

Gönderim Tarihi: 28.05.2018 Kabul Tarihi: 03.12.2018

DÖVİZ KURUNDAKİ DEĞİŞİMİN SATIŞ RAKAMLARI ÜZERİNDEKİ ETKİSİNİN MARKOV ZİNCİRİ MODELİ İLE ANALİZİ

Selçuk ALP*
Kübra SARIOĞLU**

ANALYSING THE EFFECT OF CHANGES IN EXCHANGE RATE ON SALES VALUES WITH A MARKOV CHAIN MODEL

Öz

Çalışmanın amacı, Euro döviz kurunda yaşanan değişimin, ithal edilen bir malın satış rakamları üzerine etkisinin incelenmesidir. Euro döviz kurunun ilgili malın satışları üzerindeki etkisini incelemek için Markov Zinciri Modeli'nden faydalanılmıştır. Markov Zinciri Modeli Analizi ile sistemin uzun durum denge durumları belirlenmiştir. Çalışmanın sonucunda birçok ulusal ve uluslararası çalışmadaki bulunan sonuçlara benzer şekilde Euro döviz kuru ile satış rakamları arasında göreceli olarak ters bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Markov Zinciri, Stokastik Süreçler, Döviz Kuru, İthalat.

Abstract

The aim of the study is to examine the effect of change in the Euro exchange rate on the sales values of an imported good. The Markov Chain Model was used to examine the effect of the Euro exchange rate on the sales of the relevant commodities. Markov Chain Model Analysis shows the long-term equilibrium state of the system. As a result of the study, it is revealed that there is a relatively inverse relationship between Euro exchange rate and sales values similar to the results of many national and International studies.

Keywords: Markov Chain, Stochastic Process, Exchange Rate, Import.

1. Giriş

Ülkelerin finansal sistemleri döviz kurunda yaşanan hızlı değişimlerden doğrudan etkilenmektedir. Bu etkilenme ülkelerin sosyal, toplumsal ve siyasi yapısını dahi tehdit edebilmektedir. Döviz kurlarının son dönemde yeniden ekonomistlerin ilgisini çekmesinin temel nedeni, dünya

* Doç. Dr., Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, e-posta: alp@yildiz.edu.tr.

** Sistem Analisti, Likom Yazılım Hizmetleri ve Ticaret A.Ş., e-posta: kubra.sarioglu@likom.com.tr.

ekonomilerini ciddi biçimde etkileyen ekonomik krizlerin birçoğunun, döviz kuru sistem ve politikalarından kaynaklanmasıdır.

Küreselleşmenin yaygınlaştığı günümüz dünyasında, döviz kurlarının düzeyi ya da kurlarda yaşanan dalgalanmalar makro düzeyde ülkelerin ve mikro düzeyde firmaların rekabet gücünü büyük ölçüde etkilemektedir. Uluslararası piyasalarda faaliyet gösteren firmaların kullandıkları hammaddeleri farklı ülkelerden sağlamaları nedeniyle, bu ülkelerin para birimlerinin değeri, maliyet ve ürün fiyatlandırılmasında büyük önem taşımaktadır.

Bu çalışmada mikro düzeyde döviz kurundaki değişimlerin satış rakamları üzerindeki etkisi Markov Zinciri Analizi ile belirlenmeye çalışılmıştır. İthal edilen ürünlerin satışındaki değişim aynı zamanda ithalat hacmini de etkileyecektir.

2. İhracat/İthalat ve Döviz Kuru

İhracat, bir malın ya da hizmetin ulusal ve uluslararası kurallara uygun bir şekilde, gümrükleme işlemlerinin tamamlanarak bedelli ya da bedelsiz olarak Türkiye Gümrük Bölgesinden diğer ülkelere ya da Serbest Bölgelere yapılan satışı ifade etmektedir (Yılmaz 2014:29). İhracat, sürdürülebilir bir ekonomik büyümenin gerçekleşmesinde önemli bir rol oynaması nedeniyle, ülkelerin kalkınma olgusunun önemli unsurlarından birisidir. İhracat artışı, bir taraftan milli geliri yükselterek, diğer taraftan döviz yetersizliğini gidererek ekonomik kalkınmaya da önemli bir destek olmaktadır. Bu nedenle, ihracatın artırılması ile ilgili çaba ve politikalar, geçmişten bu yana uluslararası ticari rekabetin temel unsurunu oluşturmuştur (Kaya ve Turguttopbaş 2012:5).

İthalat, bir malın yürürlükteki mevzuata uygun bir şekilde başka ülkelerden ya da serbest bölgelerden Türkiye Gümrük Bölgesine sokulmasını ya da müsteşarlık tarafından ithalat olarak kabul edilecek başka giriş ve işlemleri ifade etmektedir. İthalatçı, ithalat işlemlerini gerçekleştirmek üzere gümrük idaresine kayıtlı gerçek kişiler ya da Türkiye’de yerleşik ve vergi numarasına sahip tüzel kişiler ile tüzel kişilik statüsüne sahip olmamakla birlikte yürürlükteki mevzuat hükümlerine göre hukuki tasarruf yapma yetkisi tanınan ortaklıkları ifade etmektedir (Kaya ve Turguttopbaş 2012:7).

Dış ticarete etki eden faktörler, bu alanda çalışan uzman ve akademisyenlerin her zaman ilgisini çekmiştir. Dış ticaret konusunda döviz kurları diğer faktörlere göre ön plana çıkan bir faktör olarak değerlendirilmektedir. Birçok çalışmada döviz kurlarındaki değişimlerin ithalat ve ihracat üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu çalışmalarda

birbirini tam olarak destekleyen bulgular bulunmasa da konuyu açıklayıcı ve katkı sağlayıcı birçok önemli bilgiye ulaşılmıştır. Teorik olarak döviz kurunda gerçekleşen bir artış ihracatı artırıp ithalatı azalmaktadır. Döviz kurundaki düşüş ise ihracatı kısıp ithalatı cazip hale getirir. Bu nedenle ihracatçılar döviz kurunun artmasını, ithalatçılar ise açıkça söylemeseler de daha fazla iş yapabilmek için tam tersini talep etmektedirler.

