Osmanlı Bilimi Araştırmaları 20, 1 (2019): 102-123
Araştırma makalesi / Research article

ŞÜKRÜ SAYAN'IN "KEMMİYYÂT-I MEVHÛMENİN SÛRET-İ İRÂESİNE DAİR YENİ BİR NAZARİYYE" ADLI MAKALESİ[1]

ŞÜKRÜ SAYAN'S ARTICLE TITLED "ON A NOVEL THEORY CONCERNING THE DESIGNATION OF IMAGINARY QUANTITIES"

Semiha Betül Takıcak

Abstract

Mathematician Şükrü Sayan (d. 1943) appended an article entitled "On a novel theory concerning the designation of imaginary quantities" to the end of his analytic geometry textbook *Hendese-i Tahlîliyye* (Vol.1, Istanbul, 1915), which is held to be the most proficient publication on the subject of the period, in Turkish. Although Sayan proposed to expose "a novel theory" the article, in fact, does not introduce a novel mathematical concept or facilitate algebraic calculations. Sayan's article is primarily an explication of a notational modification, and represents yet another outcome of the Ottoman mathematicians' ambition to come up with new work, rather than original and fundamental contributions to the field. Şükrü Sayan's article is reviewed and assessed within the contexts of contemporary mathematics and analytic geometry.

Key words: Analytic geometry, Argand system, history of mathematics, Ottoman Empire, Early Republican Turkey, Şükrü Sayan.

Geliş / Received 26.11.2018; **Kabul / Accepted** 21.12.2018

Kaynak göster / Cite this article as

Takıcak, Semiha Betül. "Şükrü Sayan'ın "Kemmiyyât-ı Mevhûmenin Sûret-i İrâesine Dair Yeni Bir Nazariyye" adlı makalesi" *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* 20, 1 (2019): 102-123.
DOI 10.30522/iuoba.487638

Yazar bilgileri / Affiliations
Dr. Öğr. Üyesi Semiha Betül Takıcak, Kastamonu Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Felsefe Bölümü, Kastamonu, Türkiye, sbtakicak@kastamonu.edu.tr, ORCID ID 0000-0002-8196-5589.

---

[1] Bu makale, yazarın Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsüne sunduğu ve 2017 yılında savunduğu "Osmanlılar'da Analitik Geometri: Hendese-i Halliyye ve Hendese-i Tahlîliyye" adlı doktora tezinin ilgili bölümünün gözden geçirilmiş şeklidir.

Öz

Türk dilinde yazılmış devrin en iyi analitik geometri kitabı sayılabilecek *Hendese-i Tahlîliyye* (c.1, İstanbul, 1915) adlı eserinin sonuna Şükrü Sayan, (?-1943) "Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye" adlı bir makale eklemiştir. Şükrü Sayan makalesinin başlığında "yeni bir nazariyye" ifadesini kullanmakla birlikte, bu çalışmasında yeni bir fikir ortaya atmadığı gibi yeni bir cebirsel hesaplama kolaylığı da getirmemiştir. Esas fikri bir gösterim değişikliğinden ibaret kalan bu makale, özgün bir katkıdan ziyade Osmanlı matematikçileri arasında o devirde yaygınlık kazanan ortaya yeni bir şey koyabilmek arzusunun verimsiz bir ürünü olarak görülebilir. Şükrü Sayan'ın makalesi, söz konusu arzuya dikkat çekmek amacıyla burada incelenmiştir.

Anahtar sözcükler: Analitik geometri, Argand sistemi, matematik tarihi, Osmanlı İmparatorluğu, Erken Cumhuriyet dönemi, Şükrü Sayan.

Giriş

Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa (1832-1901) ve Salih Zeki (1864-1921) gibi son dönem Osmanlı bilim adamlarının en büyük çabalarından biri, matematiksel olarak ortaya yeni bir şeyler koyabilmekti. *Hendese-i Tahlîliyye* (Cild-i evvel, İstanbul, Rumi 1331 / Miladi 1915)[2] adlı kitabının kapağında "Darülfünun-i Osmani ve İnas Darülfünunu muallimlerinden" olarak tanıtılan Şükrü Bey'in 864 sayfalık bu kitabının sonuna eklediği, sayfaları müstakil olarak numaralandırılmış "Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye" adlı 30 sayfalık metin, bu çabanın ürünüdür.

Şükrü Sayan'ın, ele aldığı "Argand Usulü," $z = x + yi \in C$ şeklinde bir kompleks sayının analitik düzlemde $(x, y) \in R^2$ noktasına karşılık getirilmesinden ibarettir. Kompleks sayıların bu şekilde iki boyutlu geometrik yorumunun daha yüksek boyutlarda da gerçekleştirilmesinin o devrin pek çok matematikçisinin rüyasını teşkil ettiğini, bu mecrada Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa'nın da gayret gösterdiğini Salih Zeki Bey dile getirmiştir.[3]

Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât* (1897) dışında, *Hendese-i Tahlîliyye* ile aynı yılda yayımlanan *Darülfünun Konferansları*'nın ikinci cildinde (1915) de Argand hesabından bahsetmiştir. Salih Zeki *Konferanslar*'ın ilk cildinde Öklid dışı geometrileri, ikinci cildinde ise karmaşık sayıları ele almıştır. Karmaşık sayıların tarihi gelişimi hakkında ikinci cildin ilk konferansında geniş bilgi vermiş, John Wallis (1616-1703), Jean-Robert Argand (1768-1822), William

2 Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen ve Cevat İzgi. *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi* (İstanbul: IRCICA, 1999), 557-558.

3 "..ve bilahare bazı meşahir-i riyaziyyun ve ezcümle [Hamilton] [Grassmann] ve Tevfik Paşa taraflarından nev usul hendese-i tahlîliyyelerin keşfine vesile olduğu cihetle…" Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât*, c.1 (İstanbul: Karabet Matbaası, 1315/1897), 53.

Rowan Hamilton (1805-1865), Hermann Grassmann (1809-1877) gibi konuya katkısı olan kişilerden bahsetmiştir.[4] Ancak Salih Zeki, *Konferanslar*'da Şükrü Bey'in bu çalışmasına değinmemiştir. Böyle olmakla birlikte, Salih Zeki'nin sanal sayıların gösterimi hakkındaki söylemleri, Şükrü Bey'i böyle bir çalışma yapmaya teşvik etmiş olabilir: [5]

> Kemmiyyât-ı muhdese [karmaşık sayılar] nâm-ı tahtında ma'rûf bulunan ve ekseriyen $b \pm c\sqrt{-1}$ işaretiyle irâe olunan kemmiyyâta ise cebr-i hâzırda bir ma'nâ-ı hakiki verilemediği cihetle … bu nev kemmiyyât, hesâbât-ı cebriyyede tabiiyüzzuhûr olmasıyla bazı müdekkikîn-i riyâziyyûn 'ilm-i cebrin kemmiyyât-ı muhdeseye bir mana verememesini kemmiyyât-ı mezkûrenin manasızlığından değil bilâkis cebrin bu gibi ifâdâtı tefsire mecâli olmamasından ileri geldiğine bi-hakkın zâhib olarak Dekart'ın [Descartes] kemmiyyât-ı menfiyye hakkında kabul etmiş olduğu usûl misillû kemmiyyât-ı muhdese için de bir tarz irâe ve iş'âr bulmak mümkün olup olmadığına sarf-ı zihn etmişlerdir.

Bu makalemizde, Şükrü Bey'in adı geçen makalesi tanıtılacağı gibi, onun yaklaşımı, Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât* adlı kitabında Argand sistemi hakkında verdiği bilgilerle karşılaştırılacaktır.

