

Kademeli Millerde Geometrik Parametrelerin Burulma Davranışı Üzerindeki Etkilerinin Parametrik İncelenmesi

Sakip DİKMEN^{1*}, Burak Emre YAPANMIŞ² 

^{1,2}İzmir Demokrasi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği ABD, İzmir, Türkiye

* Sorumlu Yazar e-mail: sakipdikmen48@gmail.com,

ORCID² : 0000-0003-0499-6581

Received:22.06.2026

Accepted:24.07.2026

DOI: 10.47118/somatbd.1976592

Özet

Bu çalışmada, dairesel kesitli kademeli mil geometrilerinde kademe konumu, kademe oranı, malzeme türü ve geçiş radyüsü oranının burulma temelli yapısal davranış üzerindeki etkileri parametrik olarak incelenmiştir. Çalışmanın sayısal temeli teorik doğrulama adımları ve SolidWorks Simulation sonuçlarından oluşmaktadır. Öncelikle eksenel yükleme, eğilme ve burulma için temel doğrulama örnekleri değerlendirilmiş; sayısal modelin özellikle deplasman ve burulma büyüklüklerinde yüksek uyum verdiği görülmüştür. Ardından kademeli geometri için parametre bazlı sonuçlar incelenmiştir. Bulgular, incelenen geometri, yükleme koşulları ve parametre aralıkları içinde kademe oranının sistem davranışını belirleyen en kritik değişken olduğunu göstermektedir. $\beta=0,5$ durumunda burulma açısı 0,20796 radyan, maksimum gerilme ise 1260 MPa'ya yükselmiştir. Geçiş radyüsü oranının artırılması maksimum gerilmeyi 264,63 MPa'dan 186,27 MPa'ya düşürürken burulma açısında sınırlı bir değişim oluşturmuştur. Malzeme değişimi maksimum gerilmeden çok rijitlik üzerinde etkili olmuş; aynı geometri ve yükleme altında çelik en düşük burulma açısını vermiştir. Burulma rijitliği, rijitlik-kütle dengesi ve etkin esnek boy çerçevesinde değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: burulma açısı; gerilme yığılması, kademeli mil

Parametric Investigation of the Effects of Geometric Parameters on the Torsional Behavior of Stepped Shafts

Abstract

In this study, the effects of step position, step ratio, material type, and fillet-radius ratio on the torsion-based structural behavior of circular stepped beam/shaft geometries were parametrically investigated. The numerical basis of the study consists of theoretical verification procedures and SolidWorks Simulation results. First, fundamental verification cases involving axial loading, bending, and torsion were evaluated, and the numerical model was found to provide a high level of agreement, particularly in terms of displacement and torsional quantities. Subsequently, parameter-based results for the stepped geometry were examined. The results indicate that, within the investigated geometry, loading conditions, and parameter ranges, the step ratio is the most critical variable governing the system behavior. At $\beta = 0.5$, the angle of twist increased to 0.20796 radians, while the maximum stress reached 1260 MPa. Increasing the fillet-radius ratio reduced the maximum stress from 264.63 MPa to 186.27 MPa, while producing only a limited change in the angle of twist. Material variation had a greater influence on stiffness than on maximum stress; under the same geometry and loading conditions, steel exhibited the lowest angle of twist. The results were evaluated within the framework of torsional rigidity, stiffness-to-mass balance, and effective flexible length.

Keywords: angle of twist; stress concentration; stepped shaft

1. Giriş

Sonlu elemanlar yöntemine dayalı bilgisayar destekli analizler, üretim öncesi aşamada tasarımların doğrulanması amacıyla güncel mühendislik uygulamalarında yaygın bir şekilde tercih edilmektedir (Mutlu & Yapanmış, 2017; Mutlu et al., 2018). Bu çalışma kapsamında, otomotiv, makine imalatı, robotik, ağır sanayi ve enerji sistemleri gibi çok çeşitli mühendislik alanlarında kullanılan kademeli millerin sonlu elemanlar yöntemiyle bilgisayar ortamında gerçekleştirilen analizi ele alınmıştır. Kademeli dairesel kesitli elemanlar; güç aktarımı, yataklama, eksen sabitleme, bağlantı ve montaj gereksinimlerini karşılamak amacıyla makine tasarımında sıklıkla tercih edilen bir yapı elemanı

türüdür. Bu elemanlarda görülen kesit değişimi, yalnızca geometrik biçimi değil, aynı zamanda rijitlik dağılımını ve yerel gerilme alanını da doğrudan etkilemektedir. Dolayısıyla kademe konumu, kademe oranı ve geçiş radyüsü gibi geometrik parametreler, özellikle burulma yükü altındaki mekanik performansın değerlendirilmesinde belirleyici bir rol üstlenmektedir.