Döviz kurunun dış ticaret üzerindeki bu etkisi basit bir şekilde açıklanabilir. Döviz kurundaki bir artış, ihraç ürünlerinin döviz kuru cinsinden fiyatının ucuzlamasına, ithal ürünlerinin ise fiyatının TL cinsinden artmasına neden olmaktadır. Döviz kurundaki düşüş ise ihraç ürünlerinin döviz cinsinden fiyatını artırırken, TL cinsinden ithal ürünlerin fiyatını ucuzlatmaktadır. Ancak döviz kurunda artış yönünde bir değişim diğer birçok faktör nedeniyle bazı araştırmalarda bu beklenti yönünde bulgulara ulaşılmış, bazı araştırmalarda ise beklentinin ters yönünde sonuçlara ulaşılmıştır.

Türkiye ekonomisi, ihraç etmek için ithalatta bulunan (re-exporter) bir yapıda bulunması nedeniyle döviz kurlarının doğrudan bir etkisinin olmadığı söylenebilir. Ancak uygulanan düşük döviz kuru politikaları toplumların tüketim alışkanlıklarını zamana bağlı olarak değişmesi ve ithal ürünlere olan talebin artması gibi bir sonucun ortaya çıkmasının yanı sıra, yurtiçi girdi kullanımının azalarak katma değer düşmesi gibi olumsuz yansımalar yaratması olasılığı bulunmaktadır. Dolayısıyla dışa bağımlı bir ekonomik yapı giderek derinleşirken; bunu dengeleyecek ideal döviz kuru politikaların uygulanmaması, Türkiye gibi yükselen ekonomileri daha kırılgan hale getirebilmektedir (Kızıldere vd. 2013:53).

Döviz kurunun oynaklığı arttıkça ithalat azalmakta ve ithalatı belirleyen önemli değişken olmaktadır. Türkiye’de de döviz piyasaları ne kadar olursa ithalat da o ölçüde azalmaktadır. Döviz piyasalarının istikrarlı olması, ithalatın da istikrarlı olabilmesi için oldukça önem arz etmektedir. İthalat değerini belirleyen en önemli değişkenler; döviz kuru ve döviz kurunun oynaklığıdır. Döviz piyasalarındaki çok küçük bir riskin varlığı, dış ticarete yansımakta ve ithalat miktarının azaldığı görülmektedir (Sarı 2010:33).

Gelişmekte olan ülkeler sınıfında bulunan Türkiye ekonomisinde özellikle ithalata bağımlı üretim ve ticaret yapabilen yapısı gereği döviz kuru hareketleri dış ticaret dengesi üzerinde önemli etkilere sahiptir. Ülkenin uluslararası rekabet gücünü belirleyen bir faktör olarak döviz kuru ve döviz kuru politikalarının etkisini incelemek bu anlamda oldukça önem kazanmaktadır.

3. Literatür Taraması

Markov Zinciri Analizinin, birçok alanda uygulamasına rastlamak mümkündür. Markov Zinciri Analizi biyoloji, fizik, astronomi, kimya ve benzeri bilimlerin yanında, ekonomi ve işletme gibi sosyal bilimlerin özel konularında da uygulama olanağı bulmuştur.

Köse vd. (2015) çalışmalarında bir kamu kurumuna personel yetiştirmekle sorumlu olan bir okuldaki durumu incelemişlerdir. Çalışma ile başta okula alınacak öğrenci sayılarının belirlenmesi olmak üzere çeşitli insan gücü planlama faaliyetlerinde sağlıklı veriler sağlanacağı değerlendirilmektedir. Yöntem olarak Markov Zinciri Analizi kullanılmıştır. Çalışma ile kamu kurumu için büyük öneme sahip gerçek bir probleme etkin bir çözüm önerildiği ifade edilmiştir.

Akyurt (2011) çalışmasında, ülke kredi riskini belirleyen kuruluşlardan biri olan Moody's'in açıkladığı kredi derecelendirme verileri kullanılarak Markov Zinciri oluşturulmuştur. Ülke kredi notları Markov Zinciri Analizi için gerekli olan geçiş olasılıkları matrisinin oluşturulmasında kullanılmıştır. Çalışmada, sistemin kararlı hal analizi ve ortalama ilk geçiş zamanı analiz sonuçları incelenmiştir.

Alp ve Öz (2009), taşınabilir bilgisayar markası tercihleri analizi için geçiş olasılıkları matrisi ve uzun dönem denge vektörlerinin hesaplanmasına yönelik olarak bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada, Markov geçiş olasılıkları matrisleri herhangi bir taşınabilir bilgisayar markasından diğer taşınabilir bilgisayar markalarına geçiş sayıları dikkate alınarak oluşturulmuştur.

Yener (2008) çalışmasında, Geleneksel Türk Sanat Müziği'nde makam öğretiminde bir takım yeni yöntemler kullanarak daha kısa sürede etkin bir öğretim sağlanabileceğini göstermek istemişlerdir. Bu noktadan hareketle Geleneksel Türk Sanat Müziği'nde en çok kullanılan hicaz makamına ait elli şarkı seçilmiş ve Markov Zinciri Analizi ile analiz etmiştir. Seçilmiş olan şarkıların analiz sonucunda hicaz makamının karakteristik yapısını oluşturan bir takım kalıplaşmış ezgilerinin varlığını belirlemişlerdir.

