L'intermédiaire Des Mathématiciens Dergisinde Mehmet Nadir ve 11 Yıl Cevapsız Kalan Bir Sorunun Çözümü*

*Safiye YILMAZ ERTEN***

Makale Geliş / Recieved: 27.10.2018
Makale Kabul / Accepted: 15.11.2018

Öz

Mehmet Nadir, 1856-1927 yılları arasında yaşamış önemli bir matematikçimizdir. Matematik alanındaki çalışmalarının hemen hemen tamamı sayılar teorisi üzerinedir. Nadir'in matematik alanındaki çalışmaları; İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'nda yayınlanan makaleleri, Hesâb-ı Nazarî adlı kitabı ve uluslararası dergilerde yayınlanan soru ve cevapları olmak üzere üç başlık altında sıralanabilir. Mehmet Nadir, uluslararası matematik araştırmaları yazınında adı geçen ilk Türk matematikçisidir. Uluslararası çalışmalarının önemli bir kısmı, L'Intermédiaire des Mathématiciens adlı Fransız dergisinde yayınlanmıştır. Hem niceliksel hem de niteliksel olarak L'Intermédiaire des Mathématiciens dergisinde yayınlanmış olan yazıları ayrıca incelenmeye değer bulunmuştur. Nadir'in 1901-1914 yılları arasında L'Intermédiaire des Mathématiciens dergisinde 26 soru ve 36 cevabı yayınlanmıştır. Bu soru ve çözümlerin büyük bir kısmı günümüzde modern sayılar teorisi alanında çalışan matematikçileri bile cezbedebilecek düzeydedir. Özellikle, A. Boutin'in, L'Intermédiaire des Mathématiciens dergisine gönderdiği ve 11 yıl boyunca çözümsüz kalan bir sorusuna Nadir'in yapmış olduğu çözüm, Nadir'in sayılar teorisi alanına yaptığı orijinal katkılardan biridir.

Anahtar Kelimeler: Mehmet Nadir, L'Intermédiaire des Mathématiciens dergisi, sayılar teorisi.

* Bu makale Osmanlılarda Sayılar Teorisi ve Mehmet Nadir adlı doktora tezinden üretilmiştir.

** Dr., safiye037@gmail.com.

Künye: YILMAZ ERTEN, Safiye. (2018). L'intermédiaire Des Mathématiciens Dergisinde Mehmet Nadir ve 11 Yıl Cevapsız Kalan Bir Sorunun Çözümü. *Dört Öge*, 14, 63-81 http://dergipark.gov.tr/dortoge.

Mehmet Nadir in L'intermédiaire Des Mathématiciens Journal and His Solution to an Unsolved Question for 11 Years

Abstract

Mehmet Nadir is an important mathematician who lived between 1856-1927. Almost all of his studies in the field of mathematics are on number theory. Nadir's studies in mathematics can be listed under three headings; his articles published in the journals in İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, his book named Hesâb-ı Nazarî and his questions and answers published in international journals. Mehmet Nadir is the first Turkish mathematician in the international mathematics research literature. A significant part of his international work has been published in the French journal named L'Intermédiaire des Mathématiciens. His articles published in the journal L'Intermédiaire des Mathématiciens, both quantitatively and qualitatively, were found worthy to be examined. 26 questions and 36 answers of Nadir were published in L'Intermédiaire des Mathématiciens Journal between 1901 and 1914. Most of these questions and solutions are at the level of attracting even the mathematicians studying in the field of modern number theory these days. In particular, the solution of Nadir to the question that A. Boutin sent to the journal L'Intermédiaire des Mathématiciens and remained unsolved for 11 years, is one of the original contributions Nadir made to the field of number theory.

Keywords: Mehmet Nadir, Journal of L'Intermédiaire des Mathématiciens, number theory.

Giriş

Mehmet Nadir (1856-1927), Osmanlı'nın son dönemi ve Cumhuriyet'in ilk yıllarında yaşamış olan önemli bir matematikçimizdir.

Mehmet Nadir'in yaşamıyla ilgili tafsilatlı bilgi veren Erdal İnönü (1997)'nün bildirdiğine göre, Sakız'lı fakir bir ailenin çocuğu olarak dünyaya gelen Mehmet Nadir Bey, bir şekilde Anadolu'ya gelerek Bursa ve İstanbul'da eğitimini parlak bir öğrenci olarak tamamlamış ve akabinde Mekteb-i Bahriye'de ve Darüşşafaka'da matematik hocalığı görevlerine getirilmiştir. İstanbul'da açmış olduğu ilk özel lise olan Numune-i Terakki'de uzun süre görev yapmıştır. Siyasi sebeplerden dolayı İstanbul'dan uzaklaştırılmış ve Halep Maarif Müdürlüğüne atanmış, ardından Trablusgarp'a sürülmüştür. İstanbul'a döndükten sonra Darüşşafaka'da ve İnas Darülfünun'unda matematik hocalığı yapmaya başlamış, nihayet 1919'da Darülfünun'da Sayılar Teorisi Kürsüsünün başına getirilmiştir. Yaşamının sonuna kadar devam eden bu görevinin, onun gerçek yeteneklerine uygun yegâne görev olduğu, tarihçilerin hemfikir olduğu bir kanaattir (İnönü, 1997, s. 12). Kendisi vefat ettiğinde, yerine atanacak bir sayılar teorisi hocası bulunmadığından, Darülfünun'daki Sayılar Teorisi Kürsüsü kapanmıştır.

Mehmet Nadir'in matematik alanındaki çalışmalarının hemen hemen tamamı sayılar teorisi üzerinedir. Eğitim, edebiyat, siyaset gibi birçok alanla ilgilenmiş ve yayınlar yapmış olan Nadir'in matematik alanındaki çalışmaları; *İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayınlanan makaleleri, *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı ve uluslararası dergilerde yayınlanan soru ve cevapları olmak üzere üç başlık altında sıralanabilir.

