



Hidrolik test sisteminin model öngörülü kontrolü Model predictive control of hydraulic test system

Ufuk DURSUN^{1*}, İlker ÜSTOĞLU², Fatma Yıldız TAŞÇIKARAOĞLU³

^{1,2,3}Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü, Elektrik- Elektronik Fakültesi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.
ufuk.dursun@std.yildiz.edu.tr, ustoglu@yildiz.edu.tr, fayildiz@yildiz.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 04.02.2018, Kabul Tarihi/Accepted: 09.10.2018

doi: 10.5505/pajes.2018.81236

* Yazışılan yazar/Corresponding author

Özel Sayı Makalesi/Special Issue Article

Öz

Bu çalışmada, ürünlerin dayanım ve performanslarının belirlenmesi için kullanılan hidrolik test sistemlerinin kontrolü için Model Öngörülü Kontrol (Model Predictive Control- MPC) tasarımı yapılmıştır. Sistem kısıtlarının optimal kontrol kuralına dahil edilmesiyle test sistemi uygulamalarında karşılaşılan doyum problemleri için performans artımı sağlanması hedeflenmiştir. Bu amaçla, ilk olarak örnek sistem için sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemleri oluşturulmuştur. Model çalışma noktası etrafında doğrusallaştırılarak, ivme durum değişkeni olacak şekilde durum uzayı modeli oluşturulmuştur. Elde edilen model, örnek sisteme ait model parametreleri kullanılarak, MPC içerisinde kullanılmak üzere ayrıklaştırılmıştır. MPC kuralı, yığın metodu (batch method) yardımı ile oluşturularak, kısıtlamalı optimal kontrol problemi arama algoritması yardımı ile çözülmüştür. Kontrol performansının tespiti amacı ile LQR ile karşılaştırmalı sayısal benzetim sonuçları sunulmuştur. Ayrıca sayısal benzetim testleri model belirsizliği ve ölçüm gürültüsü koşulları altında tekrarlanmış ve sonuçlar sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır ve gelecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Hidrolik test sistemi, Model öngörülü kontrol, Kısıtlamalı optimizasyon

Abstract

In this study, Model Predictive Control (MPC) is designed for the control of hydraulic test systems that are used for determining the strength and performance of the product. It is aimed to increase the performance of the saturation problems faced during the test system applications while including the system constraints in the optimal control rule. For this purpose, the nonlinear dynamic equations are first obtained for the considered test system. The state space model is obtained by linearizing the model around the equilibrium point in a way that the design variable is considered to be acceleration. The obtained model is discretized for employing it in MPC by using the model parameters of the considered system. MPC rule is solved via constituting batch approach method through constrained optimal control problem search algorithm. The simulation result of the comparisons with LQR is presented with the aim of examining the control performance. In addition, numerical simulations are repeated under parametric model uncertainty and measurement noise conditions and results are presented. The obtained results are discussed, and future studies are suggested.

Keywords: Hydraulic test system, Model predictive control, Constrained optimization

1 Giriş

Test sistemleri bir ürün veya bileşenlerinin dayanım ve performansının ölçülmesi için geliştirilmiş sistemlerdir. Çalışma esnasında ürünün maruz kaldığı yükler veya maruz kalabileceği maksimum yükler gözetilerek oluşturulan test profilleri ürüne test sistemleri aracılığı ile uygulanır. Yüksek yük ihtiyacının karşılanabilmesi amacı ile sıklıkla hidrolik eyleyiciler kullanılır.

Hidrolik test sistemlerinin ürüne uygulayacağı test profilleri sıklıkla konum ve kuvvet büyüklükleri olmakla birlikte, özellikle çalışma simülasyonu uygulamalarında ivme kontrolü yapılmaktadır. İlgili test profili kontrol sistemi için referans işaretini teşkil etmektedir. Hidrolik eyleyicinin ve test numunesinin sahip olduğu doğrusal olmayan dinamikler ve sistem modelinin bilinmemesi gibi etkilerin aşılabilmesi için literatürde çeşitli kontrol algoritmaları sunulmuştur. Hidrolik test sistemlerinin kontrolüne yönelik bir araştırma-derleme çalışması [1]'de mevcuttur. [2]'de hidrolik eyleyici kontrol performansı dinamik yük geri beslemesi yardımı ile artırılmıştır. Test numune modelinin bilinmemesi sebebi ile PID benzeri kontrol algoritmalarına ait parametrelerin ayarlanabilmesi için öz uyarılma algoritması [3]'de önerilmiştir. Doğrusal olmayan sistemler için doğrusal olmayan kontrol yöntemleri önerilerek test numunesi ve hidrolik eyleyiciye ait doğrusal olmayan dinamiklerin etkileri aşmaya çalışılmıştır [4]-[7].

[8]-[12]'de yineleyerek öğrenmeli kontrol (Iterative Learning Control- ILC) yöntemi üzerinde durulmuştur. Bu çalışmalarda, test sisteminin takip performansı sistem üzerinde çevrimsel olarak iyileştirilmektedir. [8]-[10]'da ILC yapısındaki model tersi frekans düzleminde elde edilmiştir. [11]'de ivme geri beslemesi kullanılarak gürbüz kontrolör tasarımı yapılmış, sistem performansı ILC ile artırılmıştır. [12]'de geri besleme ile doğrusallaştırma ve ILC birlikte kullanılarak servo valfin matematik modeli doğrusallaştırılmış ve yörünge takip performansı artırılmıştır. Belirtilen çalışmalarda özellikle ivme takip performansı, sistem modelini içerisinde barındıran ILC yöntemine dayalı denemeler ile iyileştirmesine karşın sistem kısıtları kontrol kuralı içerisinde tanımlanmamıştır. Literatüre katkı olarak, bu makalede sistem kısıtlarına dayalı problemlerin aşılması için MPC kullanımı önerilmiştir. MPC kullanımının temel motivasyonunu sistem modeli ve kısıtlarının kontrol kuralı içerisinde tanımlanabilmesi oluşturmaktadır. Diğer taraftan, hidrolik test sistemlerine özel olmamakla birlikte, hidrolik eyleyicilerin kontrolünde sistem kısıtlarını içerisinde barındıran MPC uygulamaları mevcuttur. [13]'de ise hidrolik eyleyici için doğrusal olmayan MPC çalışması yapılmıştır. [14]'de hidrolik eyleyicinin kuvvet kontrolü için sistem kısıtlarını içerecek şekilde MPC uygulaması yapılmıştır. [15]'de pozisyon kontrolü için robust MPC tasarımı ve uygulaması yapılmıştır. [16]'da hidrolik süspansiyon kontrolünde MPC kullanılmıştır. Bu çalışmalarda, kontrol edilen parametreler kuvvet ve konum olarak ele