Literatür incelendiğinde, çap geçişine sahip kademeli millerin burulma davranışına ilişkin iki temel bulgu öne çıkmaktadır. Bunlardan ilki, küçük geçiş radyüslerinin ve ani kesit değişimlerinin yerel gerilme yığılmasını belirgin biçimde artırdığı yönündedir (Allison, 1961; Budynas & Nisbett, 2020; Budynas & Sadegh, 2020; Pilkey et al., 2020). İkincisi ise rijitliği azaltan geometrik değişimlerin, hem burulma deformasyonunu hem de sistemin doğal frekans seviyelerini etkilediğini ortaya koymaktadır (Ghani et al., 2022; Kostekci, 2025; Mao, 2011; Rao, 2019). Bu bulgular ışığında, güvenli ve dengeli bir tasarım elde edebilmek için yalnızca nominal gerilme değerlerinin değil, geçiş bölgesindeki gerilme ve deformasyon davranışının da dikkate alınması gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Bu çalışmanın temel amacı, dairesel kesitli kademeli millerde kademe konumu, kademe oranı, malzeme türü ve geçiş radyüsü oranının burulma altındaki deformasyon ve gerilme davranışı üzerindeki etkilerini teorik doğrulama ve SolidWorks Simulation sonuçları yardımıyla parametrik olarak incelemektir. Bu kapsamda elde edilen temel bulgular, burulma açısı ve maksimum gerilme değerlerinde gözlenen değişim eğilimleri üzerinden değerlendirilmiştir. Ayrıca elde edilen sonuçlar, burulma rijitliği, etkin esnek boy ve rijitlik-kütle dengesi kavramları çerçevesinde ayrı bir alt başlık altında ele alınarak daha kapsamlı biçimde tartışılmıştır.

2. Materyal ve Metot

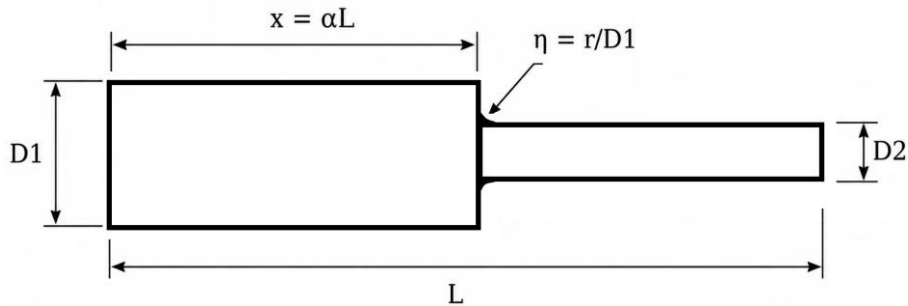
2.1. Parametrik Çalışma Kurgusu

Bu çalışmada, her analiz grubunda yalnızca bir parametre değiştirilerek diğer parametrelerin sabit tutulduğu tek değişkenli parametrik analiz yaklaşımı uygulanmıştır. Böylece kademe konumu, kademe oranı, malzeme türü ve geçiş radyüsü oranının etkileri birbirinden ayrıştırılarak değerlendirilmiştir. Çalışmada kullanılan parametreler ve referans değerler Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. İncelenen parametreler ve referans değerler

Parametre	Sembol	Değer / Aralık	Açıklama
Parça boyu	L	500 mm	Referans toplam uzunluk
Referans çap	D	50 mm	Burulma açısı dönüşümünde kullanılan referans çap
Kademe konumu	$\alpha = x/L$	0,1 - 0,3 - 0,5 - 0,7 - 0,9	Kademenin boy üzerindeki konumu
Kademe oranı	$\beta = D_1/D_2$	0,5 - 1 - 1,5 - 2 - 3 - 4	Kesit değişim oranı
Geçiş radyüsü oranı	$\eta = r/D_1$	0,05 - 0,10 - 0,30	Omuz geçişinin yumuşaklık oranı
Malzeme türü	-	AISI 1020, Al 1060, Ti-8Mn	Malzeme karşılaştırması

Parametrik analizlerde kullanılan dairesel kesitli kademeli milin temel geometrisi ve ilgili boyutsal parametrelerin sembolik gösterimi Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. Dairesel kesitli kademeli milin geometrisi ve boyutsal parametreleri.

2.2. Teorik Arka Plan ve Doğrulama Çalışması

Dairesel kesitli bir elemanda maksimum kayma gerilmesi $\tau_{max} = Tc/J$ bağıntısıyla, burulma açısı ise $\theta = TL/(GJ)$ yaklaşımıyla ifade edilir. Burada, T uygulanan torku (N.m), c dış yüzeyin mil eksenine uzaklığını/yarıçapı (mm), J kesitin polar atalet momentini (mm⁴), G kayma modülünü (MPa), L eleman uzunluğunu (mm), τ_{max} maksimum kayma gerilmesini (MPa) ve θ burulma açısını (rad) göstermektedir. Kademeli elemanda toplam burulma açısı, farklı kesit bölgelerinin esneklik katkılarının toplamı olarak düşünülebilir. Bu nedenle, düşük rijitlikli bölgenin boyu uzadıkça

toplam burulma deformasyonu büyüme eğilimi gösterir (Allison, 1961; Mutlu et al., 2018). SolidWorks deformasyon konturlarında sonuç büyüklüğü URES (mm) olarak alınmıştır. Saf burulma ve küçük şekil değiştirme kabulünde dış yüzeydeki yer değiştirme esas olarak çevresel olduğundan $u \approx URES$ kabul edilmiş ve burulma açısı $\theta = u/c = 2u_r/D$ (rad) bağıntısıyla hesaplanmıştır. Referans çap $D=50$ mm için $c=25$ mm olduğundan parametrik sonuçlarda $\theta = URES/25$ dönüşümü uygulanmıştır.

Eksenel yükleme, eğilme ve burulma örneklerine ait teorik çözüm ile SolidWorks sonuçları Tablo 2’de karşılaştırılmıştır. Bu doğrulama adımı, parametrik sonuçların değerlendirilmesinden önce model davranışının kontrol edilmesi amacıyla kullanılmıştır.