Süt vd. (2007) çalışmalarında, Markov Zinciri Analizinin kavramsal yapısına açıklık getirilerek, sağlık alanında karar verme ve tahminde kullanılabileceğini göstermişlerdir. Kurulan modeller yardımıyla klinik stratejilerin maliyet, etkinlik ve yaşam kalitesi ölçütleri sentez edilerek, bunların sonunda yaşam beklentisi, kalite düzeltilmeli yaşam beklentisi ve yaşam maliyetinin hesaplanabildiği gösterilmiştir.

Bir web sitesindeki bir kullanıcının davranışını tahmin etme sorunu, dünya çapındaki Internet'in hızla büyümesi ve kullanıcının tarama deneyimini kişiselleştirmesi ve etkilemesi nedeniyle oldukça önem kazanmıştır. Deshpande ve Karypis (2004) çalışmalarında Markov Zinciri Analizinin bu soruna çözüm sunmak adına uygun tespitlerde bulunduğunu ortaya koymuşlardır.

Diğer bir çalışmada ise Aytemiz ve Şengönül (2004), bir bireyin perakende alışverişlerini öderken mevcut madeni paralarını kullanma konusunda uygulayabileceği çeşitli alternatif stratejileri kesikli Markov Zincirleri yardımıyla, karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Bu amaçla geliştirilen üç alternatif strateji alışveriş tutarlarının dağılımları göstermesi durumunda ayrı ayrı analize tabi tutulmuştur. Bu çalışma bir tüketicinin perakende alışverişlerini gerçekleştirirken sahip olduğu paraları mümkün olduğunca fazla kullanması gerektiğini ortaya koymaktadır. Böyle bir strateji ile birey pek çok alışverişinde para üstünü kâğıt para olarak alacak ve cebinde taşıyacağı madeni para miktarı azalacaktır.

Döviz kuru ile ilgili çalışmalarda döviz kuru ile dış ticaret dengesi, sanayi ihracatına etkisi, hisse senedi piyasası ile ilişkisi, firma performanslarına etkileri gibi konular işlenmiştir.

Akıncı ve Küçükçaylı (2016) çalışmalarında hisse senedi piyasaları ve döviz kurları arasındaki ilişkiyi panel veri analizleri kullanılarak incelenmişlerdir.

Mutluay ev Turaboğlu (2013) çalışmalarında, döviz kurundaki değişimin firmalar üzerindeki etkisini ölçmeyi amaçlamışlardır. Bunun için hisse senetleri İMKB'de işlem gören firmaların performansının, döviz kurundaki değişimden etkisini analiz etmişlerdir. Analizler sonucunda, firmaların performansının döviz kuru değişimden gecikmeli olarak etkilendiğini belirlemişlerdir. Ayrıca, firma performanslarının döviz kurundaki değişimlerden etkilenme düzeyinin, yurt dışına yapılan satışlar ile ters yönlü ilişkili olduğunu ortaya koymuşlardır.

Hepaktan ve Çınar (2011) çalışmalarında döviz kuru sistemleri ile dış ticaret ilişkisini araştırılmışlardır. Döviz kurunun, dış ticaretin bileşenlerinden ihracat ve ithalat ile olan ilişkisi, Johansen eşbütünleşme ve Granger nedensellik testi ile analiz edilmiştir. Ulusal ve uluslararası birçok çalışmaya paralel olarak ihracat ve ithalatın, reel efektif döviz kuru üzerindeki etkisinin, reel efektif döviz kurunun ihracat ve ithalat üzerindeki etkisinden daha güçlü olduğu sonucuna ulaşıldığı ifade edilmiştir.

4. Markov Zinciri

4.1. Stokastik Süreçler

Zaman içerisinde önceden tam olarak tahmin edilemeyecek şekilde gelişen süreçlere stokastik süreçler denir. Bu belirsizliğe olayların tutarsızlığından kaynaklanan ve kontrol edilemeyen değişimler neden olmaktadır. Diğer bir ifade ile stokastik süreçler, rastgele sonuçlar doğuran bir olaylar serisidir.

Stokastik süreçler olayların zamana göre değerlendirildiği süreçler olarak ortaya çıkmaktadır. Bu süreçlerde, bir rasgele değişkenler kümesi (X_t) olarak tanımlanır. (X_t) ifadesinde, t bilinen bir T kümesine ait zaman indisini ifade etmektedir. Rastgele değişkenin aldığı her bir değere durum denir. Bu nedenle X_t için durum değişkeni ifadesi de yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Rastgele değişkenin alabileceği tüm olası değerlerin tanımlandığı S uzayı, durum uzayı olarak adlandırılmaktadır.

4.2. Markov Süreci

Herhangi bir zaman noktasının $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ kümesi için X_t 'nin koşullu olasılık değeri yalnızca X_{t-1} 'in değerine bağlı ise, $\{X_t \in T\}$ sürecine Markov süreci denir. Bu durumda,

$$P(X_{t_n} = X_n | X_t = X_1, \dots, X_{t_{n-1}} = X_{n-1}) = P(X_{t_n} = X_n | X_{t-1} = X_{n-1}) \text{ olur.}$$

Sistemin t_n zamandaki durumu, sadece t_{n-1} biliniyorsa koşullu olasılık yardımı ile belirlenebilir. Sistem, geçmiş t, \dots, t_{n-2} 'deki durumlarından bağımsızdır (Gürbüz ve Köse 2002:53).

Markov özelliği, Markov sürecinde sürecin durumunun belirlenmesi koşuluyla sürecin belli olan bu durumdan sonraki ve önceki durumlarının birbirinden bağımsız olmasıdır. Markov özelliğini sağlayan stokastik süreçlere Markov süreçleri denir.

