

## 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Nicel Karşılaştırma İçeren Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinde Kullandıkları Stratejiler \*

Hilal Kahraman<sup>a</sup>, Elif Kul<sup>b</sup> ve Tuba Aydoğdu İskenderoğlu<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Milli Eğitim Bakanlığı, Çukurçayır Ortaokulu, Trabzon/Türkiye (ORCID: 0000-0002-3318-7225)

<sup>b</sup>Milli Eğitim Bakanlığı, Çatak Ortaokulu, Trabzon/Türkiye (ORCID: 0000-0002-1973-9193)

<sup>c</sup>Trabzon Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Trabzon/Türkiye (ORCID: 0000-0002-6282-9100)

**Makale Geçmişi:** Geliş tarihi: 7 Ağustos 2017; Yayına kabul tarihi: 18 Kasım 2018; Çevrimiçi yayın tarihi: 30 Aralık 2018

**Öz:** Matematik eğitiminde pek çok matematiksel kavramın anlaşılabilmesi için akıl yürütme önemli görülmektedir. Akıl yürütme türlerinden biri olan orantısal akıl yürütme de önemlidir çünkü matematik öğretim programında 6. sınıfta oran ve 7. sınıfta da oran ile birlikte orantı konusuna yer verilmektedir. Buna bağlı olarak araştırmanın amacı ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejileri incelemektir. Çalışma, betimsel nitelikli durum çalışması yöntemi ile yürütülmüştür. Çalışma grubunu 2015-2016 eğitim öğretim yılında iki farklı ortaokulda öğrenim görmekte olan 28 yedinci sınıf öğrencisi ile 28 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın amacına uygun olarak açık uçlu 10 sorudan oluşan orantısal akıl yürütme testi uygulanmıştır. Verilerin analizinde nitel veri analizi yöntemi olan betimsel analiz kullanılmıştır. Yapılan çalışmanın sonucunda 8. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerine göre daha çeşitli stratejiler üretebildikleri, fakat en çok kullandıkları stratejinin içler dışlar çarpımı algoritması olduğu görülmüştür. Buna karşılık 7. sınıf öğrencilerinin çoğunlukla birim oran stratejisini kullanarak problemleri çözdüğü görülmüştür. Ayrıca 8. sınıf öğrencilerinin hatalı stratejileri de daha az kullandıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin çözümlerinde orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için farklı problem türlerine daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Orantısal akıl yürütme, çözüm stratejileri, ortaokul öğrencileri

**DOI:** 10.16949/turkbilmat.333046

**Abstract:** In mathematics education, reasoning is noted a crucial skill for understanding various mathematical concepts. Proportional reasoning, in turn, is also important as the mathematics curricula introduces the concept “ratio” in the 6th grade and the concepts “ratio and proportion” in the 7th grade. In this context, the aim of this study is to analyse the strategies used by 7th and 8th graders while solving quantitative proportional reasoning problems. In this endeavour, descriptive case study method was employed. The study group consisted of 28 7th grade and 28 8th grade students who were studying at two secondary schools during 2015-2016 academic year. For the purpose of the study, a proportional reasoning test of 10 open-ended questions was applied. In analyzing the data, descriptive analysis, which is a qualitative data analysis method, was used. In conclusion it was found that 8th graders were able to come up with a greater variety of strategies compared to 7th graders, while their most frequently employed strategy was a crossing algorithm. In contrast, 7th graders often resorted to the unit rate strategy for solving the problems. In addition, 8th graders were found to be more accurate compared to 7th graders, in terms of choosing the correct strategy. In conclusion, it can be forcefully argued that increased emphasis on various types of problems can help with the development of the students’ proportional reasoning skills.

**Keywords:** Proportional reasoning, solution strategies, secondary school students

[See Extended Abstract](#)

**Sorumlu yazar:** Hilal Kahraman  e-posta: [klyhilal@gmail.com](mailto:klyhilal@gmail.com)

\* Bu çalışma 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu’nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

**Kaynak Gösterme:** Kahraman, H., Kul, E. ve Aydoğdu-İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 195-216.

## 1. Giriş

Matematik, akıl yürütmenin en yoğun kullanıldığı alanlardan biri, belki de birincisidir. Matematiksel akıl yürütme, matematiğin temelini oluşturur. Akıl yürütme sayesinde problemler daha başarılı şekilde çözülebilmektedir. Kişinin akıl yürütme becerisi ne kadar yüksekse aslında o kadar başarılı olabilir çünkü akıl yürütme becerisi olayları farklı bakış açıları ile değerlendirme, sonrasında yeni durumlara transfer edebilme imkanı sunar. Bu yüzden akıl yürütme konusu öğrencilere verilmesi gereken beceriler arasında ön sıralarda yer almaktadır. (Bal-İncebacak ve Ersoy, 2016). Matematiksel akıl yürütme öğrencilerde kalıcı ve gelişmeye açık bir matematik oluşmasını sağlar (Poçan, Yaşaroğlu ve İlhan, 2017). Matematik sayıları, işlemleri, cebiri, geometriyi, orantıyı, alan hesaplamayı ve daha birçok konuyu öğretirken doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, akıl yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı, gerekçeli düşünmeyi, sonuca ulaşmayı da öğretir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu sebepten, matematik eğitimindeki çalışmalar incelendiğinde, matematiksel akıl yürütmeyle ilgili oldukça fazla sayıda çalışma olduğu görülmektedir (Umay, 2003). Bu durum, matematiksel akıl yürütmenin, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin vazgeçilmez bir parçası olduğunun bir göstergesidir (Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005). Matematiğin vazgeçilmez bir parçası olmasının nedenlerinden biri ise akıl yürütmenin matematikte farklı konularda da kullanımının bulunmasıdır. Nitekim; matematik öğretim programının genel amaçlarından biri olmasının yanı sıra programda kazandırılması öngörülen temel becerilerden de biridir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Dolayısıyla matematik öğretiminde farklı öğrenme alanlarında da akıl yürütmenin yeri bulunmaktadır. Buna bağlı olarak Umay (2003), matematiksel akıl yürütmeyi konuya göre cebirsel, orantısal, istatistiksel ve geometrisel akıl yürütme olarak dörde ayırmıştır.

Öğrencilerin matematiksel muhakeme yeteneğine ulaşmalarında etkili olan matematik konularından biri de orantı ve orantısal akıl yürütme konusudur (Umay, 2003). Orantısal akıl yürütme, matematiğin birçok konusuna göre günlük yaşamda daha çok kullanılan bir alandır. Bir alışverişte hangi ürünü almanın daha avantajlı olduğuna karar vermede, yemek yaparken verilen tarifi farklı kişi sayısı için uyarlamada, bir çiftçinin bir tarım ilacına katacağı su miktarına tarlasının büyüklüğüne göre karar vermesinde, mimarların yaptıkları şehir planlarının ölçeklerinde, bir fotoğrafçının bir fotoğrafı belirli bir oranda büyütmesi veya küçültmesinde ve bunun gibi günlük yaşamda birçok aktivitede orantısal akıl yürütme becerisi kullanılmaktadır (Ünsal, 2009). Bu nedenle orantısal akıl yürütme, matematiksel akıl yürütmenin temel bileşenlerinden biridir. NCTM (2000), öğrencilerin orantısal akıl yürütme kabiliyetlerinin 5-8. sınıfta geliştirilebileceğini belirtmektedir. Orantısal akıl yürütme süreci geniş zaman dilimlerinde, öğrencilerin bol örnekle karşı karşıya getirilmesi sağlanarak geliştirilebilir (Aladağ ve Artut, 2012). Öğrencilerin orantısal akıl yürütme bilgilerinin ilerlemesi için öğretmenler tarafından farklı türde sorularla karşılaştırılması gerekmektedir.