Tablo 2. Teorik çözüm ve SolidWorks sonuçlarının kısa doğrulama özeti

Doğrulama problemi	Karşılaştırılan büyüklük	Teorik sonuç	SolidWorks sonucu	Fark (%)
1(a) Eksenel yük	Maks. normal gerilme	14,147 MPa	14,1455 MPa	0,01
1(a) Eksenel yük	Eksenel deformasyon	0,01415 mm	0,01410 mm	0,35
1(b) Konsol kiriş	Maks. gerilme	113,177 MPa	128,704 MPa	13,72
1(b) Konsol kiriş	Uç deplasmanı	1,13177 mm	1,13467 mm	0,25
1(c) Burulma	Von Mises eşdeğer gerilme	98,014 MPa	98,86 MPa	0,86
1(c) Burulma	Burulma açısı	0,014698 rad	0,01469 rad	0,07

Doğrulama sonuçları, özellikle deplasman ve burulma büyüklüklerinde modelin güvenilir olduğunu göstermektedir. Eğilme örneğindeki gerilme farkı, ankastre bölgedeki üç boyutlu yerel etkilerle ilişkilidir. Bu gözlem, kademeli elemanlarda tepe gerilmenin yalnızca nominal bağıntılarla değil, geometrik geçiş bölgesi dikkate alınarak yorumlanması gerektiğini desteklemektedir.

2.3. Sonlu Elemanlar Modeli ve Sayısal Çözüm Ayarları

Kademeli mil modellerinin sonlu elemanlar analizleri, İzmir Demokrasi Üniversitesi bünyesinde lisanslı olarak kullanılan SolidWorks Simulation programı aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Modeller, toplam uzunluğu $L = 500$ mm olan dairesel kesitli kademeli mil geometrisi esas alınarak oluşturulmuştur. Referans çap $D = 50$ mm olarak alınmış; kademe konumu $\alpha = x/L$, kademe oranı β ve geçiş radyüsü oranı $\eta = r/D_1$ parametreleri değiştirilerek farklı geometriler elde edilmiştir. Her analiz grubunda yalnızca incelenen parametre değiştirilmiş, diğer geometrik ve malzeme özellikleri referans değerlerinde sabit tutulmuştur.

Milin bir uç yüzeyi tüm doğrultulardaki öteleme ve dönme hareketleri engellenecek şekilde sabitlenmiş, diğer uç yüzeyine mil eksenine etrafında $T=300$ Nm büyüklüğünde burulma momenti uygulanmıştır. Malzeme karşılaştırmalarında AISI 1020 çeliği, Al 1060 alüminyum alaşımı ve Ti-8Mn titanyum alaşımına ait elastisite modülü, Poisson oranı, yoğunluk ve akma dayanımı değerleri SolidWorks malzeme kütüphanesinden tanımlanmıştır.

Analizlerde eğik tabanlı (ince) mesh elemanlardan oluşan ağ yapısı kullanılmıştır. Global maksimum eleman boyutu 11,0549 mm, minimum eleman boyutu ise 0,9567 mm olarak belirlenmiştir. Gerilme değişiminin yüksek olduğu kademe ve geçiş radyüsü çevresinde yerel ağ inceltmesi uygulanmıştır. Oluşturulan modeller yaklaşık 22935 eleman ve 34193 düğüm içermektedir.

3. Sonuçlar ve Tartışma

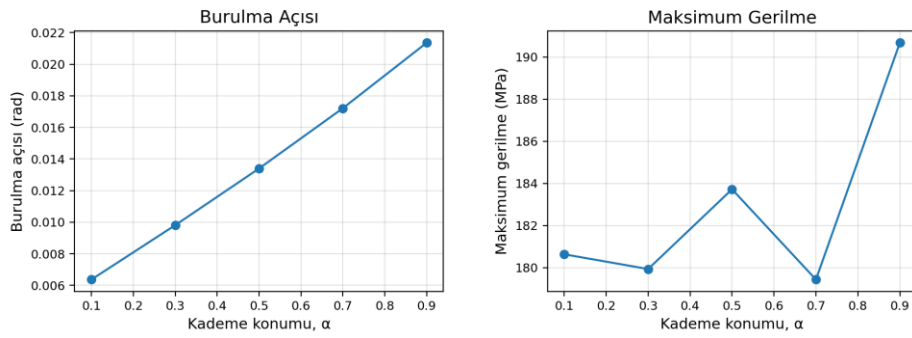
3.1. Kademe Konumunun Etkisi

Kademe konumu için elde edilen burulma açısı ve maksimum gerilme değerleri Tablo 3’te verilmiştir. Aynı sonuçların grafiksel değişimi ise Şekil 2’de gösterilmiştir.

Tablo 3. Kademe konumunun burulma açısı ve maksimum gerilmeye etkisi

Kademe konumu, α	Burulma açısı (rad)	Maksimum gerilme (MPa)
0,1	0,006372	180,63
0,3	0,009813	179,93
0,5	0,013398	183,72
0,7	0,017213	179,43
0,9	0,021354	190,68

Kademe konumu arttıkça burulma açısının düzenli biçimde yükseldiği görülmektedir. $\alpha=0,1$ için 0,006372 rad olan burulma açısı, $\alpha=0,9$ için 0,021354 rad değerine çıkmıştır. Bu eğilim, düşük rijitlikli bölgenin etkin boyunun artmasıyla açıklanabilir. Maksimum gerilme ise 179-191 MPa bandında sınırlı değişim göstermiştir. Buna göre, kademe konumu maksimum gerilmeden çok daha global deformasyon davranışını etkileyen bir parametre olarak öne çıkmaktadır.



Şekil 2. Kademe konumunun burulma açısı ve maksimum gerilme üzerindeki etkisi.