alınmış ivme sistem durumu olarak ele alınmamıştır. Test sistemlerinde özellikle yol/yük simülasyonu testlerinde ivme kontrol edilecek temel parametre olarak ele alınmaktadır. Bu sebeple, literatüre katkı olarak, ivme sistem durumu olarak tanımlanacak şekilde hidrolik test sisteminin durum uzayı modeli oluşturulmuş ve ivme diğer sistem durumları ile kontrol edilecek parametrelerden biri olarak ele alınarak MPC içerisinde kullanılmıştır.

Bu makalede, hidrolik test sistemlerine yönelik Model Öngörülü Kontrol (Model Predictive Control- MPC) tasarımı üzerinde durulmuştur. Literatürde istenen test profilinin yüksek doğrulukla ürüne uygulanması üzerine yoğunlaşılırken, test sistemine ait kısıtların etkileri ihmal edilmiştir. Literatüre ek olarak bu çalışmada sistem kısıtları kontrol kuralı içerisinde kullanılarak, belirlenen ufuk uzunluğunda optimum sonucu verecek kontrol işareti elde edilmiştir. Bu amaçla, ilk olarak sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemleri örnek bir sistem göz önüne alınarak oluşturulmuştur. Test numunesine ait ivme durum değişkeni olacak şekilde, sistem doğrusallaştırılarak, ayrık durum uzayı modeli elde edilmiştir. Yığın metodu yardımı ile sistemin belirlenen ufuk uzunluğu içerisinde sistem durumlarının değişimi vektörel formda ifade edilmiştir. Yine vektörel formda ifade edilen sistem kısıtları kullanılarak, optimal kontrol işareti vektörü, MATLAB-quadprog arama algoritması yardımı ile elde edilmiştir. Sayısal benzetim sonuçları LQR ile karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur.

Makale 5 bölümden oluşmaktadır. Makalenin 2. bölümünde sistem tanıtımı ve modellenmesi yapılmıştır. Doğrusallaştırma ve matematik modelin elde edilmesi, bu bölümde ele alınmıştır. 3. bölümde MPC kontrol yöntemi aktarılmıştır. 4. bölümde örnek bir sistemin ayrıklaştırılması ve kontrol yönteminin sayısal benzetim sonuçları sunulmuştur. 5. ve son bölümde sonuçlar irdelenerek, gelecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

2 Sistemin modellenmesi

Bu bölümde kontrol edilecek olan sistemin tanıtımı ve modellenmesi yapılmıştır.

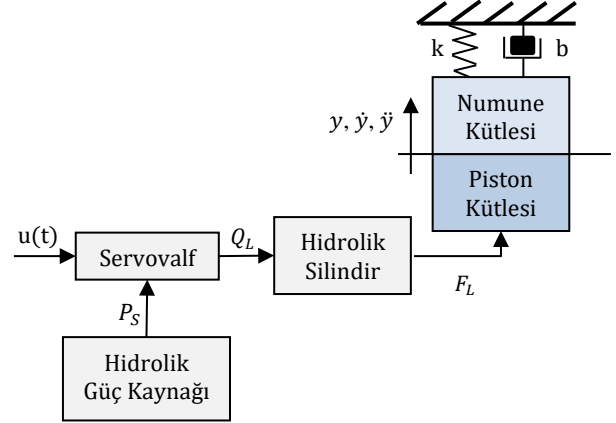
2.1 Sistemin tanıtımı

Hidrolik bir test sisteminin yapısında temel olarak hidrolik güç kaynağı, servo valf, hidrolik piston ve test numunesi bulunmaktadır. Hidrolik güç kaynağı, eyleyicinin ihtiyaç duyduğu akışkan gücünün karşılanmasını sağlar. Servo valf pistonu giden akışkanın debisini kontrol eder ve hidrolik piston gerekli yükleri test numunesine uygular. Ele alınacak sisteme ait şematik gösterim Şekil 1'de verilmiştir. Bu makalede test numunesi kütle-yay sistemi olarak ele alınmıştır.

Şekilde verilen P_S hidrolik güç kaynağı tarafından sisteme uygulanan basınç değeridir. $u(t)$, servo valfe uygulanan kontrol işareti olup valf sürgününün konumunu dolayısıyla hidrolik silindire uygulanan yük debisini (Q_L) ayarlamaktadır. F_L , silindirin yüke uyguladığı kuvveti ifade etmektedir. Burada yükten kasıt pistonun kendi kütlesi ve test numunesine ait dinamiklerdir. y, \dot{y}, \ddot{y} sırası ile piston/numune konum, hız ve ivme değerleridir. k ve b ise test numunesine ait yay sabiti ve viskoz sürtünme katsayısıdır.

Sisteme ait konum, hız ve ivme değerlerinin ölçüldüğü varsayılmıştır. Test sistemleri çok eksenli yapıda olabilmektedir. Çok eksenli test sistemlerinde diğer

silindirlerden etkileyen kuvvet bozucu etki oluşturmaktadır. Kontrol yönteminin daha sade ele alınabilmesi için sistem mertebesini düşük tutacak şekilde tek eksenli test sistemi ele alınarak, test numunesi kütle-yay sistemi olarak seçilmiştir.