Şükrü Sayan Hakkında Biyografik Notlar

Şükrü Sayan'ın kişisel hayatı hakkında ayrıntılı bilgiye ulaşılamamıştır. Öğrenciliği hakkında ulaşabildiğimiz tek bilgi, Darülfünun-i Osmani'de öğrenim gördüğüdür.[6] Şükrü Bey, Soyadı Kanunu (1934) ile Sayan soyadını almıştır. Bir matematikçi olarak, saymak fiilinden "sayan kişi" anlamındaki "sayan" ismini muhtemelen kendi seçmiştir. TBMM kaydına dayanarak, soyadının Sayan olduğu kesin olarak söylenebilir.[7] Ölümünden sonra *Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi*'nde yer alan ölüm haberinde de Sayan soyadı kullanılmıştır.[8] Bu iki kaynağa dayanarak Sayan soyadının doğru soyadı olduğunu kabul ediyoruz.

Şükrü Bey'in Darülfünun'da ne zaman ders vermeye başladığı kesin olarak bilinmemektedir. Ancak vefat ettiği 1943 yılında yayımlanan ölüm haberinde "İstanbul'da Fen Fakültesi'nde otuz yıla yakın feyizli bir tedris

---

4 Salih Zeki, *Darülfünun Konferansları*, c. 2 (İstanbul: Matbaa-i Âmire, 1331/1915), 4-26.

5 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât*, c. 1, 52.

6 Niyazi Altunya, *Gazi Eğitim Enstitüsü Gazi Orta Öğretmen Okulu ve Eğitim Enstitüsü (1926-1980)* (Ankara: Gazi Üniversitesi Yayını, 2006), 428. Bu kaynakta Şükrü Bey'in soyadı yanlışlıkla Sayar olarak verilmiştir.

7 "Kayıd No: 1647/1726. Ankara: G. Terbiye enstitüsü riyaziye muallimi Şükrü Sayan. Bir derece terfiine dair. Karara raptedilmiştir." İsmet Binark, *Türk Parlemento Tarihi TBMM-VI. Dönem (3 Nisan 1939-15 Ocak 1943),* c. 4 (Ankara: Türkiye Büyük Millet Meclisi Vakfı Yayınları, 2004), 3502.

8 Yayın Kurulu, "Değerli Matematikçimiz Şükrü Sayan'ın Ölümü," *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi* 1 (1943): 194.

hayatından sonra" [9] ifadesinin bulunması ve Sayan'ın 1933 Atatürk Üniversite Reformu'nda kadro dışı bırakıldığı göz önüne alınırsa, onun yaklaşık 1903-1905 yıllarında Darülfünun'da ders vermeye başladığını düşündürür. İkinci Meşrutiyet'ten kısa bir süre sonra Darülfünun'da müderris olarak ders vermektedir: 1908 – 1909 ders yılından itibaren Darülfünun-ı Osmani Fen Medresesi Ulûm-ı Riyâziye Kısmı'nda yoğun bir biçimde ders vermeye başlayan Salih Zeki, birinci sınıfa haftada iki saat olarak verdiği Hendese-i Tahlîliyye (Analitik Geometri) dersini bir müddet sonra "Müderris Şükrü Bey"e devretmiştir.[10] Şükrü Bey, Fen Medresesi Fünun Fakültesi'ne ve daha sonra Fen Fakültesi'ne dönüştükten sonra da Darülfünun'da Hendese-i Tahlîliyye (Analitik Geometri) dersini -- 1920-1933 öğretim yılları arasında -- okutmuştur.[11] Fen Fakültesi 1927 yılı maaş defterinde yer alan ve fakültede görev yapan öğretim üyelerinin maaşlarını gösteren bir çizelgede Hendese-i Tahlîliyye Müderrisi Şükrü Bey'in maaşı 60 Lira olarak kaydedilmiştir.[12] Şükrü Bey İnas Darülfünununu'nda da matematik hocalığı yapmıştır.[13] 1933 Üniversite Reformu ile kadro dışı bırakılmıştır.[14] Reform'dan vefatına kadar, on yıl boyunca Ankara Gazi Terbiye Ensititüsü'nde ders vermiştir:[15]

> 9. V. 1943 de tanınmış matematikçimiz Salih Zeki'nin yetiştirdiği değerli matematikçilerimizden Şükrü Sayan'ı kaybettik. İstanbul'da Fen Fakültesi'nde otuz yıla yakın feyizli bir tedris hayatından sonra on yıldan beri de Ankara Gazi Terbiye Ensititüsü'nde matematik okutan Şükrü Sayan'ın hatırasını saygı ile anmak bir borçtur.

Şükrü Bey, Gazi Terbiye Enstitüsü'nde 1937 yılında matematiğin yanında astronomi dersi de vermiştir.[16]

Hendese-i Tahlîliyye kitabı dışında Şükrü Bey'in *Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası*'nda yayımlanmış 3 makalesi bulunmaktadır.[17] Bunlardan ilki Şükrü Bey'in Hüsnü Hamid ile birlikte kaleme aldığı ve derginin

---

9 Yayın Kurulu, "Değerli Matematikçimiz," 194.

10 Emre Dölen, "Salih Zeki ve Darülfünun," *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* 7, 1 (2005), 125-126.

11 Sevtap İshakoğlu-Kadıoğlu, *İstabul Üniversitesi Fen Fakültesi Tarihçesi (1900-1946)* (İstanbul: İstanbul Üniversitesi Bilim Tarihi Müzesi ve Dokümantasyon Merkezi Yay. 1998), 12-64.

12 İshakoğlu-Kadıoğlu*, İstabul Üniversitesi Fen Fakültesi,* 331.

13 Şükrü Sayan, *Hendese-i Tahlîliyye Cild-i evvel)* İstanbul: Matbaa-i Amire, 1331/1915), kapak.

14 Ali Arslan, *Darülfünun'dan Üniversiteye* (İstanbul: Kitabevi, 1995), 345. Ekmeleddin İhsanoğlu, vd., *Osmanlı Bilim Literatürü Tarihi Zeylleri,* c. 2 (İstanbul: IRCICA, 2011), 47.

15 Yayın Kurulu, "Değerli Matematikçimiz," 194.

16 Altunya, *Gazi Eğitim Enstitüsü*, 428.

17 Feza Günergun, "Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası (1916-1933)," *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* içinde, yay. haz. Feza Günergun (İstanbul:İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi, 1995), 311.

Nisan 1332/1916 tarihli sayısında çıkan "Müsellesat" adlı makaledir.[18] Bu makalede, bir üçgenin çevrel çemberi ile üçgen arasındaki bazı ilişkiler ele alınmaktadır. 7 numaralı problem Şükrü Bey'e aitken, 8 ve 9 numaralı problemler de Hüsnü Hamid'in konu ile ilgili çözümlü iki problemine ayrılmıştır.[19] İkinci makale, ilk makale ile aynı sayıda, yine "Müsellesat" başlığıyla çıkan makaledir. Makalede üçgenin çevrel çemberi ile iç teğet çemberine ilişkin bazı trigonometrik özdeşliklerin ispatı yapılmaktadır.[20] Son makale ise, derginin Ağustos 1332/1916 tarihli sayısında çıkan "Hendese-i Tahlîliyye" adlı makaledir. Bu makalede Şükrü Bey, belirli özelliklere sahip eğrilerin çizimi ile ilgili iki farklı yolu analitik olarak ele almıştır.[21]

Şükrü Sayan'ın Sanal Niceliklerin Gösterimine Dair "Yeni Nazariyyesi" Hakkında Değerlendirme

Son dönem Osmanlı matematikçilerinde görülen temel eğilimlerden biri, Avrupa'daki meslektaşları gibi "yeni bir şey ortaya koyma" gayretinde olmaları, kendilerinde bu selâhiyyeti bulmalarıdır. Bu doğrultuda, Vidinli Tevfik Paşa, *Linear Algebra* (İstanbul, 1882) adlı eseriyle güncel matematik tartışmalarından haberdardır:[22]

> *Linear Algebra* adlı kitabını, matematik olarak henüz beliryemediğimiz ehemmiyeti dışında, Vidinli'nin bugün bazı tarihçilerin biraz müstehzi bir abartmayla "quaternionlar savaşı" ismini verdiği çatışmadan haberdar, hatta bir ölçüde içinde bulunduğunu gösteren bir delil olarak görebiliriz.