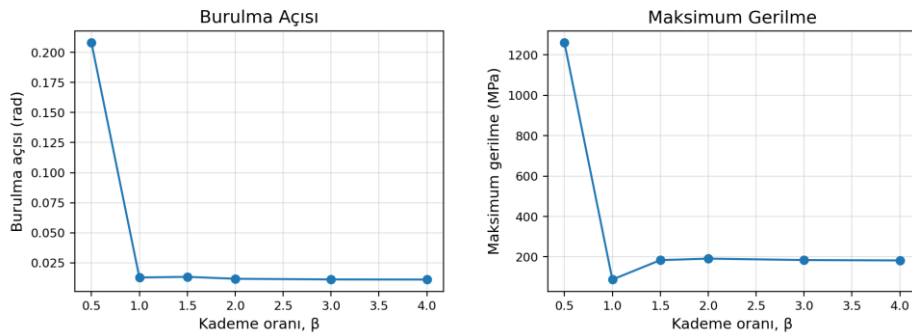
3.2. Kademe Oranının Etkisi

Kademe oranının değişimine bağlı sayısal sonuçlar Tablo 4'te, bu değerlere karşılık gelen grafiksel eğilimler ise Şekil 3'te gösterilmiştir.

Tablo 4. Kademe oranının burulma açısı ve maksimum gerilmeye etkisi.

Kademe oranı, β	Burulma açısı (rad)	Maksimum gerilme (MPa)
0,5	0,207960	1260
1,0	0,012848	87,54
1,5	0,013382	183,72
2,0	0,011788	191,18
3,0	0,011219	184,12
4,0	0,011124	182,3

Kademe oranı, çalışmadaki en kritik tasarım değişkeni olarak değerlendirilmiştir. $\beta=0,5$ durumunda burulma açısı 0,207960 rad, maksimum gerilme ise 1260 MPa'ya ulaşmıştır. Bu sonuç, kesit rijitliğindeki sert azalmanın ve kademe bölgesindeki gerilme yığılmasının aynı anda büyüdüğünü göstermektedir. Buna karşılık $\beta \geq 1,5$ seviyelerinde hem burulma açısı hem de maksimum gerilme daha dengeli bir banda oturmaktadır. Tasarım açısından bu sonuç, aşırı küçük kademe oranlarından kaçınılması gerektiğini açık biçimde ortaya koymaktadır.



Şekil 3. Kademe oranının burulma açısı ve maksimum gerilme üzerindeki etkisi.

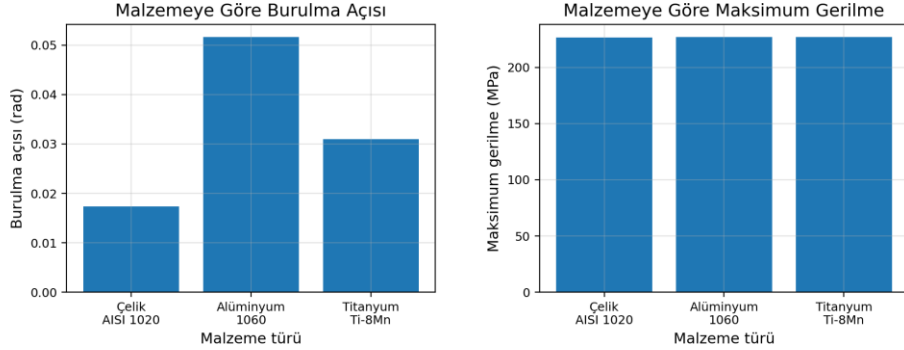
3.3. Malzeme Türünün Etkisi

Malzeme türüne bağlı burulma açısı ve maksimum gerilme sonuçları Tablo 5'te özetlenmiş, sonuçların karşılaştırmalı grafiği Şekil 4'te verilmiştir.

Tablo 5. Malzeme türünün burulma açısı ve maksimum gerilmeye etkisi

Malzeme türü	Burulma açısı (rad)	Maksimum gerilme (MPa)	Yorum
Çelik (AISI 1020)	0,017324	226,6	En düşük burulma açısı; yüksek rijitlik
Alüminyum (1060)	0,051640	227	En yüksek burulma açısı; düşük kayma rijitliği
Titanyum (Ti-8Mn)	0,030992	227	Ara seviye burulma rijitliği

Aynı geometri ve yükleme altında maksimum gerilmenin üç malzemede de yaklaşık aynı seviyede kalması beklenen bir sonuçtur; çünkü elastik bölgede aynı tork ve aynı kesit için gerilme dağılımı öncelikle geometriye bağlıdır. Buna karşılık, burulma açısı kayma modülüne bağlı olduğundan, çelik en düşük, alüminyum ise en yüksek değeri vermiştir. Dolayısıyla malzeme seçimi, bu çalışma özelinde gerilmeyi değil, torsiyonel rijitliği belirgin biçimde değiştiren tasarım koludur.



Şekil 4. Malzeme türünün burulma açısı ve maksimum gerilme üzerindeki etkisi

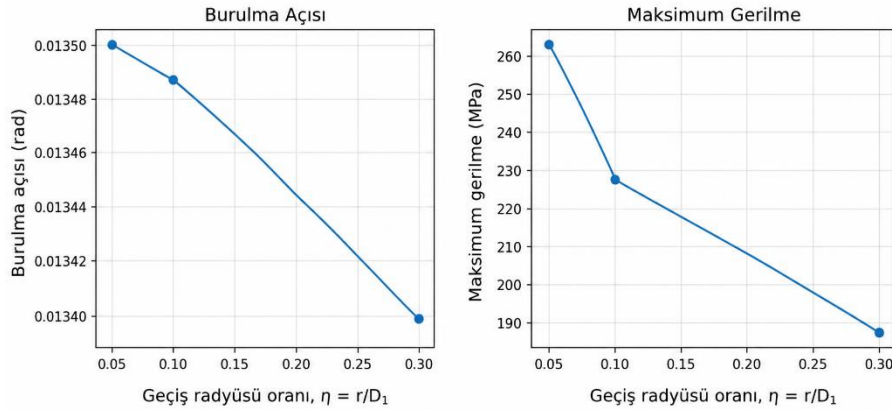
3.4. Geçiş Radyüsü Oranının Etkisi

Geçiş radyüsü oranının değişimine ait sayısal sonuçlar Tablo 6'da, bu değişkenin burulma açısı ve maksimum gerilme üzerindeki grafiksel etkisi ise Şekil 5'te sunulmuştur.

