



## Stress analysis of involute spur gears with different parameters by finite element and graphical method

Oğuz Doğan<sup>ID</sup>, Tufan Gürkan Yılmaz<sup>ID</sup>, Fatih Karpat<sup>ID</sup>

Department of Mechanical Engineering, Bursa Uludag University, Bursa, 16059, Turkey

### Highlights:

- Spur gear design with different parameters
- Calculation of gear bending stress with graphical and finite element method
- The effects of gear design parameters on gear bending stress

### Keywords:

- Bending stress of gears
- Graphic method
- Design of gears
- Finite element analysis

### Graphical/Tabular Abstract

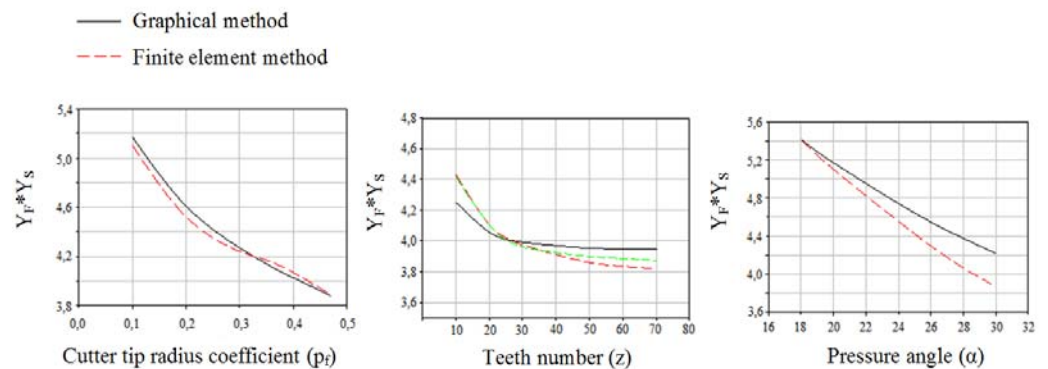


Figure A. Stress analysis with graphical method and finite element method for different design parameters

### Article Info:

Received: 03.04.2017

Accepted: 03.10.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416445

**Purpose:** A modified analytical method is tried out to determine gear tooth bending stress.

### Theory and Methods:

The mathematical model of involute spur gear is constituted by using tool geometry, coordinate transformation, differential geometry and gearing theory. The points of gear are obtained with generated MATLAB program and 3D design of gears are realized with CATIA. Graphical method is used to obtain bending stress and the method is validated with finite element analysis in ANSYS.

### Acknowledgement:

The authors acknowledge the support of Uludag University Scientific Research Projects Unit under grant BAP Project OUAP(MH)-2014/25.

### Results:

Bending stress results are presented for different gear parameters (module, tooth number, pressure angle, profile shifting, and tip radius) during the study with using both graphical and finite element method.

### Conclusion:

Graphical method ensures accurate results in view of bending stress of spur gears with different parameters according to FEA results. Graphical method could be used for bending stress evaluation of involute spur gears. One of the most effective parameter on bending stress is tip radius of cutter tool.

### Correspondence:

Author: Fatih Karpat

e-mail:

karpat@uludag.edu.tr

phone: 0224 294 1930



## Farklı parametrelere sahip evolvent düz dişli çarkların sonlu elemanlar yöntemi ve grafik metot ile gerilme analizi

Oğuz Doğan<sup>1</sup>, Tufan Gürkan Yılmaz<sup>2</sup>, Fatih Karpat\*<sup>3</sup>

Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Görükle Kampüsü, 16059, Bursa, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Farklı parametrelere sahip düz dişli çark tasarımı
- Grafik metot ve sonlu elemanlar yöntemi ile diş dibi gerilmesi hesabı
- Dişli tasarım parametrelerinin diş dibi gerilmesine olan etkisi

### Makale Bilgileri

Geliş: 03.04.2017

Kabul: 03.10.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416445

### Anahtar Kelimeler:

Dişli çark eğilme gerilmesi,  
grafik metot,  
dişli tasarımı,  
sonlu elemanlar analizi

### ÖZET

Dişli tasarımında en fazla dikkat edilmesi gereken nokta diş dibinde oluşan eğilme gerilmesidir. Diş dibindeki eğilme gerilmesinin yüksek olması dişin doğrudan hasar görmesine, zamanla yorulmuş hale gelmesine neden olur. Bu sebepten, diş dibinde oluşan eğilme gerilmesinin en aza indirilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, diş dibinde oluşan eğilme gerilmesinin hesaplanabilmesi için DIN 3990 standardını temel alan ancak kritik noktayı trokoid bölgesinin her noktasında arayan grafik metot yöntemi kullanılmıştır. Öncelikle standart bir dişli çark için DIN 3990 standardı ve grafik metot kullanılarak gerilme hesabı yapılmıştır. Ayrıca sonlu elemanlar yöntemi ile de hesaplanan gerilme değerleri doğrulanmıştır. Standartların doğrulanmasından sonra, farklı dişli çark tasarım parametrelerinin diş dibi gerilmesine olan etkisi hem grafik metot hem de sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Sonuç olarak kesici takım uç yarıçapı değişiminin, incelenen diğer parametrelere göre diş dibi gerilmelerine etkiye en önemli parametre olduğu tespit edilmiştir. Uç yarıçapının artırılması ile diş dibinde oluşan gerilmelerde %30'a yakın iyileşme sağlanmıştır. Grafik metottan elde edilen sonuçlar ile sonlu elemanlar analizinden elde edilen sonuçlar büyük bir uyum göstermiştir. Grafik metodun özellikle standart dışı geometriye sahip dişli çarkların gerilme analizinde kullanılabilmesi görülmüştür.

## Stress analysis of involute spur gears with different parameters by finite element and graphical method

### H I G H L I G H T S

- Spur gear design with different parameters
- Calculation of gear bending stress with graphical and finite element method
- The effects of gear design parameters on gear bending stress

### Article Info

Received: 03.04.2017

Accepted: 03.10.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416445

### Keywords:

Bending stress of gears,  
graphic method,  
design of gears,  
finite element analysis

### ABSTRACT

The most critical point of gear design is bending stress which occurs on trochoid region of the gear. The high bending stress on trochoid region of the gear causes the tooth failure and the fatigue life of gear reduces. For this reason, bending stress must have lower magnitude as much as possible. In this study, to calculate bending stress, graphical method is proposed. It is based on DIN3990 and searches critical point in every point of trochoid region. First of all, for standard gear, stress is calculated with using the DIN 3990 standard and graphical method. Besides finite element analysis is used for validation of method. After validation, bending stresses are investigated for different gear parameters with finite element analysis and graphical method. It is evaluated that rack cutter tip radius is the most effective parameter on root stress. When increasing tip radius of rack cutter, the value of bending stress decreases 30%. It is seen that graphic method could be used with high reliability in gear stress analysis especially for gears with especially non-standard parameters.

\*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: karpat@uludag.edu.tr / Tel: +90 224 294 19 30  
1494

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Dişli çarklar sahip olduğu avantajlardan dolayı günümüzde en fazla kullanılan güç aktarma organıdır. Dişli çarkların avantajlardan en önemlisi ise diğer güç aktarma organlarına göre çok daha fazla yük taşıma kabiliyetidir. Bu nedenle otomotiv, makine, havacılık gibi birçok sektörün vazgeçilemez güç aktarma organıdır. Teknolojinin ilerlemesi ile artan güç ihtiyacı, yüksek devirlerde çalışma zorunluluğu gibi etkenler dişli çarklara gelen yüklerinde artmasına sebep olmaktadır. Bu nedenle dişli çarkların yük kapasitelerinin artırılması gerekmektedir.

Dişli çarkların yük kapasitelerinin belirleyen en önemli faktör, bir diş üzerinde oluşan gerilme miktarıdır. Diş üzerinde oluşan gerilme ne kadar küçük olursa dişli çark o kadar fazla yük taşıyabilir. Bir dişli çarkın yük kapasitesini arttırmak için çeşitli yöntemler vardır, bu yöntemler genel olarak dişli geometrisine bağlı parametrelerin değiştirilmesini içerir. Bu çalışmada da farklı dişli tasarım parametrelerinin diş dibinde oluşan gerilmelere etkisi farklı yöntemler kullanılarak incelenmiştir.

Dişli çarkların evolvent ve trokoid eğrilere ait matematiksel denklemler araştırmacılar tarafından yıllardır çalışılmaktadır. Buckingham [1] tarafından yayınlanan çalışma konuya ait ilk kapsamlı kaynak olarak karşımıza çıkmaktadır. Colbourne [2] farklı tiplerdeki evolvent dişli çarkların geometrik denklemleri tanımlamıştır. Litvin vd. [3] tüm dişli çarklar için, dişli teorisi, tasarım ve üretim yöntemleri için kapsamlı bir kaynak sunmuştur. Ayrıca kitapta dişli gerilmelerinin sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanması da kapsamlı şekilde anlatılmıştır. Radzevich vd. [4] yüksek, orta ve düşük hacimli üretim tesisleri için, dişli tasarımı ve dişli üretimi için pratik yöntemleri ele almıştır. Kapelevich [5] çalışmada direk dişli tasarımı metodu kullanmış böylece dişli tasarımını kesici takım tasarımından bağımsız bir şekilde oluşturmuştur. Ele alınan metoda ait geometrik sınırlar diyagramlarda gösterilmiştir. Yang [6] asimetrik helisel dişli çarkları matematiksel modellemiş ve alttan kesme analizini gerçekleştirmiştir. Ayrıca montaj hatalarının dişli çarklarda oluşan statik transmisyon hatalarına etkilerini incelemiştir. Fetvacı [7] pinyon tipi kesici takımla imal edilen iç ve dış dişli çarklarda takım yörünge simülasyonlarını incelemiş ve dişli geometrisini elde etmiştir.