Literatür incelendiğinde orantısal akıl yürütme kavramıyla ilgili farklı tanımlamalar yapıldığı görülmektedir. Cramer ve Post'a (1993) göre, bir orantıyı tanıma, sembolik olarak betimleyebilme ve orantısal akıl yürütme gerektiren problemleri çözebilme

yeteneğidir. Owens (1993) ise orantısal akıl yürütmeyi, orantısal olan ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilme yeteneği olarak tanımlamıştır (akt., Aladağ, 2009, s.25). Baxter ve Junker'e (2001) göre ise orantısal akıl yürütme iki somut nesne arasındaki ilişkiyi incelemesinin yanı sıra iki ilişki arasındaki ilişkiyi tanımlama, tahmin etme ve değerlendirmeyi de içermektedir.

Orantısal akıl yürütme ile ilgili çalışmalar incelendiğinde orantısal akıl yürütme becerilerinin değerlendirilmesi için bazı problem tipleri oluşturulduğu görülmektedir (Cramer & Post, 1993; Cramer, Post & Currier, 1993; Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Duatepe ve ark., 2005; Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006). Bu problem tipleri bilinmeyen değeri bulma problemleri, niceliksel karşılaştırma problemleri, niteliksel karşılaştırma problemleri, orantısal olmayan türden ilişki içeren sorular ve ters orantı problemleri şeklindedir.

Bilinmeyen değer problemlerinde orantısal ilişki bulunan eldeki dört çeşit verinin üçüne ait değer bilinir, dördüncünün bulunması istenir. Örneğin; "300 km. yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km.'lik yolu kaç saatte alır?" sorusu gösterilebilir. Niceliksel karşılaştırma problemlerinde iki farklı oran verilir, sayısal olarak oran istenmez. Bu tip problemlerde sayısal bir yanıtı ihtiyaç duyulmaz ancak oranlar karşılaştırılmalıdır. Örneğin, "Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır?". Niteliksel karşılaştırma problemleri ise belirli sayısal değerlere bağlı karşılaştırmalar içermez, oranlar arası karşılaştırmaları gerektirir. Örneğin; "Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?" sorusu gösterilebilir. Orantısal olmayan türden ilişki içeren sorularda veriler orantısal olarak ilişkilendirilmemiştir ancak şekil olarak orantısal akıl yürütme gerektiriyor gibi düşünülebilir. Örneğin, "Nevzatcan ile Nergis'in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzatcan başlamıştır. Nevzatcan 9 turu tamamladığında, Nergis 3 turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzatcan kaç tur tamamlamış olur". Ters orantı sorularınının içerdiği oranı oluşturan veriler arasında ters bir ilişki vardır, verilerden biri artarken, diğeri ona bağlı olarak azalmaktadır. Örneğin, "Selman ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?" (Duatepe ve ark., 2005).

Bilinmeyen değeri bulma problemlerinde eldeki dört çeşit verinin üçüne ait değer bilinir, dördüncünün bulunması istenir. Sayısal karşılaştırma problemlerinde iki farklı, eksiksiz oran verilir, sayısal olarak oran istenmez. Bu tip problemlerde sayısal bir yanıtı ihtiyaç duyulmaz ancak oranlar karşılaştırılmalıdır. Niteliksel tahmin ve karşılaştırma problemleri ise belirli sayısal değerlere bağlı karşılaştırmalar içermez, öğrencilerin zihinsel becerilerini kullanmaları istenir.

Orantısal akıl yürütme becerisini belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar gösteriyor ki, öğrenciler literatürde belirlenmiş olan problem tiplerine verdikleri cevaplarda belirli stratejiler geliştirmektedirler. Bu stratejiler temelde, çözüm stratejileri ve hatalı çözüm stratejileri olarak belirlenmiştir. Çözüm stratejileri birim oran, değişim çarpanı, içler-dışlar

çarpımı algoritması , denk kesirler ve denklik sınıfları stratejisidir (Bart, Post, Behr & Lesh, 1994). Öğrenciler oran çiftleri arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemeyip toplamsal ilişki varmış gibi işlem yaptıkları durumlarda hatalı strateji kullanmış olurlar (Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016). Hatalı çözüm stratejileri ise toplamsal ilişki, duygusal cevap verme, veri ihmali ve arttırma stratejileridir (Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto & Miller, 1998). Bu stratejiler kısaca şu şekilde açıklanabilir:

Birim oran stratejisinde verilerden birinin 1 birime indirgenmesi durumunda diğer verinin kaç olacağı bulunmaya çalışılır. Birim oran stratejisi “Bir için kaç?” sorusuna yanıt aranan stratejidir. Değişim çarpanı stratejisinde verilerden ikisinin arasındaki kat ilişkisi kullanılıp, katların eşitleme işlemi yapılması durumunda diğer verilerle ilgili yorum yapılmaktadır. Yani iki farklı değişkenden biri sabit tutularak diğer değişkendeki değişim üzerinden yorum yapılmaktadır. İçler dışlar çarpımı algoritması orantıdan bir formül çıkarma işlemidir. Formüle göre, içlerin çarpımı dışların çarpımına eşitlenir.  $a / b = c / d$  oran çiftinde a ile c içler iken b ile d dışlar olarak tanımlanmıştır. Bu stratejide  $a \cdot d = b \cdot c$  eşitliği çözülerek sonuca ulaşılır. Denk kesir stratejisinde denk kesir olarak algılanan oranlar kullanılır. Amaç, verilen kesre denk bir kesir oluşturarak oran çiftleri arasında karşılaştırma yaparak sonuca ulaşmaktır. Denklik sınıfı stratejisinde istenilen oranı bulmak için verilen oran çiftleriyle birbirine denk sınıflar oluşturulup, veriler arasında karşılaştırma yapılır. İstenilen oranı bulmak için verilen oran çiftleriyle  $1 / 3 = 2 / 6 = 4 / 12$  gibi birbirine denk sınıflar oluşturulup, veriler arasında karşılaştırma yapılır. Toplamsal ilişki stratejisinde iki ya da daha fazla oran çifti arasındaki çarpımsal ilişki fark edilmeyerek, işlemler toplamsal bir ilişki varmış gibi yürütülür. Duygusal cevap verme stratejisinde matematiksel olmayan ve gerçek hayatta ilişkilendirilen akıl yürütmelerle verilen cevaplar görülür. Matematiksel olmayan akıl yürütmeler ile verilen öznel cevaplar bu stratejinin ana unsurudur. Veri ihmali stratejisinde iki orandan yalnızca biri dikkate alıp diğeri göz ardı edilir. Arttırma stratejisinde her bir veri çarpımsal yolla arttırılarak istenilen orana ulaşılmaya çalışılır (1 için 5 ise, 2 için 10 olur. 4 için 20 ise, 8 için 40'dır) (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Bart ve ark., 1994; Ben-Chaim ve ark., 1998; Cramer & Post, 1993; Pakmak, 2014; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016).

Duatepe ve arkadaşlarının (2005) yaptığı çalışma gösteriyor ki; altıncı sınıf öğrencileri orantısal akıl yürütme stratejisi ortaya koyamazken yedinci sınıftan itibaren içler dışlar çarpımı algoritmasının öğrenilmesiyle birlikte bu stratejinin kullanımında artış olmakta, bunun yanında birim oran, denklik sınıfı ve toplamsal ilişki stratejilerini de kullanmaktadırlar. Ancak çalışma sonucunda, öğrencilerin bilinmeyen değer türündeki sorularda en çok içler-dışlar çarpımı stratejisini; niceliksel karşılaştırma soru türünde en çok birim oran stratejisini; niteliksel karşılaştırma sorularında çoğunlukla belirli bir strateji kullanmaksızın sadece orantısal akıl yürütebildiğine ilişkin ipuçları verme ve orantısal olmayan karşılaştırma türündeki sorularda sıklıkla bu soru türü için doğru sonuca ulaşmayı sağlayan toplamsal stratejisini, ve son olarak ters orantı türündeki sorularda ters orantı algoritması stratejisini kullandıkları görülmüştür (Duatepe ve ark., 2005). Bunun yanı sıra Pakmak'ın (2014) yaptığı çalışmaya göre, niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan 9 farklı orantısal akıl yürütme stratejisi bulunmaktadır. Bu stratejiler; birim oran, ters orantı algoritması, değişim çarpanı, denk kesir, toplamsal ilişki,

içler-dışlar çarpımı algoritması, veri ihmali, duygusal cevap verme ve arttırmadır. Nitel orantısal akıl yürütme problemlerinde en sık kullanılan strateji ters orantı algoritması olurken nicel orantısal akıl yürütme problemlerinde en sık kullanılan ise birim oran stratejisidir (Pakmak, 2014). Benzer şekilde Kayhan (2005) ve Küpçü (2008) de yaptıkları çalışmalarda nicel orantısal akıl yürütme problemlerinde birim oran stratejisinin sıklıkla kullanıldığını ortaya koymuşlardır.