Mehmet Nadir, matematik yazıları uluslararası matematik dergilerinde yayınlanan ilk Türk matematikçisi olarak kabul edilmektedir (Fazlıoğlu, 2003), (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999). Yazılarının önemli bir kısmı, *L'Intermédiaire des Mathématiciens* adlı Fransız dergisinde yayınlanmıştır. Bunun yanında *Sphinx Œdipe* adlı Fransızca matematik dergisinde ve *Le Journal d'Orient* adlı Fransızca yayınlanan günlük gazetede de yayınlanmış yazıları olduğu bilinmektedir. Hem niceliksel hem de niteliksel olarak *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanmış olan yazıları ayrıca incelenmeye değer soru ve cevaplardan oluşmaktadır.

1. Mehmet Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* Dergisinde Yayınlanan Soru ve Cevapları

1894 yılında yayınlanmaya başlamış olan *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisi, bilinen anlamda bir araştırma dergisi değildir. Dergiyi yöneten C. A. Laisant ve E. Lemoine, derginin ilk sayısında amaçlarını; başka ülkelerde yaşayan fakat aynı konuyla uğraşan matematikçiler arasında iletişim sağlamak, dergiye gönderilen soru ya da problemlere yine başka matematikçiler tarafından gönderilen cevapları yayınlamak ve böylece aynı alanda çalışan matematikçilere aracılık sağlamak olarak açıklamışlardır (İnönü, 1997, s. 19).

Mehmet Nadir, *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yazışan matematikçiler arasındadır. İnönü (1997), Türk bilim adamlarının matematik alanındaki çağdaş gelişmelere ne zaman katkı yapmaya başladıklarını araştırması neticesinde bu yazışmaları tarayarak kitabında sunmuştur. İnönü (1997), bu çabalarını:

> … ondokuzuncu yüzyıl sonları ile yirminci yüzyıl başlarını içine alan iki özet ("abstract") dergisini "Jahrbuch der Fortschritte der Matematik" ile "Revue Semestrielle des Publications Mathématiques"i taradık. Bu dergilerden "Jahrbuch", 1868 yılına, "Revue Semestrielle" ise 1893 yılına kadar geri gidiyor. Bu taramada üç Türk matematikçisinin ismini gördük: H. Tevfik Paşa, Salih Zeki Efendi ve Mehmet Nadir (İnönü, 1997, s. 1).

açıklamarıyla aktarmaktadır. Bu özet degilerinin yanında, Chicago Üniversitesi matematik profesörlerinden Leonard Eugene Dickson'ın 1920'de yayınladığı *History of the Theory of Numbers* adlı üç ciltlik eserinde de iki yerde Nadir'in çalışmalarına atıf yapılmıştır. Yapılan atıfların tamamı, Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan soru ve cevapları hakkındadır. İnönü (1997,

s. 1), "Bu atıfları göz önüne alarak, Mehmet Nadir'in uluslararası matematik araştırmaları yazınında adı geçen ilk Türk matematikçisi olduğunu söyleyebiliriz." tespitinde bulunmaktadır.

İnönü (1997), *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinin Yale Üniversitesi Kütüphanesinde bulunan koleksiyonu incelendiğinde, Mehmet Nadir'e ait 26 soru ve 36 cevap tespit ettiğini belirtmiş ve bu soruları ve cevapları kitabında Ek 2 ve 3'te (İnönü, 1997, s. 36-90) yayınlamıştır. Biz de bu dergide yayınlanmış olan Nadir'e ait soru ve cevaplar hakkında, Fransız Milli Kütüphanesine e-posta ile başvurduk. Fransız Milli Kütüphanesinden gelen e-postada, İnönü (1997)'nün kitabında yayınladığı gibi, Mehmet Nadir ile ilgili, 26 soru ve 36 cevap olmak üzere 62 madde bulunduğu cevabı verildi. Biz burada, tekrara girmekten kaçınmak adına, soruları ve cevapları tek tek vermek yerine, genel değerlendirmelerde bulunacağız.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 1901-1914 yılları arasında yayınlanmış olan 26 sorusundan 20'si belirsiz denklemler, 4'ü sürekli kesirler ve 2'si kongrüanslar hakkındadır. Nadir, sorulardan 10 tanesini İstanbul'dan, 12'sini Halep'ten, 4'ünü de Trablusgarp'tan göndermiştir. Nadir'in sorularına en çok cevap yazan isim, gönderdiği 9 cevapla, A. Gérardin olmuştur H. Brocard, A. Cunningham, E. Miot, J. Svoboda, A. Boutin de cevap yazanlar arasındadır. Bu isimler, sayılar teorisiyle ilgilenen ve dergi vasıtasıyla yazışan bir grup matematikçidir. L.E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabında bu isimlere sık sık atıf yapmıştır.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan 26 sorusundan 22 tanesine *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques* özet dergisinde, 1 tanesine de *Jahrbuch der Fortschritte der Matematik* özet dergisinde atıf yapılmıştır. Ayrıca 1 sorusuna da L. E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabının 659. sayfasında atıf yapmaktadır.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderdiği 36 cevaptan 12 tanesi yayınlanmış, diğerleri soruyu çözen birkaç kişi olduğu için başka çözümler verilerek soruyu cevaplayanlar kısmında Nadir'in de adı yazılmıştır. Nadir'in cevap verdiği sorular; belirsiz denklemler, kongrüanslar, asal sayılar, rezidüler, özdeşlikler, kesirler ve en büyük ortak bölen hesaplanması hakkındadır.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderdiği 36 cevaptan 1 tanesine *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques* özet dergisinde ve 1 tanesine de L.E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabının 544. sayfasında atıf yapmaktadır.