Şekil 1: Sistemin şematik gösterimi.

2.2 Matematik model

Bu bölümde sistem dinamikleri ele alınarak, matematik model elde edilmiştir. Sistemin modellenmesinde [17]'de verilen kaynaktan yararlanılmıştır. Test sistemine ait hidrolik güç kaynağı ideal kabul edilmiştir. Bu durumda sistemin sabit basınç ve debi ihtiyacını karşıladığı varsayılmıştır. Servo valf akışkan debisini kontrol ederek pistonu uygulamaktadır. Servo valfe ait sürgünün dinamiği ihmal edilerek akış denklemi (1)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$Q_L(t) = K_V \cdot u(t) \cdot \sqrt{\frac{P_S - P_t - |P_L(t)|}{2}} \quad (1)$$

Eşitlikte verilen $Q_L(t)$ yük debisini, K_V valf kazancını, $u(t)$ kontrol işaretini, P_S besleme basıncını, P_t tank basıncını, $P_L(t)$ yük basıncını ifade etmektedir.

Hidrolik silindir, hidrostatik yataklamalı yapıda olduğu kabul edilerek kuru sürtünme ihmal edilmiştir. Piston odalarının özdeş olduğu kabulü ile pistonun oluşturacağı kuvvet,

$$F_L(t) = A_A \cdot P_L(t), \quad (2)$$

şeklinde dir. İfade edilen $F_L(t)$ silindirin uyguladığı kuvveti, A_A piston alanını sembolize etmektedir. Kütle yay sistemi olarak ele alınan test numunesinin, piston ile bağlantısının ideal olduğu kabul edilmiştir. Bu sebeple hareket denklemleri oluşturulurken piston kütlesi ve test numunesine ait kütle beraber ele alınmıştır. Hidrolik silindirin yere paralel yönde hareket ettiği kabul edilerek, yerçekimi etkisi ihmal edilmiştir. Bu haliyle hareket denklemi Denklem (3)'deki gibi oluşturulur.

$$F_L(t) = m \cdot \ddot{y}(t) + b \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) \quad (3)$$

Bu denklemde, m piston ve numuneye ait toplam kütle, b viskoz sürtünme katsayısını, k yay sabitini, $y(t)$ yerdeğişimini, $\dot{y}(t)$ hızı, $\ddot{y}(t)$ ivmeyi ifade etmektedir. Hidrolik silindirin yapısal enemesi ihmal edilerek, piston içerisindeki debi tüketimi,

$$Q_L = A_A \cdot \dot{y} + \alpha \cdot \dot{P}_L + C_p \cdot P_L, \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlikteki C_p sızdırmazlık katsayısını ifade ederken, α akışkanın sıkıştırılabilirliğini ifade eden bir katsayı olup,

$$\alpha = \frac{v_t}{2 \cdot \beta}, \quad (5)$$

şeklinde. Burada β bulk modülünü, v_t ise sıkıştırılan sıvı hacmini ifade etmektedir. Modellemede v_t 'nin seçiminde pistonun orta noktada olduğu durum esas alınmıştır. Literatürde hidrolik eyleyicilerin modellenmesinde sıklıkla P_L durum değişkeni olarak ele alınmaktadır. Diğer taraftan test sistemlerinde ivme kontrolünün önemli olması sebebi ile ivme değişkeninin sistem durumu olarak ifade edilmesi istenmektedir. Bu amaçla Denklem (1), Denklem (2) ve Denklem (3) birleştirilerek

$$Q_L(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{v_t}{\beta} \right) \frac{m}{A_A} \ddot{y}(t) + \left(\frac{b}{A_A} + C_p \frac{m}{A_A} \right) \dot{y}(t) + \left(\frac{k}{A_A} + A_A + C_p \frac{b}{A_A} \right) y(t) + C_p \frac{k}{A_A} y(t), \quad (6)$$

elde edilir. Denklem (1), Denklem (2) ve Denklem (4) kullanılarak yük debisi yeniden Denklem (7)'deki gibi yazılır.

$$Q_L(t) = \frac{K_V}{\sqrt{2}} \cdot u(t) \cdot \sqrt{P_S - P_t - \left| \frac{m}{A_A} \ddot{y}(t) + \frac{b}{A_A} \dot{y}(t) + \frac{k}{A_A} y(t) \right|} \quad (7)$$

Denklem (6) ve Denklem (7) birleştirilerek ivmenin türevi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\ddot{y}(t) = \frac{K_V}{Z\sqrt{2}} \cdot u(t) \cdot \sqrt{P_S - P_t - \left| \frac{m}{A_A} \ddot{y}(t) + \frac{b}{A_A} \dot{y}(t) + \frac{k}{A_A} y(t) \right|} - \frac{X}{Z} \ddot{y}(t) - \frac{Y}{Z} \dot{y}(t) - \frac{C_p k}{A_A \cdot Z} y(t) \quad (8)$$

Denkleme verilen X , Y ve Z ye ait eşitlikler Denklem (9)'da verilmiştir.

$$X = \frac{b+C_p m}{A_A}, Y = \frac{k+C_p b}{A_A} + A_A, Z = \frac{v_t m}{2\beta A_A} \quad (9)$$

Elde edilen dinamik denklemler kullanılarak sistemin doğrusal durum uzayı modeli oluşturulmuştur. Sistemin durum vektörü $x = [y \ \dot{y} \ \ddot{y}]^T$ olmak üzere, doğrusal olmayan dinamik denklemler $x_e = [0 \ 0 \ 0]^T$ denge noktası etrafında doğrusallaştırılmıştır. Durum uzayı modeli,

$$\dot{x} = A_c \cdot x + B_c \cdot u, \quad (10)$$

şeklinde olup A_c ve B_c ye ait eşitlikler Denklem (11) ve (12)'de verilmiştir.