Örneğin bir hastanın herhangi bir gündeki sağlık durumunun (kritik, normal, iyi, vb.) olasılığı, sadece bir önceki gün bulunduğu duruma bağlı olarak ortaya çıkıyor ise bu bir Markov sürecidir. Öte yandan hastanın durumu sadece bir önceki durumuna değil, hastanede kaldığı süre içerisinde bulunduğu durumlara ve hastalıkla ilgili geçirdiği aşamalara bağlı ise bu süreç bir Markov süreci değildir (Köse vd. 2015:5).

Markov süreci ile optimal bir sonuca ulaşmak yerine farklı karar durumlarında doğru ve etkin bir karar vermeye yardımcı olabilecek

olasılıklı bilgiler sağlama amacı güdülmektedir. Markov süreci, şu anda ortaya çıkan bir faaliyetin gelecekte bulunacağı durumu hakkında bilgi edinmeyi sağlayan bir tekniktir. Markov sürecinde, önceki durumlardan bağımsız olarak, yalnızca şu anda mevcut süreç durumuna bağlı kalan sürecin, nasıl gelişeceğini içeren olasılıkları bulunduran farklı bir özellik bulunmaktadır. Uygulamada karşılaşılan süreçlerin büyük bir bölümü bu tanıma uymaktadır. Dolayısıyla da Markov analizi, olasılık modelinin önemli bir türünü oluşturmaktadır (Resnick 1992: 62).

Bir $\{X(t) | t \in T\}$ rastgele sürecin parametre uzayından alınan sonlu ya da sayılabilir sonsuz zaman kümesi $(t_0, t_1, \dots, t_n, t)$, $T_1 = \{t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n < t\}$ şeklinde ifade edildiğinde $t, t_r \in T$, $(r=0,1,2,\dots,n)$ ve T_1 rastgele süreç $\{X(t)\}$ 'nin parametre uzayını göstermektedir. Bu küme için rastgele değişkenin n . zamanında gözlenmiş $X(t_n)$ değerinin $1,2,\dots,(n-1)$. zamanlarında oluşmuş, $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_{n-1})$ rastgele değerlerine göre koşullu olasılığı sadece $X(t_{n-1})$ değerine bağlı ise, diğer bir ifade ile herhangi bir duruma gelme olasılığı sadece kendisinden önceki duruma bağlı ise; kesikli parametrelili $\{X(t) | t=0,1,2,\dots,n\}$ ya da sürekli parametrelili $\{X(t) | t \geq 0\}$ sürecine Markov süreci denir.

Matematiksel olarak ifade edilecek olursa, bir rastgele süreç;

$$\left. \begin{aligned} P \left[X(t) \leq X \mid X(t_n) = X_n, X_{(n-1)} = X_{n-1}, \dots, X(t_0) = X_0 \right] \\ = P \left[X(t) \leq X \mid X(t_n) = X_n \right] \\ = F(X_n, X; t_n, t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

koşulunu sağlıyor ise bu rastgele süreç, Markov süreci olarak adlandırılır (Bhat 1972: 41).

Parametre uzayı sürekli olduğu zaman Markov Süreci şeklinde, parametre uzayı kesikli olduğu zaman Markov Zinciri olarak adlandırılmaktadır.

Verilen Markov sürecinde durum uzayı: $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$ 'de $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ olan rastgele durumlar kesikli ise bu tür Markov süreçlerine Kesikli Zamanlı Markov Süreci adı verilir.

Rastgele sürecin örnek kısmı (parametre uzayı) sürekli ve kesikli parametrelili süreçler için her zaman açıklanmaz. Burada işlem sıfırdan

farklı olasılıkta olmalı ve sonlu bir zamanda, sonsuzluktan uzaklaştırılabilmelidir (İnal ve Günay 2017: 275).

Eğer zaman göstergesi $[0, \infty]$ arasında herhangi değeri alabiliyorsa kesikli kısım sürekli parametrelili duruma dönüşür. Diğer bir ifade ile sürekli zamanlı Markov sürecinde durum uzayı 0 ile ∞ arasındaki bütün değerleri alır. Durum uzayı $\{0,1,2,\dots,n\}$ biçiminde değil aralık şeklindedir.

4.3. Markov Zinciri

Markov süreci aşağıdaki koşulları sağladığında Markov zinciri adını almaktadır.

- Olası durumlar kümesi sonlu,
- Başlangıç olasılıkları biliniyor,
- Durağan geçiş olasılıkları mevcut ve
- Markov özelliği (Bir Markov sürecinde bir önceki durum verilerek bir sonraki durumun koşullu olasılığının daha önceki durumlardan bağımsız olma özelliği) vardır. (Taha 2010: 726).

Markov Zinciri, stokastik bir süreçtir ve sürecin gelecekteki davranışı sadece şu anda mevcut bulunduğu durumundan etkilenir. Gelecek durumlar, sistemin bulunduğu geçmiş durumlardan bağımsız bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Kesikli bir stokastik süreçte gelecekteki durum yalnızca şimdiki duruma bağlıysa, Markov Zinciri olarak adlandırılır (Akyurt 2011: 52).

Diğer bir ifade ile kesikli zaman stokastik süreç, $t \in N = \{0,1,2,\dots\}$ parametreleri ile indekslenen ve verilen bir olasılık uzayı üzerinde tanımlı tesadüfi değişkenlerin $\{X_t, t \in N\}$ bir ailesidir. Bir Markov süreci stokastik süreçtir ve koşullu dağılım fonksiyonu “Markovyen Özellik” olarak adlandırılan özelliği taşır. Markov sürecinin durum uzayı kesikli ise Markov süreci kesikli zamanlı bir stokastik süreç olur ve Markov Zinciri olarak adlandırılır (Dahamsheh ve Aksoy 2009: 40).