1914 yılından sonra Nadir'in dergide soru veya cevabı yayınlanmamıştır. Nadir, bu durumu, Wroński (Mehmet Nadir, Hoene-Wroński, 1340/1924, s. 12-26) hakkındaki makalesinde, Dünya Savaşı'nın başlamasından dolayı dergiyi alamaması ve yazışmaları yapamamalarının sonucu olarak açıklamıştır.

Burada Nadir'in dergide yayınlanan soru ve cevaplarından örnekler incelenerek değerlendirmede bulunulacaktır.

Nadir'in 1907'de dergiye göndermiş olduğu bir soru (Laisant & Lemoine, 1907, s. 267):

3310. [I19c] Trouver une infinité de solutions en nombres entiers de l'équation indéterminée

$$[(xz+1)^2+(xu-1)^2+(yz+1)^2+(yu-1)^2-2(z-u)(x+y)-4]\times[v^2+w^2]=s^2+t^2+p^2+q^2.$$

Mehmed Nadir (Alep).

Soruda Nadir, yazdığı denklemin tam sayılı sonsuz çözümünün bulunmasını istemektedir. Soruya H. Brocard ve A. Gérardin aşağıda verilen cevapları göndermiştir (Laisant & Lemoine, 1908, s. 154):

3310. (1907, 267). — (Mehmed Nadir). — L'équation proposée se réduit simplement à

$$(x^2+y^2)(z^2+u^2)(v^2+w^2)=s^2+t^2+p^2+q^2.$$

Or, $(x^2+y^2)(z^2+u^2)$, produit de deux sommes de deux carrés, est lui-même une somme de deux carrés, A^2+B^2. A son tour, $(A^2+B^2)(v^2+w^2)$ est une somme de quatre carrés :

$$(Av)^2+(Bv)^2+(Aw)^2+(Bw)^2.$$

Ces remarques pourront sans doute amener à des solutions numériques. H. Brocard.

Autre réponse de M. Plakhowo.

La première expression entre crochets est la somme de quatre carrés. Donc, lorsque v^2+w^2 sera aussi la somme de quatre carrés, on aura une solution générale du problème par la formule d'*Euler*.

A. Gérardin.

İki çözümde de Euler'in meşhur teoremi kullanılarak kolay fakat estetik bir şekilde cevap verilmiştir. Euler'in meşhur teoremi:

$$x,y,z,w\ \in\mathbb{Z}$$

$$(x^2+y^2).(z^2+w^2)=(xz-yw)^2+(yz+xw)^2$$

Teoremin ispatı kısaca:

$$(x+iy).(x-iy).(z+iw).(z-iw)$$
$$=[(xz-yw)+(yz+xw)i].[(xz-yw)+(yz+xw)i]$$
$$=(xz-yw)^2+(yz+xw)^2$$

Gérardin, çözümünde, köşeli parantezin içinin dört kare toplamı olmasından dolayı Euler formülü yardımıyla genel çözümün yapılabileceğini belirtmekle yetinmiştir.

Brocard'ın çözümünde:

x, y, z, u, v, w keyfi seçilerek denklem daha basit bir şekilde yazılmıştır:

$$(x^2+y^2).(z^2+u^2).(v^2+w^2)=s^2+t^2+p^2+q^2$$

$A=xz-yu$ ve $B=yz+xu$ olsun.

$$s=(xz-yu).v=A.v$$

$$t=(yz+xu).v=B.v$$

$$p=(xz-yu).w=A.w$$

$$q=(yz+xu).w=B.w$$

$$(x^2+y^2).(z^2+u^2)=A^2+B^2$$

Dolayısıyla;

$(A^2+B^2)+(v^2+w^2)$ dört kare toplamı şekline girer:

$$(Av)^2+(Aw)^2+(Bv)^2+(Bw)^2$$

Brocard, buradan sayısal çözümler elde edilebileceğini belirterek çözümünü tamamlamıştır.

1907 yılında G. Russo adlı İtalyan bir matematikçi tarafından dergiye gönderilmiş olan bir soru (Laisant & Lemoine, 1907, s. 149):

3242. [I19] Je désire connaître la solution, en nombres rationnels ou entiers, de ces problèmes : 1° calculer les côtés de deux rectangles d'égal périmètre et tels que leurs aires soient dans un rapport donné q (rationnel ou entier).

Planude donne comme côtés des deux rectangles $q^3 - q$, $q - 1$, et $q^3 - q^2$, $q^2 - 1$; mais il ne dit pas comment il a été conduit à cette élégante solution.

2° Calculer les côtés de deux parallélépipèdes rectangles dont la somme des côtés a même valeur et tels que leurs volumes (ou leurs aires) soient dans un rapport donné.

G. Russo (Catanzaro, Italie).

[Traduit de l'italien. (La Réd.)]

Soru için derginin 1907 senesinin 287-288 sayfalarında G. Lemaire'ye ait ve 1908 senesinin 11-18 sayfalarında Umberto Bini'ye ait olmak üzere iki çözüm yayınlanmıştır. 1908 senesinde yayınlanan ikinci çözümün altında soruya cevap gönderenlerin isimleri listelenmiştir, bu isimler: M. Cunningham, Gérardin, Lemaire, Mehmet Nadir, Rose (Laisant & Lemoine, 1908, s. 18). İki çözüm dışında, diğer matematikçilerin sadece isimleri zikredilmiş çözümleri yayınlanmamıştır.

Nadir, Planude[1] meseleleri adıyla meşhur olduğunu ifade ettiği bu iki problem ve çözümünü Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'nda 1341 (1925) yılında Sene 3, Sayı 1'de 33-38 sayfalarında yayınlanmıştır.