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{C_p k}{\alpha m} & -\frac{C_p b + k\alpha + A_A^2}{\alpha m} & -\frac{C_p m + b\alpha}{\alpha m} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{A_A \cdot K_V}{\alpha m} \cdot \sqrt{\frac{P_S - P_t}{2}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

3 Kontrol yöntemi

Test sisteminin kontrol performansı doğrudan test sonuçlarını etkilemektedir. Konum, kuvvet ve ivme cinsinden oluşturulan test profilleri ürünün ömrünü temsil ettiği için test profilinin doğru bir şekilde numuneye uygulanması önem arz etmektedir. İstenen yüklerin numuneye yüksek doğrulukla uygulanabilmesi için literatürde çeşitli kontrol yöntemleri ele alınmıştır. Bu yöntemlerde sıklıkla test sisteminin doyma değerlerinin test ihtiyacını karşılayacağı kabulü ile hareket edilmiştir. Diğer taraftan test sistemlerinin kontrolü uygulamalarında doyma değerlerine bağlı performans kısıtlamaları ile sıklıkla karşılaşmaktadır. Geleneksel test yöntemlerinde bu sorunun aşılabilmesi için test profilinin revize edilmesi yoluna gidilmektedir.

Bu çalışmada önerilen MPC metodu, sistem kısıtlarının kontrol kuralı içerisinde kullanılmasına olanak sağlamaktadır. Bu sayede belirlenen şartlar altında kontrol algoritması optimum sonuçları verecek şekilde kontrol işareti vektörü oluşturarak testin daha gerçekçi bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlamaktadır. Alt bölümlerde öncelikle kontrol problemi aktarıldıktan sonra kontrol kuralı oluşturulmuştur.

3.1 Kontrol problemi

Kontrol problemi regülatör problemi olarak ele alınmıştır. Sistemin doğrusal olmayan modeli doğrusallaştırılmış ve ayrıklaştırılmıştır. Elde edilen doğrusal ayrık zamanlı durum uzayı modeli MPC kuralının oluşturulmasında kullanılmıştır. MPC her kontrol çevriminde ölçülen durumlara göre belirlenen ufuk uzunluğunca durumları ve kontrol işaretini gözeterek Denklem (13) ile verilen kısıtlamalı optimizasyon problemini çözmektedir.

$$\min_U J = x_N^T P x_N + \sum_{k=0}^{N-1} x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k \quad (13)$$

Eşitlikteki x_N son durum, P penaltı matrisi, Q ve R durum ve kontrol işaretine ait ağırlıklandırma matrisleridir. Sisteme ait durumlar ve kontrol işaretine ait tanım kümesi Denklem (14) ve (15)'de verilmiştir.

$$-u_{max} \leq u \leq u_{max} \quad (14)$$

$$-x_{max} \leq x \leq x_{max} \quad (15)$$

Eşitsizliklerde görüldüğü gibi sistemin doyma karakteristiği simetrik yapıdadır. Servo valfin giriş gerilimi valf sürgüsünün pozisyonu ile orantılıdır. Valf sürgüsünün, valf orifislerini tam olarak açtığı konum kontrol işareti açısından doyma değerine tekabül etmektedir. Konuma ait doyma değeri hidrolik silindirin teknik dokümanlarından belirlenebilir. Piston toplam uzunluğunun tam orta noktası sıfır kabul edilerek pozitif ve negatif yönde eşit bir doyma değeri elde edilmiş olur. Valf sürgüsünün tam açık olduğu durumda valf tüm debiyi ve basıncı piston tarafına iletir, hız ve ivme açısından doyma değerleri hidrolik güç kaynağının sağladığı maksimum debi ve basınca bağlı hale gelir. İvme ve hıza bağlı doyma değerleri

sıklıkla deneysel olarak belirlenir. Konum değişkeni doyuma gitmediği ölçüde sistem, ivme ve hızda doyuma gidebilir.

Sistem özellikleri gözetilerek konum değişkeninin doyuma gitmeden daha hızlı bir şekilde referans değerine oturması öncelikli hale getirilebilir. Diğer taraftan birimlere bağlı nümerik farklılıkların kontrol performansını etkilememesi amacı ile P , Q ve R matrisleri normalize formda Denklem (16) ve (17)'de verilmiştir.

$$Q = P = \begin{bmatrix} \frac{10}{x_{max1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.0000001}{x_{max2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.0000001}{x_{max3}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$R = \frac{1}{u_{max}} \quad (17)$$

Eşitlikteki x_{max1} , x_{max2} ve x_{max3} sırasıyla konum, hız ve ivmeye ait doyum değerleridir. Kontrol ufuk uzunluğu olan N 'nin seçiminde performans ve işlem hızı gözetilerek tercihte bulunulması gereklidir. N 'nin yüksek değerleri, kontrolörün sistemin olası çıkışlarını daha rahat gözlemesini ve buna uygun kontrol işaretini sentezlemesini sağlarken, aynı zamanda optimal kontrol işaretinin hesaplanması için gerekli hesap süresini artırmaktadır. Bunun için sisteme uygun kontrol ufku belirlenirken kapalı çevrim sistemi kararlı kılacak görece küçük bir N değerinin belirlenmesi gereklidir. Sınırlı zamanlı kısıtlı optimizasyon probleminin çözümü için gerekli optimum N değerinin belirlenmesi literatürde açık olan bir alandır. [18] ile verilen örnek makalede sistemi kararlı kılacak N değer aralığının belirlenmesi üzerinde durulmuştur. Bu çalışmada kontrol ufuk uzunluğu $N=5$ olarak seçilmiştir. Özetle, önerilen kontrol yöntemi her kontrol çevriminde ölçülen durum vektörü ve sistem modelini baz alarak, N adım içerisinde elde edilecek durum ve kontrol işaretini kümesini, Denklem (13)'te verilen optimizasyon problemini sistemi tanım kümesinde tutacak şekilde çözecektir.

