



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



# Denge kontrol sisteminin LQR ile gerçek zamanlı durum geri beslemeli kontrolü

## *Real time full state feedback control of a seesaw system based on LQR*

Yazar(lar) (Author(s)): Selçuk KIZIR

ORCID : 0000-0002-0582-5904

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article):** Kizir S., “Denge kontrol sisteminin LQR ile gerçek zamanlı durum geri beslemeli kontrolü”, *Politeknik Dergisi*, 22(4): 1023-1030, (2019).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.461723

# Denge Kontrol Sisteminin LQR ile Gerçek Zamanlı Durum Geri Beslemeli Kontrolü

*Araştırma Makalesi / Research Article*

**Selçuk KIZIR\***

Mekatronik Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Kocaeli Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 02.10.2016 ; Kabul/Accepted : 26.08.2017)

## ÖZ

Bu çalışmada tahterevalli sistemi olarak da bilinen eksik tahrikli bir denge kontrol düzeneğinin doğrusal karesel regülatör (LQR) yöntemine dayanan durum geri besleme yöntemi ile kontrolüne yönelik deneysel sonuçlar sunulmuştur. Sistem ağırlık merkezinden sabitlenmiş ve serbestçe dönebilen iki koldan oluşmaktadır. İki kol arasında doğrusal bir ray ve ray üzerinde hareket edebilen bir araba ile denge kontrolü sağlanmaktadır. Önerilen sistem doğrusal olmayan ve kararsız bir yapı ihtiva ettiği için kontrol sistemleri dersleri ve laboratuvarlarında doğrusal olmayan sistemlerin analizinde eğitsel amaçlı olarak kullanılmaktadır. Sistemin matematiksel modeli verilmiş ve tam durum geri besleme yöntemi, Bryson kuralı ve doğrusal karesel regülatör ile gerçek zamanlı sistem üzerinde denge kontrolü başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan denetleyici ARM (Advanced RISC Machine) tabanlı bir geliştirme kiti üzerinde hızlı kontrol prototipleme yöntemi ile uygulanmıştır. Sisteme çeşitli bozucu etkiler uygulanmış ve denetleyicinin bu etkilerin üstesinden gelebildiği gözlemlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Denge kontrol sistemi, durum geri-besleme, gerçek zamanlı kontrol, bryson kuralı, doğrusal karesel regülatör.

# Real Time Full State Feedback Control of a Seesaw System Based on LQR

## ABSTRACT

In this study, experimental results for the control of the seesaw system which is an under-actuated system by the state feedback method using linear quadratic regulator (LQR) are presented. The system consists of two arms that are fixed from the center of gravity and turn freely. Balance control is provided by a linear rail between the two arms and a cart that can move on the rail. Since the proposed system contains a nonlinear and unstable structure, it is used for the educational purposes in the analysis of nonlinear systems in the control systems courses and laboratories. The mathematical model of the system is given and the balance control on the real-time system has been successfully accomplished by the full state feedback method using Bryson's rule and linear quadratic regulator. The designed controller is implemented by a rapid control prototyping method on an ARM (Advanced RISC Machine) based development kit. External disturbances were applied to the system in order to test the performance of the controller and it was observed that it was able to control the system under disturbances.

**Keywords:** Seesaw mechanism, state feedback, real time control, bryson's rule, linear quadratic regulator.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Kontrol laboratuvarlarında sıklıkla kullanılan deney düzenekleri arasında yer alan ve eğitsel ve araştırma amaçlı kullanılan eksik tahrikli sistemlerden biri de denge kontrol sistemidir (DKS). Sistem tek girişli çok çıkışlı bir sistem olmakla birlikte doğrusal olmayan karakteristiği ve kararsız yapısı ile temel bir kontrol problemi olarak karşımıza çıkmaktadır [1-3].