Nadir'in çözümünü verdiği bu sorulardan ilkini kendi tercümesi ile verelim:

> Çevreleri, yani dört dıl'ları[2] mecmuu yekdiğerine müsâvî iki mustatîlin[3] adlâ'ını[4] bulmak matlûbdur. Şöyle ki, bu dıl'lar hep a'dâd-ı tamaya ve mustatîllerin mesaha-i sathi[5]leri beynindeki nispet, herhangi verilen yani malum olan bir (q) aded-i tamına müsâvî olacak? (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 33)

Nadir, bu ilk soru için Planudes'in çözümünü vererek başlamıştır:

Planudes, bu iki mustatîlin adlâ'ını mütenâzıran şöyle bulmuştur:

1 Nicomedia'da bir keşiş olan Maximus Planudes, 1297 yılında Venedik'te İmparator 2. Andronicus'un elçisiydi ve muhtemelen 1260 ile 1310 arasında yaşadı. Diophantos'un ilk iki kitabı üzerine *Scholia* adlı el kitabını yazmıştır. Hintlilerin keşfedip İslâm matematikçilerinin bize ulaştırdığı "dokuz ile ispat yöntemi"ni Planudes'in el kitabında görebiliriz. Planudes'in el kitabının sonunda verilen 2 problem önemlidir. Planudes sonucu doğru olarak bulmuştur ancak nasıl bulduğu çok açık değildir (Heath, 1921, s. 546-549).

2 dört kenarları

3 dikdörtgen

4 geometrik şekillerin kenarları

5 yüzölçümü

$q^2 - 1, q^3 - q^2, q - 1, q^3 - q$

Lakin bu güzel hâllin nasıl bulunduğunu söylememiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 33).

Nadir, Planudes'in problemin cevabına nasıl ulaştığını açıklamamasından dolayı kendisinin bir çözüm vereceğini ifade etmiştir. Çözümünde, dikdörtgenlerden birinin en ve boyu x ve y, diğerininkiler v ve b olmak üzere;

$\frac{xy}{vb} = q$ ve $x + y = v + b$ eşitliklerinden faydalanarak,

$$\frac{xy}{vb} = \frac{bq^2.b(q+1)}{b^2.q(q+1)} = q$$

elde eder. Fakat Planudes'in çözümüne ulaşmak için özel olarak;

$b = q - 1$ aldığında;

$$v = q(q^2 - 1)$$

$$b = q - 1$$

$$x = q^2(q - 1)$$

$$y = q^2 - 1$$

elde edilmiş olur (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 33-36).

İkinci soru, yine Nadir'in kendi tercümesi ile:

> İki mütevâzi'l-mustatîlâtın[6] adlâ'ını bulmak matlûbdur ki, bunların adlâ'ı mecmuu a'dâd-ı tama olarak yekdiğerine ve mesaha-i sathileri veyahut hacimleri beynindeki nispet verilen bir aded-i tama müsâvî olsun? (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 33)

İkinci sorunun çözümünde Nadir, iki dikdörtgenler prizmasından birinin en, boy ve yüksekliğini x, y, z diğerininkileri w, h, k ile göstermek üzere;

$$x + y + z = w + h + k$$

$$\frac{xyz}{whk} = q$$

eşitliklerini yazmış ve bunların tam sayılı çözümünü;

6 dikdörtgenler prizması

$$\frac{xyz}{whk}=\frac{10.68.70}{136.5.7}$$

olarak vermiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 36-37).

E. N. Barisen'in 1906 yılında dergiye göndermiş olduğu bir soruyu ve Nadir'in 1907'de yine aynı dergide bu soru için yayınlanmış olan çözümünü inceleyelim. Barisen'in sorusu (Laisant & Lemoine, 1906, s. 261):

> **3129. [I18c] Dans quels cas la somme des cubes de trois nombres entiers est-elle un carré, comme dans le cas suivant**
>
> $$1^3+2^3+3^3=6^2?$$
>
> **E.-N. Barisien.**

Soruda hangi hallerde üç tam sayının küplerinin toplamının $1^3+2^3+3^3=6^2$ şeklindeki gibi bir kare oluşturacağı sorulmaktadır.

Soruya Mehmet Nadir, H. Brocard, M. Plakhowo, M. Gérardin, M. Barisen cevap göndermiş, yalnızca Mehmet Nadir ve H. Brocard'ın çözümleri yayınlanmıştır (Laisant & Lemoine, 1907, s. 112-113). Nadir, çözümünü Éduard Lucas'ın "Fermat'ın son teoremi" meselesinde $x^n+y^n=z^n$ denkleminde $n=3$ haliyle uğraşırken elde etmiş olduğu bir özdeşliği (Lucas, 1877, s. 50) kullanarak yapmış ve çözümünde Lucas'ın kitabına atıfta bulunmuştur. Bu çözüm özellikle Nadir'in literatüre vukufuna örnek teşkil etmesi açısından önemlidir.

Nadir'in çözümlerinin içerisinde en önemlisi olduğunu söyleyebileceğimiz çözüm; A. Boutin[7]'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 1897'de yayınlanan sorusuna yine aynı derginin 1908 senesinde yayınlanan sayısında vermiş olduğu çözümüdür. Bu soru ve çözümü, küçük değişikliklerle, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda 1341 (1925) yılında Sene 2, Sayı 3'te 178-183 sayfalarında[8] ve *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabının 233-237 sayfaları arasında da yayınlanmıştır.

Nadir'in soru için *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanmış olan çözümü aşağıdadır (Laisant & Lemoine, 1908, s. 224):

7 1900'lü yılların başında bir grup matematikçi *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde özel tipte bazı Diophantos denklemlerinin çözümü hakkında yazışmaya başlamışlardır. A. Cunningham, E.B. Escott, A. Gérardin, H. J. Woodall, A. Boutin, H. Brocard, J. Rose, E. Biot ve Mehmet Nadir bu grupta yazışan matematikçilerdir. Bunların pek çoğu meşhur matematikçiler olmasa da sayılar teorisiyle ilgilenmiş ve bazı katkılar yapmışlardır. L. E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabının önsözünde (Preface, Vol. 1, Nov. 1918), "kitabın ilk nüshalarını okuduktan sonra yaptıkları çeşitli uyarılarla, metinde birçok düzeltme sağladıkları için, aşağıdaki sayılar teorisi uzmanlarına minnettarım" diyerek, A. Cunningham, E. B. Escott, A. Gérardin, H.J. Woodall isimlerini saymaktadır (İnönü, 1997, s. 20).