Diş dibinde oluşan gerilme hesabı için DIN, ISO, AGMA gibi standartlardan başlayarak, çok çeşitli analitik, deneysel ve nümerik metot mevcuttur. Jammi [8] çalışmada AGMA standartları ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak diş dibinde ve diş yan yüzeylerinde oluşan gerilmeleri hesaplamıştır. Ayrıca ele alınan durumlar için kavrama rijitliği ve statik iletim hatası değerleri de hesaplanmıştır. AGMA ile sonlu elemanlar yöntemi ile elde ettiği gerilmelerde %10 ile 15 arasında farklılık olduğu gözlemlenmiştir. Diş yük taşıma kapasitesinin artırılmasının yollarından biri dişin sağ ve sol taraflarından farklı basınç

açıları kullanarak kritik diş kalınlığının artırılmasına dayanır. Simetrik olan 20° basınç açısının 20°'den daha büyük alınarak dişin dayanımı artırılabilir. Çavdar vd. [9] çalışmada, dişli yük kapasitesinin artırılması için, asimetrik dişli profili kullanmıştır. Asimetrik dişli profillerinde oluşan diş dibi gerilmesi hesabı için yeni bir yöntem ortaya konmuştur. Oluşturulan yöntem bir bilgisayar programı haline getirilmiş ve programdan alınan sonuçlar ile standartlar ile elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi ile de incelenen sonuçlar doğrulanmıştır. Ayrıca çalışmada, basınç açısı değişiminin kavrama oranına olan etkisi de incelenmiştir. Kumar vd. [10] asimetrik profile sahip evolvent düz dişlilerde yük kapasitesinin artırılması için, optimizasyon çalışması yapmıştır. Çalışmada kremayer takımdan hareket ile diş geometrisini oluşturulmuştur. Diş geometrisine etki eden kesici takım geometrik parametreleri değiştirilerek farklı diş geometrileri elde edilmiş ve sistematik olarak sonlu elemanlar analizleri ile dişliler üzerinde oluşan gerilmeler hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar ile optimizasyon çalışması yapılarak maksimum yük taşıma kapasitesine sahip optimum diş geometrisi elde edilmiştir.

Diş dibinde oluşan gerilmeleri azaltmanın bir başka yolu ise kesici takım uç yarıçapının artırılmasıdır. Ancak kesici takım uç yarıçapı belli sınırlar içerisinde artırılabilir. Bu nedenle kullanılacak dişli çark için optimum kesici takım uç yarıçapının belirlenmesi gerekmektedir. Flodin vd. [11] toz metalden imal edilen dişli çarklarda diş dibinde oluşan gerilmeyi düşürmek için, kesici takım uç yarıçapı optimizasyonu yapmıştır. Standart, tam yuvarlak, optimize edilmiş ve asimetrik kök şekilleri için sonlu elemanlar analizler yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Optimize edilen kök bölgesi sayesinde statik gerilmelerde %18 dinamik gerilmelerde ise %22 standart dişliye göre azalma sağlanmıştır.

Diş dibinde oluşan gerilmelerin hesaplanabilmesi için literatürde deneysel çalışmalarda mevcuttur. Lisle vd. [12] yaptıkları çalışmada, tasarladıkları özel bir aparat yardımı ile 50 mm modüle sahip tek bir diş üzerinden gerilme ölçümleri yapmışlardır. Ölçüm noktaları ise ISO ve AGMA standartlarına uygun olarak belirlenmiştir. Ayrıca gerçekleştirilen deneyler ANSYS sonlu elemanlar analiz programı ile de tekrarlanarak deneylerden elde edilen gerilme sonuçları ile nümerik sonuçlar kıyaslanmıştır. Patil vd. [13] ise çalışır durumdaki dişliler üzerinden temas gerilmelerinin ölçümünü gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada, özel olarak tasarlanan dişli dinamik gerilme test düzeneği kullanılmıştır. Ayrıca deneylerden elde edilen sonuçlar sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak da doğrulanmıştır. Dişli çark üzerindeki kritik kesitin bulunması için dijital fotoelastik sistemler kullanılmaktadır. Wang [14] çalışma esnasında diş üzerinde maksimum eğilme gerilmesini ve kök yarıçapında oluşan kritik kesiti dijital fotoelastik sistem kullanarak gerçek zamanlı olarak hesaplamıştır. Eğilme gerilmesinin davranışı farklı hız, tork ve temas noktaları için incelenmiştir. Ayrıca deneyler ile hesaplanan kritik kesit ve

gerilmeler için literatürde bulunan sonuçlar ile kıyaslama yapılmıştır. Yazarın yapmış olduğu deneylere göre, AGMA standardından elde edilen gerilme değerleri deneylere en yakın sonucu vermiştir. Ayrıca kritik kesitin belirlenmesinde ise Niemann'ın kritik kesit tarifi en uygun yöntem olarak belirlenmiştir. Spitas vd. [15] diş kökü üzerinde minimum gerilme değerlerini elde edebilmek için bir çok dişli tasarım parametresini içine alacak şekilde optimizasyon çalışması yürütmüştür. Optimizasyon probleminin çözülmesinin ardından elde edilen geometri sayesinde %36,5'lik bir gerilme düşüşü sağlanmıştır. Aynı zamanda geometriler imal edilerek, 2 boyutlu fotoelastik deneylerle de sonuçlar doğrulanmıştır.

Diş dibinde oluşan gerilme miktarına etkiyen diğer bir faktör ise diş sayısı olarak karşımıza çıkmaktadır. Fetvacı vd. [16] düz dişli çarkların diş dibi gerilmelerinin incelenmesi için sonlu elemanlar modeli hazırlamıştır. Bu model yardımı ile farklı diş sayılarında diş dibinde oluşan maksimum eğilme gerilmesinin değişimi incelenmiştir. Aynı model kullanılarak yapılan diğer bir çalışmada ise, kavrama olayı sırasında farklı diş sayılarına sahip dişlilerde yüklemeye yerine bağlı olarak maksimum gerilme değerleri hesaplanmıştır [17]. Dişli çarklarda oluşan gerilmelerin hesabında kullanılan diğer bir yöntem ise analitik hesaplamalardır. Pedrero vd. [18] düz ve helisel dişlilerin gerilme hesabı için, iteratif olmayan yaklaşık sonuçlar veren yeni bir yöntem sunmuşlardır AGMA standart yöntemiyle iteratif metot ile hesaplanan kritik diş kalınlığı ve Lewis parabol yüksekliği gibi değerler doğrudan hesaplanmıştır. Ortaya konan yeni yöntem, yalnızca standart bir takım için değil, farklı tasarım parametrelerine sahip dişliler içinde geçerlidir. Sekar vd. [19] yapmış oldukları çalışmada, asimetrik dişlilerde oluşan diş dibi gerilmesinin hesabı için, ISO standart B metodolojisini kullanarak, yeni bir analitik yaklaşım geliştirmiştir. Bu sayede farklı tasarım parametrelerine sahip asimetrik düz dişliler için yeni bir model ortaya konmuştur.

Son yıllarda sonlu elemanlar yöntemi, çalışmalarda sıkça kullanılmıştır. Çalışmalar tamamen nümerik temelli olduğu gibi, analitik veya deneysel bir yöntemin doğrulanması adımlarında da sıkça kullanılmaktadır. Hasl vd. [20] sonlu elemanlar yöntemi kullanarak, farklı malzemelerden yapılmış dişli çarklar üzerindeki eğilme gerilmelerini, dişlerin temas deformasyonlarını ve kavrama oranlarını dikkate alarak hesaplamıştır. Marimuthu vd. [21] düşük kavrama oranlı asimetrik dişli çarkların yük taşıma kapasitelerine etki eden farklı parametrelerin etkisini sonlu elemanlar yöntemi kullanarak incelemiştir. Jabbour vd. [22] düz ve helisel metal dişli çarklar için kavrama olayı sırasında diş kökünde oluşan eğilme gerilmesi ve yan yüzeylerde oluşan yan yüzey gerilme dağılımının hesaplanabilmesi için yeni bir metot geliştirmişlerdir. Ayrıca oluşturulan yeni metot sonlu elemanlar yöntemi kullanarak da doğrulanmıştır. Dişli çarkların gerilme analizinde sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçlar ile deneysel yöntemlerden elde edilen sonuçlar arasında büyük yakınlık bulunmaktadır. Buna rağmen sonlu elemanlar yöntemi prosedürü gereği bazı durumlarda yavaş

kalmaktadır. Grafik metot DIN 3990 standardını temel alan ancak kritik noktayı trokoidin her yerinde arayan bir yöntemdir. Obsieger [23] çalışmasında standart olmayan dişli çarkların gerilme analizinde mevcut standartların yeterli olmadığını belirtmiş ve grafik metodu önermiştir. Yöntem kesici takım ve dişli geometrisini esas alır ve denklemlerle ifade edilebildiği için programlanabilir. Bu sebeple de hızlı bir yöntemdir.