Matematik öğretim programına göre öğrencilerin kazanması gereken temel becerilerden biri olan akıl yürütmenin türlerinden biri orantısal akıl yürütme becerisidir. Matematik eğitiminde pek çok matematiksel kavramın anlaşılabilmesi için oran-orantı konusunun yanı sıra bu konu içindeki akıl yürütmelerden orantısal akıl yürütme önemli görülmektedir (Pakmak, 2014). Oran orantı konusu 7. sınıf matematik öğretim programında yer almakta ve öğrenciler bu konu dahilinde ezbere bir yöntem olarak görülen içler dışlar çarpımı algoritmasını (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002) öğrenmektedirler. Öğrencilerin içler dışlar çarpımı algoritmasını öğrendikten sonra yoğunlukla bu stratejiyi kullandıklarını ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır (Duatepe ve ark., 2005). Öğrencilerin öğretim sürecinde oran orantı problemlerini çözerken akıl yürütmeyi mi yoksa ezbere bir yöntem olan içler dışlar çarpımı algoritmasını mı kullandıklarının belirlenmesi önemlidir. Çünkü öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve yaptıkları hataların bilinmesi öncelikli olarak matematik öğretim programının uygulayıcıları olan öğretmenlere oran orantı konusunda öğretim yaparken nelere dikkat etmeleri gerektiği konusunda yol gösterici olacaktır. Alanyazın incelendiğinde niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerine yönelik çalışmalar arasında oran orantı konusunun öğretiminden öncesini ve sonrasını karşılaştıran herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu sebeple bu konuyu henüz öğrenmemiş olan 7. sınıf öğrencileriyle bir önceki öğretim yılında öğrenmiş olan 8. sınıf öğrencilerinin çözüm stratejilerinin incelenmesi gerekli görülmüştür. Buna bağlı olarak bu araştırmanın amacı ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejileri incelemektir.

## 2. Yöntem

### 2.1. Araştırmanın Deseni

Çalışmada, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejilerin incelenmesi amaçlandığından veri toplama, analiz ve yorumlama basamaklarında nitel araştırma yönteminden yararlanılmıştır. Buna bağlı olarak araştırma, betimsel nitelikli durum çalışması ile desenlenmiştir. Özel durum çalışması, tanımı ve adından da anlaşılacağı gibi özel bir durum üzerinde yoğunlaşır. Özel durum çalışmaları, daha çok nitel araştırma yaklaşımlarının sahip olduğu özellikleri taşıyan bir araştırma yöntemidir (Çepni, 2009). Bu çalışmada da, öğrencilerin niceliksel orantısal akıl yürütme becerileri gerektiren sorulara geliştirdikleri çözüm stratejilerini incelenmek ve betimlenmek istendiğinden bu yöntem uygun görülmüştür.

### 2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2015-2016 eğitim öğretim yılında iki farklı ortaokulda öğrenim görmekte olan 28 yedinci sınıf öğrencisi ile 28 sekizinci sınıf öğrencisi

oluşturmaktadır. Çalışmada rastgele olmayan örnekleme tekniklerinden amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Çünkü amaçlı örnekleme çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasını sağlayan örnekleme tridr (Bykztrk, Kılıç-akmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Ayrıca bu çalışmada araştırmacılardan ikisi aynı zamanda çalışmanın yapıldığı sınıfların da matematik dersi ğretmenidirler. Öğrencilerin okullara göre dağılımı Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1.** ğrencilerin okullara göre dağılımı

	Okul A	Okul B	Toplam
7. sınıf	20	8	28
8. sınıf	20	8	28

Tablo 1’de sayısal bilgileri verilen bu iki okuldan Okul A’daki 7. sınıf ğrencilerinin (8’i kız, 12’si erkek; 8. sınıf ğrencilerinin 10’u kız 10’u erkektir. Öğrencilerin matematik başarı durumları öğretmenleri tarafından orta ve kötü olarak değerlendirilmiştir. Okul B’deki 7. Sınıf ğrencilerinin 5’i kız, 3’ erkek; 8. Sınıf ğrencilerinin 7’si kız, 1’i erkektir. Okul A’daki öğrencilerin de matematik başarı durumları öğretmenleri tarafından orta ve kötü seviyede olarak değerlendirilmiştir. İki okul da başarı ve sosyo ekonomik olanaklar yönünden eşdeğer görüldüğü için gruplar tek bir grup olarak değerlendirilmiştir. Bulgular kısmında öğrencilere ilişkin zmler 7. sınıflar için <sub>71</sub>, <sub>72</sub>, ....., <sub>728</sub> şeklinde ve 8. sınıflar için de <sub>81</sub>, <sub>82</sub>, ....., <sub>828</sub> şeklinde kodlanarak sunulmuştur.

### 2.3. Verileri Toplama Araçları

Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) yaptıkları çalışmada orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik bir lme aracı geliştirmişlerdir. Geliştirilen lme aracı yedisi "verilmeyen değer bulma",  "niceliksel karşılaştırma", dördü "niteliksel karşılaştırma" ve biri "ters orantı" türünde olmak üzere 15 maddeden oluşmaktadır. Yapılan bu çalışmanın amacına uygun olarak Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen, Orantısal Akıl Yürütme Testi’nin niceliksel orantısal akıl yürütme testinin ilk 10 maddelik kısmı kullanılmıştır. İlk 10 maddenin kullanılma amacı, bu maddelerin niceliksel orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik olmasıdır. Testin diğer soruları niteliksel orantısal akıl yürütmeyi ölçmeye yönelik sorular olduğu için çalışmaya dahil edilmemiştir. Maddelerden 7’si “verilmeyen değer bulma ve ters orantı”, 3’ de niceliksel karşılaştırmayı gerektiren açık uçlu problemlerdir. Verilmeyen değer bulma problemlerinden olan 5. madde 2 alt maddeden oluştuğu için testin 11 maddeden oluştuğu söylenebilir. Testin maddeleri, araştırmanın bulgular kısmında açıklamalar yapılırken gösterilmiştir. Testin ğrenci seviyesine uygun olup olmadığını belirlemek için uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzmanın nerileri doğru ltusunda bazı maddelerin ifadelerinde, bazı maddelerin bağlamında ve sayılarında değişiklik yapılarak testteki maddelere son hali verilmiştir.

## 2.4. Verilerin Toplanması

Çalışmayı yürüten araştırmacılardan ikisi öğretmen oldukları için uygulamaları kendi sınıflarında yapmışlardır. Verilerin toplanması sürecinde hazırlanmış olan orantısal akıl yürütme testi katılımcılara yazılı olarak verilmiştir. Uygulamalar birinci dönemin sonunda gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte testte yer alan her bir sorunun altında katılımcıların çalışması için yeter miktarda boş alan bırakılmıştır. Uygulama sürecinde katılımcılar sınav düzeninde yerleştirilerek birbirlerinden etkilenmeleri engellenmeye çalışılmıştır. Katılımcıların testteki etkinlikleri yapmaları için bir ders saati süre verilmiştir.

