14… sabiti olarak alınırken, trigonometrik değerlerde π= 180° şeklinde yanlış kullanılabilmektedir. Örneğin, $\frac{\pi}{3}$ olarak verilen bir açı ölçüsü bu yanılgılı bilgiyle $\frac{\pi}{3} = \frac{180°}{3}$ =60°

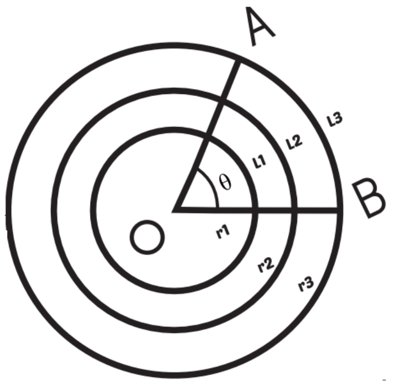
şeklinde yanlış bir sonuca ulaşılabilmektedir. Daha önce de açıklandığı gibi $\frac{\pi}{3}=\frac{3,14\ldots}{3}$ =1,04 radyan olur ki 1 radyanın yaklaşık 57,3° olduğu göz önüne alındığında bu açının ölçüsünün derece olarak 1,04×57,3=60° olduğu görülebilir. Bu açıklamadan π sayısının bir reel sayı, değerinin ise 3,14… şeklinde devirsiz devam eden bir irrasyonel sayı olduğu anlaşılabilir. 180°, π'nin derece olarak karşılığıdır, sabit bir sayı olan π'nin kendisi değildir. Akbaş (2008), derece gibi bir açı ölçü birimi olan radyanın reel sayılarla ilişkisi genellikle göz ardı edildiğinden öğrencilerde π'yi 180 derece olarak düşünme gibi kavram yanılgılarına neden olduğunu belirtmektedir. Benzer şekilde Fi (2003), matematik öğretmen adaylarının "1 radyan 180^0 dir" yanılgısına sahip olduklarını tespit etmiştir. Güntekin ve Akgün (2011) ve Özaltun Çelik ve Bukova Güzel'in (2016) araştırmalarında da katılımcıların açı ölçü birimlerinin birbirlerine dönüştürülmesinde, açıların radyan cinsinden ifadesinde güçlükler yaşadıkları ortaya çıkmıştır.

Dördüncüsü, katılımcılar sayı doğrusunda derecenin negatif olamayacağı için gösterilemeyeceğini ve birimsiz olan radyan karşılığının yazılacağını belirtmişlerdir. Daha önce de belirtildiği gibi açı ölçü birimi olarak radyanın, iki uzunluğun oranı ($\theta=\frac{L\ br}{r\ br}$) şeklinde birimsiz bir ifade yani bir reel sayı olduğu anlaşılabilir. Topçu vd. (2006)'nin çalışmasında öğretmen ve öğretmen adaylarının radyanı reel sayı olarak düşünemedikleri ortaya çıkmıştır. Sayı doğrusundaki sayıların reel olduğu ve açının radyan olarak karşılığının reel sayı olduğundan dolayı sayı doğrusunda gösterilebildiği söylenebilir. Bu sonuç, $\sin x, \cos x$ gibi trigonometrik fonksiyonlarda x'in bir reel sayı olduğunu dolayısıyla bu fonksiyonlar sayı doğrusunda gösterildiğinde (Bkz. Şekil 2) açıların derece olarak değil de radyan karşılıklarının yazılması gerektiğini anlamaya yardımcı olacaktır. Örneğin, $\sin x$ fonksiyonunda π sayısı (3,14…) sayı doğrusunda 3 sayısının sağında yer almaktadır. Benzer şekilde, $\cos x$ fonksiyonunda $\frac{\pi}{2}=\frac{3,14\ldots}{2}$ =1,57 olur ki bu sayı 1,5'tan büyük dolayısıyla sayı doğrusunda daha sağda yer alır. Bu örnekler radyan olarak π sayısının 1,5 ya da 3 gibi sayı doğrusunda gösterilebilen bir reel sayı olduğunu göstermektedir.