3.2 Model öngörülü kontrol

Model Öngörülü Kontrol en temelde sınırlı zamanda çevrimiçi olarak optimal kontrol işaretinin elde edilmesi problemidir. Klasik optimal kontrolden farkı, ölçülerek veya gözleyici aracılığıyla belirlenen sistem durumu baz alınarak her kontrol çevriminde sınırlı zamanda optimal kontrol problemini çözmesidir. Kontrol yönteminin ele alınmasında yığın metodu kullanılmıştır. [19]'da konu ile ilgili detaylı bilgi paylaşılmış ve bu bölümde bu kaynaktan yararlanılmıştır.

Öncelikle sistemin belirlenen ufuk uzunluğu ve sistemin ayrık modeli gözetilerek, N adım için öngörülen durum vektörü oluşturulur.

$$X = S_X \cdot X_0 + S_U \cdot U_0 \quad (18)$$

Bu ifadede, X_0 ölçülmüş durum vektörü, X ve U_0 sistem durumları ve kontrol işareti için kontrol ufku N gözetilerek oluşturulmuş vektörler olup Denklem (19)'da verilmiştir. Diğer taraftan S_X ve S_U matrisleri Denklem (20)'de verilmiştir. Denklemde verilen A ve B değerleri, n adet durum ve m adet giriş içeren ayrık zamanlı durum uzayı modeline ait durum ve giriş matrisleridir.

$$X = \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{N-1} \\ X_N \end{bmatrix}, U_0 = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$S_X = \begin{bmatrix} I \\ A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{N-1} \\ A^N \end{bmatrix}, S_U = \begin{bmatrix} \emptyset_{n \times m} & \emptyset_{n \times m} & \cdots & \emptyset_{n \times m} \\ B & \emptyset_{n \times m} & \cdots & \emptyset_{n \times m} \\ AB & B & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \emptyset_{n \times m} \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \cdots & B \end{bmatrix} \quad (20)$$

Öngörülen değerler Denklem (13) ile verilen optimizasyon probleminde yerine yazılarak maliyet fonksiyonun öngörülen değerler sonucunda alacağı değer Denklem (21)'deki gibi elde edilir.

$$J = X^T \bar{Q} X + U_0^T \bar{R} U_0 \quad (21)$$

İfadede verilen \bar{Q} ve \bar{R} matrisleri blok köşegen yapıda olup, aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & \emptyset_{n \times n} & \cdots & \emptyset_{n \times n} \\ \emptyset_{n \times n} & Q & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \emptyset_{n \times n} \\ \emptyset_{n \times n} & \cdots & \emptyset_{n \times n} & P \end{bmatrix}_{n \cdot (N+1) \times n \cdot (N+1)}, \quad (22)$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} R & \emptyset_{m \times m} & \cdots & \emptyset_{m \times m} \\ \emptyset_{m \times m} & R & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \emptyset_{m \times m} \\ \emptyset_{m \times m} & \cdots & \emptyset_{m \times m} & R \end{bmatrix}_{(m \cdot N) \times (m \cdot N)}$$

İfadelerdeki $\emptyset_{n \times n}$ ve $\emptyset_{m \times m}$ uygun boyutlu sıfır matrisleridir. Denklem (18) ve Denklem (21) birleştirilerek maliyet fonksiyonu,

$$J = X^T \bar{Q} X + U_0^T \bar{H} U_0 + 2X_0^T F U_0 + X_0^T Y X_0 \quad (23)$$

halini alır. Bu ifadede,

$$H = S_U^T \bar{Q} S_U + \bar{R}, F = S_X^T \bar{Q} S_U, Y = S_X^T \bar{Q} S_X \quad (24)$$

şekindedir. Maliyet fonksiyonunun kısıtsız optimizasyonda alacağı optimum çözüm için gerek koşul kullanılarak, Denklem (23) ile verilen eşitliğin gradyenti (eğimi) alınarak sıfıra eşitlenir.

$$\nabla_u J = 2H U_0 + 2F X_0 = 0 \quad (25)$$

Optimizasyon probleminin sınırsız olarak tanımlanması durumunda ufuk uzunluğu boyunca elde edilecek optimum kontrol işareti vektörü Denklem (26)'deki gibi oluşturulur.

$$U_0^* = -H^{-1} \cdot F^T \cdot X_0 \quad (26)$$

Sistemin durum ve kontrol işareti açısından doyuma sahip olması durumunda, kontrol ufkunun her adımda kısıtların sağlanması gerekmektedir. Bu durumda öncelikle kontrol işaretinin tanım kümesi üzerinden, kontrol vektörü U_0 için kısıtlar Denklem (27)'deki gibi oluşturulur.

$$\begin{bmatrix} -u_{max} \\ -u_{max} \\ -u_{max} \\ -u_{max} \\ -u_{max} \end{bmatrix} \leq U_0 \leq \begin{bmatrix} u_{max} \\ u_{max} \\ u_{max} \\ u_{max} \\ u_{max} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Sistem girişine uygulanan kontrol işaretinin her adımda sistem durumlarını tanımlayan kümesi içerisinde tutması gerekmektedir. Kontrol işaretinin aynı zamanda aşağıdaki eşitsizliği sağlaması gerekmektedir.

$$\begin{bmatrix} S_U \\ -S_U \end{bmatrix} \cdot U_0 < \begin{bmatrix} S_X \\ S_X \end{bmatrix} \cdot X_0 + \begin{bmatrix} x_{max} \\ x_{max} \\ -x_{max} \\ -x_{max} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Kısıtlamalı optimal kontrol probleminin çözümünde sıklıkla nümerik arama algoritmaları kullanılmaktadır. [20]'de verilen çalışmalarda optimal kontrol problemlerinin çözümü için nümerik arama yöntemleri incelenmiştir.

Bu bölüm içerisinde ele alınan kontrol yöntemi bir sonraki bölümde, ele alınan örnek sisteme ait sayısal benzetime uygulanmıştır.