## 2.5. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde nitel veri analizi yöntemi olan betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz, önceden belirlenen temalara göre verilerin analiz edilmesi ve analiz sonuçlarının yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Orantısal akıl yürütme stratejilerine yönelik temalar literatürde birim oran, değişim çarpanı, içler dışlar çarpımı algoritması, denk kesir, denklik sınıfı, duygusal cevap, toplamsal ilişki veri ihmalî şeklinde belirlenmiş olup farklı çalışmalarda kullanılmıştır (Çetin, 2009; Pakmak, 2014). Bu stratejilerin literatürde yer alan tanımlarına bağlı olarak her bir stratejinin göstergeleri belirlenmiş ve bu göstergeler göz önünde bulundurularak analizler gerçekleştirilmiştir. Nitel veri analizinin güvenilirliğinin sağlanması için alan uzmanı olan üç araştırmacı stratejilerle ilgili göstergeleri dikkate alarak çözümleri ayrı ayrı analiz etmiş daha sonra bu analizler karşılaştırılmıştır. Problemlerin analizinde üç alan uzmanının arasındaki uyum %85 ile %93 arasında değişmiştir. Buna bağlı olarak güvenilirlik katsayısı %89 olarak bulunmuştur. Analizlerde araştırmacıların her bir problemin çözümünde belirledikleri stratejilerden ortak olanlar doğrudan alınmıştır. Ancak analizlerde araştırmacıların bazı problemlerin çözümünde belirledikleri stratejiler birbirinden farklıdır. Farklı olarak belirlenen stratejiler üzerinde 3 araştırmacı tartışılarak ortak bir karara varılmıştır. Bu süreçte öğrenciler tarafından yapılan çözümler stratejilerin açıklamaları doğrultusunda 3 araştırmacı tarafından birlikte tekrar irdelemesi yapılmış ve yapılan çözümün hangi stratejiye ait olduğuna karar verilmiştir.

Elde edilen veriler tablolaştırılırken çözümlerde var olan stratejiler incelenmiştir. Her soru için hangi stratejinin ne kadar kullanıldığı incelenmiş, frekansları belirlenmiş ve tablo haline getirilmiştir. Her bir stratejinin kullanılma sıklığı ve yüzdesi tablolarla sunulmuştur. Çözümler incelenirken sadece sonucun doğru olması değil belirgin bir çözüm stratejisi olup olmadığı dikkate alınmıştır. Stratejilerin kullanılma sıklığı incelenirken de bazı elemeler yapılmıştır. Bazı çözümlerde maddede sorulandan bağımsız, madde ile ilgisi olmayan ve anlamsız çözümler yapılmıştır. Bu nedenle bu maddelerde herhangi bir strateji görülmemiştir. Bazı problemler de boş bırakılmıştır. Bu şekilde olan çözümler ihmal edilmiş ve tabloya alınmamıştır. Tabloya belirgin olarak bir çözüm stratejisi kullanılan çözümler değerlendirilerek eklenmiştir.

### 3. Bulgular

#### 3.1. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Çözüm Stratejileriyle İlgili Bulgular

Yedinci sınıf öğrencilerine uygulanan niceliksel orantısal akıl yürütme testinden elde edilen bulgular Tablo 2’de bir bütün halinde sunulmuştur. Arttırma stratejisini kullanan öğrenci olmadığı için tabloda yer verilmemiştir.

**Tablo 2.** Yedinci sınıf öğrencilerinin kullandıkları çözüm stratejilerinin sorulara göre frekansları

Sorular	Doğru Çözüm Stratejileri				Hatalı Çözüm Stratejileri			
	Birim Oran (f)	Değişim Çarpanı (f)	İçler Dışlar Çarpımı (f)	Denk Kesir (f)	Denklik Sınıfı (f)	Duygusal Cevap (f)	Toplamsal İlişki (f)	Veri İhmali (f)
Soru 1	5	-	-	1	5	-	-	-
Soru 2	1	-	-	1	-	-	7	-
Soru 3	9	-	-	-	-	-	-	-
Soru 4	-	-	-	-	-	-	6	-
Soru 5i	4	-	-	-	-	-	3	-
Soru 5ii	1	-	-	-	-	-	3	-
Soru 6	9	-	-	-	2	-	1	-
Soru 7	2	-	-	-	-	-	-	-
Soru 8	5	9	-	-	-	-	-	1
Soru 9	2	2	-	1	1	-	-	2
Soru 10	1	-	-	2	-	-	3	6
Toplam	39	11	-	5	8	-	23	9
Yüzde	41,11	11,61	-	5,22	8,36	-	24,27	9,40
Toplam doğru çözüm stratejisi:					Toplam hatalı çözüm stratejisi:			
%66,3					%33,67			

Tablo 2’de görüldüğü üzere, testin maddelerine strateji kullanarak cevap veren öğrencilerin %66,3’ü doğru strateji kullanmış; %33,67’si hatalı çözüm stratejisi kullanmıştır. Doğru strateji kullanan öğrencilerin %41,11’i birim oran, %11,61’i değişim çarpanı, %8,36’sı denklik sınıfı ve %5,22’si denk kesir stratejisini kullanmış olup; hiçbir öğrenci içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanmamıştır. Hatalı strateji kullanan öğrencilerin %24,27’si toplamsal ilişki, %9,40’ı veri ihmali stratejisini kullanmış olup; hiçbir öğrenci duygusal cevap vermemiştir. Hatalı stratejiler incelendiğinde ise çoğunlukla bilinmeyen değer problemi olan sorularda toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığı, niceliksel karşılaştırma problemlerinde ise veri ihmali stratejisi kullanıldığı görülmüştür.

#### 3.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Çözüm Stratejileriyle İlgili Bulgular

Sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan niceliksel orantısal akıl yürütme testinden elde edilen bulgular Tablo 3’te bir bütün halinde sunulmuştur. Arttırma stratejisini kullanan öğrenci olmadığı için tabloda yer verilmemiştir.



**Tablo 3.** Sekizinci sınıf öğrencilerinin kullandıkları çözüm stratejilerinin sorulara göre frekansları

Sorular	Doğru Çözüm Stratejileri					Hatalı Çözüm Stratejileri		
	Birim Oran (f)	Değişim Çarpanı (f)	İçler Dışlar Çarpımı (f)	Denk Kesir (f)	Denklik Sınıfı (f)	Duygusal Cevap (f)	Toplamsal İlişki (f)	Veri İhmali (f)
Soru 1	1	-	11	1	4	-	2	1
Soru 2	-	1	4	-	-	-	3	1
Soru 3	3	1	5	-	-	-	2	1
Soru 4	-	1	7	1	-	-	-	2
Soru 5i	-	1	6	-	-	-	1	1
Soru 5ii	-	-	5	-	-	-	2	1
Soru 6	1	1	9	2	2	-	1	-
Soru 7	-	-	2	-	-	-	-	-
Soru 8	9	6	-	-	-	-	1	-
Soru 9	4	1	-	1	-	1	1	3
Soru 10	-	-	-	3	-	1	2	4
Toplam	18	12	49	8	6	2	15	14
Yüzde	14,50	9,69	39,59	6,40	4,80	1,60	12,09	11,29
Toplam doğru çözüm stratejisi:					Toplam hatalı çözüm stratejisi:			
%74,98					%24,98			

Tablo 3'te görüldüğü üzere, testin maddelerine strateji kullanarak cevap veren öğrencilerin %74,98'i doğru strateji kullanmış; %24,98'i hatalı çözüm stratejisi kullanmıştır. Doğru strateji kullanan öğrencilerin %39,59'u içler dışlar çarpımı algoritması, %14,50'si birim oran, %9,69'u değişim çarpanı, %6,40'ı denk kesir ve %4,80'i denklik sınıfı stratejisini kullanmıştır. Hatalı strateji kullanan öğrencilerin %12,09'u toplamsal ilişki, %11,29'u veri ihmali ve %1,60'ı duygusal cevap stratejisini kullanmıştır. Hatalı stratejiler incelendiğinde ise bilinmeyen değeri bulma sorularında çoğunlukla toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığı, niceliksel karşılaştırma sorularında ise çoğunlukla veri ihmali stratejisinin kullanıldığı, az miktarda da duygusal cevap kullanıldığı görülmüştür.