Bu çalışmada diş dibinde oluşan eğilme gerilmesinin hesabı için, grafik metot ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır. İlk olarak literatürde hesaplama yöntemi standartlarca belirlenmiş, standart dişli geometrileri üzerinde durulmuştur. Her iki yöntem ile de yapılan hesaplamalar sonucunda, standart dişliler için benzer sonuç elde edilmiştir. Standartların doğrulanmasının ardından, farklı dişli tasarım parametreleri değiştirilerek, standart olmayan dişli çarklar için diş dibinde oluşan gerilmeler üzerinde hangi parametrenin daha etkili olduğu araştırılmıştır. Sonuç olarak, kesici takım uç yarıçapının ve dişli basınç açısının gerilmeler üzerinde en etkili iki parametre olduğu sonucuna varılmıştır.

## 2. MATERYEL VE YÖNTEM (MATERIAL AND METHOD)

### 2.1. Kremayer Tipi Kesici Takım Geometrisinin Oluşturulması (Creation of Rack Cutter Geometry)

Çalışmada dişli çark geometrisi Litvin'in vektör metoduna dayalı matematiksel modelleme ile oluşturulmuştur. Bunun için önce dişli çarkı imal eden kremayer takıma ait eşitlikler ve sınırlar belirlenmiş, daha sonra koordinat dönüşümü, diferansiyel geometri ve dişli teorisi kullanılarak evolvent düz dişli çark geometrisi oluşturulmuştur. Şekil 1'de dişli çarkı imal eden kremayer tipi kesici takımın geometrisi görülmektedir.

Şekil 1'de ac-bd bölgeleri dişli çarkın taban bölgesini, ce-df bölgeleri dişli çarkın trokoid bölgesini ve eg-fh bölgeleri dişli çarkın evolvent bölgesini şekillendirmektedir.  $O_n(X_n, Y_n)$  takım diş boşluğunun ortasında konumlandırılmıştır.

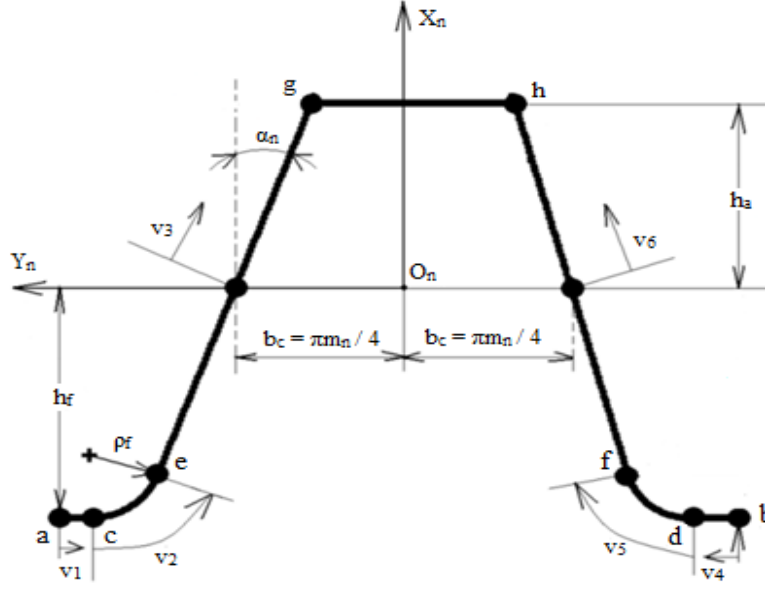
Eş. 1'de ac ve bd bölgelerinin yerinin ifadesi belirtilmiştir.

$$R_n^{ac-bd} = \begin{bmatrix} -h_f \\ \pm(\pi m/2) \pm v_{1,4} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ac bölgesinde  $l_a$  parametresi  $0 < v_1 < w_1$  ifadesine bağlı değişirken bd bölgesinde benzer şekilde  $0 < v_4 < w_2$  ifadesine bağlı olarak değişmektedir. Eş. 2'de  $w_1$  ve  $w_2$ 'nin değeri belirtilmiştir.

$$w_{1,2} = b_c - h_f \tan \alpha_n + \rho_f \tan \alpha_n - \rho_f \sec \alpha_n \quad (2)$$

Eş. 3'te ce ve bd bölgelerinin yerinin ifadesi belirtilmiştir.



Şekil 1. Kremayer tipi kesici takım geometrisi (Rack-type cutter tool geometry)

$$R_n^{ce-bd} = \begin{bmatrix} -h_f + \rho_f - \rho_f \cos v_{2,5} & \\ \pm b_c \pm h_f \tan \alpha_n \mp \rho_f \tan \alpha_n \pm \rho_f \sec \alpha_n \mp \rho_f \sin(v_{2,5}) & \\ 0 & \\ 1 & \end{bmatrix} \quad (3)$$

ce-bd bölgesindeki  $v_{2,5}$  parametresi  $0 < v_{2,5} < (\pi/2) - \alpha_n$  aralığında değişim göstermektedir.

Eş. 4'te eg ve fh bölgelerinin yerinin ifadesi belirtilmiştir.

$$R_n^{eg-fh} = \begin{bmatrix} v_{3,6} \cos \alpha_n & \\ \pm b_c \mp v_{3,6} \sin \alpha_n & \\ 0 & \\ 1 & \end{bmatrix} \quad (4)$$

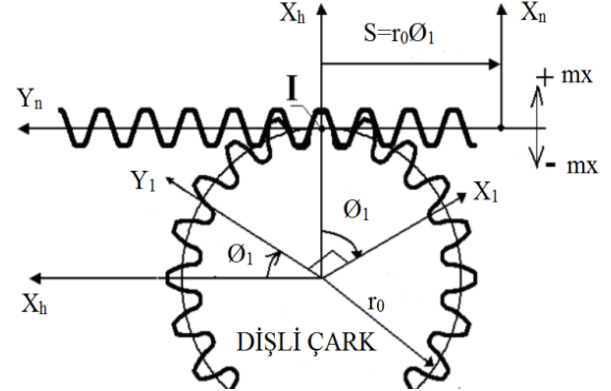
eg bölgesindeki  $v_{3,6}$  parametresi  $(-h_a / \cos \alpha_n) \leq v_{3,6} \leq (h_a / \cos \alpha_n)$  aralığında değişim göstermektedir.

Denklemlerde + işaret ac-ce-eg bölgelerini, - işaret ise bd-df-fh bölgelerini ifade etmektedir.  $v_1$ 'den  $v_6$ 'ya kadar numaralandırılan tasarım parametreleri Şekil 1'de görülmektedir. Diferansiyel geometriden  $S_n(X_n, Y_n, Z)$  tanımlı takım yüzeylerinin birim normal vektörleri Eş. 5'teki denklemlerle ifade edilir.  $Z_n$  ekseninin birim normal vektörü  $k_n$  olarak gösterilmiştir.

$$n_n^i = (\partial R_n^i / \partial l_j) x_{k_n} / (|\partial R_n^i / \partial l_j| x_{k_n}) \quad (5)$$

## 2.2. Dişli Çark Geometrisinin Oluşturulması (Creation of Gear Geometry)

İmal edilen dişli çarkın matematiksel modeli ise yuvarlanma (eş çalışma) denklemi ile kesici takımın geometrik yerinin bir kombinasyonudur. Kesici takım ile dişli taslağı arasındaki koordinat bağı Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. İmal edilen dişli çark ile takımın koordinat bağı  
(Coordinate link of cutter with manufactured gear)

$S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  kremayer tipi kesici takımın koordinat sistemini,  $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$  imal edilen dişlinin koordinat sistemini,  $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$  sabit olan koordinat sistemini ifade etmektedir. İmalat esnasında taslak  $\theta_1$  kadar döndüğünde izafi olarak kremayer tipi kesici takımda  $r_0\theta_1$  kadar ilerler. Bu durum kremayer-pinyon mekanizmasının çalışmasına benzer. İmalatın her anında kremayer tipi kesici takımın bir noktası taslak ile temas halindedir. Buradan hareketle dişli çarkı oluşturan noktalar esasen temas ettikleri yerde kremayer tipi kesici takımın noktalarıdır sonucuna ulaşılır. Burada yapacağımız aynı noktayı dişli çarkın koordinat sisteminde ifade etmektir. Bu noktada koordinat dönüşüm matrisi Eş. 6' da belirtilmiştir.

$$M_{1n} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) - \sin(\theta_1) r_0 \theta_1 \sin(\theta_1) + (r_0 + mx) \cos(\theta_1) & \\ \sin(\theta_1) \cos(\theta_1) - r_0 \theta_1 \cos(\theta_1) + (r_0 + mx) \sin(\theta_1) & \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Eş.7'deki denklemden hareketle dişli çarkı oluşturan noktaları bulabiliriz.