Benzer şekilde, Şükrü Bey'in de tıpkı Vidinli gibi söz konusu makalesiyle, matematik tartışmaları içinde kendi yaklaşımını ortaya koymaya çalıştığı görülmektedir. Ancak, Şükrü Bey'in makalesinin başlığı "yeni bir nazariyye" ifadesini içermesine rağmen, bu makalede yeni bir fikir ortaya atılmadığı gibi yeni bir cebirsel hesaplama kolaylığı da getirilmemiştir.

Şükrü Bey'in, makalemizin ekinde örneklerini sunacağımız çalışmasının esas fikri, yani anılan "nazariyye"sinin özü çok basittir: Bir $z \in C$ kompleks sayısı verildiğinde, $r = |z|$ bu sayının modülü (uzunluğu), θ da aynı sayının argümanı olmak üzere alışılagelmiş "kutupsal" gösterimle

$$z = re^{i\theta}$$

olup, Şükrü Bey'in fikri

---

18 İhsanoğlu, vd., *Osmanlı Bilim Literatürü,* c.2, 47.

19 Günergun, "Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası," 311.

20 Aynı yer, 314.

21 Aynı yer, 315.

22 Cem Tezer, "Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa," 9, erişim: 22 Aralık 2015, http://sertoz.bilkent.edu.tr/turk/VIDINLI.pdf

$$-1 = e^{\pi i}$$

olmakla

$$e^{i\theta} = \left(e^{i\pi}\right)^{\frac{\theta}{\pi}} = (-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$

ve böylece

$$z = re^{i\theta}$$

yerine de

$$z = r(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$

yazmaktır. Esasen, çağdaş matematik diliyle söylersek, logaritma fonksiyonunun uygun bir dalı alındığı takdirde,

$$e^{i\theta} = (-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$

bir özdeşliktir.

Bu noktadan sonra, kendi iddiasının yanında, Şükrü Bey'in çalışmasının literatürde kabul görüp görmediği, çalışmanın ehemmiyeti açısından önemli kriterlerden biridir. Bu doğrultuda Salih Zeki'nin eserlerine bakacak olursak, 1897 yılında yazılan *Kâmûs-ı Riyâziyyât*, 1915 tarihli *Hendese-i Tahlîliyye*'den daha önce yazıldığı için göz ardı edilebilir. *Darülfünun Konferansları* (cilt 2, 1915) ise *Hendese-i Tahlîliyye* ile aynı tarihte basılmıştır. Bu durumda iki ihtimal söz konusudur: İlk ihtimal, ay farkıyla *Darülfünun Konferansları* daha önce yazıldığı için Salih Zeki, Şükrü Bey'in çalışmasından haberdar olmamıştır. İkinci ihtimal ise, Salih Zeki bu çalışmadan haberdardır ancak atıf yapacak derecede Şükrü Bey'in çalışmasını orijinal ya da önemli bulmamıştır. Sonuç olarak, Salih Zeki, Argand hesabından bahsettiği eserlerinde, aynı fakültede görev yaptığı meslektaşı Şükrü Bey'in bu çalışmasına değinmemiştir.

Şükrü Bey'in çalışmasının literatürde kabul görüp görmediğine dair kesin bir hükme varmak için, Salih Zeki'nin eserlerinin haricinde, analitik geometrinin de dışına çıkarak, örneğin Mehmed Fikri Santur'un[23] (1876-1951) Argand sistemi hakkındaki 1908 ve 1910 tarihli çalışmalarını da içine alan,[24] geç Osmanlı, erken Cumhuriyet dönemi için sanal sayılarla ilgili, daha geniş kapsamlı bir araştırmanın yapılması gerekmektedir.

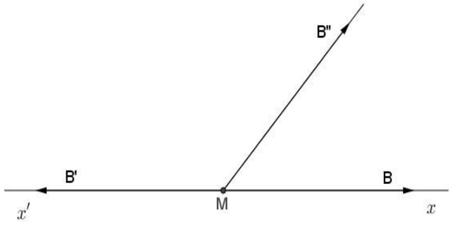
---

23 Mehmed Fikri Santur, Selânik doğumludur. Hendese-i Mülkiye'den mezun olduktan sonra aynı okulda hocalığa başlamıştır. Nafıa Nezâreti'nde çeşitli görevleri olmakla birlikte, Yüksek Mühendis Mektebi'nin rektörlüğünü de yürütmüş ve burada hocalığa devam ederken Ord. Profesör unvanını almıştır. Bkz. Naci Yüngül, "Ord. Prof. Fikri Santur, Hayatı-Şahsiyeti-Eserleri," *Ord. Prof. Fikri Santur'un (1878-1951) Hatırasına* içinde (İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi, 1952), 1-3.

24 Yüngül, "Ord. Prof. Fikri Santur," 7.

EK

Şükrü Sayan'ın "Kemmiyyât-ı Mevhûmenin Sûret-i İrâesine Dair Yeni Bir Nazariyye" Başlıklı Makalesinin Tanıtımı[25]



Şekil 1. Orijinleri *M* olan vektörler

Şükrü Bey'in *Hendese-i Tahlîliyye* başlıklı kitabının sonunda yer alan ve başlığını günümüz Türkçesine "Sanal Niceliklerin Gösterimine Dair Yeni Bir Yaklaşım" şeklinde çevirebileceğimiz makalesinde ilk olarak, Şekil 1'de[26] görülen vektörlerin büyüklüklerini, M orijin olmak üzere, $\overrightarrow{MB} = +1$, $\overrightarrow{MB'} = -1$ olarak kabul ettiğini belirtmiştir. $\overrightarrow{MB} = +1$'den $\overrightarrow{MB'} = -1$ miktarına ulaşmak için kullanılacak yöntemlerden birinin cebirsel bir yaklaşım olacağını şu şekilde dile getirmiştir:

> …tarîk-i cebrîdir ki o da MB tûlünün mütevâliyen tenâkusuyla sıfır olması ve ba'de bu tenâkusta devam etmesi, ta'bîr-i âharla tebdîl-i işâret ederek tekrar tezâyüd eylemesidir. Vâkıâ bu sûretle MB ile MB' tûlleri miyânındaki ittisâl tezahûr ederse de bu ittisâl hakikat-ı halde MB ile MB' hatları[27] arasında değil, belki $+1, -1$ miktarları miyânında mevcûd ittisâl-i 'adediyyeden 'ibârettir.[28]

Şükrü Bey, söz konusu vektörlerin elde edilmesi için ikinci bir yolun bu kez geometrik olabileceğini de şu şekilde dile getirmiştir:

> …hendesî bir ittisâlin vücûdu aranılacak olursa görülür ki MB hattını MB' hattına ittisâl edecek diğer bir tarîk MB hattının M noktası etrafında meselâ sağdan sola doğru devr ettirilmesiyle istihsâl olunur.[29]

---

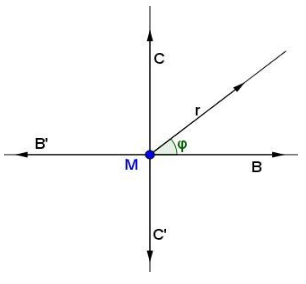
25 Bu kısımda yapılan açıklamalar, Şükrü Sayan'ın metninin birebir çeviri yazısı değildir. Orijinal metinde gerekli görülen yerler yazarın da açıklamalarıyla ve kısmen Salih Zeki'nin *Kamus-ı Riyâziyât* adlı eserinin *Argand* başlığındaki bilgilerle karşılaştırılarak buraya taşınmıştır.

26 Şükrü Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye," *Hendese-i Tahlîliyye Cild-i evvel* içinde, (İstanbul: Matbaa-i Âmire, 1331/1915), 3 (kitabın sonunda).