4 Sayısal benzetim çalışması

Bu bölümde, modelleme bölümünde sunulan örnek sistem ele alınarak kontrol algoritması sayısal benzetimi yapılmıştır. Bu amaçla öncelikle sistem parametrelerine ait sayısal değerler sunulularak sistem ayrılaştırılmıştır. Ayrık zamanlı durum uzayı modeli, sistemin MATLAB-SIMULINK ortamında oluşturulmuştur ve doğrusal olmayan sayısal benzetimine uygulanarak sonuçlar LQR ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

4.1 Ayrıklaştırma ve sayısal benzetim

Bu bölümde, sistemin sürekli zaman durum uzayı modeli belirli bir örnekleme zamanı gözetilerek ayrılaştırılmıştır. Sistem parametrelerine ait nümerik değerlerin elde edilmesinde [21] ile verilen deneysel çalışmadan yararlanılmıştır. Sisteme ait nümerik değerler Tablo 1'de verilmiştir.

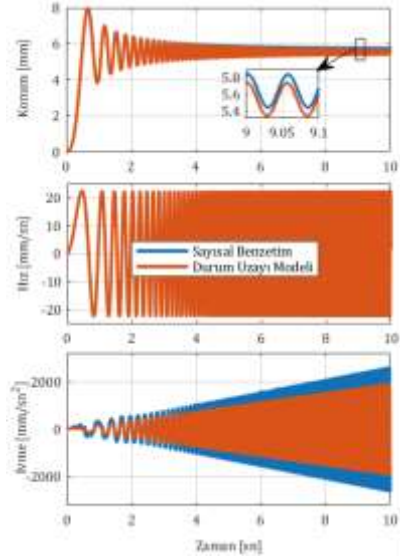
Tablo 1: Sisteme ait nümerik değerler.

Sembol	Sayısal Değer	Birim
P_s	21	MPa
P_t	0.1	MPa
K_V	106900	mm ³ /s.V
A_A	3063.1	mm ²
m	0.1	ton
k	5	N/mm
b	15	N.s/mm
β	1800	MPa
v_T	6.5973	mm ³
C_p	1190	mm ³ /s.MPa

Verilen nümerik değerler kullanılarak ayrık zamanlı durum uzayı modeli Denklem (28)'deki gibi oluşturulur. Bu model MPC yapısı içerisinde kullanılmıştır. Test sistemlerinde yüksek frekanslı test profillerinin kontrol edilebilmesi amacı ile yüksek örnekleme zamanlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada örnekleme zamanı (T_s) 1 ms olarak belirlenmiştir. Buna göre sistemin ayrık zamanlı durum uzayı modeli

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3,468 \cdot 10^{-7} \\ -0,0007825 & -0,2358 & 0,0004576 \\ -1,032 & -1630 & -0,3251 \end{bmatrix} \cdot x(k) \\ &+ \begin{bmatrix} 0,05346 \\ 139,2 \\ 1,836 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \cdot u(k) \end{aligned} \quad (29)$$

olarak elde edilir. Kontrol algoritmasının denenebilmesi amacı ile sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemleri kullanılarak MATLAB- SIMULINK ortamında sayısal benzetim oluşturulmuştur. Oluşturulan sayısal benzetim ve ayrık durum uzayı modeli için Şekil 2'de model doğrulama sonuçları verilmiştir. Model doğrulamasının yapılması amacı ile 0.2 V genlikli, 0.1- 20 Hz frekans bandında kontrol işareti uygulanarak sinüs tarama testi yapılmıştır. Bu sayede elde edilen durum uzayı modelinin değişik frekans bölgelerinde doğruluğunun gözlemlenmesi sağlanmıştır.



Şekil 2: Model doğrulama sonuçları.

Model doğrulama testi sonucunda hesaplanan durum uzayı modelinin sistemi temsil ettiği söylenebilir. Konum ve hız parametreleri yaklaşık aynı sonuçları verirken, ivmede frekans artımı ile bozulmalar gözlemlenmektedir. İvmedeki bozulma sistemin doğrusallaştırıldığı denge noktasından uzaklaşmasından kaynaklanmaktadır.

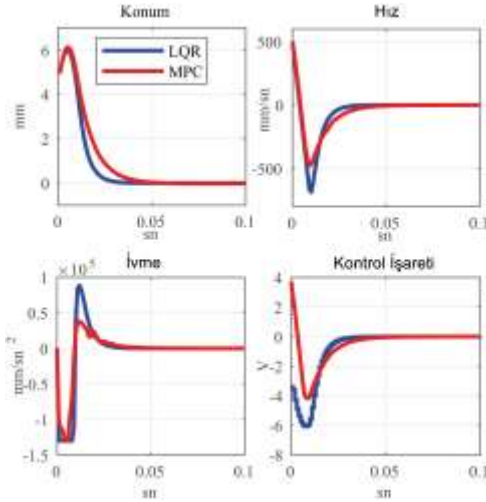
4.2 Sistemin kontrolü

Elde edilen ayrık model MPC içerisinde kullanılarak sistemin kontrolü sağlanmıştır. Kısıtlamalı optimal kontrol probleminin çözümü için MATLAB- quadprog kullanılmıştır. Sistem modeli ve kontrol ufuk uzunluğu kullanılarak revize edilen maliyet fonksiyonu Denklem (23)'de verilmiştir. Maliyet fonksiyonunun Denklem (27) ve (28) ile verilen kısıtları sağlaması için quadprog kullanılmıştır. Burada denklemler ilgili programa uygun hale getirilerek işleme alınır.