### 3.3. Çözüm Stratejilerinin Betimsel Analizinden Elde Edilen Bulgular

#### 3.3.1. Birim Oran Stratejisi

“Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 km yol almaktaysa, Türker 18 km'lik yolu kaç dakikada alır?” 1. sorusuna öğrencinin birim oran stratejisi kullanarak vermiş olduğu cevap Şekil 1'de sunulmuştur.

Burak = 1 dakikada çittiği yol  $\Rightarrow \frac{6}{3} = 2$

Türker  $\rightarrow$  çittiği yol = 18 km

Kaç dakikada çittiği =  $18 : 2 = 9$

**Şekil 1.** Ö73 kodlu öğrencinin birim oran stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 1 incelendiğinde Ö73 kodlu öğrencinin bir dakikada gidilen yolu bularak birim oran stratejisini kullanmış fakat 2. adımda bölme işlemi yapması gerekirken çarpma işlemi yaptığı için sonucu yanlış bulmuştur.

Sekizinci soru olan “Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır?” sorusuna birim oran stratejisini kullanarak cevap veren Ö818 kodlu bir öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir:

Nesrin daha hızlı koşmaktadır çünkü Nesrin 1 turu 4 dakikada koşuyor, Başak 1 turu 5 dakikada koşuyor.

$$\begin{array}{r} 32 \overline{) 8} \\ \underline{-32} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ \underline{-10} \\ 0 \end{array}$$

Şekil 2. Ö818 kodlu öğrencinin birim oran stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 2’de öğrenci, kişilerin ayrı ayrı 1 turu kaç dakikada koştuğunu bulmuştur. Bunun için koşma sürelerini tur sayılarına bölmüştür. Elde ettiği sonuca göre kolayca yorum yapabilmıştır.

### 3.3.2. Değişim Çarpanı Stratejisi

Birim oran stratejisinde gösterilen soruya değişim çarpanı stratejisini kullanarak cevap veren Ö724 kodlu bir öğrencinin cevabı Şekil 3’te sunulmuştur.

Nesrin 8 tur 32  
Başak 2 tur 10 dk — 8 tur 40 dk

Nesrin çünkü Başak 8 tur

Şekil 3. Ö724 kodlu öğrencinin değişim çarpanı stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 3’te öğrenci, 8. soruda kişilerin koştuğu tur sayılarını eşitlemeyi düşünmüştür. Bunun için Başak’ın attığı tur sayısını ve geçen süreyi 4’le çarpmıştır. Böylece aynı tur sayısını kaç dakikada attığı bilgisine ulaşmış ve buna göre yorum yapmıştır.

Dokuzuncu soru olan “Bir lokantada aynı boyda pideleler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşırken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır?” sorusuna değişim çarpanı stratejisini kullanarak cevap veren Ö817 kodlu bir öğrencinin cevabı Şekil 4’de görülmektedir.

Erkek alta alınsa da 2 pidede ama besler,  
7 kişi olursa 3 pidede alınırlar o yüzden

**Şekil 4.** Ö<sub>8</sub>17 kodlu öğrencinin değişim çarpanı stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 4'te öğrenci, erkek sayısını kız sayısına eşitlemeye ve 2 durum arasında karşılaştırma yapmaya çalışmıştır. 3 erkek 1 pide yiyorsa 6 erkek 2 pide yer şeklinde düşünmüştür fakat sonrasında yaptığı yorumda kız ve erkek sayısı eşitlenmiş gibi hareket etmiştir.

### 3.3.3. İçler Dışlar Çarpımı Algoritması

İkinci soru olan “Kısa Bey’in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey’in ataç ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 ataç boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey’in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey’in 6, Kısa Bey’in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey’in boyu kaç ataç uzunluğundadır?” sorusuna içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak cevap veren Ö<sub>8</sub>6 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 5’de sunulmuştur.

Kısa bey	Uzun bey
4 düğme	6 düğme
6 ataç	$\begin{array}{r} 6 \times 4 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{l} 66 = 4 \cdot x \\ 36 = 4 \cdot x \\ \hline 36 = x \end{array}$

**Şekil 5.** Ö<sub>8</sub>6 kodlu öğrencinin içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 5’te öğrenci, içler dışlar çarpımı algoritmasını kurarak işlem yapıp sonuca ulaşmıştır.

Yedinci soru olan “Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?” sorusuna içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak cevap veren Ö<sub>8</sub>3 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 6’da görülmektedir.

2 kişi	6 gün	duvarı 10 pünde boyansa
5 kişi	6 gün	x pünde boyanır
T. O	$\begin{array}{l} 6 \cdot 10 = 2 \cdot 10 \\ = 6x = 20 \\ \hline x = 4 \end{array}$	

**Şekil 6.** Ö<sub>8</sub>3 kodlu öğrencinin içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak yaptığı çözüm

Yedinci soru bir ters orantı sorusudur. Şekil 6'da görüldüğü üzere öğrenci, içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak işlem yapmış ve sonuca ulaşmıştır. Ancak katılımcıların yaptıkları çözümler incelendiğinde büyük bir çoğunluğunun soruyu doğru orantı gibi düşünerek çözmeye çalıştığı görülmüştür.

### 3.3.4. Denk Kesir Stratejisi

Altıncı soru olan “300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?” sorusuna denk kesir stratejisini kullanarak cevap veren Ö822 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 7'de sunulmuştur.

$$\frac{4}{300} = \frac{x}{750} \Rightarrow 300x = 300000$$

$$\frac{300x}{300} = \frac{300000}{300} \Rightarrow x = 1000$$

Şekil 7. Ö822 kodlu öğrencinin denk kesir stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 7'de öğrenci, saati yola oranlamıştır. Böylece birbirine denk iki kesir elde etmiş ve bilinmeyene ulaşmıştır.

Dördüncü soru olan “Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre; Eğer B yılan balığı 9 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?” sorusuna denk kesir stratejisini kullanarak cevap veren Ö822 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 8'de yer almaktadır.

$$\frac{15}{3.3} = \frac{25}{x} \Rightarrow 15x = 25.9$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{225}{15} \Rightarrow x = 15$$

Şekil 8. Ö822 kodlu öğrencinin denk kesir stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 8'de öğrenci, denk kesirler arasındaki eşitliği yazmıştır. Sonrasında denklemi kurarak bilinmeyeni bulmuştur.

### 3.3.4. Denklik Sınıfı Stratejisi

Birinci soru olan “Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 km yol almaktaysa, Türker 18 km'lik yolu kaç dakikada alır?” sorusunu denklik sınıfı stratejisini kullanarak çözen Ö72 kodlu öğrencinin cevabı aşağıda Şekil 9'da yer almaktadır.

$$\begin{array}{l} A) 3 \text{ dk} = 6 \text{ km} \\ B) 6 \text{ dk} = 12 \text{ km} \\ C) 9 \text{ dk} = 18 \text{ km} \end{array}$$

**Şekil 9.** Ö822 kodlu öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 9’da öğrenci, oran çiftlerinden denklik sınıfları oluşturarak sonuca ulaşmıştır. Bu maddede açık bir şekilde denklik sınıfı yazılmış olmasa da öğrencinin cevabı düşünce olarak bu stratejiye uygun bulunmuştur.

Altıncı soru olan “300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km’lik yolu kaç saatte alır?” sorusuna denklik sınıfı stratejisini kullanarak cevap veren Ö720 kodlu bir öğrencinin cevabı Şekil 10’da bulunmaktadır.

$$\begin{array}{l} 750 \text{ km} = 300 + 300 + 150 \text{ km} \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 4 \text{ sa.} \quad 4 \text{ sa.} \quad 2 \text{ sa.} \\ \quad \quad \quad 10 \text{ saatte gider} \end{array}$$

**Şekil 10.** Ö720 kodlu öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 10’da öğrenci, 750 km’yi parçalamış, soruda verilene göre 150 km’yi kaç saatte gideceğini hesaplamıştır. Öğrencinin yaptığı çözüme göre, 150 km’yi 2 saatte, 300 km’yi 4 saatte ve 600 km’yi 8 saatte giden araç 750 km’yi 10 saatte gider. Bu sonuca ulaşmak için yürütülen strateji denklik sınıfı stratejisi olarak düşünülmüştür.