8 Bu makaleyi Erdal İnönü kitabında "Sayılar Teorisi Hakkında" başlığı altında günümüz Türkçesi ile sadeleştirerek vermiştir (İnönü, 1997, s. 97-103).

973. (1897, 6; 1906, 162) (A. Boutin). — *Congruence* (1908, 103). — Voici quelques solutions, quelle que soit l'entrée n, pour la congruence proposée :

$$7^{26n+4} + \overline{13}^{13n+2} + \overline{17}^{26n+12} + \overline{23}^{6n+2} \equiv 0 \quad (\text{mod } 53),$$
$$2^{6n+3} + 5^{3n+1} + \overline{11}^{30n+2} + \overline{13}^{30n+19} \equiv 0 \quad (\text{mod } 31),$$
$$2^{9n+4} + 7^{24n+6} + 19^{36n+5} + 43^{24n+12} \equiv 0 \quad (\text{mod } 73),$$
$$2^{36n+10} + 3^{27n+8} + 5^{27n+6} + 7^{27n+1} \equiv 0 \quad (\text{mod } 109),$$

et ainsi de suite.

Ces congruences ne peuvent se partager en deux autres.

Mehmed-Nadir (Alep).

L'Intermédiaire des Mathématiciens dergisinde genellikle fazla teferruata girilmeden kısaca soru ve cevaplar yayınlanmaktadır. Nadir de gönderdiği cevapta, çözüme nasıl ulaştığına dair açıklama yapmadan, kongrüansı sağlayan 4 örnek çözümü listelemekle yetinmiştir. Bu çözümlere nasıl ulaştığını *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayınlanmış olan bu makalesinden anlayabiliyoruz. Çözümü nasıl yaptığını daha iyi ortaya koyabilmek için *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayınlanmış olan "Nazariyye-i A'dâda Dair" makalesini ayrıntılı olarak inceleyeceğiz.

Nadir, makaleye A. Boutin'in sorusunun ve bu soruya kendisinin verdiği cevabın yayınlanmış olduğu *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisini tanıtarak başlamıştır:

> *(L'Intermédiaire des Mathématiciens – vasıta-i riyaziyyun)* namında mâhi bir risale (1892) senesinden beri neşredilmektedir. Bu risale sualli, cevaplıdır. Dünya'nın her tarafına yayılan bu risaleye – her medeni memleketin riyaziyunu tarafından – sualler gönderilir; cevapları da muahharren çıkacak numaralarda, bazen çabuk bazen de seneler geçtikten sonra, mütehassısları tarafından verilir (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 178).

Burada Nadir, kısaca dergi hakkında tanıtıcı bilgiler vermektedir. Ayrıca ifadelerinden kendisini "her medeni memleketin riyaziyunu" arasında gördüğünü, üstelik de kendisini "haklı olarak" bu dergiye soru ve cevap gönderen "mütehassıslar" içinde konumlandırdığını rahatlıkla anlayabiliyoruz. Bu dergide, yaşadığı dönemde sayılar teorisi ile uğraşan pek çok ismin soru ve cevapları da yer almaktadır. Nadir'in kendi yaşadığı topraklarda kendisinden başka sayılar teorisiyle uğraşan hemen hemen hiç kimse olmamasına rağmen, Batı ile aynı anda aynı meselelerle uğraşabiliyor olması dikkate değerdir. Üstelik Nadir, Batı matematikçilerine alana ait sorular yöneltebilecek ve sorulan sorulara cevap gönderebilecek düzeyde bir katılım sağlamaktadır.

Nadir, giriş paragrafının ardından, bu dergiye yaptığı katkıları kendisi şöyle ifade etmiştir:

> Benim de bu risalede pek çok âsârım vardır. Hatta (1907) senesinden Harb-i Umumî başlangıcına kadar intişar eden yedi senelik nüshalarının hemen hemen hepsinde, müteaddit meselelerim mevcuttur (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 178).

Bu ilgi çekici girişin ardından, okuyucuyu daha da meraklandırmayı başaran üslubuyla bu soruyla nasıl karşılaştığını ve çözdüğünü anlatarak devam etmiştir:

> 1908 senesinde idi; bir gün bu risalenin birinci numarasından başlayarak (nazariyye-i a'dâd)a dair tesadüf ettiğim meselelere, sırasıyla işaret etmekte idim. Maksadım bu mesaili hallederek bir koleksiyon vücuda getirmek idi.
>
> (1897) senesine ait bu risalenin birinci numarasında bir meseleye tesadüf ettim ki, serapa meçhulata bürünmüş olduğundan halliyle uğraşmayı abes görerek, bunu işaret etmekten vaz geçtim; çünkü hallinden ümitvar değildim.
>
> Bundan sonra, risalenin her numarasını -sırasıyla- yine karıştırmaya devam ettim. (1906) senesindeki numaraların birinde yine o ma'hûd serapa meçhulat içindeki meselenin - mükerrer olarak - tab'ını görünce işe ehemmiyet verdim: meselenin halliyle uğraşmaya başladım.
>
> Yukarıda beyan etmiş olduğum gibi, bu mesele ile iştigalim (1908) senesinde idi. İşte o senenin neşredilen onuncu nüshasında meselenin halli (Mehmet Nadir) imzası altında görüldü.
>
> İşte tam on iki sene, cihanın her tarafına yayılıp kimsenin halline muvaffak olamadığı bu meseleyi fakir halletmiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 178).

Nadir, on iki sene içinde iki kez dergide yayınlanmış olmasına rağmen çözülemeyen bu problemi çözmüş olmanın haklı gururunu ifade etmektedir.