Geçmiş zamanlarda ve şimdiki zamanda gerçekleşmiş olasılıklardan yararlanarak, aynı olay ve olayların gelecekteki olasılıklarını ortaya koymak, Markov Zinciri yönteminin temelini oluşturmaktadır. Markov Zinciri teorisinde bir olayın sonucunun olasılığı, ondan önceki olayın sonucuna bağlı olduğu kabul edilir (Halaç 1995: 318).

Markov zincirlerinde bir önceki durum dışında, daha önceki durumların bilinmesi gerekliliği bulunmamaktadır. Markov zincirleri, dinamik ve stokastik sistemlerin analizinde ve özellikle bir sistemin zaman boyunca içinde bulunabileceği farklı durumlar arasında yaptığı hareketlerin incelenmesinde yaygın olarak kullanılan modellerdir. Markov zincirlerinin, sistemin belli bir anda bulunacağı durumu tahmin etme özelliği de bulunmaktadır (Alp ve Öz 2009: 41).

Stokastik bir süreç olarak Markov zincirleri hızlı ve doğru karar almada duyulan sistematik yaklaşım ihtiyacını karşılamaktadır. Bu süreçler günümüzde gerçekleşmekte olan bir durumu kullanarak sistemin gelecekte alacak olduğu hali tahmin etmeyi mümkün kılmaktadır (Karahanoğlu 2015: 1240; Yener, 2008: 87).

$\{X(t)|t \in T\}$ Markov sürecinin parametre uzayı sayılabilir çoklukta ya da belirli öğede birimden oluşuyorsa, $X(t)$ bir markov zinciri oluşturmaktadır. Bir Markov zincirinde, durum uzayı $S=[0,\infty]$ ise Sürekli Durum Markov Zinciri denir. Eğer durum uzayı $S=\{0,1,2,\dots,n\}$ şeklinde ise Kesikli Durum Markov Zinciridir.

Bağımsız e_1, e_2, \dots, e_n deneyler grubu ve bunların olasılıklarının olduğu düşünülün, bu dizinin olasılığı çarpım kuralına göre, $P(e_{i_0}, e_{i_1}, \dots, e_{i_n}) = P_{i_0} \cdot P_{i_1} \cdot \dots \cdot P_{i_n}$ olur.

Markov zinciri kavramına göre bu formülün genelleştirilmesinde her denemenin olasılığı, ancak ve ancak bir önceki denemenin olasılığına bağlıdır. Bu nedenle bir (e_i, e_j) çiftine bir P_{ij} koşullu olasılığı karşılık gelir. P_{ij} koşullu olasılığına $e_i \rightarrow e_j$ (e_i durumundan e_j durumuna) geçiş olasılığı adı verilmektedir. Geçiş olasılıkları genellikle bir kare matrisle temsil edilir. Bu kare matrisde bütün satırların (vektörlerin) olasılıkları toplamı, $\sum P_{1j} = \sum P_{2j} = \dots = \sum P_{nj} = 1$ dir ve bütün elemanlar pozitifdir (İnal ve Günay, 2017: 277)

Özetle bir Markov zincirinde, $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ ile gösterilen ve sonlu sayıda elemanı olan bir durumlar kümesi, elemanları $P_{ij} \geq 0$ ve satırlar toplamı 1'e eşit olan $(n \times n)$ boyutlu geçiş olasılıkları matrisi ve yine elemanları toplamı 1'e eşit bir başlangıç durum vektörü $P(0)$ bulunmalıdır. İşte böylece bütün elemanlarıyla bir Markov Zinciri eksiksiz olarak tanımlanmıştır (Halaç, 1995: 319).

Kesikli parametrelili bir Markov zinciri; $\{X(t)|t=0,1,2,\dots,n\}$ şeklinde olsun, bu zincir kesikli parametrelili olduğundan, $\{X_0, X_1, X_2, \dots, X_n\} = \{X(0), X(1), \dots, X(n)\}$ şeklinde gösterilebilir. Durum uzayındaki i ve j durumları için; $P_{ij}(m, n) = P\{X_{m+n} = j | X_m = i\}$ $i \neq j \in S$ için bağımlı olasılığını göz önüne aldığımızda, $P_{ij}(m, n)$ fonksiyonuna geçiş olasılığı fonksiyonu denir. Herhangi bir m zamanında i durumunda ise, ondan sonraki adımda P_{ij} olasılığı ile j durumuna erişilir. Diğer bir ifade ile $P^{m, m+n} = P_{ij} = P\{X_{m+n} = j | X_m = i\}$ dir. m . adımdan, $(m+n)$. adıma tanımlanan olasılığa geçiş (bağlama) olasılığı denir.

Başlangıç ve geçiş olasılıkları bir Markov zincirinde mutlaka her i ve j değeri için aşağıdaki durumları sağlamalıdır:

$$P_{ij} \geq 0, \sum_{i=1}^n P_{ij} = 1; \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

Bu formül gelecekteki belirtilmemiş durumları da kapsamaktadır.

Zincirin başladığı andaki (0. zamandaki) olasılık değerlerine başlangıç (ilk) olasılıkları denir ve $P_i = P_i^{(0)} = P(X_0 = i)$, $i=1, 2, 3, \dots$ için şeklinde tanımlanır. Burada açıktır ki; $\sum_{i=1}^n P_i = 1$ dir. Bu toplama durum uzayında ki bütün durumlar için aynı olmalıdır.

Elemanları ilk olasılıklar olan vektöre başlangıç olasılık vektörü ya da başlangıç olasılık dağılımı denir (Halaç 1995: 319).