27 Şekil 1'den de anlaşılacağı üzere, $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MB'}$ birer vektördür. Ancak Şükrü Bey bunları, metnin ilerleyen yerlerinde de bazen *şua* bazen de *hatt* olarak ifade etmiştir. Şükrü Bey'in eldeki makalesinde, vektör, çizgi ve doğru gibi kavramların yerinde kullanılmamasından kaynaklanan terminolojik tutarsızlıklar mevcuttur.

28 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 3.

29 Aynı yer, 3.



Şekil 2. Orijinleri *M* olan vektörler

Şükrü Bey, daha sonra söz konusu bu iki yöntemden cebirsel olanında $\overrightarrow{MB}$ vektörünün sayısal değerinin değişken, yönünün sabit; geometrik olarak adlandırdığı ikinci yöntemde ise $\overrightarrow{MB}$’nin sayısal değerinin sabit, yönünün değişken olduğunu belirtmiştir. Her iki yöntemin olumlu ve olumsuz yönlerini dile getiren Şükrü Bey, geometrik olarak adlandırdığı ikinci yöntemde, $\overrightarrow{MB}$ vektörünün $(\widehat{BMB'}) = \varphi$[30] açısının durumuna bağlı olduğunu belirterek, bu yöntemde çeşitli zorluklarla karşılaşılacağını vurgulamıştır: “İşte bu müşkilât ber-vech-i âtî mütâlaât ile âciz-âne ber-taraf edilir”.[31] Şükrü Bey, “istikâmetin ifâde-i riyâziyyesi” başlığında, söz konusu zorlukların kendi yöntemiyle (âcizâne) kaldırılacağını şu şekilde açıklamıştır (Şekil 2): [32]

$\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MB'}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MC'}$ vektörlerinin uzunlukları[33] b ve MB yönü pozitif, MB' yönü negatif kabul edildiği takdirde,

$$\overrightarrow{MB} = +b = (+1)b^{34}$$
$$\overrightarrow{MB'} = -b = (-1)b$$

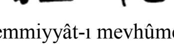
bulunur. Bu eşitliklerde,
$(+1) = (-1)^0$ ve $(-1) = (-1)^1$ ifadeleri yerine yazıldığında,

$$\overrightarrow{MB} = (-1)^0 b$$
$$\overrightarrow{MB'} = (-1)^1 b$$

elde edilir. Bu ifadelerde bulunan $(-1)^0$ ve $(-1)^1$ üslü niceliklerinin genel olarak $(-1)^x$ şeklinde bir çeşit üstel fonksiyon (tâbi-i üssî) olarak ifade edilebileceğini belirten Şükrü Bey, söz konusu vektörlerin nasıl elde edildiğini şu şekilde açıklamıştır:

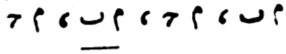
> MB hattını MB' hattına[35] bir tarîk-i tedrîcî ve mütemâdî ile tahvîl etmek $(-1)^x$ tâbi-i üssiyyesinin x üssünü sıfırdan $(+1)$ adedine kadar mütemâdiyen tahvîl ettirmek demek olacağı zâhir olur.[36]

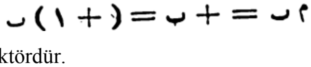
---

30 Şükrü Sayan, burada herhangi bir açı sembolü, parantez vs. kullanmamıştır. Orijinal metindeki ifade şu şekildedir:  Metindeki bu tip gösterimler tarafımızca düzeltilmiştir.

31 Sayan, “Kemmiyyât-ı mevhûmenin,” 4.

32 Aynı yer.

33 Orijinal metinde Şükrü Sayan bu ifadeleri şu şekilde göstermiştir: 

34 Şükrü Bey’in kullandığı ifade şu şekildedir: 

35 Şükrü Bey *hatt* demiştir ancak kastedilen vektördür.

36 Sayan, “Kemmiyyât-ı mevhûmenin,” 5.

Şükrü Bey bu açıklamalardan sonra, x ekseni ile φ açısı teşkil eden ve "kıymet-i mutlakası" yani modülü[37] b olan $\overrightarrow{MB}$ vektörünü,

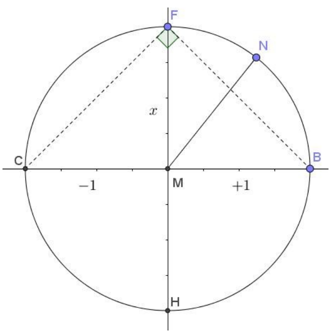
$$\vec{r} = b(-1)^{x} \dots (1)$$

olarak ifade etmiştir. Şükrü Bey, x değişkeninin $x = \frac{\varphi}{\pi}$ olacağını, dolayısıyla (1) eşitliğinin,

$$\vec{r} = b(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}} \dots (2)$$

olarak ifade edilebileceğini belirtmiştir.[38]

Elde edilen bu ifadeyi kullanarak, Şekil 2'de görülen y ekseni üzerindeki b uzunluğuna eşit $\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MC'}$ vektörlerinin nasıl elde edileceği şu şekilde açıklamıştır: $\overrightarrow{MB}$, M noktası etrafında $\frac{\pi}{2}$ kadar döndürüldüğünde $\overrightarrow{MC}$ elde edileceğinden, $x = \frac{\varphi}{\pi}$ eşitliği gereği,



Şekil 3. Argand'ın kullandığı birim çember

$$x = \frac{\frac{\pi}{2}}{\pi} = \frac{1}{2}$$

olduğu görülür. Bu durumda $\overrightarrow{MC}$ vektörünün (2) eşitliği gereği matematiksel olarak ifadesi,

$$\overrightarrow{MC} = b(-1)^{\frac{1}{2}}$$
$$\overrightarrow{MC} = b\sqrt{-1}$$ [39]

olarak elde edilir. Şükrü Bey, elde edilen bu ifadenin Argand'nın gösterimine uygun olduğunu şu şekilde dile getirmiştir:

$\overrightarrow{MC} = b\sqrt{-1}$ olmak iktizâ eder ki bu da Argan (Argand) vesâir taraflarından vaz u kabul olunan esasa tamamen uygundur.[40]

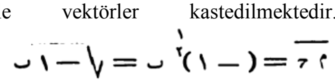
Şükrü Bey de, Argand gibi söz konusu doğru için $\sqrt{-1}$ eşitliğini vermiş, ancak Argand'dan farklı şekilde açıklamıştır. Salih Zeki, Argand'nın açıklamasında pozitif ve

---

37 Kıymet-i mutlaka ifadesinin anlamının mutlak değer olmasına rağmen, burada kastedilen modül yani $z = a + bi$ karmaşık sayısına ait $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ifadesidir (Talat Tuncer, *Matematik Sözlüğü* (İstanbul: İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi Prof. Dr. Nasım Terzioğlu Basım Atölyesi, 1995), 185.)

38 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 5-6.

39 Muhtemelen baskı hatası ile vektörlerin üzerindeki ok çıkmamış olabilir. İfadelerin üzerine çekilen çizgi ile vektörler kastedilmektedir. Orijinal metindeki ifade şu şekildedir:



40 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 6.

negatif nicelikler arasında geometrik oran[41] kullandığını şu şekilde belirtmiştir (Şekil 3):[42]

$\overrightarrow{MF} = x$ olmak üzere, $(B\overset{\Delta}{M}F) \approx (F\overset{\Delta}{M}C)$ benzerliği dikkate alınacak olursa,

$$\overrightarrow{MF} = x = \sqrt{-1}$$

sonucu elde edilir. $\overrightarrow{MH}$ vektörü de, $\overrightarrow{MF}$’nin karşısında ve ters istikametinde bulunduğundan, Salih Zeki’nin “Argan’a göre” olduğunu belirterek dile getirdiği sonuç,

$$\overrightarrow{MH} = -\sqrt{-1}$$

şeklinde elde edilir.[43] Aynı doğru için Şükrü Bey’in verdiği açıklamaya bakacak olursak (Şekil 2), $\overrightarrow{MC'}$ vektörü içinse söz konusu açı $\frac{3\pi}{2}$ olacağından,

$$|MC'| = b(-1)^{\frac{\frac{3\pi}{2}}{\pi}}$$

$$|MC'| = b(-1)^{\frac{3}{2}}$$

ayrıca

$$(-1)^{\frac{3}{2}} = (-1)^1(-1)^{\frac{1}{2}} = -(-1)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{-1}$$

eşitliği gereği,

$$\overrightarrow{MC'} = -\sqrt{-1}\,b$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi, Şükrü Bey’in konuya yaklaşımı Argand’dan farklı olmasına rağmen elde ettiği sonuç Argand’ınki ile aynıdır.