Şekil 2. *Bazı trigonometrik fonksiyonlarda radyan olarak açı ölçüsünün sayı doğrusunda reel sayılarla ilişkisinin gösterilmesi*

Beşincisi, katılımcıların merkez açının radyan ölçüsünün gördüğü yayın uzunluğuna sadece birim çemberde eşit olduğunu bilmedikleri ve detaylı açıklama yapamadıkları ortaya çıkmıştır. Katılımcıların sahip oldukları bu eksik bilgi, ders kitaplarında da geçmekte ve kavram tanımlarının eksik öğrenilmesine neden olmaktadır. Örneğin, bilimsel olarak "*Birim çemberde merkez açının radyan cinsinden ölçüsü gördüğü yayın uzunluk ölçüsüne eşittir*" bilgisi, ders kitaplarında *"Çemberde merkez açı gördüğü yaya eşittir"* şeklinde oldukça eksik verilmektedir. Bu nedenle bilgi, öğrenci ve öğretmenler tarafından anlamlı bir şekilde değil de ezbere öğrenildiğinde kavram yanılgılarının oluşması kaçınılmaz olmaktadır. Bu eksik veya yanılgılı bilgiyi düzeltmek için Şekil 3'teki iç içe geçmiş çemberler ve yanındaki açıklamaları incelenebilir.



Yanda görüldüğü gibi eğer birim çemberde değil de "*herhangi bir çemberde merkez açının radyan olarak ölçüsü gördüğü yayın uzunluğuna eşittir*" şeklinde olsaydı, θ radyanlık merkez açının karşısındaki yayın uzunluğu L1, L2, L3'ten hangisi olacaktı? Burada, L1= θr_1, L2= θr_2, L3= θr_3 eşitlikleri vardır. Dolayısıyla, sadece birim çemberde merkez açının radyan olarak ölçüsü gördüğü yayın uzunluğuna eşittir.

Şekil 3. *İç içe geçmiş çemberlerde merkez açı-yay uzunluğu ilişkisi*

Öte yandan, verilen cevaplardan öğretmenlerin radyan kavramına ilişkin kavramsal bilgilerinin oluşmasında mesleki deneyimlerinin (yıl olarak) etkili olmadığı anlaşılmıştır. Mevcut araştırma nitel bir çalışma olduğundan genelleme amacı taşımamaktadır. Dolayısıyla bu sonuçtan hareketle mesleki deneyimin ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan kavramına ilişkin bilgileri üzerinde etkili olmadığı hususunda net bir şey söylemek mümkün değildir. Katılımcıların cevapları karşılaştırıldığında mesleki deneyimleri farklı olsa da benzer yanlış bilgilere sahip oldukları görülmüştür. Kavramsal bilgileri incelendiğinde yapılan kavram yanılgılarının ya da eksik ve yanlış bilgilerin yıllarca öğretmenlik yaptıktan sonra düzelmediği söylenebilir. Örneğin "*merkez açı gördüğü yaya eşittir*" gibi eksik ve yanılgıya neden olabilecek bir açıklamayı yapan bir öğretmen (M41) 22 yıllık mesleki deneyime sahipken, "*Birim çemberde merkez açının ölçüsü gördüğü yayın uzunluğuna radyan olarak eşittir*" şeklinde doğru bilgi veren öğretmen (M2) 4 yıllık deneyime sahiptir. Öğretmenlerin kavramsal düzeyde öğretim gerçekleştirebilmeleri için öncelikle kendilerinin matematiği kavramsal öğrenmeleri gerekmektedir. Bu ise üniversite eğitimi sırasında donanımlı yetişmeleriyle mümkündür. Nitekim üniversitede alınan eğitimin öğretmenlik mesleğini etkili bir şekilde gerçekleştirmek için gerekli olduğunu belirten araştırmalara (Arslan ve Özpınar, 2008; Erdem ve Soylu, 2013; Gürbüz, Erdem ve Gülburnu, 2013; Hill, Rowan ve Ball, 2005) rastlamak mümkündür.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin katılımıyla gerçekleştirilen bu nitel çalışmanın matematik eğitimi literatürüne şu katkılarda bulunduğunu söylemek mümkündür: (1) Merkez açının radyan olarak ölçüsünün gördüğü yayın uzunluğuna sadece birim çemberde eşit olduğunun bilinmediği, (2) π'nin 3,14 ve 180^0 gibi iki değere eşit olduğunun savunulduğu, (3) π ve katları birer reel sayı olduğundan derecenin, birimsiz olan radyan karşılığının sayı doğrusunda yazılacağının bilinmediği, (4) Açı ölçü birimleri olan radyan ve derece arasında eşleme yapılamadığı, (5) Derecenin negatif olamayacağı için sayı doğrusunda gösterilemediğinin düşünüldüğü ortaya çıkmıştır.