$$R_i^i = M_{1n}^i R_n^i \quad i=(ac-fh) \quad (7)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince kremayer tipi kesici takım ile dişli çarkın ortak noktalarının ortak normali ani dönme merkezinden geçmelidir. Ayrıca dişli çark ile kremayer arasındaki kayma hızı her an bu ortak noktanın ortak normaline diktir. Bu kanunun matematiksel ifadesi Eş.8 ile belirlenir.

$$\left( \frac{X_n^i - x_n^i}{n_{n_x}^i} \right) = \left( \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{n_y}^i} \right) \quad (8)$$

$X_n^i, Y_n^i$   $S_n$  koordinat sisteminde takım-dişli ani dönme merkezi I-I üzerindeki bir noktanın koordinatlarını  $x_n^i, y_n^i$  kremayer tipi kesici takımın yüzey koordinatlarını  $n_{n_x}^i, n_{n_y}^i$  yüzey birim normali  $n_n^i$  nin bileşenlerini ifade eder.  $\emptyset_1$  yuvarlanma parametresini  $r_{p1}$  ise imal edilen dişlinin taksimat yarıçapını ve  $x$  parametresi ise profil kaydırma miktarını ifade eder. Tüm bölgeler için  $X_n^i=0; Y_n^i=r_0\emptyset_1$  olarak kabul edilmiştir. Örnek olarak ce bölgelerinin  $x$  koordinatları Eş.9' da  $y$  koordinatları Eş.10' da ve dönme açısı Eş.11' de belirtilmiştir.

#### Trokoid kısım

$$x_1^{ce} = (-h_f + \rho_1 - \rho_1 \cos v_2) \cos \emptyset_1 - (b_c + h_f \tan \alpha_n - \rho_1 \tan \alpha_n + \rho_1 \sec \alpha_n - \rho_1 \sin(v_2)) \sin \emptyset_1 + r_0 \cos \emptyset_1 + r_0 \emptyset_1 \sin \emptyset_1 \quad (9)$$

$$y_1^{ce} = (-h_f + \rho_1 - \rho_1 \cos v_2) \sin \emptyset_1 + (b_c + h_f \tan \alpha_n - \rho_1 \tan \alpha_n + \rho_1 \sec \alpha_n - \rho_1 \sin(v_2)) \cos \emptyset_1 + r_0 \sin \emptyset_1 - r_0 \emptyset_1 \cos \emptyset_1 \quad (10)$$

$$\emptyset_1 = \frac{(-\rho_1 \sin(v_2) - ((-h_f + \rho_1 - \rho_1 \cos v_2) \tan(v_2))}{(b_c + h_f \tan \alpha_n - \rho_1 \tan \alpha_n + \rho_1 \sec \alpha_n)} / r_0 \quad (11)$$

Örnek olarak ce bölgelerinin  $x$  koordinatları Eş.12 de,  $y$  koordinatları Eş.13' de ve dönme açısı Eş.14' te belirtilmiştir.

#### Evolvent kısım

$$x_1^{eg} = l_c \cos \alpha_n \cos \emptyset_1 - (b_c - l_c \sin \alpha_n) \sin \emptyset_1 + r_0 \cos \emptyset_1 + r_0 \emptyset_1 \sin \emptyset_1 \quad (12)$$

$$y_1^{eg} = l_c \cos \alpha_n \sin \emptyset_1 + (b_c - l_c \sin \alpha_n) \cos \emptyset_1 + r_0 \sin \emptyset_1 - r_0 \emptyset_1 \cos \emptyset_1 \quad (13)$$

$$\emptyset_1 = (-l_c \cos \alpha_n + b_c - l_c \sin \alpha_n) / r_0 \tan \alpha_n \quad (14)$$

#### 2.2. Dişli Eğilme Gerilmesi ve Grafik Metot (Tooth Bending Stress and Graphic Method)

Evolvent düz dişlilerde oluşan eğilme gerilmesinin hesaplanması için bu zamana kadar farklı yöntemler geliştirilmiştir. ISO 6336 ve DIN 3990 standartları bu 1498

yöntemler içerisinde en çok bilinen ikisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu standartlar birkaç farklı nokta dışında birbirine oldukça benzemekte ve aşağıdaki kabullere dayanarak hesaplamalar gerçekleştirilmektedir.

- Dişin kritik kesiti, diş simetri ekseninden başlayarak  $30^\circ$  açılı yapacak şekilde, diş köküne tanjant olan noktanın kalınlığıdır.
- Dişli üzerine gelen normal kuvvetin radyal bileşeni tarafından meydana gelen bası gerilmesi ihmal edilebilir.
- Yalnızca DIN 3990/Metot C ve ISO 6336/TC 60 Metot C 'de diş yükü diş başından etki ettiği kabul edilir [24].

DIN 3990 'a göre düz dişli çarklarda meydana gelen maksimum diş dibi gerilmesi Eş. 15'e göre hesaplanır.

$$\sigma_{F0} = (F_t / b \cdot m_n) \cdot Y_F \cdot Y_s \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \quad (15)$$

Burada;  $F_t$  teğetsel dişli kuvveti,  $b$  diş genişliği,  $m_n$  normal modül olarak tanımlanmaktadır.  $Y_F$  diş form faktörü Eş. 16'da verilmiştir.

$$Y_F = 6 \cdot (h_{Fa} / m_n) \cdot \cos \alpha_{Fan} / \cos \alpha_n \cdot (S_{Fn} / m_n)^2 \quad (16)$$

$Y_s$  gerilme düzeltme faktörü Eş. 17'de verilmiştir.

$$Y_s = (1,2+1,3 \cdot S_{Fn} / h_{Fa}) (S_{Fn} / 2 \cdot \rho_f)^{1/[1,21+2,3(h_{Fa}/S_{Fn})]} \quad (17)$$

$Y_\epsilon$  yük paylaşım faktörü ( kavrama faktörü) Eş. 18'de verilmiştir.

$$Y_\epsilon = 0,25 + (0,75 / \epsilon_\alpha) \quad (18)$$

$Y_\beta$  helis faktörüdür. Düz dişli çarklarda helis açısı 0 olduğundan, değeri 1 alınır.  $Y_\epsilon$  değeri de tek diş analizi yaptığımızdan dolayı 1 alınmıştır.

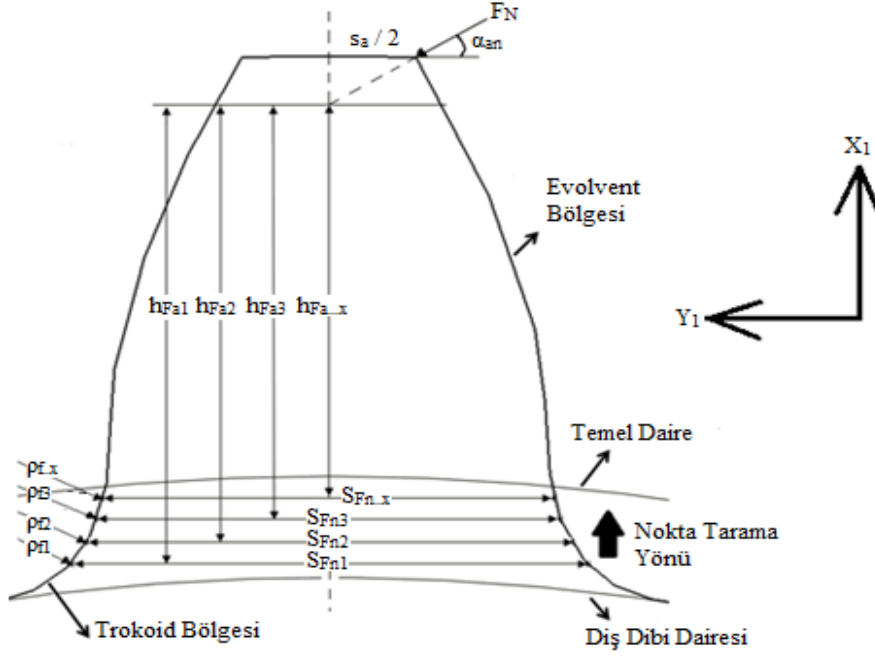
Grafik metot, DIN 3990 standardını temel alan ve gerilme hesabında aynı analitik ifadeyi kullanan bir yaklaşımdır. Standart olmayan parametrelere sahip dişli çarkların ve iç dişli çarkların gerilme hesaplarında özellikle iyi sonuçlar verdiği belirtilmiştir [20]. Grafik metodun DIN 3990 standardından başlıca farkı kritik kesiti trokoid bölgesinin tamamında aramasıdır (Şekil 3).

Şekil 3'de de görüldüğü üzere analitik ifadede yer alan  $S_{Fn}$  kesit kalınlığı esasen o noktanın  $Y_1$  eksenindeki koordinatının iki katıdır.  $h_{Fa}$  kritik moment kolu uzunluğu ise Eş. 19 ile ifade edilir.

$$h_{Fa} = 2r_a - (s_a / 2) \cdot \tan(\alpha_{Fan}) - x_1 \quad (19)$$

$r_a$  diş başı dairesi yarıçapı,  $s_a$  diş başı dairesindeki diş kalınlığı,  $x_1$  kritik noktanın  $X_1$  eksenindeki koordinatı,  $\alpha_{Fan}$  diş başı dairesindeki basınç açısıdır.