Zincirin geçiş olasılıkları yalnız Δt_{ij} zaman aralığına bağlı, t_1 zamanına bağlı değilse, yani geçişler zamana bağlı olmadan değişiyorsa, zincirin geçiş olasılıkları; $P_{ij} = P\{X_{t_1 + \Delta t_{ij}} = j | X_{t_1} = i\}$ $i, j \in S$ şeklinde tanımlanabilir. Burada P_{ij} olasılığına durağan geçiş olasılığı denir. Durağan geçiş olasılığının oluşturduğu vektöre de durağan geçiş vektörü denir.

Elemanları P_{ij} ($i=1, 2, 3, j=1, 2, 3, \dots$), bir adım geçiş olasılıkları olan matrisle Markov zincirinde geçiş olasılıkları matrisi denir. Sonsuz Markov zincirinin geçiş matrisi,

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots \\ P_{21} & P_{22} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \quad (3)$$

Ve sonlu Markov zincirinin geçiş matrisi aşağıdaki gibidir.

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Geçiş matrisinin özelliklerini kısaca söyle sıralanabilir:

i ' ler çeşitli durumları tanımlar.

P_{ij} elemanı, sistemin i durumundan, j durumuna bir adımdaki değişme ($i \rightarrow j$) olasılığıdır.

P_{ij} olasılık değeri 0 ile 1 arasındadır ($0 \leq P_{ij} \leq 1$).

Her satır toplamı 1 dir ($\sum_{i=1}^n P_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, 2, 3, \dots, n$ için).

Sistem i durumunda ise, her j durumuna geçiş olasılıkları matrisi P ' nin [$P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}, \dots, P_{in}$] olan i . satırına karşılık gelecektir. Bu satır vektörü, bir sonraki deneyin olasılıklarını tanımlar ve bir olasılık vektörü şeklindedir. Bu geçiş matrisi bir kare matristir (Halaç, 1995: 320).

Uzun durum geçiş olasılıklarını hesaplamak için aşağıdaki denklem kullanılır.

$$P^{(n)} = P^{(n-1)} \times P = P^{(n)} \quad (5)$$

Bu denkleme göre, uzun dönem geçiş olasılıkları matrisi, (P) matrisinin kendisi ile n defa çarpılması ile hesaplanır. Sistem uzun dönem sonunda denge durumuna diğer bir ifade ile durağan durum koşullarına ulaşır (Alp ve Öz, 2009: 42).

n büyüdükçe P_{ij} değerleri limite diğer bir ifade ile sabit bir sayıya yaklaşmaktadır. Her bir v_i^n olasılık vektörü i ' nin bütün değerleri için eşit olmaya doğru yönelmektedir.

P geçiş olasılıkları matrisi için bir adet sabit olasılık vektörü ($v = (v_1, v_2, \dots, v_r)$) bulunmaktadır ve P^n aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Koralov ve Sinai, 2007).

$$\lim P_{ij}^n = v_j \quad v_j > 0, \quad 1 \leq j \leq r \quad (6)$$

5. Uygulama

5.1. GesTeknik Klima ve Bina Otomasyon Şirketi

GesTeknik 2003 yılında, uzman olduğu Bina Otomasyon ve Klima Sistemleri konularında faaliyetlerine başlamıştır. Bugüne kadar, deneyimli kadrosuyla, pek çok projeyi tamamlayan GesTeknik, bu alandaki çalışmalarını büyüterek devam ettirmektedir. 2008 yılında iş süreçleri, organizasyon ve ürün gruplarındaki yapılanmayla, faaliyet alanları genişlemiştir. Müşterilere, ısıtma-soğutma, havalandırma, tesisat akışkan kontrolü, otomatik kontrol ve bina otomasyon sistemlerine yönelik, teknik malzeme satışı ve OEM çözümlerinin yanı sıra anahtar teslim bina otomasyon sistemi alanında teknik destek sunmaya başlamıştır.

GesTeknik birçok yurtdışı tedarikçi ile çalışmaktadır. Watts Water Quality Products şirketi İtalya'da bulunan bir şirkettir. GesTeknik'in yurtdışındaki tedarikçilerinden en önemlisidir. Satışların birçoğunu Watts marka ürünler oluşturur. Watts tedarikçisinden alınan ürünler fan coil motorlu vanalardır. Bu motorlu vanalar ısıtma ve/veya soğutma uygulamalarında uzun ömürlü kullanım için tasarlanmıştır ve çeşitleri fazladır. Watts tedarikçisinin seçilme amacı satılan ürün gamının çoğunluğunu oluşturmasından kaynaklanmaktadır.

5.2. Veri ve Matematiksel Model

Bu çalışmada, döviz kurundaki (Euro) değişimin satış rakamları üzerindeki etkisi Markov Zinciri ile incelenmiştir. Satış rakamları olarak kullanmak amacıyla veri setleri, GesTeknik Klima ve Bina Otomasyon Şirketi'nin, ithalat yaptığı Watts Water Quality Products şirketi ürünlerinin 2013, 2014, 2015 ve 2016 yılı aylık satış adetleri dikkate alınmıştır.

Müşteriye satılan ürünlerin çoğunu Watts marka ürünler oluşturduğu için, döviz kurundaki değişimin bu ürünlerin satışında hissedileceği düşünüldüğünden, bu çalışmada bu ürünlerin aylık satış rakamları incelenmiştir. Watts ürünleri yurtdışından Euro döviz kuru ile alınıp, yurtiçindeki müşterilere Euro döviz kuru ile satılmaktadır. Bu yüzden bu

çalışmada Euro döviz kurunun değişimleri dikkate alınmıştır. Her aya ait Euro döviz kuru hesaplanırken döviz kuru aylık aritmetik ortalaması hesaplanmıştır. Ek kısmında yıllara ait aylık satış rakamlarını ve Euro döviz kuruna ait tablolar bulunmaktadır.