Bu bölüm içerisinde test sisteminin MPC ile kontrolünün özellikle kısıtlama açısından sağladığı avantajların sunulabilmesi amacı ile LQR uygulaması da yapılmıştır. Burada optimizasyon probleminin doğru bir şekilde ele alınabilmesi adına Q ve R matrisleri her iki kontrol yönteminde de aynı şekilde kullanılmıştır. Sistem kısıtları değiştirilerek her iki yöntem açısından sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu amaçla

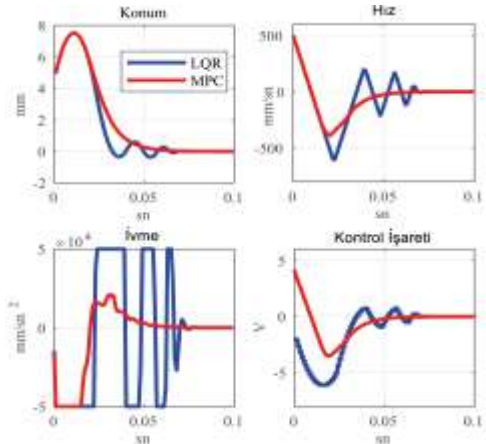
yapılacak iki denemede de başlangıç durum vektörü $x_0 = [5 \ 500 \ 500]^T$ ve kontrol işaretine ait doyum değeri $u_{max} = 10$ olarak belirlenmiştir. Ayrıca sistem kısıtlarının yanında model belirsizliği ve ölçüm gürültüsü durumları için denemeler yapılmış ve sonuçlar sunulmuştur.

İlk denemede, sisteme ait kısıtlar görece yüksek tutularak, kontrolörlerin sistemi tanımlı bölgede tutacak kontrol işaretini üretmeleri sağlanacaktır. Bu amaçla sistem durumlarına ait kısıt vektörü $x_{max} = [50 \ 1000 \ 130000]^T$ olarak belirlenmiştir. Denklem (16) ve (17) ile verilen Q ve R 'ye ait eşitlikler her iki kontrol yöntemi için de kullanılmıştır. Sonuç olarak elde edilen sonuçlar Şekil 3 'te verilmiştir.



Şekil 3: Kontrol Performansı- Geniş Kısıt.

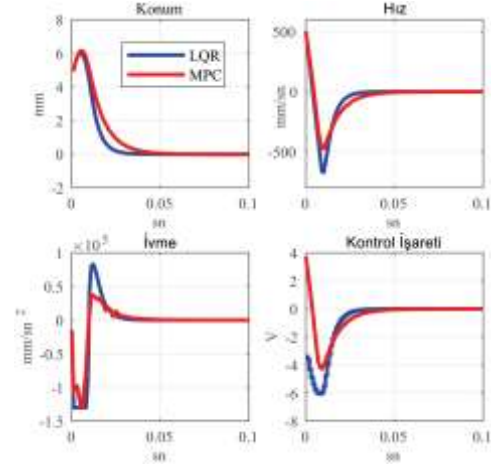
İkinci denemede, bu sefer sistem durumlarına ait tanım kümesi daraltılmıştır. Sistem durumlarına ait kısıt vektörü revize edilerek, $x_{max} = [50 \ 700 \ 50000]^T$ haline getirilir. Kontrol işlemi sonucunda elde edilen sonuçlar Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4: Kontrol Performansı- Dar Kısıt.

Sonuçlardan görüldüğü üzere MPC sunmuş olduğu performans iyileştirmesi sistem kısıtları arttıkça etkisini daha fazla göstermektedir. LQR kullanımında kontrol sistemi tüm kontrol profili için optimal çözüm bulmaya çalışırken, MPC her örnekleme zamanı içerisinde mevcut durumları gözетerek optimizasyon denklemlerini revize etmektedir. Haliyle sistem durumlarını doyuma götüreceği kontrol işaretinin optimizasyon işlemi içerisinde alınmadan cezalandırılması mümkün kılınmaktadır.

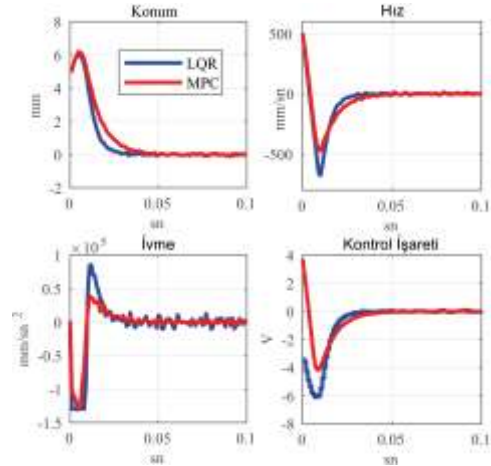
Üçüncü denemede parametrik belirsizlik durumunda kontrol performansı analizi yapılacaktır. Test sistemlerinde özellikle test edilen numunenin model parametrelerinin tam olarak bilinmemesi ve test esnasında numunenin yorulması sebebi ile model parametrelerinin değişmesi parametrik belirsizlik problemi ortaya çıkarmaktadır. MPC performansının, parametrik model belirsizliği altında gözlemlenebilmesi için ele alınan sistemdeki numuneye ait yay sabiti (k) ve viskoz sürtünme katsayısı (b) için $\pm 20\%$ belirsizlik bandı tanımlanmıştır. $x_{max} = [50 \ 1000 \ 130000]^T$ için LQR ve MPC sonuçları Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5: Kontrol Performansı- Parametrik Belirsizlik.

MPC'nin parametrik belirsizlik altında LQR'ye kıyasla daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Bu durum, test sistemlerinde yaşanan modelleme hataları, parametre değişimleri gibi problemlerin aşılmasında önem arz etmektedir.

Dördüncü ve son denemede ölçüm gürültüsü durumunda kontrol performansı gözlemlenecektir. Bu amaçla tüm durumlara sayısal benzetimde 30 dB ölçüm gürültüsü eklenmiştir. Ölçüm gürültüsü durumunda MPC ve LQR performansları karşılaştırılmalı olarak Şekil 6'da verilmiştir. Şekilde görüldüğü üzere MPC'nin gürültü bastırmada daha başarılı olduğu görülmektedir.



Şekil 6: Kontrol Performansı- Ölçüm Gürültüsü.