Bu girişten sonra Nadir, soru ve çözümüne geçmiştir. Soruda her birinin üssü farklı dört terimli bir kongrüansın çözümleri istenmektedir. Nadir'in Fransızca olarak verdiği A. Boutin'in sorusunu, kendi kitabında vermiş olduğu tercümesi ile ele alalım:

Mesele: Müspet n aded-i tamı müstakil olmak, yani istenilen aded-i tamı irae etmek şartıyla âtîdeki müteâdilin hâlli ve buna dair misaller ibraz edilmesi mümkün müdür? (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 179)

$$a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} + c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \; (muaddil\; p)$$

Bu denklem günümüzde bile gören her matematikçiyi heyecanlandırabilecek niteliktedir ve çözümünün yapılması modern sayılar teorisinde bile uğraşılabilecek düzeydedir. Nadir, kongrüansın çözülebilir olduğunu özel bir sayısal çözüm yaparak göstermektedir. Soruda çok fazla değişken olmasının yanında kongrüansın iki parçaya ayrılmadan çözülmesinin istenmesi soruyu daha da karmaşık hale getirmiştir. Nadir, Fermat'ın $n^{p-1} \equiv 1 \quad (mod\ p)$ teoremini kullanarak soruya çok zarif ve basit bir çözüm getirmiştir. Sorunun çözümünü sadeleştirerek ve kısaltarak verelim:

$$a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} + c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0\ (mod\ p)$$

ifadesinde a, b, c, d, p asal sayılar ve p en büyükleri olmak üzere α sayıları pozitif ve sıfır değil, β herhangi tamsayı olmak üzere; $a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} \equiv 0$ ve $c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0\ (mod\ p)$ şeklinde iki parçaya bölünmemesi şartı ile kongrüansı sağlayan çözümler aranıyor.

$p = 41$ ve $a = 2$ olsun.

$$2^{\alpha n+\beta} = (2^{\alpha n}.\, 2^{\beta})$$

$$(2^{\alpha} \equiv 1)^n\ (mod\ 41)$$

b, c, d sayıları için $3, 7, 11$ alalım:

$$2^{\alpha n+\beta} + 3^{\alpha' n+\beta'} + 7^{\alpha'' n+\beta''} + 11^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0\ (mod\ 41)$$

$$(2^{\alpha})^n.\, 2^{\beta} + (3^{\alpha'})^n.\, 3^{\beta'} + (7^{\alpha''})^n.\, 7^{\beta''} + (11^{\alpha'''})^n.\, 11^{\beta'''} \equiv 0\ (mod\ 41)$$

Burada n bağımsız olduğu için $2^{\alpha}, 3^{\alpha'}, 7^{\alpha''}, 11^{\alpha'''}$ kuvvetlerinde, bunları $mod\ 41$'e göre 1'e eşit yapacak olan $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ değerlerini belirleyelim:

$$(2^{20})^n \equiv 1 \quad (mod\ 41)$$

$$(3^{8})^n \equiv 1 \quad (mod\ 41)$$

$$(7^{40})^n \equiv 1 \quad (mod\ 41)$$

$$(11^{40})^n \equiv 1 \quad (mod\ 41)$$

$$\alpha = 20, \qquad \alpha' = 8, \qquad \alpha'' = 40, \qquad \alpha''' = 40$$

Şimdi hesaplanması gereken sadece $2^{\beta}, 3^{\beta'}, 7^{\beta''}, 11^{\beta'''}$ kaldı.

$$2^{\beta} \equiv 2^{19} \equiv 21\ (mod\ 41)$$

$$3^{\beta'} \equiv 3^2 \equiv 9\ (mod\ 41)$$

$$7^{\beta''} \equiv 7^2 \equiv 8\ (mod\ 41)$$

$$11^{\beta'''} \equiv 11^5 \equiv 3\ (mod\ 41)$$

$$21 + 9 + 8 + 3 = 41$$

$$2^{20n+19} + 3^{8n+2} + 7^{40n+2} + 11^{40n+5} \equiv 0\ (mod\ 41)$$

Çözüme bakıldığında, Nadir'in kafasında, adeta bilgisayarlar gibi, sayılarla hızlıca oynayabiliyor olduğu hissedilmektedir ve bu zor probleme yapmış olduğu çözümden anlaşılıyor ki büyük bir zekâya şahitlik etmekteyiz. Nadir, burada sadece Fermat teoremi ve basit bazı modüler aritmetik kurallarından faydalanarak 10 yıldan fazla zamandır çözümsüz kalan bu probleme zarif bir çözüm sağlamıştır.

Nadir'in metodunu daha açık hale getirmek üzere, kongrüansı sağlayan farklı çözümler tarafımızdan yapılarak aşağıda verilmiştir:

$$a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} + c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0\ (mod\ p)$$

a, b, c, d, p en büyükleri p olmak üzere birbirinden farklı asal sayılar, $\alpha_i \in \mathbb{Z}^+$, $\beta \in \mathbb{Z}$ olmak üzere ve kongrüans $a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} \equiv 0$ ve $c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0\ (mod\ p)$ şeklinde ikiye bölünmemek şartıyla yukarıdaki kongrüansın herhangi n tamsayısı için çözümleri istenmektedir.

Fermat teoreminden:

$$n^{p-1} \equiv 1 \quad (mod\ p)$$

olduğu biliniyor. Öyle ise;

$$n, n^2, n^3, \ldots, n^{p-1}$$

kuvvetleri p asal sayısına bölünürse en az birinde mutlaka kalan $+1$'e eşit olur.

$$1 \leq m \leq p - 1$$

olacak şekilde en küçük m değerini bulalım ki

$$n^m \equiv 1 \quad (mod\ p)$$

olsun[9]. Böyle bir m değeri muhakkak $p-1$'i böler.

