

Torque Analysis of Shaded Pole Induction Motors Considering Space Harmonics Effect

Adem DALCALI^{1*}, Mehmet AKBABA²

¹Department of Electronics and Communication Engineering, Faculty of Engineering and Natural Sciences, Bandırma Onyedü Eylül University, Bandırma, Balıkesir / Turkey

²Department of Computer Engineering, Faculty of Engineering, Karabük University, Karabük / Turkey

Abstract: Shaded pole induction motors (SPIM) are often preferred in small power applications because of their ability to operate from single phase system without any control, simple construction, easy production and low-cost features. These motors are easy to manufacture but the most difficult to analyze mathematically. In this study, motor inductance behavior is deduced to calculate working magnitudes. Inductance values are expressed in terms of rotor position so that they can be used in current and torque calculations. By theoretical analysis of the motor, the voltage and torque equations are derived in detail for the steady-state condition. Then the torque behavior of the motor according to the slip is obtained.

Keywords: Shaded pole induction motor, space harmonics, self inductance, torque equation

Gölge Kutuplu Asenkron Motorların Uzay Harmoniklerini İçeren Tork Analizi

Özet: Gölge kutuplu asenkron motorlar (GKAM) herhangi bir kontrolöre gerek duymadan bir fazlı kaynaktan çalışabilmeleri, basit yapıları, kolay üretim ve düşük maliyet özellikleri nedeniyle endüstride özellikle küçük güç uygulamalarında sıklıkla tercih edilmektedirler. Bu motorlar üretimi kolay fakat matematiksel analizi en zor olan elektrik makinalarıdır. Bu çalışmada, çalışma büyüklüklerinin hesaplanması amacıyla motorun endüktans davranışı çıkarılmıştır. Endüktans değerlerinin akım ve moment hesaplamalarında kullanılabilmesi için rotor konumuna bağlı olarak ifade edilmiştir. Motorun teorik analizi yapılarak, gerilim ve moment denklemleri sürekli hal durumu için detaylı olarak çıkarılmıştır. Daha sonra kaymaya göre motorun tork davranışı elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Gölge kutuplu senkron motor, uzay harmoniği, özendüktans, tork denklemi

Reference to this paper should be made as follows (bu makaleye aşağıdaki şekilde atıfta bulunulmalı):

A. Dalcalı, M. Akbaba 'Torque Analysis of Shaded Pole Induction Motors Considering Space Harmonics Effect', Elec Lett Sci Eng , vol. 14(3) , (2018), 27-34

1. Giriş

Bir fazlı motorlar arasında gölge kutuplu asenkron motorlar(GKAM) üretimi en kolay fakat matematiksel analizi en zor olan elektrik makinalarıdır. Motorun değişken yapıda bir hava aralığına ve eliptik döner manyetik alana sahip olması bu motorların matematiksel analizini zorlaştırmaktadır. GKAM'lar küçük güç uygulamalarında maliyet ve üretim kolaylığı bakımından genellikle tercih edilmektedirler. Yüksek güçlü uygulamalarda ise düşük verime sahip olmalarından dolayı tercih edilmemektedirler. Bu yüzden genellikle 300 W kadar üretilmektedirler [1].

GKAM'ların modellenmesinde ve motor performans analizlerinin gerçekleştirilmesinde genel kabul görmüş bir metot bulunmamaktadır. Bu durumdan dolayı literatürde bu motorların özellikle endüktans ve tork karakteristikleri üzerine az sayıda çalışma yapılmıştır [2]. Zhou ve Rajanathan 2D sonlu elemanlar analizini kullanarak başlangıç torkunun optimizasyonu üzerine çalışmalar gerçekleştirmişlerdir. Başlangıç torkunu etkileyen faktörlerin rotor oyuk şekli ile stator kutup şekli olduğunu tespit etmişlerdir [3]. Genetik algoritma (GA) optimizasyon tekniği kullanılarak 3

farklı tip motor modeli oluşturan ve analizlerini gerçekleştiren Sarac ve Cvetkovski, her bir motorun anma yükünde verim, tork ve çıkış gücü değerlerini elde etmişlerdir. Yapılan optimizasyon çalışmaları sonucunda verim ve elektromanyetik tork değerlerinde artış gözlemlenmiştir [4].