### 3.3.5. Duygusal Cevap Verme

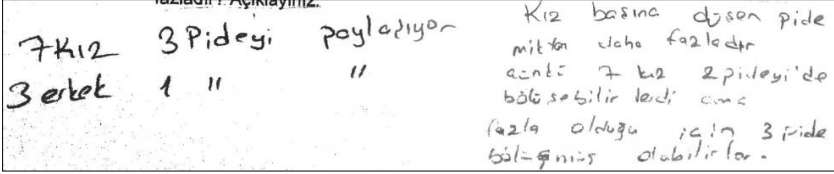
Onuncu soru olan “A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır?” sorusuna duygusal cevap stratejisini kullanarak cevap veren Ö88 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 11’de yer almaktadır.

B çünkü oradaki konsantre sayısı daha çok denekli daha çok isteyen var.

**Şekil 11.** Ö88 kodlu öğrencinin duygusal cevap verme stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 11’de öğrenci, B sürahisinde daha çok portakal suyu konsantresi olmasını B’yi daha çok isteyen kişi olmasına bağlayarak duygusal cevap vermiştir. Öğrenci burada B sürahisini daha çok isteyen kişi olduğu için B sürahisinde daha çok portakal suyu konsantresi olduğunu düşünmüştür. Öğrenciyi yanlış sonuca götüren bu düşünce duygusal cevap verme stratejisine girmektedir.

Dokuzuncu soru olan “Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşırken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır?” sorusuna duygusal cevap stratejisini kullanarak cevap veren Ö<sub>8</sub>15 kodlu öğrencinin yaptığı çözüm Şekil 12’dedir.

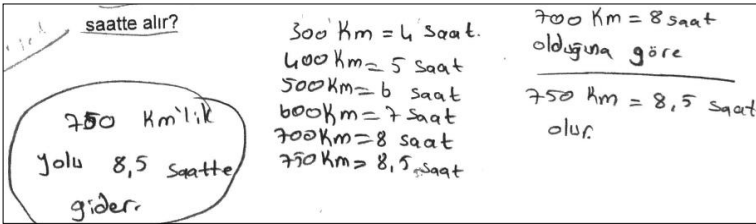


Şekil 12. Ö<sub>8</sub>15 kodlu öğrencinin duygusal cevap verme stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 12’de öğrenci, kız sayısı fazla olduğu için bölüştükleri pidenin de fazla olabileceğini söylemektedir. Bu yanlış düşünce yanlıştır, öğrenci sayısı ve öğrencilerin bölüştükleri pide sayısı soruda açık bir şekilde verilmiştir. Burada öğrenci daha fazla kız olduğu için daha fazla pide bölüşebilirler diye gerçekte alakası olmayan öznel bir yorum yapmıştır.

### 3.3.6. Toplamsal İlişki

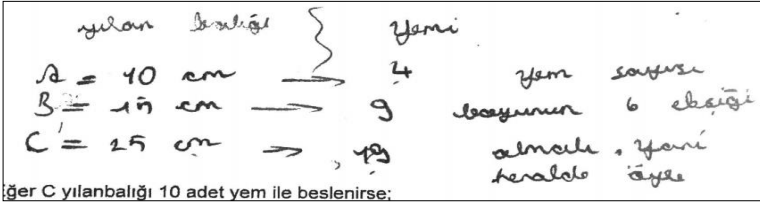
Altıncı soru olan “300 km yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 kmlik yolu kaç saatte alır?” sorusuna toplamsal ilişki stratejisini kullanarak cevap veren Ö<sub>7</sub>14 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 13’de bulunmaktadır



Şekil 13. Ö<sub>7</sub>14 kodlu öğrencinin toplamsal ilişki stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 13’de öğrenci, kilometre ve saat arasındaki çarpımsal ilişkiyi göremeyerek otomobilin 100 kilometreyi 1 saatte aldığını düşünüp ona göre yorum yapmıştır.

Dördüncü soru olan “Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre; Eğer B yılan balığı 9 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?” sorusuna toplamsal ilişki stratejisini kullanarak cevap veren Ö<sub>7</sub>9 kodlu öğrencinin cevabı aşağıdaki gibidir:

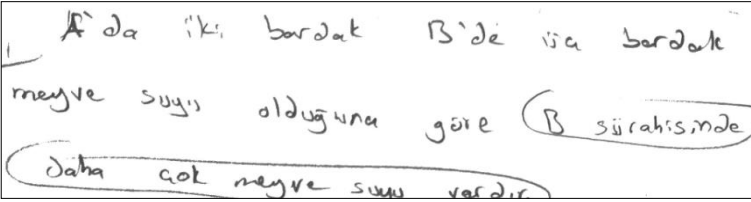


**Şekil 14.** Ö79 kodlu öğrencinin toplamsal ilişki stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 14'de öğrenci, balığın boyuyla yediği yem arasındaki çarpımsal ilişkiyi anlayamamış, toplamsal bir düşünme stratejisi geliştirmiştir. Bu durumda da yaptığından emin olmadığını sorunu kenarına not düşmüştür.

### 3.3.7. Veri İhmali

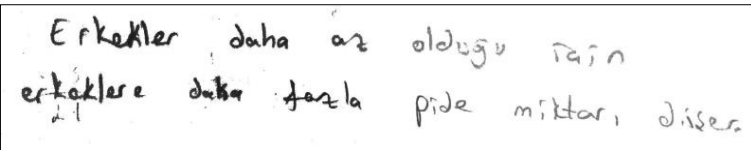
Onuncu soru olan "A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır?" sorusuna veri ihmali stratejisini kullanarak cevap veren Ö727 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 15'de sunulmuştur.



**Şekil 15.** Ö727 kodlu öğrencinin veri ihmali stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 15'de öğrenci, sadece sürahilerdeki portakal konsantresini düşünerek su miktarını ihmal etmiş ve ona göre yorum yapmıştır.

Yine daha önce paylaşılan kız ve erkeklere pide paylaşırma olan 9. sorunda veri ihmali stratejisini kullanan Ö811 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 16'da görülmektedir.



**Şekil 16.** Ö811 kodlu öğrencinin veri ihmali stratejisi kullanarak yaptığı çözüm

Şekil 16'da öğrenci, onuncu soruda pide sayılarına bakmadan, erkekler daha az olduğu için daha fazla pide yiyebileceklerini düşünmüş ve veri ihmali yapmıştır.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada 7. ve 8. sınıf ğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları zm stratejileri incelenmiştir. Örneklemin 7. ve 8. sınıf öğrencileri içerisinden seçilmesi, niceliksel orantısal akıl yürütme berecisi gerektiren sorulara geliştirilen stratejiyi incelerken sınıf seviyesinin, özellikle içler dışlar çarpımı algoritmasının kullanımında etkisini gözlemektir.

8.sınıftaki öğrencilerin zmleri incelendiğinde 7. sınıf öğrencilerine göre daha çok sayıda zm stratejisi olduğu ve sınıf seviyesi arttıca hatalı zm stratejilerinin sayısının azaldığı grlmştir. Çalışmanın bu sonucu öğrencilerin bu problemleri zme başarılarının sınıf seviyesi yükseldikçe arttığını göstermektedir. Benzer şekilde Küpçü (2008) 64 kız ve 69 erkek öğrencinin katıldığı çalışmasında sekizinci sınıf ğrencilerinin orantısal durumlarla karşılaşma yaşlarının büyük olması nedeniyle 7. sınıf öğrencilerine göre orantısal akıl yürütme becerilerinin daha ileri seviyede olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca Aladağ ve Artut (2012) altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflarında okuyan öğrenciler arasından tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilen 190 (89 kız, 101 erkek) altıncı sınıf, 190 (97 kız, 93 erkek) yedinci sınıf ve 190 (104 kız, 86 erkek) sekinci sınıf olmak üzere 570 (290 kız, 280 erkek) ğrenci ile yapılan çalışmalarında sınıf düzeyi arttıca öğrencilerin problemleri zme başarılarının da arttığı sonucuna ulaşmıştır. Sınıf seviyesi arttıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme ile ilgili deneyimlerinin arttığı, bunun da becerilerinin gelişmesinde etkili olabileceğini belirtmişlerdir. Öğrencilerin zamanla orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirdikleri, bu sayede hatalı zm stratejilerinin azaldığı söylenebilir. Bu durumda 8. sınıfların oran orantı konusunu önceden öğrenmiş olmalarının da etkisi olabilir.