Tablo 6. Geçiş radyüsü oranının burulma açısı ve maksimum gerilmeye etkisi.

Geçiş radyüsü oranı, η	Burulma açısı (rad)	Maksimum gerilme (MPa)
0,05	0,013512	264,63
0,10	0,013496	226,08
0,30	0,013393	186,27

Geçiş radyüsü oranı arttıkça maksimum gerilmenin 264,63 MPa'dan 186,27 MPa'ya düştüğü görülmektedir. Burulma açısı ise yalnızca 0,013512 radyandan 0,013393 radyana gerilemiştir. Bu sonuç, geçiş radyüsünün global burulma rijitliğinden çok yerel gerilme yığılmasını kontrol ettiğini göstermektedir. Bu nedenle yorulma ve emniyet odaklı tasarımlarda r/D_1 oranının artırılması öncelikli iyileştirme aracı olarak değerlendirilebilir.



Şekil 5. Geçiş radyüsü oranının burulma açısı ve maksimum gerilme üzerindeki etkisi

3.5. Parametrelerin Karşılaştırmalı Değerlendirilmesi

İncelenen parametrelerin burulma açısı ve maksimum eşdeğer gerilme üzerindeki etkileri birlikte değerlendirildiğinde, her bir parametrenin sistem davranışının farklı bir yönünü kontrol ettiği görülmektedir. Kademe konumunun $\alpha = 0,1$ değerinden $\alpha = 0,9$ değerine artırılmasıyla burulma açısı yaklaşık %235 artarken maksimum eşdeğer gerilmedeki artış yaklaşık %5,6 düzeyinde kalmıştır. Bu sonuç, kademe konumunun özellikle milin toplam burulma deformasyonu üzerinde etkili olduğunu göstermektedir.

Kademe oranının $\beta = 0,5$ değerinden $\beta = 4$ değerine çıkarılmasıyla burulma açısı yaklaşık %94,7, maksimum eşdeğer gerilme ise yaklaşık %85,5 azalmıştır. Bununla birlikte, $\beta = 0,5$ durumunda elde edilen yüksek gerilme değerinin

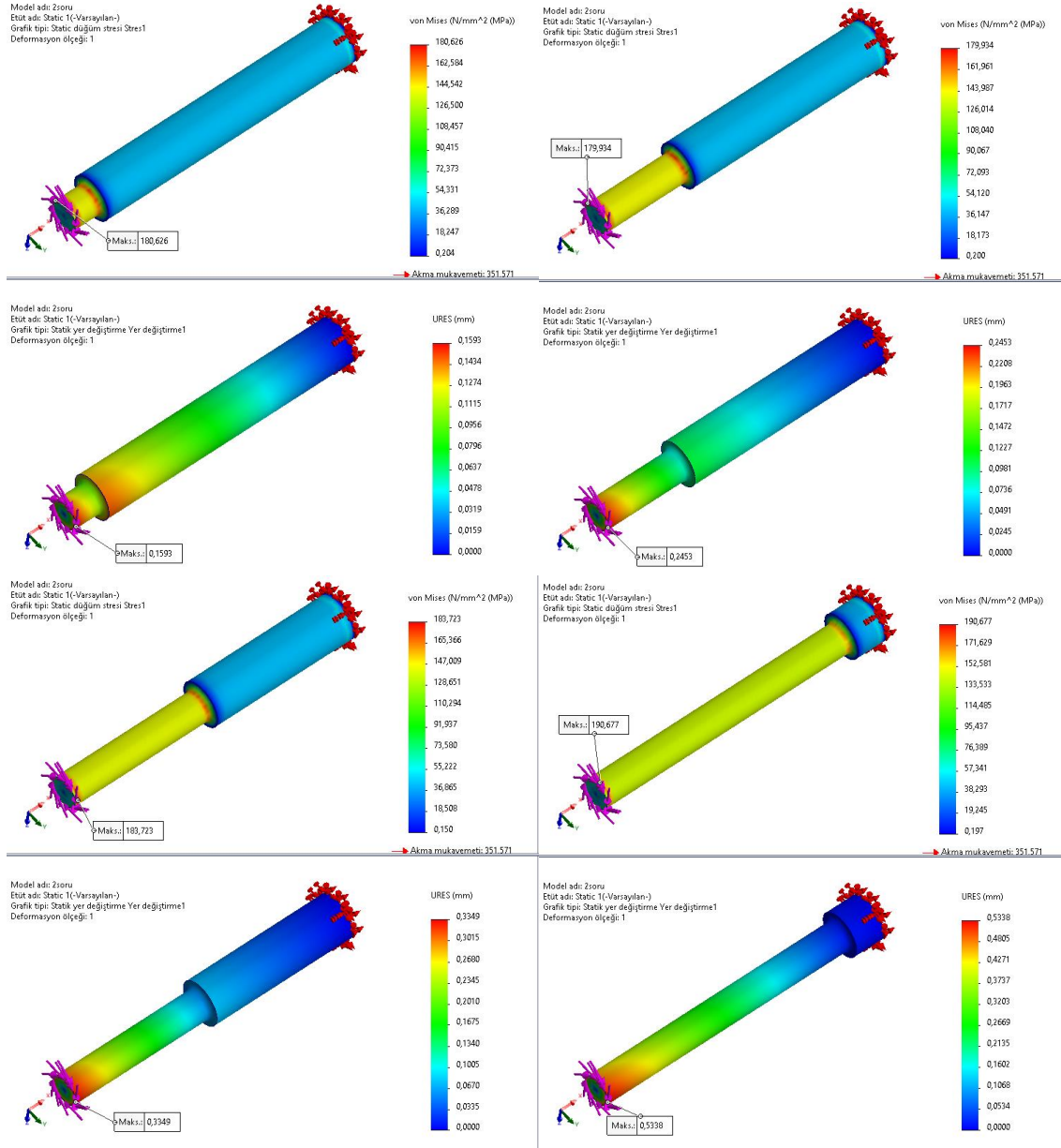
doğrusal elastik modelin geçerlilik sınırları bakımından ayrıca değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu nedenle kademe oranına ilişkin sonuçlar, kullanılan malzemenin akma dayanımı ve analiz kabulleriyle birlikte yorumlanmalıdır.