Bu çalışma ile GKAM'ların tork modelinin ayrıntılı bir şekilde elde edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla motorun endüktans davranışı analitik denklemler ve deneyler yardımıyla elde edilmiştir. Yapılan deneysel çalışmalar ile motorun gölge kutup sargısı ve rotoruna ait parametreler hesaplanmıştır. Tüm bu elde edilen parametreler sonucunda motor sargılarının gerilimi ve tork denklemleri detaylı olarak çıkarılmıştır.

2. Motor Endüktans Parametrelerinin Tespiti

Alternatif akım makinalarında çalışma büyüklüklerinin hesaplanmasındaki doğruluk derecesi endüktansların doğru olarak tespit edilmesiyle doğrudan ilişkilidir [5]. Elektrik makinalarında relüktansın değişmesi ve nüvede kullanılan malzemenin doyma etkisinden dolayı endüktans değeri rotor konumuna ve akıma bağlı olarak değişen lineer olmayan fonksiyonlardır [6]. Stator sargısının öz endüktansı rotoru sincap kafesli ve yarı kutup halkaları takılmamış motorun giriş empedansının ölçülmesi ile ölçülmüştür. Şekil 1'de deneyde kullanılan rotor ve deney düzeneği sunulmuştur.



Şekil-1 Sincap kafesli rotor ve deney düzeneği

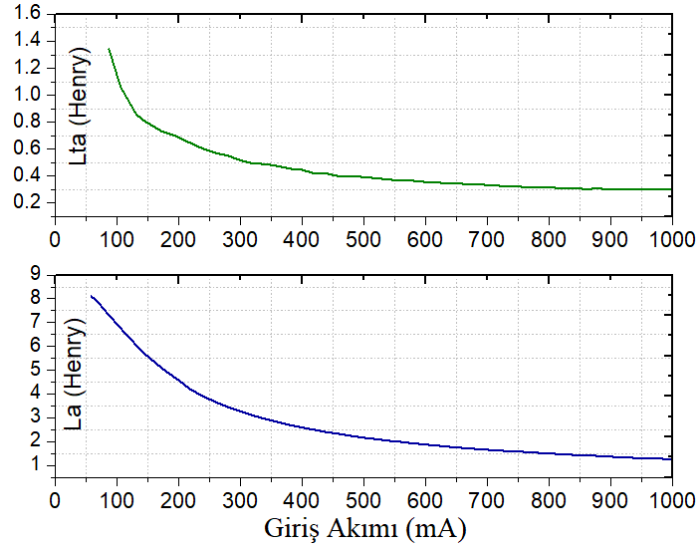
Demir kayıpları ihmal edilerek stator sargısı öz endüktansı Denklem 1'den elde edilir.

$$L_a = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{V}{I_a}\right)^2 - R_a^2} \quad (1)$$

Denklemde f stator sargısına uygulanan gerilimin frekansı (Hz), R_a sargısının etkin direncidir. Stator sargısı kaçak endüktansı stator sargısının toplam akısı ile statordan rotora geçen ve rotor çevrimleri tarafından halkalanan akının farkı ile yardımıyla ölçülür. Motorun rotor oluklarına bobin adımı bir kutup adımına eşit olan n_2 adet sarımlı ölçme bobini sarıldı. Stator sargısına gerilim uygulanarak rotordaki ölçme bobininde endüklenen E_2 gerilimleri, stator sargı akımı I_a ve uygulanan V gerilimleri ölçülerek bulunur. Bu ölçmelerden stator sargısı toplam kaçak endüktansı Denklem 2'den elde edilir [7,8].