Piyasanın en çok endişe ettiği konulardan biri döviz kuru değişimidir. Hem tedarikçiler hem de müşteriler bu durumdan fazlasıyla etkilenmektedir. Bu çalışmanın hazırlanma amacı döviz kurundaki değişimlerin satışları etkileyip etkilemediğini, etkiliyorsa ne derecede etkilediğini hesaplamaktır.

Bu çalışmadaki rastgele değişken; $t=1,2,3,\dots,n$ olmak üzere $X(t)$ herhangi bir t anındaki satışı ifade etmektedir. Buradaki rastgele süreç $\{X(t)|t=1,2,\dots,n\}$ olacaktır. Görüldüğü gibi rastgele sürecin parametre uzayı kesiklidir.

İncelemede ele alınan durumlar (S_i) ise; satışın ve Euro'nun t zamanından $t+1$ zamanına kadar artma ve azalma durumlarına göre belirlenmiştir. Görüldüğü gibi durum uzayı $S = \{i|i=1,2,3,\dots,n\}$ kesikli ve sonlu bir uzaydır.

Tablo 1: Markov Modeli İçin Durumlar

Markov Zinciri İçin Durumlar	Semboller
Satışın ve Euro döviz kurunun artmış olması	S_1
Satışın artıp, Euro döviz kurunun azalmış olması	S_2
Satışın azalmış, Euro döviz kurunun artmış olması	S_3
Satışın ve Euro döviz kurunun azalmış olması	S_4

Markov zinciri; $t \in T$ için $X(t)$ 'nin alacağı durum, $X(t-1)$ 'e bağlıdır. Başka bir deyişle, şu andaki durum bir önceki rastgele değişkenin durumuna bağlıdır. Burada $\{X(t)|t \in T\}$ bir Markov zinciri oluşturmaktadır. Zincirin geçiş olasılıkları, $i, j \in S$ için; $P\{X(t+1)=i|X(t)=j\} = P_{i,j}^{t,t+1}$ olur.

Yukarıdaki ifadeye istinaden, Euro döviz kurundaki değişimin satış rakamlarına etkisi için t ayı ve $t+1$ ayı kullanılarak geçiş olasılıkları matrisi kurulmuştur. Bunu yaparken her ay için (Ocak 2014 – Ağustos 2017 arası) ayrı ayrı durumların meydana gelme sayıları bulunmuştur. Durumlar arası geçiş sayılarını gösteren matris Tablo2'de verilmiştir.

Tablo 2: Durumlar Arası Geçiş Sayıları

P_{ij}	S_1	S_2	S_3	S_4	Toplam
S_1	1	3	5	2	11
S_2	0	1	5	3	9
S_3	6	4	6	1	17
S_4	4	1	2	0	7

Daha sonra matrisin her elemanı bulunduğu satırın toplamına bölünerek normalize edilmiş ve geçiş olasılıkları matrisi (Tablo 3) bulunmuştur.

Tablo 3: Geçiş Olasılıkları Matrisi

P_{ij}	S_1	S_2	S_3	S_4	Toplam
S_1	0,0909	0,2727	0,4546	0,1818	1,0000
S_2	0,0000	0,1111	0,5556	0,3333	1,0000
S_3	0,3529	0,2353	0,3529	0,0588	1,0000
S_4	0,5714	0,1429	0,2857	0,0000	1,0000

Uzun dönem için denge durumu olasılıklarına ulaşabilmek geçiş olasılıkları matrisinin kendisi ile çarpılması gerekmektedir. Bu çarpma işlemi matrisin her bir satırındaki elemanların birbirine eşit olmasına kadar devam ettirilir. Matrisin her bir satırındaki elemanlar ilgili durumun uzun dönemde olma olasılığı göstermektedir.

Geçiş olasılıkları matrisi P kendisi çarpıldığında her bir satırında yer alan elemanlar aynı değeri alma eğilimindedir. P matrisi n defa kendisi ile çarpıldığında ($P^{(n)} = P^{(n-1)} \times P$) satırındaki her bir elemanın aynı olduğu uzun dönem denge olasılıklarına ulaşılır. Tablo 3’de verilen geçiş olasılıkları matrisi kendisi ile n defa çarpıldığında elde edilen uzun dönem denge olasılıkları Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4: Uzun Dönem Durum Olasılıkları

Durumlar	Olasılıklar (%)
S_1	24,58
S_2	20,61
S_3	41,05
S_4	13,76

6. Sonuç

Geçiş olasılıkları matrisinde bulunan değerler kullanılarak, “QM for Windows” uygulama programı aracılığıyla uzun dönem için durum olasılıkları belirlenmiştir. Tablo 4’de hem satışın hem de Euro kurunun artma olasılığı %24,58; satışın artıp, Euro kurunun azalma olasılığı %20,61; satışın azalıp Euro kurunun artma olasılığı %41,05; hem satışın hem de Euro kurunun azalma olasılığı %13,76 olduğu görülmektedir.

Euro kurunun arttığı ve azaldığı durumlarda satışların buna nasıl tepki verdiğini incelemek için yukarıdaki olasılıkları Euro kurunun artma ve azalma grubuna göre normalize edilmiştir. Bunun sonucunda;

Euro kurunun arttığı durumların %37,45’inde satış artmış; %62,55’inde satış azalmıştır. Euro kurunun azaldığı durumların %59,97’inde satış artmış; %40,03’inde satış azalmıştır.

Sonuç olarak Euro döviz kuru değişimi ile satış rakamları genelde ters yönde hareket etmektedir. Piyasanın döviz kurundan önemli derecede etkilendiğini gözlemlemekteyiz.