Şükrü Bey’in elde ettiği yöntem için verdiği örneklere dönecek olursak (Şekil 2) $\overrightarrow{MB}$ vektörü 2π kadar döndürülecek olursa,

$$\overrightarrow{MB} = b(-1)^{\frac{2\pi}{\pi}}$$
$$\overrightarrow{MB} = b(-1)^2 = b$$

Bulunur ve böylece söz konusu yaklaşımının tutarlılığı teyit edilmiş olmaktadır.[44] Şükrü Bey’in kendi yönteminin işlerliğine dair yorumu ise şu şekildedir:

41 Osmanlıca: Nisbet-i hendesiyye; Fransızca: rapport géometrique.

42 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c.1, 53-55.

43 Aynı yer.

44 Sayan, “Kemmiyyât-ı mevhûmenin,” 6-7.

$\vec{r} = b(-1)^x$ ifade-i üssiyesi M noktası etrafındaki bilcümle hutûtu (tüm doğruları) irâeye kâfi bir ifade olmak üzere kabul olunabilir.[45]

Şükrü Bey söz konusu yöntemin negatif yönlü açılar için de kullanılabildiğini bir örnekle şu şekilde dile getirmiştir: $\overrightarrow{MB}$ ile ters yönde $(-\theta)$ açı teşkil eden $\overrightarrow{MF} = r$ için x değişkeni $x = -\frac{\theta}{\pi}$ olacağından, söz konusu vektör, $\overrightarrow{MB}$ ile pozitif yönde $\left(2\pi - \frac{\theta}{\pi}\right)$ açısını teşkil edeceği açıktır. Bu ifadeyi de $(2 - x)$ şeklinde yazmak mümkün olur ve,

$$\vec{r} = b(-1)^x$$

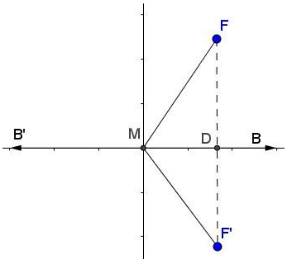
genel ifadesi

$$\vec{r} = b(-1)^{2-x}$$

olarak yazıldığında

$$\vec{r} = b(-1)^2(-1)^{-x}$$
$$\vec{r} = b(-1)^{-x}$$

bulunur ve bu son eşitlik ile söz konusu yöntemin negatif yöndeki açılar için de kullanılabildiği gösterilmiş olur.[46]



Şekil 4. MB ile pozitif ve negatif yönde 60° açı teşkil eden vektörler

Şükrü Bey, negatif yöndeki açıların ardından $\overrightarrow{MB}$ ile pozitif yönde 60° açı teşkil eden ve modülü b olan $\overrightarrow{MF} = \vec{r}$'nin cebirsel olarak (Şekil 4),[47]

$$\vec{r} = b(-1)^x = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$
$$\vec{r} = b(-1)^{\frac{\frac{\pi}{3}}{\pi}} = b(-1)^{\frac{1}{3}}$$
$$\vec{r} = b\sqrt[3]{-1} \ldots (3)$$

şeklinde ifade edileceğini belirtmiştir. Bu ifadedeki $\sqrt[3]{-1}$ sanal niceliğinin,

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

olarak üç farklı şekilde gösterilebileceğini belirtmiştir. Bu eşitlikleri kullanarak da (3) eşitliğinin,

45 Aynı yer, 7.

46 Aynı yer, 7-9.

47 Aynı yer, 9.

$$\vec{r} = b\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right) \dots (4)$$
$$\overrightarrow{r'} = b\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right) \dots (5)$$
$$\overrightarrow{r''} = -b \dots (6)$$

olarak ifade edilebileceğini belirtmiştir. Bu eşitliklerin teyidi için vektörel toplama işleminin kullanılacağı da şu şekilde dile getirilmiştir:

> Filhakika: Argan'a veya bilcümle kemmiyyât-ı şuâiyye[48] hesâbında birer kıymet ve bir istikâmet ve bir de cihete haiz olan hutûtun cem'i hakkında mer'î olan kaideye tevfikân…[49]

Bu doğrultuda,

$$\vec{r} = \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DF}$$

şeklinde yazılabilir (Şekil 4). Ayrıca Şükrü Bey, $\overrightarrow{MD}$'nin reel eksen, kendi deyimiyle $(+1)$ ekseni üzerinde bulunduğunu, $\overrightarrow{MF}$'nin ise sanal eksen, yine kendi deyimiyle $\left(+\sqrt{-1}\right)$ ekseni üzerinde bulunduğunu belirtmiştir. Bu durumda söz konusu vektör,

$$\vec{r} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DF}\sqrt{-1} \dots (7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda Şükrü Bey'in, vektörel toplama, çıkarma ve bir vektörü bileşenlerine ayırma işlemlerini Argand ile aynı şekilde gerçekleştirdiği görülmektedir.[50]

Şükrü Bey'in anlatımına dönecek olursak (7) eşitliğindeki $\vec{r}$ vektörünün x ekseni ile teşkil ettiği açı $60°$ olduğundan,

$$cos\,60° = \frac{\overrightarrow{MD}}{b}$$
$$\overrightarrow{MD} = \frac{b}{2} \dots (8)$$

olur ve benzer yaklaşımla,

$$\sin 60° = \frac{|DF|}{b}$$
$$\overrightarrow{DF} = \frac{\sqrt{3}}{2} b \dots (9)$$

---

48 Kemmiyyât-ı şuâiyye ifadesini Şükrü Bey, vektörler için kullanmıştır. Zaten bu kısımda da vektörlerin tanımını yapmaktadır.

49 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 9.

50 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c.1, 55-57.

elde edilir ve (8) ile (9) eşitlikleri (7)'de yerine yazıldığında,

$$\vec{r} = b\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right) \ldots (10)$$

eşitliği bulunur.[51] Böylece (10) ile yukarıda açıklanmaya çalışılan (4) eşitliği elde edilir. Ayrıca Şükrü Bey yönteminin işlerliğini bir kez daha göstermiş olmaktadır. Bunun yanında, (10) ile elde edilen sonuç, modern ders kitaplarında da yerini alan, karmaşık sayıların kutupsal gösteriminden başka bir şey değildir:

$$z = (\cos\theta + i\sin\theta)|z|$$

$$z = (\cos 60° + i\sin 60°)|z|$$

$$z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)|z|$$

Benzer bir yaklaşım Şekil 4'te görülen, "delilleri" yani argümanları[52] sırasıyla $\frac{5\pi}{3}$ olan $\overrightarrow{MF'}$ ve $\overrightarrow{MB'}$ vektörleri için de takip edilmiştir. İlk olarak, $\overrightarrow{MB'}$ vektörünün x ekseni ile yaptığı açı π olduğundan,

$$\vec{r} = b(-1)^x = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$

formülü gereği,

$$\overrightarrow{r''} = b(-1)^{\frac{\pi}{\pi}} = b(-1) = -b$$

olur ve böylece yukarıda bahsi geçen (6) eşitliği teyit edilmiş olur.