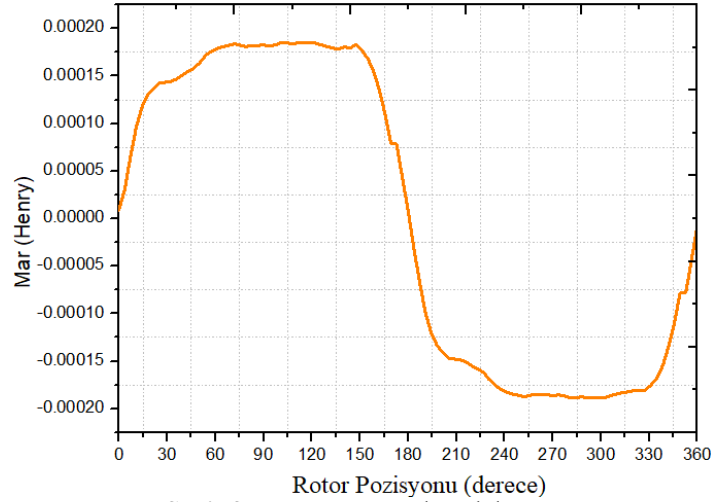
$$L_{ta} = \frac{1}{2\pi f} \left(\sqrt{\left(\frac{V}{I_a}\right)^2 - R_a^2} - \frac{4 \times E_2 \times N}{n_2 I_a} \right) \quad (2)$$

Giriş akımı değeri 0-1000 mA arasında değiştirilerek motorun stator sargısı öz endüktansı ve kaçak endüktansı Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil-2 Stator sargısı kaçak ve öz endüktansı

Rotor belirli açılarla döndürülerek elde edilen stator sargısı ve bir rotor gözünün ortak endüktansı Şekil 3’de verilmiştir.



Şekil-3 Stator-rotor ortak endüktansı

3. Teorik İnceleme

Elektrik makinalarının teorik incelemesinde akımlar Denklem 3’de verilen gerilim denklemlerinden hesaplanır.

$$[V] = [R] \cdot [I] + \left[\frac{d\psi}{dt} \right] \quad (3)$$

GKAM için stator sargısı gerilim denklemi Denklem 4’deki gibi olacaktır.

$$V_a = R_a i_a + \frac{d\psi_a}{dt} + \frac{d\psi_{ab}}{dt} + \sum_{m=1}^{S_2} \frac{d\psi_{arm}}{dt} \quad (4)$$

Denklemde $\psi_a = L_a i_a$ ve $\psi_{ab} = M_{ab} i_b$ 'yi ifade etmektedir. Stator sargısı ile 1. rotor gözünden (m-1) kadar ileride bulunan m. rotor gözü arasındaki ortak endüktansın ifadesi Denklem 5'de verilmiştir.

$$M_{arm} = Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} M_{ark} \cdot e^{j\delta k} \cdot e^{j(k\theta+k(m-1)\alpha)} \right) \quad (5)$$

Denklem 4 ve Denklem 5'ya göre stator sargısı gerilim denklemi etkin fazörleri cinsinden Denklem 6'de sunulmuştur.

$$\begin{aligned} \bar{V}_a = R_a \bar{I}_a + j\omega & \left(L_a \bar{I}_a + M_{ab} \bar{I}_b + \right. \\ & \left. \frac{S_2 M_{ar1}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta\alpha 1} + \bar{I}_{rt1} e^{-j\delta\alpha 1}) \right) \\ & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar3}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta\alpha 3} + \bar{I}_{rt1} e^{-j\delta\alpha 3}) \right) \\ & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar5}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta\alpha 5} + \bar{I}_{rt1} e^{-j\delta\alpha 5}) \right) \\ & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar7}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta\alpha 7} + \bar{I}_{rt1} e^{-j\delta\alpha 7}) \right) \\ & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar9}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta\alpha 9} + \bar{I}_{rt1} e^{-j\delta\alpha 9}) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Yarı kutup halkası gerilim denklemi, stator sargısı gerilim denklemi ile tam bir benzerlik göstermektedir. Yarı kutup halkası akım ve geriliminin yüksek dereceden harmonikleri çok küçük olduğundan ihmal edilecektir. Bu durumda gerilim eşitliği Denklem 7'de verilmiştir.