Eşitlik 9-10'dan görüldüğü üzere trokoid eğrisi parametrik bir denklemdir ve  $x_1 = x(v_2)$   $y_1 = y(v_2)$  şeklinde tanımlanabilir.



Şekil 3. Dişli eğilme gerilmesi grafik metot modeli (Gear bending stress graphical method model)

Bu şekilde tanımlanmış bir denklemin eğrilik yarıçapı ise Eş. 20'de belirtilmiştir.

$$p_F = \left| (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)^{(3/2)} / \dot{x}_1 \dot{y}_1 - \dot{y}_1 \dot{x}_1 \right| \quad (20)$$

$\dot{x}_1$   $x_1$  in  $v_2$  ye göre birinci türevini,  $\dot{y}_1$   $y_1$  in  $v_2$  ye göre birinci türevini,  $\ddot{x}_1$   $x_1$  in  $v_2$  ye göre ikinci türevini,  $\ddot{y}_1$  ise  $y_1$  in  $v_2$  ye göre ikinci türevini ifade etmektedir.

Buna göre trokoid mümkün olduğunca sık aralıklara bölünmüş ve her bir noktaya ait kesit kalınlığı ( $S_{Fn1} \dots S_{FnX}$ ), moment kolu uzunluğu ( $h_{Fa1} \dots h_{FaX}$ ), ve eğrilik yarıçapları ( $\rho_{F1} \dots \rho_{Fx}$ ) hesaplanmıştır. Bunlara bağlı olarak diş form faktörü ve gerilme düzeltme faktörleri bulunmuş ve kritik kesit  $Y_F \cdot Y_S$  çarpımının maksimum olduğu yer olarak belirlenmiştir. Şekil 4'te grafik metoda ait akış diyagramı görülmektedir.

### 2.3. Sonlu Elemanlar Metodu ile Nümerik Çözüm (Numerical Solution with Finite Element Method)

Grafik Metot kullanılarak elde edilen sonuçların nümerik olarak da doğrulanması amacı ile, sonlu elemanlar analiz çalışması yapılmıştır. Bu amaçla CATIA ortamında 3 boyutlu CAD modelleri oluşturularak dişli geometrileri ANSYS ortamına aktarılarak genel sonlu elemanlar analiz prosedürü uygulanmıştır. Dişli malzemesi olarak çelik tanımlanmıştır. Elde edilecek gerilme değerleri malzemenin akma değerinin altında olduğundan malzeme izotropik olarak tanımlanmıştır. Çelik elastisite modülü 210000 MPa ve poisson oranı 0,3 olarak tanımlanmıştır. Geometri ve malzeme tanımlamalarından sonra, geometriye uygun ağ yapısı ve boyutu belirlenmiştir. Analizde 3 boyutlu

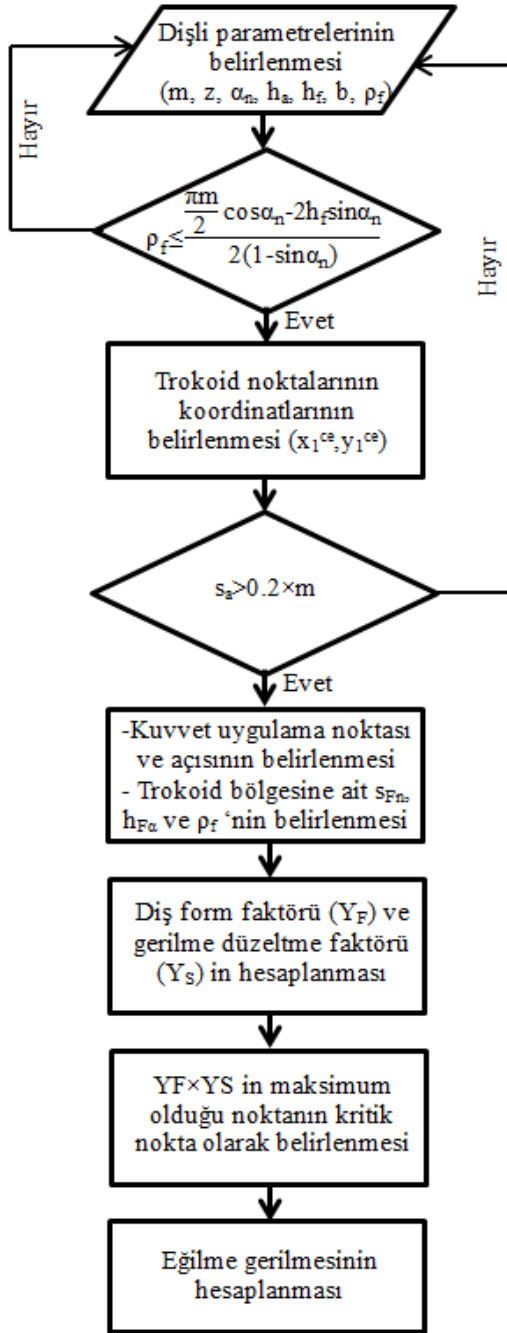
Hekzahedral Solid 186 eleman tipi kullanılmıştır (Şekil 5). Eleman büyüklüğü belirlenirken sonuçların ağ yapısından bağımsız olmasına dikkat edilmiştir. Bu amaçla 1 mm eleman büyüklüğünden başlanarak, eleman boyutu küçültülmüş, dişlinin eğilme zorlanan bölgesindeki maksimum eğilme gerilme değerleri kayıt edilerek eleman sayısı değişiminin sonuçları etkilemediği boyuta kadar eleman boyutu küçültülmüştür. Bu sayede eleman büyüklüğünün çok daha küçük alınması önlenerek hesaplama sürelerinin optimum olması sağlanmıştır. Tablo 1'de seçilen eleman boyutuna bağlı olarak elde edilen eleman sayısı ve maksimum eğilme gerilme değerleri verilmiştir. Tablo incelendiğinden 0,1 mm'den daha küçük eleman boyutunda gerilme değerlerinin sonucu etkileyecek kadar fazla değişmediği görüldüğünden eleman boyutu 0,1 mm olarak alınmıştır.

Tablo 1. Farklı eleman boyutları için gerilme değişimi  
(Stress changes for different element sizes)

Eleman Boyutu (mm)	Eleman Sayısı	Maksimum Eğilme Gerilmesi (N/mm <sup>2</sup> )
1	348	110,24
0,8	1180	115,68
0,6	2132	117,28
0,4	6840	118,62
0,2	44780	118,99
0,1	358860	119,07
0,05	2889480	119,17

Eleman tipi ve boyutu belirlendikten sonra sistemin sınır şartlarının tanıtılması gerekmektedir. Bu çalışmada diş dibi gerilmesinin hesaplanması sırasında dinamik etkiler dikkate alınmadığından statik durum için analiz gerçekleştirilmiştir.

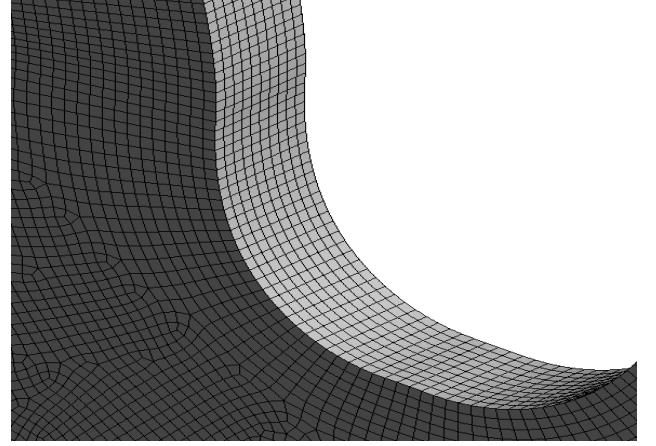




**Şekil 4.** Grafik metot ile eğilme gerilmesi hesabı akış diyagramı  
(Flow chart of bending stress calculation with graphic method)

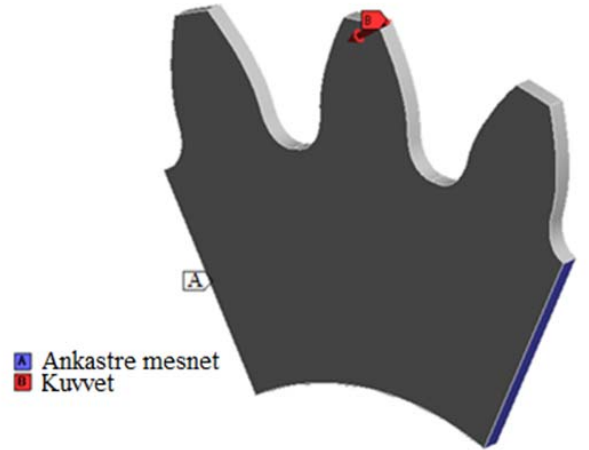
Bu nedenle ANSYS paket programı içerisinde “Static Structural” alt bölümü kullanılmıştır. Sistemin sınır şartları Şekil 6’da görülmektedir. Üç diş modelinin alt ve yan kısımlarının tüm dönme ve öteleme hareketleri kısıtlanmıştır. Kuvvet ise dişlinin diş başı çapından çizgisel olarak 100 N büyüklüğünde tekil yük olarak uygulanmıştır. Yükleme diş başı dairesi üzerinden yapıldığı için bu çap üzerindeki basınç açısı Eş. 21’e göre hesaplanmıştır.

$$r_0 \cdot \cos \alpha = r_a \cdot \cos \alpha_a \quad (21)$$



**Şekil 5.** Sonlu eleman ağ yapısı (Finite element mesh structure)

Burada  $r_0$ ; taksimat dairesi yarıçapı,  $\alpha=20^\circ$  taksimat dairesi üzerindeki basınç açısı,  $r_a$ ; diş başı dairesinin yarıçapı,  $\alpha_a$ ; diş başındaki basınç açısı olarak tanımlanmaktadır. Çalışmada incelenen her bir durum için CAD geometrileri ayrı ayrı oluşturulmuş ve ANSYS programında analiz edilerek sonuçlar elde edilmiştir.