Aladağ (2009) resmi ilköğretim okullarının 6., 7. ve 8. sınıflarında okuyan öğrenciler arasından tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilen 570 ğrenci ile yaptığı çalışmasında, 7.sınıf ğrencilerinin çoğunlukla içler-dışlar çarpımı stratejisini kullanmayı, 8.sınıf ğrencilerinin ise çoğunlukla birim oran stratejisini kullanmayı tercih ettiklerini ortaya koymuştur. Bu çalışmada ise 7.sınıf ğrencilerinin en fazla birim oran stratejisini kullandıkları grlmştir. Bu sonuç, literatürdeki içler dışlar çarpımı algoritmasını öğrenmeyen birçok ğrenci üzerinde yapılan çalışmalarla da örtüşmektedir (Cramer & Post, 1993; Duatepe ve ark., 2005; Küpçü, 2008; Pakmak, 2014). Aladağ'ın (2009) alışmasıyla meydana gelen farklılık ğretim programındaki değişiklikler sebebiyle kazanımların öğrenildiği sınıf seviyelerinin değişmesi, dolayısıyla bu çalışmadaki 7. sınıf ğrencilerinin diğer çalışmadaki örneklemden farklı olarak henüz içler dışlar çarpımı algoritmasından haberdar olmamasından kaynaklandığı söylenebilir. Bu çalışmadan elde edilen bir diğer sonuç ise, 8.sınıf ğrencilerinin en fazla içler dışlar çarpımı algoritmasını sonrasında birim oran stratejisini kullanmış olmalarıdır.

Pelen (2014) niceliksel orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerde en çok tekrar eden stratejinin değişim çarpımı stratejisi olduğunu belirlemiştir. Duatepe ve arkadaşları (2005) ise bilinmeyen değeri bulma, ters orantı soruları için en sık kullanılan stratejinin içler-dışlar çarpımı algoritması içeren zm stratejisi, niceliksel karşılaştırma soruları için birim oran stratejisi olarak elde etmişlerdir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlara



bakıldığında ise en çok kullanılan stratejinin birim oran ve içler dışlar çarpımı algoritması olduğu görülmüştür.

Ders kitaplarında yer alan orantısal akıl yürütmeye dayalı problemlerin çözümü daha çok içler-dışlar çarpımı stratejisine dayalı olarak yapılır (Baykul, 2009, s. 342). Buna göre okullarda öğrencilere en çok öğretilen stratejinin içler-dışlar çarpımı stratejisi olduğu görülmektedir. Öğrenciler içler dışlar çarpımı algoritmasını öğrendikten sonra genellikle bu yöntemle problem çözmeye eğilim göstermektedir. Ancak bu yöntemi okullarda öğrendikten sonra kullanarak problemleri çözmek tam olarak orantısal akıl yürütme becerisine sahip olduğunu göstermemektedir. Öğrencilerin öğrendikleri bu stratejiyi kullanarak soruyu çözmesi sadece işlem becerilerini kullanmayı gerektirmektedir. Oysa ki orantısal akıl yürütme becerisi işlemsel yetenekten daha fazla şeyi kapsamaktadır. Literatürde bu yöntemin ezber bir yöntem olduğu ifade edilmektedir. Pelen (2014) çalışmasında ezbere dayalı yöntemlerin kullanılmasının orantısal akıl yürütme becerisini ortaya koymadığını ve bazen de yanlış çözümlere ulaştırdığını belirtmiştir. Bu çalışmada olan ve ters orantı algoritması gerektiren problemde benzer durumlar görülmüştür. Bazı öğrenciler problemin çözümünde içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak doğru orantı yardımıyla çözmüşlerdir. Bu durum öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini farklı sorularda nasıl kullanacakları üzerine daha çok örneklerle karşılaşması gerektiğini göstermiştir.

Çalışmada bulunan niceliksel karşılaştırma problemlerine verilen cevaplar incelendiğinde bazı öğrencilerin doğru strateji kullansa da elde ettiği bilgileri yanlış yorumladığı görülmüştür. Öğrenciler hangi durumun daha çok olduğunu anlamak için yaptıkları oranlarda oranladıkları çoklukların ne anlama geldiğine dikkat etmeden yorumlar yapmışlardır. Problemlerde öğrencileri doğru çözüme götüren stratejilerin başında birim oran ve değişim çarpanı stratejileri olduğu görülmüştür. Yaygın olarak kullanılan içler dışlar çarpımı algoritmasının bu soru türünde kullanılmadığı görülmüş ve Duatepe ve arkadaşları (2005) ile benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar, öğrencilerin denk kesir ve denklik sınıfı stratejisini çözümlerde nadiren kullandıklarını göstermiştir. Ayrıca bazı öğrenciler bu stratejileri doğru kullansalar bile yanlış yorumlarda bulunmuşlardır. Genel olarak çözümler incelendiğinde soru türüne ve sınıf seviyesine göre sık kullanılan stratejilerin değiştiği görülmüştür. Duatepe ve arkadaşlarına göre (2005) içler dışlar çarpımı algoritmasının sık kullanılmasının sebebi kazanımın öğretimi sırasında fazlasıyla uygulanan strateji olması, farklı çözüm stratejileri ile karşılaşılması ve benzer soru türleri ile karşılaşarak farklı soru türleri görülmemesi olabilir. Bunun aşılması için de farklı çözüm stratejilerinin üzerinde durulabilir ve geleneksel yaklaşımdan uzaklaşıp farklı stratejilerin kullanılacağı soru türlerine ağırlık verilebilir.

Çalışmada, öğrencilerin bazı problemlerde oran çiftleri arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemeyip toplamsal ilişki gibi algıladıkları ortaya çıkmıştır. En fazla görülen hatalı strateji toplamsal ilişkinin kullanıldığı çözümlerdir. Veriler arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemeyen ya da fark etse de uygulayamayan öğrenciler çözüm stratejisini değiştirerek toplamsal ilişkiye yönelmiştir. Orantısal akıl yürütme becerisi gereken

sorularda öğrencilerin genel olarak verilmeyen değeri bulma ile ilgili problemlerde orantısal ilişkileri fark edemedikleri ve çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişkiye dayalı çözüm geliştirdikleri literatürdeki diğer çalışmalarda da gözlenmiştir (Çelik ve Özdemir, 2011; Pakmak, 2014).

Çalışmada veri ihmali stratejisinin de kullanıldığı problemler bulunmaktadır. Bu problemler incelendiğinde veri ihmali yapılan problem türlerinin çoğunlukla niceliksel karşılaştırma problemleri olduğu fark edilmiştir. Öğrenciler genellikle bir değışkene odaklanıp ona göre yorum yapmış diğer değışkenin artıp ya da azalmasını göz ardı etmişlerdir. Bu da öğrenciyi eksik ya da yanlış yoruma yöneltmiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin çözüm stratejileri incelenirken doğru sonucu değerlendirmekten ziyade kullanılan stratejiye önem verilmiştir. Sonuç değil süreç göz önünde bulundurulmuştur. Bu gözle bakıldığında incelenen çözümlerde çözüm stratejilerinin yüksek oranda uygun strateji olduğu görülmüştür. Ayrıca sınıf seviyesi arttıkça hatalı strateji oranının azaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Ancak problemlerdeki çözüm stratejileri incelendiğinde bir stratejiye yerleşemeyen çözümlerin ya da boş bırakılan problemlerin sayısının da ihmal edilemeyecek kadar çok olduğu görülmüştür. Bu durum öğrencilerin orantısal akıl yürütmeye beklenen düzeye erişemediklerini göstermektedir.