Uzun dönem için S_3 durumunun yani Euro’nun artması ile satışların azalacağı ihtimalinin gerçekleşme olasılığının yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum şirketin satış gelirinin azalacağına işarettir. Bu durum dikkate alınarak şu an Watts ile yapılan ithalatın hacmi azaltılabilir. Buradan kazanılan para ile daha risksiz hamleler yapılabilir. Ayrıca satışların düşme olasılığına istinaden depoda bekleyecek olan envanterin miktarı azaltılmış olup bu maliyetten bir nebze kaçınılabilir. Ayrıca bu çalışma, stok tutulan Watts ürünleri için tekrardan minimum stok çalışması yapılması gerektirdiğini göstermektedir.

Kaynaklar

- Akıncı, Gönül Yüce ve Küçükçaylı, Fatma (2016). “Hisse Senedi Piyasası ve Döviz Kuru Mekanizmaları Üzerine Bir Panel Veri Analizi”, *Muhasebe ve Finansman Dergisi* 71: 127-148.
- Akyurt, İbrahim Zeki (2011). “Ülke Derecelendirme Sisteminin Markov Zinciri ile Analizi”, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi* 22(1): 45-60.
- Alp, Selçuk ve Öz, Ersoy (2009). “Markov Zinciri Yöntemi İle Taşınabilir Bilgisayar Tercihlerinin Analizi”, *Akademik İncelemeler* 4(2): 37-54.

- Aytemiz, Tevfik ve Şengönül, Ahmet (2004). “Markov Zincirlerinin Ekonomik Bir Probleme Uygulanması: Perakende Alışverişlerde Bireysel Olarak Kullanılan Madeni Para Stratejilerinin Karşılaştırmalı Analizi”, *Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* 6(4): 29-43.
- Bhat, Narayan. U. (1972). *Elements of Applied Stochastic Processes*. New York: John Wiley and Sons Inc.
- Dahamsheh, Ahmad ve Aksoy, Hafzullah (2009). “Kurak Bölge Aylık Yağışlarının Markov Zinciri Eklenmiş Koşullu İleri Beslemeli Geri Yayılım Yapay Sinir Ağları ile Tahmini”, *İstanbul Teknik Üniversitesi Mühendislik Dergisi* 8(6): 37-48.
- Deshpande, Mukund ve Karypis, George (2004). “Selective Markov Models for Predicting Web Page Accesses”, *ACM Transactions on Internet Technology* 4(2): 163-184.
- Gürbüz, Hüseyin ve Köse, Tunç (2002). “Şüpheli Alacak Zararlarının Büyüklüklerinin Markov Zinciri Teorisi ile Hesaplanması”, *Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi* 4(2): 49-66.
- Halaç, Osman (1995). *Kantitatif Karar Verme Teknikleri*. İstanbul: Alfa Yayınları.
- Hepaktan, Erdem, Çınar, Serkan ve Dündar, Özlem (2011). “Türkiye’de Uygulanan Döviz Kuru Sistemlerinin Dış Ticaret ile İlişkisi”, *Akademik Araştırmalar ve Çalışmalar Dergisi* 3(5): 62-82.
- İnal, Ceyhan ve Günay, Süleyman (2017). *Olasılık ve Matematiksel İstatistik*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Yayınları.
- Karahanoglu, İlham (2015). “Türkiye’deki Kalkınma Bankalarının Sermaye Yeterlilik Rasyolarının Markov Zincirleri Yöntemi ile Tahmin Edilmesi”, *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi* 8(41): 1236-1246.
- Kaya, Feridun ve Turguttopbaş, Nilgün (2012). *Dış Ticaret İşlemleri*, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Kızıldere, Celal, Kabadayı, Burhan ve Emsen, Ömer Selçuk (2013). “Dış Ticaretin Döviz Kuru Değişmelerine Duyarlılığı: Seçilmiş Gelişmekte Olan Ülkeler Üzerine Bir İnceleme”, *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi* 27(3): 41-54.
- Koralov, Leonid B. ve Yakov G. Sinai (2007), *Theory of Probability and Random Processes*, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin.

- Köse, Erkan, Tolga Genç ve Mehmet Kabak (2015). “Markov Analizi ile İnsan Gücü Planlaması”, *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi* 16(2): 1-12.
- Mutluay, Ali Hakan ve Turaboğlu, Tuncay Turan, “Döviz Kuru Değişimlerinin Firma Performansına Etkileri: Türkiye Örneği”, *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar*, 7(1): 59-78.
- Resnick, S. (1992). *Adventures in Stochastic Processes*. Boston: Birkhauser.
- Sarı, Aydın (2010). “Döviz Kuru Oynaklığının İthalata Etkileri: Türkiye Örneği”, *İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik Dergisi*, 11: 31-44.
- Süt, Necdet Mevlüt Türe ve Şenocak, Mustafa (2007). “Sağlık Alanında Karar Vermede Döngüsel Süreçlerin Kullanımı: Bir Markov Model Uygulaması”, *Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Dergisi* 24(2): 109-113.
- Taha, Hamdy A. (2010). *Operations Research: An Introduction* (9. Baskı). New York: Pearson.
- Yener, Serhat (2008). “Markov Tekniği ve Bilgisayar Destekli Analiz Yoluyla Geleneksel Türk Sanat Müziği Hicaz Şarkılarında Kalıplaşmış Ezgilerin Araştırılması”, *Atatürk Üniversitesi Güzel Sanatlar Fakültesi Dergisi* 6(6): 83-95.
- Yılmaz, Mutlu (2014). *111 Soruda İhracat*. İstanbul: Optimist Yayınları.