**Şekil 6.** Sonlu eleman analizi sınır şartları  
(Boundary conditions of FEA)

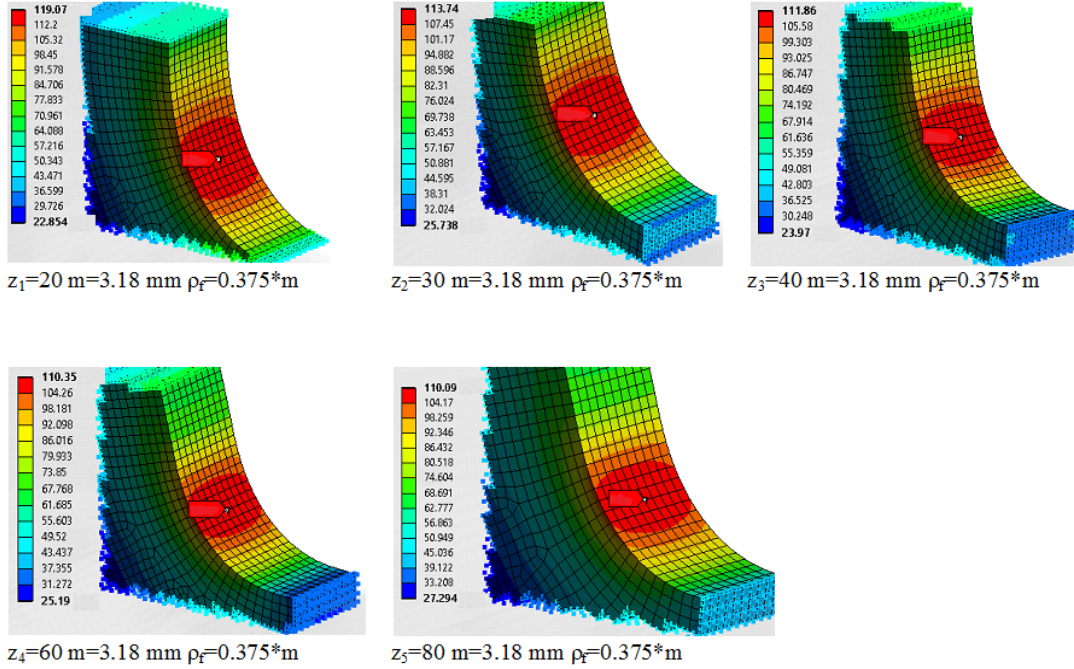
### 3. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Bu çalışmada beş farklı dişli parametresinin diş dibinde oluşan eğilme gerilmesine etkisi durumlar halinde incelenmiştir. Birinci durumda diş sayısı değişimi, ikinci durumda dişli basınç açısı değişimi, üçüncü durumda profil kaydırma faktörünün değişimi, dördüncü durumda diş başı yüksekliğinin değişimi ve son olarak beşinci durumda kesici takım uç yarıçapının değişiminin, diş dibinde oluşan eğilme gerilmesine etkisi grafik ve sonlu elemanlar metotları kullanılarak incelenmiştir. Her bir durum için incelenen dişli çark özellikleri Tablo 2’de ayrıntılı olarak verilmektedir. Şekil 7’de birinci durum için sonlu elemanlar analizi sonucu elde edilen eğilme gerilmelerinin eğilme tarafındaki maksimum dağılımları görülmektedir. Maksimum eğilme



**Tablo 2.** Her bir durum için kullanılan dişli özellikleri  
(Gear properties used for each case)

Dişli Özellikleri	I. Durum	II. Durum	III. Durum	IV. Durum	V. Durum
Modül (mm)	3,18	3,18	3,18	3,18	3,18
Diş Sayısı	20, 30, 40, 60, 80	28	28	28	28
Basınç Açısı (°)	20	18, 20, 25, 28, 30	20	20	20
Profil Kaydırma Oranı	0	0	-0.3, -0.1, 0, 0.2, 0.5	0	0
Kesici Takım Uç Yarıçapı (m)	0.375	0.1	0.375	0.375	0.1,0.2,0.3, 0.375,0.47
Diş Başı Yüksekliği (ha)	1*m	1*m	1*m	1*m,1.05*m 1.1*m, 1.15*m,1.2*m	1*m
Diş Kalınlığı (mm)	1	1	1	1	1

**Şekil 7.** Farklı diş sayıları için sonlu eleman analiz sonuçları (Finite element analysis results for different tooth number)

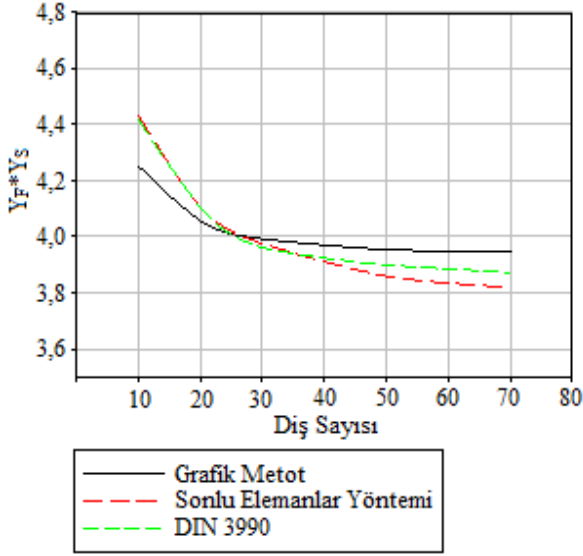
gerilmesi dişli geometrisinin kök bölgesinde oluşmaktadır. Bu nedenle şekiller verilirken sadece kök bölgelerindeki eğilme gerilmelerinin dağılımı dikkate alınmıştır.

Birinci durum için diş sayısı artışı ile eğilme gerilmelerinde azalma meydana geldiği görülmektedir. Ancak karşılaştırma yapılabilmesi bakımından, oluşan gerilme değerleri normalize edilmesi gerekmektedir. Eş. 22 kullanılarak sonlu elemanlar sonucundan elde edilen gerilme değerleri normalize edilmiştir. Elde edilen bu yeni değer  $Y_F$  ve  $Y_S$  faktörlerinin çarpımıdır. Dişli çark helisel olmadığından  $Y_\beta=1$  ve uygulanan tekil kuvvet diş başından uygulandığı için  $Y_e=1$  olarak alınır. Eş. 22'de normalize gerilme değeri verilmiştir.

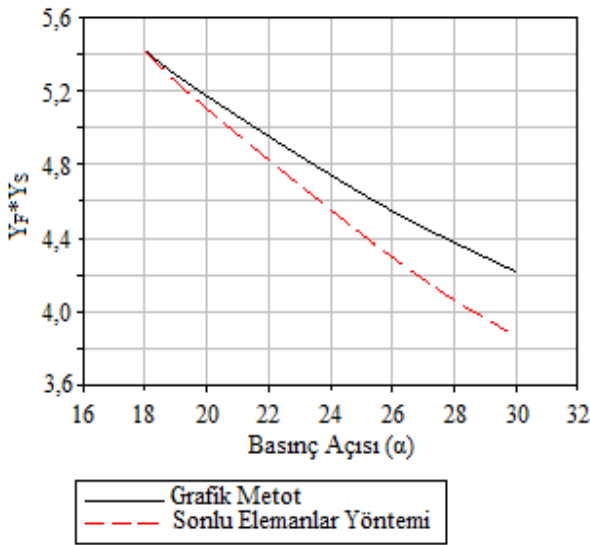
$$\sigma_N = \sigma / (F_t / b \cdot m) \quad (22)$$