$m \mid p - 1$

Zira bölmezse;

9 Aslında burada n'nin p modülüne göre eksponenti aranmaktadır. m bir pozitif tamsayı, $a \in \mathbb{Z}$ ve $(a, m) = 1$ olsun. $a^\gamma \equiv 1 (modm)$ koşulunu gerçekleyen en küçük pozitif γ tamsayısına a'nın m modülüne göre eksponenti (mertebesi) adı verilir ve $eks_m a = \gamma$ seklinde gösterilir. Bu koşulu gerçekleyen γ'lar vardır. Çünkü $\gamma = \varphi(m)$ için Euler teoremine göre $a^{\varphi(m)} \equiv 1$'dir (Erdoğan & Yılmaz, 2008, s. 52).

$$0 < r < m \leq p - 1$$

olmak üzere;

$$p - 1 = mk + r$$

olur (Euclid algoritması) ve k bu özelliğe sahip en küçük sayı olmak üzere;

$$1 \equiv n^{p-1} \equiv n^{mk+r} \equiv \underbrace{(n^m)}_{\equiv 1}{}^{k}.n^r \equiv n^r \qquad (1 < r < k)$$

Dolayısıyla $n^m \equiv 1 \pmod p$ denkleminde m'yi bulurken vakitten tasarruf ve kolaylık için $(p-1)$'in bölenlerine bakılır.

Özetle, n, p'yi bölmeyen herhangi bir tam sayı olmak üzere, 1'den başlanarak $(p-1)$'e kadar kuvvetleri alındığında, $(p-1)$'in bölenlerinden biri üs olmak üzere, mutlaka 1'e eşit kalan verir.

Bunun için sayısal bir örnek verelim:

Örnek: Mod olan $p = 41$ ve a, b, c, d asalları da sırasıyla $2, 3, 5, 7$ olsun.[10] Bu durumda denklem:

$$2^{\alpha n+\beta} + 3^{\alpha' n+\beta'} + 5^{\alpha'' n+\beta''} + 7^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

$$(2^{\alpha})^n.2^{\beta} + (3^{\alpha'})^n.3^{\beta'} + (5^{\alpha''})^n.5^{\beta''} + (7^{\alpha'''})^n.7^{\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

olacaktır. n keyfi olduğu için $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ değerlerinin $2^{\alpha} \equiv 3^{\alpha'} \equiv 5^{\alpha''} \equiv 7^{\alpha'''} \equiv 1 \pmod{41}$ olacak şekilde seçilmesi zorunludur. Böyle seçildiğinde denklem

$$2^{\beta} + 3^{\beta'} + 5^{\beta''} + 7^{\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

haline gelir.

Kolaylık sağlaması için mod olan 41'in katlarını yazalım:

$$41, 82, 123, 164, 205, 246, 287, 328, \ldots$$

10 Burada a, b, c, d asalları p modülünü geçmeyecek şekilde istenildiği gibi seçilebilir. p modülü de istenildiği gibi seçilmekle beraber Nadir genelde p modülünü $(31, 41, 53, 73, 109)$ seçerken, $(p-1)$'in $(30, 40, 52, 72, 108)$ çok çarpanı olmasına dikkat etmiş görünüyor.

2^{α}'yı bulmak için 2'nin kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$2^1 \equiv 2 \pmod{41}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{41}$$

$$2^3 \equiv 8 \pmod{41}$$

$$2^4 \equiv 16 \pmod{41}$$

$$2^5 \equiv 32 \pmod{41}$$

$$2^6 \equiv 23 \pmod{41}$$

$$2^7 \equiv 5 \pmod{41}$$

$$2^8 \equiv 10 \pmod{41}$$

$$2^9 \equiv 20 \pmod{41}$$

$$2^{10} \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41}$$

$$2^{20} \equiv 1 \pmod{41}$$

2^{20}, $(mod\ 41)$'e göre 1 kalanını vermektedir. Burdan:

$$(2^{20})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur. Bu defa $3^{\alpha'}$'yı bulmak için 3'ün kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$3^1 \equiv 3 \pmod{41}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{41}$$

$$3^3 \equiv 27 \pmod{41}$$

$$3^4 \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41}$$

$$3^8 \equiv 1 \pmod{41}$$

Buradan:

$$(3^8)^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur. $5^{\alpha''}$'yı bulmak için 5'in kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$5^1 \equiv 5 \pmod{41}$$

$$5^2 \equiv 25 \pmod{41}$$

$$5^3 \equiv 2 \pmod{41}$$

$$5^4 \equiv 10 \pmod{41}$$

$$5^5 \equiv 9 \pmod{41}$$

$$5^6 \equiv 4 \pmod{41}$$

$$5^7 \equiv 20 \pmod{41}$$

$$5^8 \equiv 18 \pmod{41}$$

$$5^9 \equiv 8 \pmod{41}$$

$$5^{10} \equiv -1 \pmod{41}$$

$$5^{20} \equiv 1 \pmod{41}$$

Buradan:

$$(5^{20})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur. Son olarak, $7^{\alpha'''}$'yı bulmak için 7'nin kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$7^1 \equiv 7 \pmod{41}$$

$$7^2 \equiv 8 \pmod{41}$$

$$7^3 \equiv 15 \pmod{41}$$

$$7^4 \equiv 23 \pmod{41}$$

$$7^5 \equiv 38 \pmod{41}$$

$$7^6 \equiv 20 \pmod{41}$$

$$7^7 \equiv 17 \pmod{41}$$

$$7^8 \equiv 37 \pmod{41}$$

$$7^9 \equiv 13 \pmod{41}$$

$$7^{10} \equiv 9 \pmod{41}$$

$$7^{11} \equiv 22 \pmod{41}$$

$$7^{12} \equiv 31 \pmod{41}$$

$$7^{13} \equiv 12 \pmod{41}$$

$$7^{14} \equiv 2 \pmod{41}$$

$$7^{15} \equiv 14 \pmod{41}$$

$$7^{16} \equiv 16 \pmod{41}$$

$$7^{17} \equiv 30 \pmod{41}$$

$$7^{18} \equiv 5 \pmod{41}$$

$$7^{19} \equiv 35 \pmod{41}$$

$$7^{20} \equiv -1 \pmod{41}$$

$$7^{40} \equiv 1 \pmod{41}$$

Buradan:

$$(7^{40})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur.