İlerde yapılacak araştırmalarda, ortaokul matematik öğretmenlerinin açı ölçü birimlerine ilişkin kavramsal bilgileri ile öğrencilerinin aynı konudaki bilgileri bir korelasyon çalışmasıyla incelenebilir. Böyle bir çalışmayla, öğretmenlerin sahip oldukları kavramsal bilgilerin öğrencilerinin kavramsal öğrenmeleri üzerinde ne kadar etkili olduğu anlaşılabilir. Öğretmenlere yönelik tamamlayıcı eğitim çalışmalarında matematik konularındaki kavramsal öğrenmelerini geliştirmeleri sağlanabilir. Mesleki deneyimin ortaokul matematik öğretmenlerinin radyan kavramına ilişkin bilgileri üzerinde etkili olup olmadığı daha geniş bir örneklemde çalışılarak incelenebilir. Öte yandan gerekli müfredat çalışmaları yapılarak öğretmenlerin öğrenme ortamlarında matematik konularının öğretimine kavramsal olarak daha fazla zaman ayırmalarına imkân tanınmalıdır. Bunun yanı sıra, ortaokul ve lise ders kitaplarının açı ölçü birimlerinin (özellikle radyan) geçtiği ünitelerin gözden geçirilmesi gerektiği söylenebilir.

Kaynakça/References

Akbaş, N. (2008). *Onuncu sınıf öğrencilerinin radyan kavramına ilişkin sahip olduğu yanılgıların giderilmesine yönelik bir öğretim sürecinin incelenmesi.* Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.

Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39 (7), 857–878.

Akkoç, H., & Akbaş Gül, N. (2010). Radyan kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin giderilmesine yönelik tasarlanan bir öğretim yaklaşımının incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 43*(1), 97–129.

Arslan, S. & Özpınar, İ. (2008). Öğretmen nitelikleri: İlköğretim programlarının beklentileri ve eğitim fakültelerinin kazandırdıkları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 2*(*1), 38-63.

Baki, A. (1998). *Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi.* Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş yıldönümü matematik sempozyumu, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Bekdemir, M. (2012). Öğretmen adaylarının çember ve daire konularında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 43, 83–95.

Çetin, Ö. F. (2011). Koordinat düzleminde birim çember yardımıyla tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının grafik çiziminde sayı doğrusu kullanımı. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi,* 13(2), 123–141.

Daymon, C., & Holloway, I. (2010). *Qualitative research methods in public relations and marketing communications*. London: Routledge.

Demetgül, Z. (2001). *Trigonometri konusundaki kavram yanılgılarının tespit edilmesi.* (Yüksek Lisans Tezi). KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi,12*(1), 125-128.

Erdem, E. & Soylu, Y. (2013). Öğretmen adaylarının KPSS ve alan sınavına ilişkin görüşleri. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi,* 4(1), 223-236.

Fi, C. D. (2003). *Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of trigonometry: Subject matter content knowledge, pedagogical content knowledge and envisioned pedagogy.* Unpublished PhD Thesis, University of Iowa, Iowa, USA.

Güntekin, H., & Akgün, L. (2011). Trigonometrik kavramlarla ilgili öğrencilerin sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlükleri. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 40, 98-113.

Gürbüz, R., Erdem, E. & Gülburnu, M. (2013). Sınıf öğretmenlerinin matematik yeterliklerini etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD),* 14(2), 255-272.

Harel, G. (1989). Learning and teaching linear algebra: difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 11(2), 139-148

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal,* 42(2), 371-406.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, & H. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism* (pp. 3-34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı.* T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *An expanded sourcebook: qualitative data analysis* (2nd Editon). Thousand Oaks, CA: Sage.

Orhun, N. (2004). Students' mistakes and misconceptions on teaching of trigonometry. http://dipmat.math.unipa.it/~grim/AOrhun.PDF adresinden alınmıştır.

Özaltun Çelik, A. & Bukova Güzel, E. (2016). Bir matematik öğretmenin ders imecesi boyunca öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkaracak soru sorma yaklaşımları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 7(2), 365-392.

Soylu, Y. & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi,* 8(2), 83-95.

Steckroth, J. J. (2007). *Technology-enhanced mathematics instruction: effects of visualization on student understanding of trigonometry*. (Unpublished PhD Thesis). University of Virginia, Virginia.

Topçu, T., Kertil, M., Akkoç, H., Yılmaz, K. & Önder, O. (2006). Preservice and in-service mathematics teachers' concept images of radian. *Proceedings of the 30th International Conference on the Psychology of Mathematics Education (PME30) (*Vol. 5, pp. 281 - 288). Prague, Czech Republic.

Tuna, A. (2013). A conceptual analysis of the knowledge of prospective mathematics teachers about degree and radian. *World Journal of Education,* 3(4), 1-9.

Yıldırım, K. (2010). Nitel araştırmalarda niteliği artırma. *İlköğretim Online*, 9(1), 79-92.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayınları.

Yin, R. K. (2011). *Qualitative research from start to finish.* New York: The Guilford Press.