Normalize edilen gerilme dağılımları ( $Y_F \cdot Y_S$ ) faktör çarpımlarının diş sayısına bağlı olarak değişimi Şekil 8'de verilmektedir. Şekil 8 incelendiğinde hem grafik yöntem ile elde edilen hem sonlu elemanlar analizi sonucu elde edilen, DIN 3990 standardına göre elde edilen  $Y_F \cdot Y_S$  faktör çarpımları görülmektedir. Her üç yöntem ile de oldukça yakın sonuçlar elde edilmiştir. Diş sayısı 20 olduğu durumda faktör çarpım değerleri 4,3 civarında olduğu görülürken diş sayısının artması ile birlikte faktör çarpımları 3,9 civarına düştüğü görülmektedir. Diş sayısının artması ile birlikte diş üzerinde oluşan maksimum eğilme gerilmesinde azalma meydana gelmektedir (Şekil 8). Ancak yüksek diş sayılarına çıkıldıkça gerilme miktarındaki düşüş azaldığı görülmektedir. Dişli çark geometrisinde basınç açısının artması ile diş kökü genişlemekte ve diş dibinde görülen kritik kesit kalınlığı artmaktadır. Buna bağlı olarak da basınç

açısının artması ile birlikte, diş dibinde oluşan gerilmelerde azalma olması beklenmektedir. Şekil 9 incelendiğinde, ikinci durumdaki dişli özelliklerine bağlı olarak, farklı basınç açıları için diş form ve gerilim düzeltme faktörlerinin çarpımının değişimi görülmektedir. Basınç açısı  $18^\circ$  için  $Y_F \cdot Y_S$  çarpımı 5.4 iken  $30^\circ$  basınç açısı için 4 civarına düştüğü görülmektedir. Sadece basınç açısının artması ile birlikte diş dibinde oluşan gerilmelerde yaklaşık %25 düşüş olabileceği hem grafik metot kullanılarak hem de sonlu eleman analiz sonucunda görülmektedir. Yüksek basınç açısına sahip dişlilerin gerilme bakımından avantajlı olduğu sonucuna varılmıştır (Şekil 9).

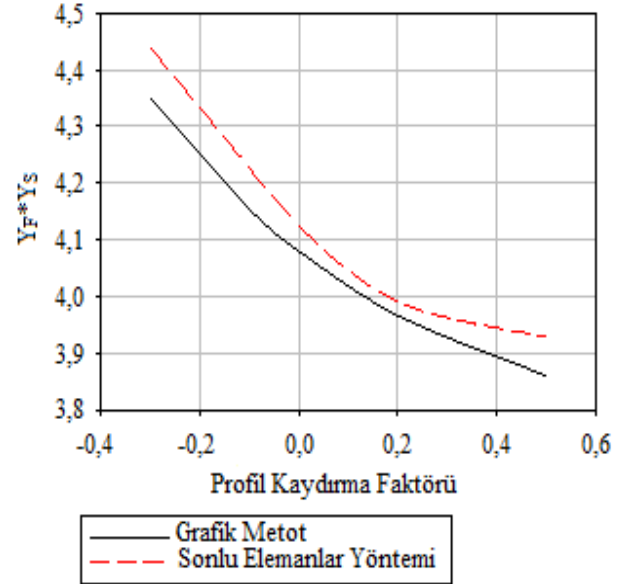


Şekil 8. Farklı diş sayıları için  $Y_F \cdot Y_S$  faktörlerinin değişimi  
(Change of  $Y_F \cdot Y_S$  factors for different tooth numbers)



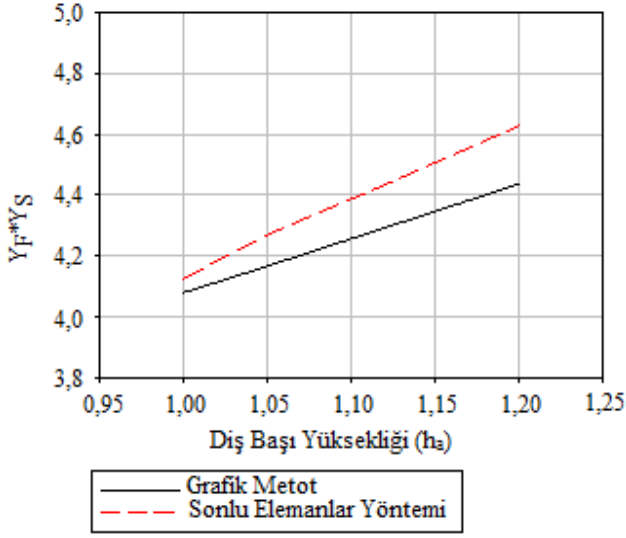
Şekil 9. Farklı basınç açısına sahip dişli çarklarda için  $Y_F \cdot Y_S$  faktörlerinin değişimi  
(Change of  $Y_F \cdot Y_S$  factors for gears with different pressure angles)

Çalışmanın üçüncü durumunda ise profil kaydırma işleminin, gerilme düzeltme faktörlerine olan etkisi incelenmiştir. Bilindiği gibi negatif profil kaydırma işlemi sonucunda, takımın diş köküne yaklaşmasından dolayı, kök bölgesinde zayıflama meydana gelmektedir. Pozitif profil kaydırma işleminde ise, diş kökünde kalınlaşma ve diş başında sivrileşme meydana gelmektedir. Buna göre negatif profil kaydırma işlemi sonucunda, kritik diş kalınlığı azalacağından, sıfır dişli ve pozitif profil kaydırılmış dişlilere göre daha yüksek gerilmeler gözlenecektir. Şekil 10 incelendiğinde, -0,3 ile 0,5 profil kaydırma faktörleri arasında  $Y_F \cdot Y_S$  değişimi verilmektedir. -0,3 negatif profil kaydırma faktörü için  $Y_F \cdot Y_S$  çarpımının 4,4 olduğu görülürken 0,5 pozitif profil kaydırma durumunda ise 3,9 değerine düştüğü görülmektedir. Dişli çarka pozitif profil kaydırma işlemi uygulanarak %15'lik bir gerilme düşüşü sağlanmıştır.



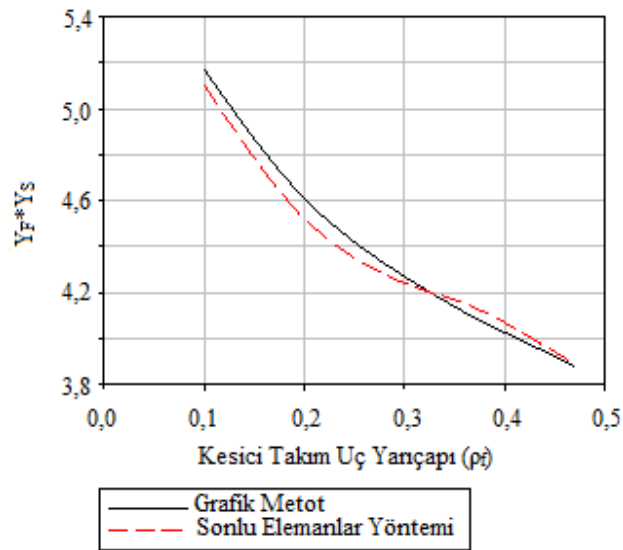
Şekil 10. Profil kaydırma faktörü değişiminin  $Y_F \cdot Y_S$  faktörlerine etkisi  
(Effect of profile shift factor change on  $Y_F \cdot Y_S$  factors)

Dişli çark geometrisini belirleyen bir diğer önemli faktör ise, diş başı yüksekliğidir. Diş başı yüksekliğinin artması ile birlikte, kavrama oranı artmakta, dişliler dinamik açıdan daha düzgün çalışır hale gelmektedir. Bu çalışmada düşük kavrama oranlarında kalacak şekilde diş başı yüksekliği artışının diş dibinde oluşan eğilme gerilmesine etkisi incelenmiştir. Diş başı yüksekliğinin artması ile birlikte, uygulanan kuvvet sabit kalsa bile, merkeze olan mesafe arttığı için, eğilme momenti artacak buna bağlı olarak eğilme gerilmesi artacaktır. Nitekim Şekil 11 incelendiğinde dördüncü duruma ait, diş yüksekliği artışına bağlı olarak  $Y_F$  ve  $Y_S$  faktörlerinin çarpımının değişimi görülmektedir. Standart ( $1 \times m$ ) diş başı yüksekliği için faktör çarpımları 4,1 iken, yüksekliğin artması ile birlikte 4,5'a kadar çıktığı görülmektedir. Diş başı yüksekliğinin artması ile birlikte yaklaşık %10 gerilme değerlerinde artış olduğu hem grafik metot ile hem de sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanmıştır.



**Şekil 11.** Diş başı yüksekliğinin  $Y_F * Y_S$  faktörlerine etkisi  
(Effect of gear addendum on  $Y_F * Y_S$  factors)

Çalışmada beşinci olarak kesici takım uç yarıçapının diş dibinde oluşan eğilme gerilmesine olan etkisi incelenmiştir. Kesici takım uç yarıçapının artması ile birlikte, dişlinin kök bölgesinde daha yumuşak bir geçiş olacağından, gerilmelerde azalma sözü konusu olacaktır. Şekil 12’de bu değişim açıkça görülmektedir. 0,1 modül kesici takım uç yarıçapına sahip bir kremayer ile imal edilen dişli çarkta oluşan gerilmelerin, 0,47 modüle sahip takımla imal edilen dişli çarka göre, %30 daha fazla olduğu görülmektedir. Yani kesici takım uç yarıçapının artırılması ile diş dibinde oluşan gerilme değerinde önemli ölçüde azaldığı görülmektedir. Bu çalışma içerisinde kullanılan tüm yöntemlerden diş dibi gerilmesi üzerinde en etkili olanı kesici takım uç yarıçapının değiştirilmesidir.