$$\bar{V}_b = R_b \bar{I}_b + j\omega L_b \bar{I}_b + j\omega M_{ab} \bar{I}_a + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Fazör} \left(\sum_{m=1}^{S_2} \frac{d\psi_{brm}}{dt} \right) \quad (7)$$

Yarı kutup halkası gerilim denklemi etkin fazörleri cinsinden Denklem 8'de sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_b = R_b \bar{I}_b + j\omega & \left(L_b \bar{I}_b + M_{ab} \bar{I}_a + \right. \\
 & \left. \frac{S_2 M_{br1}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta b1} + \bar{I}_{r1} e^{-j\delta b1}) \right) \\
 & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br3}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta b3} + \bar{I}_{r1} e^{-j\delta b3}) \right) \\
 & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br5}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta b5} + \bar{I}_{r1} e^{-j\delta b5}) \right) \\
 & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br7}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta b7} + \bar{I}_{r1} e^{-j\delta b7}) \right) \\
 & + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br9}}{2} (\bar{I}_{rd1} e^{j\delta b9} + \bar{I}_{r1} e^{-j\delta b9}) \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

4. Moment Analizi

GKAM’da hava aralığı relüktansının değişken olması ile makinada oldukça güçlü akı, akım ve gerilim harmonikleri endüklenecektir. Endüklenen bu harmonikler moment denkleminde yansıyacaktır. Buna GKAM’ların simetrik olmayan sargılarının varlığı da eklenirse gerilim ve moment denklemleri karmaşık bir yapıya sahip olacaklardır [9].

Akımların zamana göre değişimleri gerilimlerle ilişkili olduğundan torku üretmez. Sadece endüktansların konuma göre kısmı türevleri torku üretir. Bu nedenle enerjinin korunumu denklemlerinden Denklem 9 elde edilir.

$$T = \frac{P_0}{2} [I]^t + \left[\frac{\partial L}{\partial \theta} \right] [I] \tag{9}$$

Gölge kutuplu asenkron motorlarda rotor çevresi düzgün olduğundan stator sargısının öz endüktans, yarık kutup halkasının öz endüktansı ve stator sargısı ile yarık kutup halkası arasındaki ortak endüktans rotor konumundan bağımsızdır. Bu nedenle stator sargısı ile yarık kutup halkası kendi aralarında moment oluşturmazlar. Buna göre moment stator sargısı-rotor gözleri, yarık kutup halkası- rotor gözleri ve rotor gözlerinin kendi aralarında karşılıklı etkileşimlerinden meydana gelir. Stator sargısı ile 1. Rotor gözü akımının karşılıklı etkileşiminden meydana gelen moment Denklem 10 ile ifade edilir.

$$T_{ar1} = P_0 i_a i_{ar} \frac{\partial M_{ar}}{\partial \theta} \tag{10}$$

denklemden,

$$\frac{\partial M_{ar}}{\partial \theta} = Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} k M_{ark} e^{j(\delta ak + \pi/2)} \cdot e^{jk\theta} \right) \tag{11}$$

şeklinde. Rotorda toplamda S_2 tane göz olduğu dikkate alınarak stator akımı ile rotor akımlarının meydana getirdikleri toplam moment Denklem 12 ile ifade edilir[10].