Geriye sadece hesaplanması gereken $2^{\beta} + 3^{\beta'} + 5^{\beta''} + 7^{\beta'''} \equiv 0$ olacak şekilde $2^{\beta}, 3^{\beta'}, 5^{\beta''}, 7^{\beta'''}$ değerleri kaldı kaldı.

$$2^{\beta} \equiv 2^1 \equiv 2 \pmod{41}$$

$$3^{\beta'} \equiv 3^2 \equiv 9 \pmod{41}$$

$$5^{\beta''} \equiv 5^2 \equiv 25 \pmod{41}$$

$$7^{\beta'''} \equiv 7^{18} \equiv 5 \pmod{41}$$

$$2 + 9 + 25 + 5 = 41 \equiv 0 \pmod{41}$$

Bulunan tüm değerleri kongrüansta yerine yazdığımızda:

$$2^{20n+1} + 3^{8n+2} + 5^{20n+2} + 7^{40n+18} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$$

çözümü elde edilmiş olur.[11] Bundan başka çözümler de bulunabilir. Farklı çözümlerden bazıları şunlardır:

$$2^{20n+2} + 3^{8n+4} + 5^{20n+9} + 7^{40n+17} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$$

$$2^{20n+3} + 3^{8n+3} + 5^{20n+5} + 7^{40n+5} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$$

Bu şekilde denklemi sağlayan birçok farklı çözüm bulunabilir. Biz burada denkleme Nadir'in yapmış olduğu çözüm yöntemini incelediğimiz için denklemin farklı bir usulle çözülmesi meselesini sayılar teorisi alanında çalışan matematikçilere bırakıp bununla yetinelim.

2. Sonuç

Nadir'in matematik alanındaki çalışmalarının tamamı sayılar teorisi hakkındadır. *İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayınlanan makaleleri, *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı ve *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan soru ve cevapları sayılar teorisi alanında yapmış olduğu başlıca yayınlardır.

Nadir'in 1901-1914 yılları arasında *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 26 soru ve 36 cevabı yayınlanmıştır. Bu soru ve çözümlerin büyük bir kısmı günümüzde modern sayılar teorisi alanında çalışan matematikçileri bile cezbedebilecek düzeydedir. *Jahrbuch der Fortschritte der Matematik* ile *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques* özet yıllıklarında ve L.E. Dickson'ın *History of the Theory of Numbers* adlı kitabında bu soru ve çözümlerine atıflar yapılmış ve Nadir uluslararası matematik araştırmaları yazınında adı geçen ilk Türk matematikçisi olmuştur.

Nadir'in, A. Boutin'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderdiği ve 11 yıl boyunca çözümsüz kalan bir sorusuna vermiş olduğu çözüm, sayılar teorisi alanına yaptığı orijinal katkılardan biridir. Uluslararası bir dergide bu kadar uzun süre yanıtsız kalan bir sorunun zorluğu ve önemi aşikârdır. Nadir'in çözümü ise çok zarif olup, onun alana hâkimiyetinin bir ispatı niteliğindedir.

Nadir'in dergide yayınlanmış soru ve cevaplarından seçerek incelediğimiz örnekler, Nadir'in kendisiyle aynı dönemde yaşamış olan matematikçilerin alandaki çalışmalarından haberdar, literatüre hâkim, birbiriyle etkileşim içinde olan çoğunlukla Avrupalı matematikçilerden oluşan bir matematik topluluğunda oldukça etkin bir matematikçi olduğunu göstermeye yeterlidir.

11 Aslında burada Nadir'in atlamış olduğu bir nokta var. $2^{\alpha} \equiv 3^{\alpha'} \equiv 5^{\alpha''} \equiv 7^{\alpha'''} \equiv -1 \ \ (mod\ 41)$ alındığında sonuca daha erken ulaşılabilmektedir. Bu durumda $2^{10n+1} + 3^{4n+2} + 5^{10n+2} + 7^{20n+18} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$ da bir çözüm olur.

Kaynakça

Erdoğan, M., & Yılmaz, G. (2008). *Soyut Cebir ve Sayılar Teorisi.* İstanbul: Beykent Üniversitesi Yayınları.

Fazlıoğlu, İ. (2003). "Mehmed Nâdir". *TDV İslam Ansiklopedisi* (Cilt 28, s. 499-500). içinde

Heath, T. L. (1921). *A History of Greek Mathematics* (Cilt 2). Oxford: Oxford University Press.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., & İzgi, C. (1999). *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi* (Cilt 2). İstanbul.

İnönü, E. (1997). *Mehmet Nadir: Bir Bilim ve Eğitim Öncüsü.* Ankara: TÜBİTAK Yayınları.

Laisant, C., & Lemoine, E. (1906). *L'Intermédiaire des Mathématiciens*(13).

Laisant, C., & Lemoine, E. (1907). *L'Intermédiaire des Mathématiciens*(14).

Laisant, C., & Lemoine, E. (1908). *L'Intermédiaire des Mathématiciens*(15).

Lucas, É. (1877). *Recherches sur Plusieurs Ouvrages de Léonard de Pise et sur Diverses Questions d'Arithmétique Supérieure.* Rome.

Mehmet Nadir. (1340/1924). Hoene-Wroński. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 2*(Sayı 1), 12.

Mehmet Nadir. (1341/1925a). Nazariyye-i A'dâda Dair. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 2*(Sayı 3), 178.

Mehmet Nadir. (1341/1925b). Planude'ün İki Mesele-i Meşhuresi. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 3*(Sayı 1), 38.