**Şekil 12.** Kesici takım uç yarıçapının,  $Y_F * Y_S$  faktörlerine etkisi  
(Effect of cutting tool tip radius on  $Y_F * Y_S$  factors)

#### 4. SİMGELER (SYMBOLS)

$\alpha$	: Basınç açısı
$b$	: Diş genişliği
$\epsilon_\alpha$	: Kavrama oranı
$F$	: Uygulanan tekil kuvvet
$h_a$	: Diş başı yüksekliği
$h_f$	: Taban yüksekliği
$h_{Fa}$	: Moment kolu uzunluğu
$m/m_n$	: Modül
$r_i$	: Dişli çark üzerindeki herhangi bir yarıçap değeri
$\rho_{f0}$	: Kesici takım uç yarıçapı
$\rho_f$	: Kesici takım uç radyüsü, Trokoid eğrilik yarıçapı
$s_{Fn}$	: Kritik kesit kalınlığı
$x$	: Profil kaydırma faktörü
$Y_F$	: Diş form faktörü
$Y_S$	: Gerilme düzeltme faktörü
$Y_\epsilon$	: Kavrama faktörü
$Y_\beta$	: Helis faktörü
$r_0$	: Taksimat dairesi yarıçapı
$z$	: Diş sayısı

#### 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada beş farklı dişli tasarım parametresinin, dişli çarkın diş dibinde oluşan eğilme gerilmesine olan etkileri grafik metot ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiş, diş dibinde oluşan eğilme gerilmesinin azaltılması için yapılabilecek tasarım değişiklikleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Belirlenen tasarım parametrelerinin etkisinin net bir şekilde görülebilmesi için, ayrı ayrı durum analizleri kurgulanarak yukarıda bahsedilen yöntemlerle incelenmiştir. Gerek grafik metot, gerekse sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçlar, standart dişli özellikleri için DIN 3990 standardı ile karşılaştırılmış ve sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür. Standardın doğrulanması ile birlikte diğer tasarım parametrelerinin etkisi sırayla incelenmiş olup elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Diş sayısının artması ile birlikte, diş dibinde oluşan eğilme gerilmesinde azalma meydana gelmektedir. Ancak azalış miktarı diş sayısının artması ile birlikte azalmaktadır. Bu nedenle yüksek diş sayısına sahip iki dişli çark arasında bu etki az olacaktır. Basınç açısının  $18^\circ$  den  $30^\circ$  ye çıkması ile diş dibinde oluşan eğilme gerilmesinde yaklaşık %25 azalma meydana gelmektedir.

Pozitif profil kaydırma işlemi ile diş dibinde oluşan gerilme değerleri azaltılırken, negatif profil kaydırma ile gerilme değerlerinde artış sağlanmıştır. Diş başı yüksekliğinin  $1^*m$ 'den  $1,2^*m$ 'e çıkartılması ile kuvvet kolu uzadığından dolayı diş dibinde oluşan gerilme değerlerinde %10'a varan bir artış meydana gelmiştir. Kesici takım uç yarıçapının değiştirilmesi ile diş dibinde oluşan gerilme değerleri kesici takım uç yarıçapına bağlı olarak önemli ölçüde değişmektedir. Kesici takım uç yarıçapının artırılması ile diş dibinde oluşan gerilme değerlerinde %30'a varan azalma meydana gelmektedir. Programlanabilir ve hızlı bir yöntem olan grafik metodun özellikle de standart olmayan

parametrelere sahip dişli çarkların gerilme analizinde güvenilir bir metot olduğu sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçlar ile mukayese edildiğinde anlaşılmaktadır. Grafikler incelendiğinde iki yöntem arasında ortalama %3-4 lük bir fark görülmüştür.

Her bir dişli tasarım parametresinin diş dibi gerilmeleri üzerinde olan etkisi farklı olmak ile birlikte, dişli çarkın diğer özellikleri üzerine de etkisi olmaktadır. Bu nedenle tüm bu parametrelerinde dikkate alınarak bir optimizasyon çalışması yapılması gerekmektedir. Bu çalışmanın ardından, tüm bu parametrelerin ortak olarak değerlendirilebileceği, optimum dişli geometrisi ortaya çıkarılabilecek bir çalışma yapılması hedeflenmektedir.

#### TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENT)

Bu çalışma OUAP(MH)-2014/25 numaralı ‘‘Evolvent Dişli Çarkların Darbe Yüklerine Dayanımlarının Deneysel Olarak İncelenmesi’’ isimli projenin bir çıktısı olarak üretilmiştir. Çalışmayı destekleyen Uludağ Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Projeleri’ne yazarlar olarak teşekkür ederiz.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Buckingham E., Analytical Mechanics of Gears, Dover Publications, New York, A.B.D., 1949.
- Colbourne J.R., The Geometry of Involute Gears, Springer-Verlag, New Jersey, A.B.D., 1987.
- Litvin F.L. ve Fuentes A., Gear Geometry and Applied Theory Second Edition, Cambridge University Press, New York, A.B.D., 2004.
- Radzevich S.P., Dudley’s Handbook of Practical Gear Design and Manufacture, CRC Press, 2016.
- Kapelevich A., Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth, Mechanism and Machine Theory, 35 (1), 117-130, 2000.
- Yang S.C., Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and its Analysis, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 26 (5-6), 448-456, 2005.
- Fetvacı C., Computer simulation of nonstandard gears manufactured by pinion-type cutters, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 33 (1), 51-61, 2018.
- Jammi S.R., Gear Tooth Stresses From Finite Element Analysis Compared with AGMA Standards, Proceedings of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2013, Portland Oregon – A.B.D., 4-7 Ağustos 2013.
- Cavdar K., Karpal F., Babalık F.C., Computer Aided Analysis of Bending Strength of Involute Spur Gears with Asymmetric Profile, Journal of Mechanical Design, 127, 477 - 484, 2005.
- Kumar V.S., Muni D.V., Muthuveerappan G., Optimization of Asymmetric Spur Gear Drives to Improve the Bending Load Capacity, Mechanism and Machine Theory, 43, 829–858, 2008.
- Flodin A. ve Andersson M., Tooth Root Optimization of Powder Metal Gears: Reducing Stress from Bending and Transient Loads, Gear Technology, June/July 2013.
- Lisle T.J., Shaw B.A., Frazer R.C., External Spur Gear Root Bending Stress: A Comparison Of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04 ANSYS Finite Element Analysis and Strain Gauge Techniques, Mechanism and Machine Theory, 111, 1–9, 2017.
- Patil S.S., Karuppanan S., Atanasovska I., Experimental Measurement of Strain and Stress State at the Contacting Helical Gear Pairs, Measurement, 82, 313-322, 2016.
- Wang M.J., A New Photoelastic Investigation of the Dynamic Bending Stress of Spur Gears, Journal of Mechanical Design, 125, 365-372, 2003.
- Spitas V., Costopoulos T., Spitas C., Optimum Gear Tooth Geometry for Minimum Fillet Stress Using BEM and Experimental Verification with Photoelasticity, Journal of Mechanical Design, 128 (5), 1159-1164, 2006.
- Fetvacı M.C. ve İmrak C.E., Finite Element Modeling of Spur Gears for Analysing Tooth Bending Stresses, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 19 (2), 199-203, 2004.
- Fetvacı M.C. ve İmrak C.E., Düz Dişlilerde Kavrama Çevriminde Gerilmelerin Değişiminin Sonlu Eleman Metodu ile İncelenmesi, Mühendis ve Makina, 46 (545), 2005.
- Pedrero J.I., Fuentes A., Estrems M., Approximate Method for the Determination of the Bending Strength Geometry Factor for External Spur and Helical Gear Teeth, Journal of Mechanical Design, 122, 331-336, 2000.
- Sekar R.P. ve Muthuveerappan G., Estimation of Tooth Form Factor for Normal Contact Ratio Asymmetric Spur Gear Tooth, Mechanism and Machine Theory, 90, 187–218, 2015.
- Hasl C., Liu H., Oster P., Tobie T., Stahl K., Method for Calculating the Tooth Root Stress of Plastic Spur Gears Meshing with Steel Gears under Consideration of Deflection-Induced Load Sharing, Mechanism and Machine Theory, 111, 152-163, 2017.
- Marimuthu P. ve Muthuveerappan G., Design of Asymmetric Normal Contact Ratio Spur Gear Drive Through Direct Design to Enhance the Load Carrying Capacity, Mechanism and Machine Theory, 95, 22-34, 2016.
- Jabbour T. ve Asmar G., Tooth Stress Calculation of Metal Spur and Helical Gears, Mechanism and Machine Theory, 92, 375-390, 2015.
- Obsieger, Tooth form factors used for external and internal teeth, Zeitschrift Konstruktion, 32, 443-447, 1980.
- DIN 3990, Calculation of Load Capacity of Cylindrical Gears: Calculation of Tooth Strength, 1987.