5 Sonuç ve öneriler

Bu çalışmada hidrolik test sistemlerine yönelik model öngörülü kontrol yöntemi önerilmiştir. Bu amaçla sistemin doğrusal

olmayan dinamik denklemleri çıkarılmıştır. Sistem denge noktası etrafında doğrusallaştırılarak, ivme durum değişkeni olacak şekilde test sistemine ait durum uzayı modeli elde edilmiştir. Kontrol yöntemi aktarıldıktan sonra sayısal benzetim üzerinde uygulanmıştır. Aynı sayısal benzetim çalışması içerisinde LQR kullanılarak MPC ile karşılaştırılmıştır.

Hidrolik test sistemleri uygulamalarında karşılaşılan sistem kısıtlarına ait problemlerin kontrol kuralı içerisinde kullanılması sağlanmıştır. Test profilinin tekrar revize edilmesi ve filtrelenmesi gibi klasik yöntemler yerine hem kullanıcı açısından pratik hem de kontrol performansı açısından verimli sonuçlar elde edilmiştir. Bu çalışma ile hidrolik test sistemlerine yönelik yeni bir kontrol yaklaşımı ele alınmıştır. Öne sürülen yöntem sistem durumlarına ait kısıt vektörü daraltılarak denenmiş ve olumlu sonuçlar elde edilmiştir. Diğer taraftan model belirsizlikleri ve ölçüm gürültüsü gibi uygulamada karşılaşılabilecek sorunlar için sayısal benzetim çalışmaları yapılmış ve sunulmuştur. Sonuçlardan görüldüğü üzere sistem kısıtları, model belirsizliği ve ölçüm gürültüsü durumlarında, MPC, LQR'a kıyasla daha olumlu sonuçlar vermiştir.

MPC'nin temel dezavantajı olan hesaplama maliyeti uygulama açısından sorun teşkil etmektedir. Test sistemlerinde ihtiyaç duyulan yüksek örnekleme zamanı içerisinde MPC'nin arama algoritması ile çözüm üretmesi yüksek hızlı işlemcilerle ihtiyaç doğurmaktadır. Hız sorununun aşılabilmesi amacı ile alt-optimal çözümler verebilen algoritmalar mevcuttur. [22]'de alt-optimal çözümler üzerine yoğunlaşmıştır.

Test sistemi uygulamalarında çoğunlukla sisteme ait model bilinmemektedir. Bu sebeple kontrol algoritması sistem tanıma temelli yöntemlerle zenginleştirilerek daha pratik hale getirilebilir.

6 Kaynaklar

- [1] Plummer AR. "Control techniques for structural testing: A review". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 221(2), 139-169, 2007.
- [2] Tuncelli AC, Guner H, Longchamp R. "Hydraulic axis control using pressure feedback". *Intelligent Motion Control*, Proceedings of the IEEE International Workshop on. Vol. 2. IEEE, 1990.
- [3] Daley S. "Application of a Fast Self-tuning Control Algorithm to a Hydraulic Test Rig". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 201.4, 285-295, 1987.
- [4] Hinton CE. "The Maximum-gain Minimum-integral Principle Applied to Materials Testing". *Getting the Best Out of PID in Machine Control* (Digest No.: 1996/287), IEE Colloquium on. IET, 1996.
- [5] Stoten DP, Gomez EG. "Adaptive control of shaking tables using the minimal control synthesis algorithm". *Philosophical Transaction of the Royal Society, A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 359, (1786), 1697-1723, 2001.
- [6] Langdon JD. Design and Adaptive Control of a Lab-based, Tire-coupled, Quarter-car Suspension Test Rig for the Accurate Re-creation of Vehicle Response. PhD Thesis, Virginia Tech, Blacksburg, USA, 2007.
- [7] Clarke DW, Hinton CJ. "Adaptive Control of Material-testing Machines". *Automatica*, 33(6), 1119-1131, 1997.
- [8] Daley S, Hatönen J, Owens DH. "Hydraulic Servo System Command Shaping Using Iterative Learning Control". *Proceedings of UKACC Control 2004 Mini Symposia*, Bath, UK, 2004.
- [9] Cuyper JD, Dominiek C. "service load simulation on multi-axis test rigs". *Sound and Vibration*, 33, 30-35, 1999.
- [10] Dodds CJ. "A Computer System for Multi-channel Remote Parameter Control of a Test Specimen". MTS publication, 1977.
- [11] Cuyper JD. Linear Feedback Control for Durability Test Rigs in the Automotive Industry. PhD Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2006.
- [12] Dursun U, Gören L. "Yineleyerek öğrenmeli kontrol yöntemi ile hidrolik simülörlerin kontrolü". *Proceeding of TOK 2016*, Eskişehir, Türkiye, 2016.
- [13] Hampson SP. Nonlinear Model Predictive Control of a Hydraulic Actuator. PhD Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1995.
- [14] Marusak PM, Kuntanapreeda S. "Constrained Model Predictive Force Control of an Electrohydraulic Actuator". *Control Engineering Practice*, 19.1, 62-73, 2011.
- [15] Yuan HB, Na HC, Kim YB. "System Identification and Robust Position Control for Electro-hydraulic Servo System Using Hybrid Model Predictive Control". *Journal of Vibration and Control*, 1077546317721417, 2017.
- [16] Wang D, Zhao D, Gong M, Yang B. "Research on Robust Model Predictive Control for Electro-hydraulic Servo Active Suspension Systems". *IEEE Access*, 2017.
- [17] Jelali M, Kroll A. *Hydraulic Servo-systems: Modelling, Identification and Control*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [18] Worthmann K. "Estimates of the Prediction Horizon Length in MPC: A Numerical Case Study". *IFAC Proceedings Volumes*, 45(17), 232-237, 2012.
- [19] Borrelli F, Bemporad A, Morari M. *Predictive Control for Linear and Hybrid Systems*. Cambridge University Press, 2017.
- [20] Pytlak R. *Numerical Methods for Optimal Control Problems with State Constraints*. Springer, 2006.
- [21] Dursun U. Hidrolik Simülörlerin Kontrolü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2013.
- [22] Zeilinger MN, Jones CN, Morari M. "Real-time suboptimal model predictive control using a combination of explicit MPC and online optimization". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(7), 1524-1534, 2011.