$\overrightarrow{MF'}$ vektörünün ise ters yönde x ekseni ile yaptığı $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ açısı, pozitif yönde $\frac{5\pi}{3}$ açısına tekabül edeceğinden:

$$\vec{r} = b(-1)^x = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$

formülü gereği,

$$\overrightarrow{MF'} = \overrightarrow{r'} = b(-1)^{\frac{\frac{5\pi}{3}}{\pi}} = b(-1)^{\frac{5}{3}}$$

$$\overrightarrow{MF'} = \overrightarrow{r'} = b\left[(-1)^{\frac{1}{3}}\right]^5 = b\left[\sqrt[3]{-1}\right]^5 \ldots (11)$$

olur ve daha önce de bahsedilen,

51 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 8-11.

52 Delîl: Argüman. Bir karmaşık sayıyı gösteren vektörün pozitif yönde x ekseni ile yaptığı açı [Almanca: Argument; Fransızca: Argument]. Bkz. Tuncer, *Matematik Sözlüğü*, 7-8.

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

$$-1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right)^3 \dots (12)$$

eşitlikleri (11)'de yerine yazılırsa,

$$\overrightarrow{r'} = b\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^5$$

$$\vec{r} = b\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^3 . \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^2$$

bulunur ve burada da (12) eşitliği gereği,

$$\vec{r} = b(-1).\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^2$$

elde edilir. Gerekli cebirsel düzenlemeler yapıldığında,

$$\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{r'} = b\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right) \dots (13)$$

bulunur ve böylece başta bahsedilen (5) eşitliği teyit edilmiş olur.

Şükrü Bey bu kısımda ayrıca, $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ile $\frac{5\pi}{3}$ açılarının aynı şekilde ifade edildiğini yine kendi yöntemini kullanarak şu şekilde ifade etmiştir:

$$\overrightarrow{r'} = b(-1)^{-\frac{1}{3}}.b = \frac{1}{(-1)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\overrightarrow{r'} = b\frac{1}{\sqrt[3]{-1}}$$

olur ve daha önce de kullanılan

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

ifadesi yerine yazılırsa,

$$\overrightarrow{r'} = b\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}}$$

bulunur. Bu eşitlik de paydanın eşleniği olan $\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right)$ ile çarpılırsa, (13) eşitliğine ulaşılır ve böylece $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ile $\frac{5\pi}{3}$ açılarının aynı vektöre ait oldukları teyit edilmiş olur.[53] Bu elde edilen sonuçlar ışığında Şükrü Bey şu çıkarımda bulunmuştur:

> $x=\frac{1}{m}$ kıymeti için $\sqrt[m]{-1}$ ifadesinin m kadar kuvveti bulunmak icâb ederse de bunların her biri başka istikâmette bir şuâ[54] teşkil eder.[55]

Gerçekten de $\vec{r}=\sqrt[3]{-1}.b$ eşitliği için 3 farklı vektörün elde edildiği son örnekte teyit edilmiştir.

Şükrü Bey, bu noktada çalışması hakkında bir konuya dikkat çekmektedir: Şükrü Bey'in yönteminin Şekil 4'te görülen vektörler arasındaki,

$$\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{MF}\ \ldots(14)$$

$$\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DF'}=\overrightarrow{MF'}\ \ldots(15)$$

şeklindeki vektörel toplamaya ihtiyaç duyması, Şükrü Bey'e göre, yöntemini başka bir teoreme bağlı olduğu için zayıflatmak yerine, herkesçe bilinen bir kaideyi sağladığı için güçlendirmektedir:

> …$\vec{r},\ \overrightarrow{r'}$ gibi bir şuâ irâe edebilmek için (14) ve (15) olarak kabule mecbûriyet hâsıl olmasıdır. Bu halde Argan vesâir bu nev usûllerde hutûtun cem'i hakkında bulunmuş olan kāide bir farziyyeye[56] mübtenî değil, bilakis cebrin bu nev kemmiyyâta tatbîkinden mütehassıl bir netice-i meşruaya müstenid bulunduğu zâhir olur.[57]

Şükrü Bey, bu anlatımla sanal sayılardaki toplama ile iki boyutlu düzlemdeki vektörel toplamın aynı olduğunu dile getirmektedir.

Kendi yönteminin genel kaidelere uygulanabilirliğini her fırsatta dile getiren Şükrü Bey, bu kez de söz konusu yönteminin işlevselliğini toplam-fark formüllerinde göstermiş, ardından da *de Moivre* eşitliğini şu şekilde ele almıştır:

$$\vec{r}=b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}=b\left(\cos\theta+\sin\theta\sqrt{-1}\right)$$

Bu eşitlikteki her iki tarafın n. kuvveti alındığında,

$$(-1)^{\frac{n\theta}{\pi}}=\left(\cos\theta+\sin\theta\sqrt{-1}\right)^{n}\ \ldots(16)$$

---

53 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 11-14.

54 Şua: Vektör (Tuncer, *Matematik Sözlüğü,* 331).

55 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 14.

56 Varsayım: Hypothèse (Fransızca). Bkz. Ferit Devellioğlu, *Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat* (Ankara: Aydın Kitapevi, 2012), 228.

57 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 15.

elde edilir. Tekrar düzenlediğimizde,

$$(-1)^{\frac{n\theta}{\pi}} = \cos n\theta + \sin n\theta \sqrt{-1} \dots (17)$$

Bulunur. (16) ve (17) eşitliklerinin sağ tarafları eşit olacağından,

$$\left(\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1}\right)^n = \cos n\theta + \sin n\theta\sqrt{-1} \dots (18)$$

elde edilir. Şükrü Bey'in de ifadesiyle, (18) eşitliği *Moivre* (مواور) eşitliğinden başka bir şey değildir.[58] Argand aynı eşitliği daha geometrik olarak nitelendirebileceğimiz bir şekilde ispatlamıştır.[59]

Şükrü Bey daha önce de vurguladığı gibi, yönteminin herkesçe bilinen formüllerde de işe yaradığı için kabul edilebilir olduğunu belirtmiştir:

Netâic-i müstahrice sıhhati kabul olunan farziyyenin sıhhatine delalet edeceğinden…farziyye-i sâbıkanın kabulünde isabet edilmiş olduğu tezâhür eder.[60]

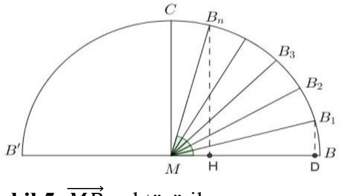
"İki şuâın darbı" yani "iki vektörün çarpımı" başlığında Şükrü Bey,

$$\vec{r} = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$
$$\overrightarrow{r'} = b'(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}$$

şeklide iki vektör ele almıştır. Bu iki vektör çarpıldığında,

$$\vec{r}.\overrightarrow{r'} = b.(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}.b'.(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}$$
$$\vec{r}.\overrightarrow{r'} = bb'(-1)^{\frac{\theta+\varphi}{\pi}} \dots (19)$$

sonucu elde edilir ki bunun da, argümanı $(\theta+\varphi)$ ve modülü $(b.b')$ olan başka bir vektörü ifade ettiği belirtilmiştir.[61] Aynı sonucu Argand usûlünde de elde etmek mümkündür.[62]



Şekil 5. $\overrightarrow{MB}$ vektörü ile α açısı yapan, $\overrightarrow{MB_1}, \overrightarrow{MB_2}, \overrightarrow{MB_3}, \dots, \overrightarrow{MB_n}$ gibi n tane vektör

Son olarak ele alınan "bir şuâın kuvveti" başlığı ile, $\overrightarrow{MB}$ vektörünün[63] üst tarafında $\overrightarrow{MB_1}, \overrightarrow{MB_2}, \overrightarrow{MB_3}, \dots, \overrightarrow{MB_n}$ gibi n tane, birbiriyle α açısı yapan, modülleri $b = 1$ olan vektörler ele alınmıştır. Bu durumda vektörlerin Şükrü Bey'in

58 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 15-18.