$$T_{ar} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_a \left(\begin{array}{l} \bar{M}_k \left(\bar{I}_{rdi} e^{j(2\omega+(k-i)\theta)} \right) \\ + \bar{I}_{rri} e^{j(2\omega+(k+i)\theta)} \right) \\ + \bar{M}_k \left(\bar{I}_{rdi}^* e^{j(k+i)\theta} + \bar{I}_{rri}^* e^{j(k-i)\theta} \right) \\ + \bar{M}_k^* \left(\bar{I}_{rdi} e^{j(2\omega-(k+i)\theta)} \right) \\ + \bar{I}_{rri} e^{j(2\omega-(k-i)\theta)} \right) \\ + \bar{M}_k^* \left(\bar{I}_{rdi}^* e^{j(i-k)\theta} + \bar{I}_{rri}^* e^{-j(k+i)\theta} \right) \end{array} \right) \right) \quad (12)$$

Bu denklemde 1., 2., 3., 5., 6. ve 8. terimleri sinüsoidal momentler meydana getireceklerinden ortalama değerleri sıfır olacaktır. Dolayısıyla toplam ortalama momente katkıları olmayacaktır. Buna göre stator akımı ile rotor akımlarının meydana getirdikleri ortalama momentin denklemi aşağıda verilmiştir.

$$T_{ar0} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^9 \bar{I}_a \left(\bar{M}_k^* \bar{I}_{rdk}^* + \bar{M}_k \bar{I}_{rpk} \right) \right) \quad (13)$$

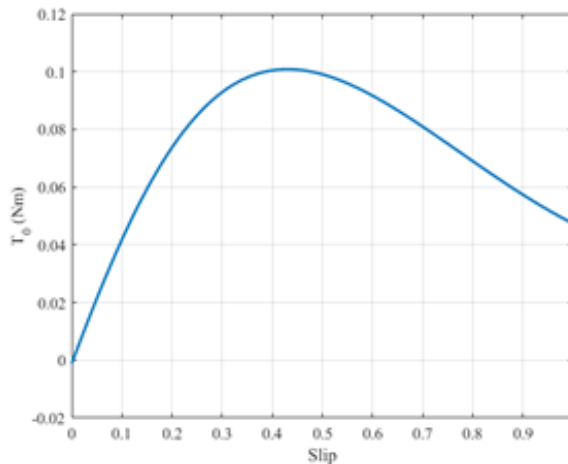
Denklemde ifade edilen $k = 1, 3, 5, 7$ ve 9 'dur. Yarık kutup halkası ile rotor gözleri arasındaki ilişki, stator sargısı ile rotor gözleri arasındaki ilişki tam bir benzerlik içinde olacaktır.

$$T_{br0} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^9 \bar{I}_b \left(\bar{M}_{kb}^* \bar{I}_{rdk}^* + \bar{M}_{kb} \bar{I}_{rpk} \right) \right) \quad (14)$$

GKAM'larda stator çevresinin değişken bir yapıya sahip olmasından dolayı rotor gözlerinin öz endüktansları ve gözler arasındaki ortak endüktans rotor konumu ile değişmektedir. Bu durum makinada bir relüktans momenti endüklenmektedir. Rotor gözlerinin kendi aralarında oluşturacakları toplam moment[11,12];

$$T_{rr} = \frac{P_0 S_2}{2} \left(i_{r1} i_{rm} \frac{\partial L_r}{\partial \theta} + \sum_{m=2}^{S_2} i_{r1} i_{rm} \frac{\partial M_{r1m}}{\partial \theta} \right) \quad (15)$$

Denklem 15'in ilk terimi gözlerin öz endüktanslarının rotor konumu ile değişiminden kaynaklanmaktadır. Deneyle elde edilen endüktans ve direnç parametreleri kullanılarak oluşturulan MATLAB (Lisans no: 40692431) programında GKAM'a ait tork kaymanın bir fonksiyonu olarak elde edilmiştir. Şekil 4'de motor torkunun kaymaya göre değişimi verilmiştir.