Geçiş radyüsü oranının $\eta = 0,05$ değerinden $\eta = 0,30$ değerine artırılması maksimum eşdeğer gerilmeyi yaklaşık %29,6 azaltırken burulma açısında yalnızca yaklaşık %0,9 oranında azalma meydana getirmiştir. Bu durum, geçiş radyüsünün toplam burulma deformasyonundan çok kademe bölgesindeki yerel gerilme yığılmasının azaltılmasında etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Malzeme karşılaştırmasında ise Al 1060 için elde edilen burulma açısı AISI 1020 çeliğine göre yaklaşık %198 daha yüksek olmasına rağmen maksimum eşdeğer gerilme değerleri arasındaki fark %1'in altında kalmıştır. Bu sonuç, aynı geometri ve tork altında malzeme türünün maksimum gerilmeden çok kayma modülüne bağlı burulma rijitliğini etkilediğini göstermektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde, kademe oranı incelenen aralıklar içerisinde burulma açısı ve maksimum eşdeğer gerilmede en büyük değişimi oluştururken, kademe konumu toplam deformasyon, geçiş radyüsü yerel gerilme yığılması ve malzeme türü burulma rijitliği üzerinde daha belirgin bir etki göstermiştir.

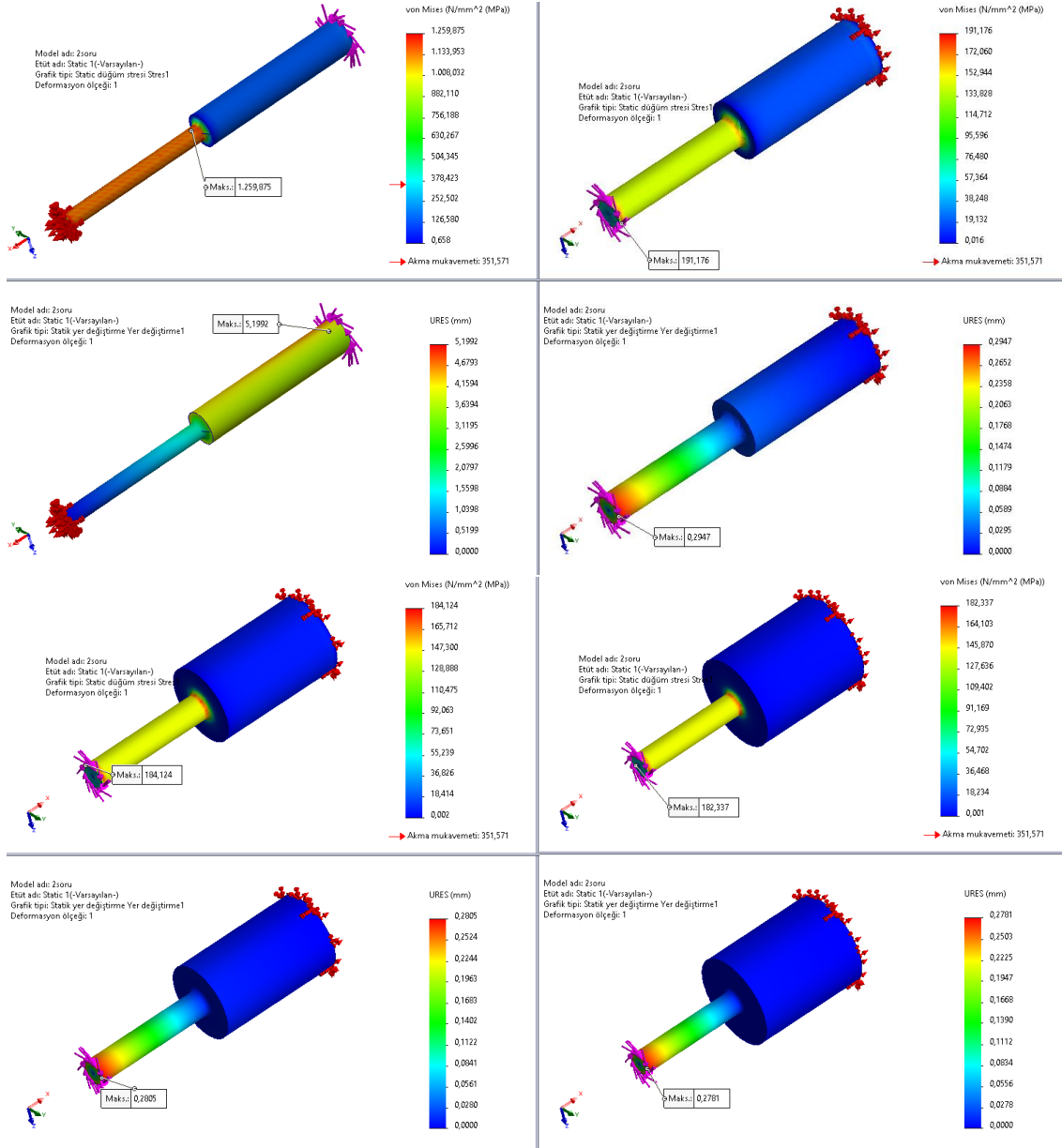
3.6. Seçilmiş SolidWorks Analiz Görselleri