59 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c.1, 58.

60 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 19.

61 Aynı yer, 19-20.

62 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c.1, 57.

63 Şükrü Bey, $\overrightarrow{MB}$ vektörünün *râsıd* (راصد) yani "gözleyen, gözetleyici" olarak adlandırmıştır. Muhtemelen, bu vektörün astronomideki kullanımına atıfta bulunulmaktadır.

yöntemiyle ifadesi şu şekilde olur (Şekil 5):[64]

$$\overrightarrow{MB_1} = b(-1)^{\frac{\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{\alpha}{\pi}}$$
$$\overrightarrow{MB_2} = \overrightarrow{MB_1}.\overrightarrow{MB_1} = \overrightarrow{MB_1}^2 = b(-1)^{\frac{2\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{2\alpha}{\pi}}$$
$$\overrightarrow{MB_3} = \overrightarrow{MB_1}.\overrightarrow{MB_1}.\overrightarrow{MB_1} = \overrightarrow{MB_1}^3 = b(-1)^{\frac{3\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{3\alpha}{\pi}}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\overrightarrow{MB_n} = \overrightarrow{MB_1}.\overrightarrow{MB_1}\dots\overrightarrow{MB_1} = \overrightarrow{MB_1}^n = b(-1)^{\frac{n\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{n\alpha}{\pi}}$$

ve buradan

$$\overrightarrow{MB_1} = \overrightarrow{MB_n}^{\frac{1}{n}}$$

eşitliği yazılabilir (Şekil 5). $\overrightarrow{MB_1}$ ve $\overrightarrow{MB_n}$ x x ve y eksenlerindeki bileşenlerine ayrıldığında ise,

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}}$$

olur ve bu eşitliğe binom açılımı uygulandığında,

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}} = (x_n)^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{n}(x_n)^{\frac{1}{n}-1}(y_n) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}(x_n)^{\frac{1}{n}-2}(y_n)^2 + \cdots$$

buradan,

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}} = (x_n)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}(x_n)^{-1}(y_n) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}(x_n)^{-2}(y_n)^2 + \cdots\right]$$

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}} = (x_n)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\left(\frac{y_n}{x_n}\right) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\left(\frac{y_n}{x_n}\right)^2 + \cdots\right] \dots (20)$$

eşitliği elde edilir. Şükrü Bey'in daha önce de belirttiği üzere,[65] reel bileşen reel eksen ile 0°, sanal bileşen de 90° açı yaptığından, söz konusu vektörün bileşenleri,

$$x_1 = \cos\theta\,(-1)^{\frac{0}{\pi}} = \cos\theta\,(-1)^0 = \cos\theta$$

$$y_1 = \sin\theta\,(-1)^{\frac{\frac{\pi}{2}}{\pi}} = \sin\theta\,(-1)^{\frac{1}{2}} = \sin\theta\sqrt{-1}$$

olur ve n. kuvvetleri de,

64 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 24.
65 Aynı yer, 8-11, 15-18.

$$x_n = \cos\theta\,(-1)^0 = \cos n\theta$$

$$y_n = \sin n\theta\,(-1)^{\frac{1}{2}} = \sin n\theta\,\sqrt{-1}$$

bulunur. Bu son eşitlikler (20)'de yerine yazılırsa,

$$\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1} = (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\left(\frac{\sin n\theta}{\cos n\theta}\sqrt{-1}\right) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\left(\frac{\sin n\theta}{\cos n\theta}\sqrt{-1}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$= (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\tan n\theta\left(\sqrt{-1}\right) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan n\theta^2\left(\sqrt{-1}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$= (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\tan n\theta\left(\sqrt{-1}\right) - \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 n\theta - \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 n\theta\left(\sqrt{-1}\right)\ldots\right]$$

olur[66] ve cebir kaideleri gereği sanal ve reel ifadeler karşılıklı olarak eşitlendiğinde,

$$\cos\theta = (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1 - \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 n\theta + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)}{4.3.2.1}\tan^4 n\theta\ldots\right]$$

$$\sin\theta\sqrt{-1} = \left(\sqrt{-1}\right)(\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[\frac{1}{n}\tan n\theta - \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 n\theta\ldots\right]$$

sonuçları elde edilir. Ayrıca bu eşitliklerde,

$$n\theta = x \to \theta = \frac{x}{n}$$

olarak kabul edildiğinde,

$$\cos\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[1 - \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 x + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)}{4.3.2.1}\tan^4 x\ldots\right]$$

$$\sqrt{-1}\sin\frac{x}{n} = \left(\sqrt{-1}\right)(\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[\frac{1}{n}\tan x - \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 x\ldots\right]$$

olur ve eşitliğin her iki tarafı n ile çarpılırsa,

---

66 $\left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1, \left(\sqrt{-1}\right)^3 = -\sqrt{-1}$ olduğundan terimlerin işaretleri değişmiştir.

$$n\cos\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[n - \frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 x + \frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)^{67}}{4.3.2.1}\tan^4 x \ldots\right]$$

$$n\sin\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[\tan x - \frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 x + \cdots\right]\ldots(21)$$

elde edilir. Bu eşitliklerde, $n=\infty$ kabul edildiğinde Şükrü Bey,

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0 \ldots {}^{68}(22)$$

$$n\cos\frac{x}{n} = n \ldots {}^{69}(23)$$

$$(\cos x)^{\frac{1}{n}} = 1 \ldots (24)$$

$$n\sin\frac{x}{n} = x \ldots (25)$$

olacağını belirtmiştir.[70] Elde edilen $(22), (23), (24), (25)$ eşitlikleri (21)'de yerine yazılacak olursa,

$$n\sin\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[\tan x - \frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 x + \cdots\right]$$

$$x = 1.\left[\tan x - \frac{(0-1)(0-2)}{3.2.1}\tan^3 x + \cdots\right]$$

$$x = \tan x - \frac{1}{3}\tan^3 x + \frac{1}{5}\tan^5 x - \frac{1}{7}\tan^7 x \ldots$$

"silsile-i meşhûresi" (meşhur serisi) elde edilir.[71] Bu sonuç, Argand'ın verdiği sonuca benzemektedir.[72]

Şükrü Bey verdiği bu örnekler ışığında, yönteminin Argand usûlüne uygulanabilirliği hakkında şunları dile getirmiştir:

---

67 Şükrü Bey muhtemelen baskı veya yazım hatası ile buraya sadeleşmesi gereken $\frac{1}{n}$'yi yazmıştır, doğrusu burada verildiği gibidir.

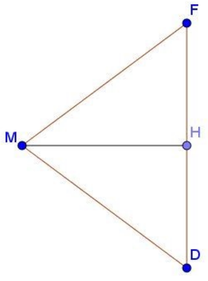
68 Bu ifade matematiksel açıdan doğru değildir. İfadeyi limit konumunda incelemek gerekmektedir.

69 Bu ifade matematiksel açıdan doğru değildir. "n yeterince büyük olduğunda $n\cos\frac{x}{n}$ ifadesi n gibi davranır" demek matematiksel açıdan daha doğrudur.

70 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 24-28.

71 Aynı yer, 24-28.

72 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c. 1, 59-60.