Şekil-4 Torkun kaymaya göre değişimi

5. Sonuçlar

GKAM'ların modellenmesinde ve motor performans analizlerinin gerçekleştirilmesinde genel kabul görmüş bir metot bulunmamaktadır. Bu makinalar üzerine yapılan araştırmalarda, araştırmacılar hava aralığı çevresini düzgün ve malzemelerin doyumunu ve güçlü harmonikleri dikkate almama gibi varsayımlarla incelemelerde bulunmuşlardır. Bu çalışmada yapılan varsayımların azaltılmasına, endüktans hesabının ve teorik analizin temel denklemler ve fiziksel yapı üzerine oturtulmasına çalışılmıştır. Bu amaçla öncelikle motorun endüktansları rotor konumuna bağlı olarak elde edilmiştir. Makinanın sürekli hal analizleri için stator sargısı gerilim denklemi ve yarık kutup halkası gerilim denklemleri elde edilmiştir. Stator sargısı ile rotor gözlerinin, yarık kutup halkası ile rotor gözlerinin ve rotor gözlerinin kendi aralarında meydana getirdiği momentler belirlenmiştir. Hazırlanan program yardımıyla motor torkunun kaymaya göre değişimi elde edilmiştir. Bu alışma ile gölge kutuplu makinaların teorik analizinde sorun olan endüktansların doğru bir şekilde tespiti konusunda büyük bir aşama kaydedilmiştir. Her bir tork bileşeni açıkça ifade edilerek sinüsoidal moment oluşturan tork bileşenleri terk edilmiştir.

Referanslar

- [1] Dalcalı, A., Akbaba, M., "Comparison of the performance of bridge and bridgeless shaded pole induction motors using FEM", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 54(3), 341-350, 2017.
- [2] Ojaghi, M., Daliri, S., "Analytic Model for Performance Study and Computer-Aided Design of Single-Phase Shaded-Pole Induction Motors", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 32(2), 649-657, 2017.
- [3] Zhou, D., Rajanathan, C. B., Sapeluk, A. T., "Finite-Element-Aided Design Optimization of a Shaded-Pole Induction Motor for Maximum Starting Torque", *IEEE Transactions On Magnetism*, 36 (5): 3551–3554, 2000.
- [4] Sarac, V., Cvetkovski, G., "Different motor models based on parameter variation using method of genetic algorithms", *Przeglad Elektrotechniczny*, 3, 162–165, 2011.
- [5] Dalcalı, A., etin, O., Ocak, C., Temurtař, F., "Bir Elektromanyetik Fırlatıcı Bobininde Mermiye Etkiyen Kuvvetin ok Katmanlı Sinir Ağı ile Kestirimi", 1(3), 1-10, 2018.
- [6] Akcayol, M. A., "Anahtarlamalı relüktans motorun endüktans değişiminin sinirsel-bulanık modellenmesi", *Politeknik Dergisi*, 5(4), 287–292, 2002.
- [7] Dalcalı, A., Akbaba, M., "Analysis of Space Harmonics in Shaded Pole Induction Motor by Discrete Hartley Transform", *Proceedings of Researchfora International Conference*, Tallinn, Estonia, 2017.
- [8] Akbaba, M., "Modeling of the Saturated Leakage Reactance of Induction Motors as a Time Varying Parameter for Transient Computations", *Electric Machines and Power Systems*, 20(5), 539-548, 1992.

- [9] Temurtas, H., Temurtas, F., “An application of neural networks for harmonic coefficients and relative phase shifts detection”, *Expert Systems with Applications*, 38, 3446-3450, 2011.
- [10] Akbaba, M., Fakhro, S. Q., "Field Distribution and Iron Loss Computation in Reluctance Augmented Shaded-Pole Motors Using Finite Element Method", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 7(2), 302–307, 1992.
- [11] Akbaba, M., Fakhro, S. Q., "An Improved Computational Technique of the Inductance Parameters of the Reluctance Augmented Shaded-pole Motors Using Finite Element Method", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 7(2), 308–314, 1992.
- [12] Dalcalı, A., “Gölge kutuplu asenkron motorların yeni bir matematiksel modeli ve uzay harmonikli eşdeğer devresi”, *Doktora Tezi, Karabük Üniversitesi, Karabük*, 2017.