Parametrik analizlerde çok sayıda sonlu elemanlar sonucu elde edilmiştir. Metnin okunabilirliğini korumak ve farklı parametrelerin etkilerini görsel olarak karşılaştırmak amacıyla temsil kabiliyeti yüksek seçilmiş SolidWorks analiz görselleri bu bölümde sunulmuştur. Seçilmiş SolidWorks görsellerinde URES ölçeği ham yer değiştirmeyi (mm) göstermektedir; burulma açıları Bölüm 2.2'deki dönüşümle radyana çevrilerek Tablo 3–6 ve Şekil 2–5'te verilmiştir. Kademe konumunun düşük, orta ve yüksek seviyelerine ait gerilme ve yer değiştirme konturları Şekil 6'da sunulmuştur.



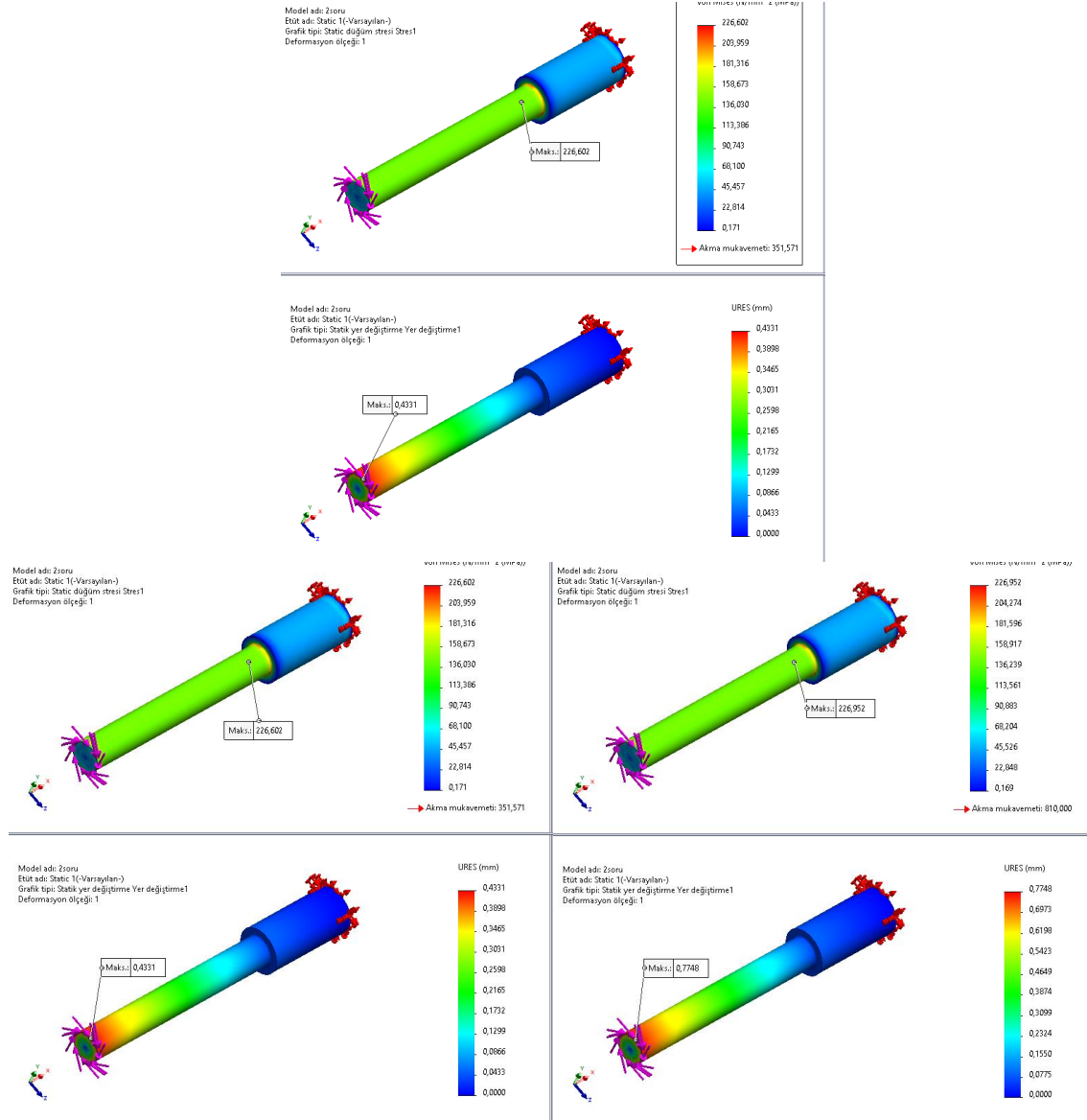
Şekil 6. Kademe konumu için seçilmiş SolidWorks gerilme ve URES (mm) sonuçları

Kademe oranının sistem davranışı üzerindeki etkisini görsel olarak karşılaştırmak için $\beta=0,5$, $\beta=1,5$ ve $\beta=4$ seviyeleri seçilmiştir. Bu seçilmiş sonuçlar Şekil 7’de sunulmuştur.