Şekil 6. İki dik üçgen

İşte buraya kadar beyân olunan misâllerden de müstebân olacağı vechle usûl-ü mezkûre, Argan usûlünün tatbîk olunduğu mesâile tamamen kābil-i tatbîkdir.[73]

Şükrü Bey'in bu beyânı doğrultusunda ele aldığı son örnek Pisagor teoremidir:

Modülleri b, argümanları $(\widehat{HMF}) = \beta$, $(\widehat{HMD}) = -\beta$ olmak üzere, $\overrightarrow{MF} = \vec{r}$, $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{r''}$ vektörleri Şükrü Bey'in yöntemi gereğince (Şekil 6): [74]

$$\vec{r} = b(-1)^{\frac{\beta}{\pi}}$$
$$\overrightarrow{r'} = b(-1)^{\frac{-\beta}{\pi}}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu vektörleri bileşenlerinin $\overrightarrow{MH}$ ile yaptıkları açılar dikkate alınarak, bileşenlerin modülleri de d ve c olarak kabul edildiğinde,

$$\vec{r} = b(-1)^{\frac{\beta}{\pi}} = \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HF} = c(-1)^0 + d(-1)^{\frac{1}{2}}$$
$$\overrightarrow{r'} = b(-1)^{\frac{-\beta}{\pi}} = \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HD} = c(-1)^0 + d(-1)^{\frac{3}{2}}$$

bulunur. Bu iki eşitlik taraf tarafa çarpıldığında,

$$b^2(-1)^{\frac{\beta-\beta}{\pi}} = c^2(-1)^0 + cd(-1)^0(-1)^{\frac{1}{2}} + cd(-1)^0(-1)^{\frac{3}{2}} + d^2(-1)^{\frac{1}{2}}(-1)^{\frac{3}{2}}$$
$$b^2(-1)^{\frac{0}{\pi}} = c^2(-1)^0 + cd(-1)^{\frac{1}{2}} + cd(-1)^1(-1)^{\frac{1}{2}} + d^2(-1)^2$$

olur ve d^2nin katsayısı olan $(-1)^2$nin kuvvetinin, Şükrü Bey'in $\vec{r} = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$ formülü gereği $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ olduğu görülmektedir. $360°$ dönerek tekrar başa geldiği anlaşılan bu ifadenin yerine $(-1)^0$ yazılabileceğinden,

$$b^2(-1)^0 = c^2(-1)^0 + cd(-1)^{\frac{1}{2}} - cd(-1)^{\frac{1}{2}} + d^2(-1)^0$$
$$b^2(-1)^0 = c^2(-1)^0 + d^2(-1)^0$$
$$b^2 = c^2 + d^2$$

elde edilerek Şükrü Bey'in yöntemi ile Pisagor teoremi de teyit edilmiş olur.[75]

Aynı teorem için Salih Zeki'nin anlatımıyla Argand'ın verdiği açıklamaya bakacak olursak (Şekil 6),

73 Sayan, "Kemmiyyât-ı mevhûmenin," 29.

74 Aynı yer, 29.

75 Aynı yer, 29-30.

$$\overrightarrow{\mathrm{MF}} = \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HF}$$

$$\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MH} - \overrightarrow{HF}$$

ifadeleri taraf tarafa çarpılacak olursa,

$$\overrightarrow{MF}.\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MH}^2 - \overrightarrow{HF}^2$$

ifadesinde

$$\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MD} = d, \qquad \overrightarrow{MH} = b, \qquad \overrightarrow{FH} = c$$ [76]

eşitlikleri yerine konulduğunda

$$d^2 = b^2 + c^2$$

elde edilerek Pisagor teoremi teyit edilmiş olur.[77] Daha önceki örneklerde de karşımıza çıktığı gibi Şükrü Bey'in cebirsel bir yol izlediği aşikârdır.

Şükrü Bey makalesini burada bitirerek iki boyutta Argand sistemine alternatif bir yöntem önerdiğini dile getirmiş, üç boyutlu düzleme herhangi bir göndermede bulunmamıştır. Salih Zeki ise Argand sisteminin üç boyutlu düzlemde başarısız oluşunu şu şekilde ifade etmiştir:

> Argand bir müstevî üzerinde bulunan hutûtun sûret-i irâesi için vaz u te'sîs eylediği şu usûlü bu'd-ı mücerredde[78] vâki bir hattın sûret-i ifadesine de ta'mîm etmek istemiş ise de bunda isâbet eylememiştir.[79]

Bu ifadelerinden sonra Salih Zeki, Argand sisteminin üç boyutlu düzlemde neden uygulanamadığını matematiksel olarak açıklayarak sistemin üç boyutta başarısızlığına bir kez daha dikkat çekmiştir.[80]

KAYNAKÇA / BIBLIOGRAPHY

Basılı kaynaklar / Printed sources

Altunya, Niyazi. *Gazi Eğitim Enstitüsü Gazi Orta Öğretmen Okulu ve Eğitim Enstitüsü (1926-1980)*. Ankara: Gazi Üniversitesi Yayını, 2006.

Arslan, Ali. *Darül Fünun'dan Üniversiteye.* İstanbul: Kitabevi, 1995.

Binark, İsmet. *Türk Parlemento Tarihi TBMM-VI. Dönem (3 Nisan 1939-15 Ocak 1943)*. 4. cilt. Ankara: Türkiye Büyük Millet Meclisi Vakfı Yayınları, 2004.

Devellioğlu, Ferit. *Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat.* Ankara: Aydın Kitapevi, 2012.

---

76 Salih Zeki, $\overline{FH} = c$ yazmıştır. Ancak, $|FH| = c\sqrt{-1}$ ifadesi matematiksel açıdan daha yerindedir.

77 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c. 1, 60.

78 Bu'd-ı mücerred: Varsayılan uzay (Devellioğlu, *Osmanlıca-Türkçe Lügat*, 126), soyut uzay (Tuncer, *Matematik Sözlüğü*, 323).

79 Salih Zeki, *Kâmûs-ı Riyâziyyât,* c. 1, 62.

80 Aynı yer, 62-65.

Dölen, Emre. “Salih Zeki ve Darülfünun.” *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* 7 (2005): 123-135.

Günergun, Feza. “Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası (1916-1933).” *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* içinde. Yayına hazırlayan Feza Günergun, 285-349. İstanbul: İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi, 1995.

İhsanoğlu, Ekmeleddin, Ramazan Şeşen ve Cevat İzgi. *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*. İstanbul: IRCICA, 1999.

İhsanoğlu, Ekmeleddin, Ramazan Şeşen, Serdar Bekar, Gülcan Gündüz, ve Veysel Bulut. *Osmanlı Bilim Literatürü Tarihi Zeylleri*. Cilt 2. İstanbul: IRCICA, 2011.

İshakoğlu-Kadıoğlu, Sevtap. *İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Tarihçesi (1900-1946).* İstanbul: Bilim Tarihi Müzesi ve Dokümantasyon Merkezi Yay., 1998.

Salih Zeki. *Darülfünun Konferansları.* Cilt 2. İstanbul: Matbaa-i Âmire, 1331/1915.

---. *Kâmûs-ı Riyâziyyât*. Cilt 1. İstanbul: Karabet Matbaası, 1315/1897.

Sayan, Şükrü. “Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye.” *Hendese-i Tahlîliyye Cild-i evvel* içinde, 1-30. İstanbul: Matbaa-i Âmire, 1331/1915.

---. Hendese-i Tahlîliyye, Cild-i evvel. İstanbul: Matbaa-i Âmire, 1331/1915.

Tuncer, Talât. *Matematik Sözlüğü.* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi Prof. Dr. Nazım Terzioğlu Basım Atölyesi, 1995.

Yayın Kurulu. “Değerli Matematikçimiz Şükrü Sayan'ın Ölümü.” *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi* 1 (1943): 194.

Yüngül, Naci. “Ord. Prof. Fikri Santur, Hayatı-Şahsiyeti-Eserleri.” *Ord. Prof. Fikri Santur'un (1878-1951) Hatırasına* içinde, 1-18. İstanbul: Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi, 1952.

Tezler / Dissertations

Takıcak, Semiha Betül. “Osmanlılar’da Analitik Geometri: Hendese-i Halliyye ve Hendese-i Tahlîliyye.” Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, 2017.

Elektronik Kaynaklar / Electronic Sources

Tezer, Cem. “Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa.” 1-14. Erişim: 22 Aralık 2015. http://sertoz.bilkent.edu.tr/turk/VIDINLI.pdf