## **5. Öneriler**

Araştırmanın sonuçlarından hareketle şu öneriler dikkate alınmalıdır:

Çalışmanın sonuçları gösteriyor ki 8. sınıf öğrencileri genellikle sınıfta öğrendikleri içler-dışlar algoritmasını kullanmaktadırlar. Bunun bir nedeni öğretmenlerin sınıfta farklı stratejilere yer vermemesi olabilir. Oysa öğrencilere uygun ortamı ve farklı soru türlerini görmelerini sağlayacak sınıfı öğretmen sağlayabilir. Ancak bunun için öğretmenin bu bilinçte olması gerekmektedir. Ayrıca bu süreçte öğretmenlerin farklı stratejiler olduğunu ve sınıflarında bu stratejilere de yer vermeleri gerektiğinin farkında olmaları gerekmektedir. Bu sebeple öğretmenlere hizmet içi ve öncesi eğitimler verilerek bu tür becerilerin gelişimine katkıda bulunulabilir.

Yapılan çalışmada 7. sınıflar ağırlıklı olarak birim oran stratejisini kullanırken 8. sınıflar genellikle içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanmışlardır. Bunun nedenlerini daha derinlemesine ortaya koymak için ilerde yapılacak çalışmalarda öğrenciler ile görüşmeler yapılabilir.

---

---

## **Strategies Employed by 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> Graders for Quantitative Proportional Reasoning Problems**

### **Extended Abstract**

#### **Introduction**

Mathematical reasoning forms the basis of mathematics, a field that introduces people to many concepts such as numbers, operations, algebra, geometry, proportion, area, as well as exploring patterns, reasoning, making predictions, not to mention reaching conclusions (Umay, 2003). In this context it is only natural that the literature on mathematics education is rich in studies on mathematical reasoning (Umay, 2003).

Proportional reasoning is one of the basic components of mathematical reasoning. A review of the literature reveals the lack of a universally agreed upon definition of proportional reasoning. The literature is rich in terms of observations of students developing specific strategies in response to specific problem types involving the use of proportional reasoning skills. These strategies can be basically categorized as solution strategies and faulty solution strategies. In this context, the present study intends to examine the solution strategies employed by 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grade students use in quantitative proportional reasoning problems.

#### **Method**

The research was designed around the case study method. The study group was composed of 28 seventh grade students and 28 eighth grade students studying at two secondary schools in academic year 2015-2016. Ten questions of the Proportional Reasoning Test developed by Akkuş and Duatepe-Paksu (2006) were used as data collection tools. Descriptive analysis, which is a qualitative data analysis method, was used for the analysis of the data. Thereafter, the strategies employed by the students in their solutions for the questions were examined. The frequency of the use of specific strategies in response to the questions was also recorded and analysed. The analysis of the data revealed that in some instances no specific strategy had been used in some solutions, or that some problems were left unanswered. Such data items were therefore excluded from the analysis.

#### **Results**

The findings are presented under three sections in line with the purpose of the study. In the first section, the answers given by 7<sup>th</sup> grade students in the quantitative proportional reasoning test are presented. In the second section, the answers given by the 8<sup>th</sup> grade students in the quantitative proportional reasoning test are presented similarly. The third section, in turn, presents descriptive analyses regarding each strategy.

66.3% of the 7<sup>th</sup> grade students who answered the questions by employing a strategy were observed to use the correct one, while 33.67% of them employed the wrong strategy. Among the 7<sup>th</sup> graders who employed the correct strategy for a given problem, 41.11% used the unit rate strategy, 11.61% used the factor of change strategy, 8.36% used the

---

equivalence class strategy, and 5.22% used the equivalent fractions strategy. No student actually employed the cross multiplication strategy. The additive relations strategy ranked at the top of the list of wrong strategies employed, with a rate of 24.27%, followed by the data negligence strategy (9.4%). Also notable was the absence of the "emotional response strategy".

In contrast, 74.98% of the 8<sup>th</sup> grade students who answered the questions by using a strategy employed the correct one while 24.98% of them employed the wrong strategy. Among the 8<sup>th</sup> graders who employed the correct strategy for a given problem, 39.59% used the cross multiplication strategy, 14.50% used the unit rate strategy, 9.69% used the factor of change strategy, 6.40% used the equivalent fraction strategy, and 4.80% used the equivalence class strategy. The additive strategy was the most commonly employed wrong strategy (12.09%), followed by the data negligence strategy (11.29%), and the emotional response strategy (1.60%).

### **Conclusions and Discussion**

The study analysed the solution strategies used by 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> graders in response to quantitative proportional reasoning problems. The study was based on a comparative analysis of the approaches of students in these two grades, to see the actual variation in terms of solution strategies, based on the class level. A glance at the solutions by the students in the 8<sup>th</sup> grade shows that they made more frequent use of solution strategies, compared to 7<sup>th</sup> graders. Furthermore a significant fall in the frequency of incorrect strategies was also noted among the higher grade students. This finding shows that the students' skill level for solving these problems also rises as they progress in their education. The literature also concurs with this finding (Aladağ & Artut, 2012; Küpçü, 2008). One can forcefully argue that the students develop proportional reasoning skills over time and so, the frequency of incorrect thinking strategies naturally decrease along the time scale.

Aladağ (2009) found that the 7<sup>th</sup> grade students most often used the strategy of cross multiplication while the 8<sup>th</sup> grade students often went with the unit rate strategy. In contrast, in the present study, it is seen that the 7<sup>th</sup> grade students most often used the unit rate strategy. This result is comparable to those of many studies in the literature (Cramer & Post, 1993; Duatepe, Akkuş-Çıkla & Kayhan, 2005; Küpçü, 2008; Pakmak, 2014). Aladağ's (2009) findings stand out due to the fact that the learning outcomes associated with specific grade levels have changed due to the changes in the curriculum. In this context, the 7<sup>th</sup> grade students who took part in the present study were not yet aware of the internal multiplicative algorithm.

Pelen (2014) found that for problems that require quantitative proportional reasoning, the most commonly observed strategy is multiplier multiplication. Duatepe et al. (2005) showed that the cross multiplication algorithm and unit rate strategies rank high in the list of strategies employed frequently. The findings of the present study, in turn, reveal that the most commonly used strategies are unit rate and multiplication algorithm strategies.

---

In the light of these findings, it may be advisable to focus on different types of problems during the classes, in order to develop proportional reasoning skills.

## Kaynaklar/References

- Akkuş, O. ve Duatepe-Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, 25, 1-10.
- Akkuş-Çıkla, O. A. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.
- Aladağ, A. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Aladağ, A. ve Artut, P. D. (2012). Öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve gerçekçi problem çözme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 11(4), 995-1009.
- Bal-İncebacak, B. ve Ersoy, E. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemelerinin TIMMS'e göre analizi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9(46), 474-481.
- Bart, W. M., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1-11.
- Baxter, G. P., & Junker, B. A. (2001, April). *Designing cognitive-developmental assessments: A case study in proportional reasoning*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Council for Measurement in Education Seattle, Washington.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Büyükköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (4. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cramer, K., & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). *Learning and teaching ratio and proportion: Research implications*. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom* (pp. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.
- Çelik, A. ve Özdemir, E. Y. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-11.
- Çepni, S. (2009). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (Genişletilmiş 4. baskı). Trabzon Celepler Matbaacılık.

- Çetin, H. (2009). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Duatepe, A., Akkuş-Çıkla, O. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.
- Kayhan, M. (2005). *6. ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusuna yönelik çözüm stratejilerinin; sınıf düzeyine, cinsiyete ve soru tipine göre değişiminin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Küpçü, A. R. (2008). *Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarısına etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pakmak, G. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışların incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Pelen, M. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problemlerin sınıflanması ve sayısal yapılarına göre incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Poçan, S., Yaşaroğlu, C. ve İlhan, A. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme beceri düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(52), 808-818.
- Toluk-Uçar, Z. ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt etme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(3), 281-299.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Ünsal, A. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.