Şekil 7. Kademe oranı için seçilmiş SolidWorks gerilme ve URES (mm) sonuçları

Geçiş radyüsü ve malzeme türü için temsili SolidWorks sonuçları Şekil 8’de verilmiştir. Bu görselde geçiş radyüsünün yerel gerilme alanı üzerindeki etkisi ile malzeme değişimine bağlı yer değiştirme eğilimi birlikte karşılaştırılabilmektedir.



Şekil 8. Geçiş radyüsü ve malzeme türü için seçilmiş SolidWorks gerilme ve URES (mm) sonuçları

4. Sonuç

Bu çalışmada, kademeli dairesel kesitli millerin burulma davranışı üzerinde kademe konumu, kademe oranı, geçiş radyüsü oranı ve malzeme türünün etkileri parametrik sonlu elemanlar analizleriyle incelenmiştir. İncelenen parametre aralıklarında burulma açısı ve maksimum eşdeğer gerilmedeki en büyük değişim, kademe oranının değiştirilmesiyle elde edilmiştir. Özellikle $\beta=0,5$ durumunda kesit rijitliğinin belirgin biçimde azalması nedeniyle burulma açısı ve yerel gerilme önemli ölçüde artmıştır. Bununla birlikte, bu durumda elde edilen gerilme seviyesi kullanılan malzemenin akma dayanımıyla birlikte değerlendirilmelidir. Gerilme değerinin elastik sınırı aşması durumunda, doğrusal elastik modelin yetersiz kalabileceği göz önünde bulundurulmalı ve malzeme doğrusal olmayanlığı içeren analizler yapılmalıdır.

Geçiş radyüsü oranının artırılması, maksimum eşdeğer gerilmeyi belirgin biçimde azaltırken toplam burulma açısı üzerinde sınırlı bir değişim oluşturmuştur. Bu bulgu, geçiş radyüsünün milin toplam burulma rijitliğinden çok geçiş bölgesindeki yerel gerilme yığılmasının azaltılmasında etkili olduğunu göstermektedir. Malzeme türünün değiştirilmesi ise maksimum gerilmeden çok kayma modülüne bağlı burulma rijitliğini etkilemiştir. Kademe konumunun etkisi, düşük rijitlikli bölümün etkin uzunluğunun değişmesiyle açıklanmıştır. Elde edilen sonuçlar, çalışmada kullanılan doğrusal elastik model, geometrik oranlar, sınır şartları ve yükleme koşulları için geçerlidir.

Teşekkür

Bu çalışma herhangi bir kurum veya kuruluş tarafından finansal olarak desteklenmemiştir.

Yazarların Katkıları

Sakip DİKMEN: Veri düzenleme, Biçimsel analiz, Araştırma, Yöntem, Doğrulama, Görselleştirme, Yazım

Burak Emre YAPANMIŞ: Kavramsallaştırma, Biçimsel analiz, Araştırma, Yöntem, Doğrulama, Süpervizyon, Yazım – gözden geçirme ve düzenleme

Etik

Bu çalışma insan veya hayvan deneyi içermediğinden etik kurul izni gerektirmemektedir. Bu makalenin yayınlanmasına ilişkin herhangi bir etik sorun bulunmamaktadır.

Kaynaklar

- Allison, I. M. (1961). The elastic stress concentration factors in shouldered shafts. Part I: Shafts subjected to torsion. *The Aeronautical Quarterly*, 12(2), 189–199. <https://doi.org/10.1017/S0001925900002043>
- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2020). *Shigley's mechanical engineering design* (11th ed.). McGraw-Hill Education.
- Budynas, R. G., & Sadegh, A. M. (2020). *Roark's formulas for stress and strain* (9th ed.). McGraw-Hill Education.
- Ghani, S. N., Neamah, R. A., Abdalzahra, A. T., Al-Ansari, L. S., & Abdulsamad, H. J. (2022). Analytical and numerical investigation of free vibration for stepped beam with different materials. *Open Engineering*, 12(1), 184–196. <https://doi.org/10.1515/eng-2022-0031>
- Kostekci, F. (2025). An analytical solution for natural frequencies of elastically supported stepped beams with rigid segments. *Applied Mechanics*, 6(1), 12. <https://doi.org/10.3390/applmech6010012>
- Mao, Q. (2011). Free vibration analysis of multiple-stepped beams by using Adomian decomposition method. *Mathematical and Computer Modelling*, 54(1–2), 756–764. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.03.019>
- Mutlu, H., & Yapanmış, B. E. (2017). Design of a new bed base mechanism system. *International Journal of Engineering Research and Development*, 9(3), 64–72. <https://doi.org/10.29137/umagd.348636>
- Mutlu, H., Yapanmış, B. E., & Buldum, B. B. (2018). New sofa bed mechanism system for furniture industry. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Dergisi*, 2(1), 34–41. <https://doi.org/10.31200/makuubd.347695>
- Pilkey, W. D., Pilkey, D. F., & Bi, Z. (2020). *Peterson's stress concentration factors* (4th ed.). John Wiley & Sons.
- Rao, S. S. (2019). *Vibration of continuous systems* (2nd ed.). John Wiley & Sons.