Literatür incelendiğinde son 15-20 yıldır DKS ile ilgili araştırma ve eğitim amaçlı çalışmalara rastlanabilir. Lin vd. [1] eksik tahrikli denge kontrol sisteminin kontrolünün zor olduğunu vurguladıkları çalışmalarında elektrikli servo aktüatörler tarafından tahrik edilen ve aynı zamanda dengeleme metodolojisini geliştiren yenilikçi bir arabalı tahterevalli sistemi geliştirmeyi amaçlamışlardır. Bu kapsamda, genetik algoritma (GA)

ile PID kontrol parametrelerinin optimizasyonu ve daha sonra doğrusal olmayan modeli dengelemek için GA ayarlama yaklaşımıyla uyarlanabilir nöro-bulanık çıkarım sistemine (ANFIS) dayanan akıllı bulanık mantık denetleyicisi tasarlamışlardır. Sonuçlar, önerilen yeni araba tahterevalli sisteminin uygulanmasının, izleme ve dengeleme işleminde önceki pnömatik araba tahterevalli sisteminden daha iyi işlev gösterdiğini göstermektedir. Wu [4] çok değişkenli sistemlerin yarı-zamanlı optimal PID denetim problemini ele almış ve DKS üzerinden önerilen yöntemin performansı doğrulamıştır. Chung ve diğerleri [5], DKS'nin bulanık mantık+LQR tabanlı öğrenen bir hibrit denetim yapısına ait benzetim sonuçlarını vermişlerdir. Kararsız ve doğrusal olmayan DKS sistemi için önerdikleri yöntemin güçlü bir yöntem olduğunu ve sistem modelinin tam olarak bilinmesine gerek olmadığını vurgulamışlardır. Tsai ve arkadaşları [6], denge kontrol sisteminin yapay sinir ağları tabanlı kayma kipli kontrolüne yönelik

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)  
e-posta : selcuk.kizir@kocaeli.edu.tr

deneysel sonuçlar sunmuşlardır. Önerdikleri denetim yapısını hiyerarşik bulanık mantık denetim yapısı ile karşılaştırmışlardır ve daha hızlı ve öğrenen bir denetim sistemi elde ettiklerini vurgulamışlardır. Lin ve diğerleri [7], pnömatik eyleyicili yeni bir DKS yapısı önermiş ve durum geri besleme yöntemi ile kontrol etmişlerdir.

DKS sistemi eğitim amacıyla da kullanılmaktadır [2, 8]. DKS sistemi kullanılarak yeni kontrol problemleri ya da laboratuvar ekipmanları geliştirebilmektedir. Lin ve arkadaşları [8] ters sarkaç ve DKS sistemini entegre ederek DKS üzerindeki ters sarkacın diklenme ve denge kontrolü üzerinde çalışmışlardır. Modelden bağımsız bulanık mantık tabanlı bir denetim yapısı sunmuşlardır.

Bu çalışmada üniversitemizde okutulmakta olan lisans ve lisansüstü kontrol derslerine yönelik düşük maliyetli bir DKS sisteminin geliştirilmesi, modellenmesi ve gerçek zamanlı hızlı kontrol prototipleme yöntemine göre durum geri beslemeli kontrolü ele alınmaktadır. Lagrange tabanlı DKS'nin modellenmesi 2. bölümde detaylarıyla verilmiş, 3. bölümde Bryson kuralı ve doğrusal karesel regülatör tabanlı tam durum geri besleme yöntemi kullanılarak gerçek zamanlı denetim yapısı verilmiş, deney düzeneği ve uygulama modelleri verilmiş, 4. bölümde ise çeşitli bozucu etkiler altında elde edilen benzetim ve deneysel sonuçlar sunulmuştur.

## 2. SİSTEMİN MATEMATİKSEL MODELİ (MATHEMATICAL MODEL OF THE SYSTEM)

Dinamik bir sistemin hareket denklemlerini türetmek için, Newton kanunları, D'Alembert's prensibi, Euler-Lagrange denklemleri ve Hamilton's prensibi gibi farklı yöntemler kullanılabilir. Sonuç olarak, hepsi eşdeğer denklem kümeleri sağlar, ancak matematiksel tanımlamaları, hesaplamaya uygun olmaları ve temel mekanik problemle ilgili fikir verme yeteneklerine göre farklılık gösterir. Newton yasaları nesnelerin hareketlerini tanımlamak için yaygın olarak kullanılmaktadır. Newton yasalarını kullanabilmek için tüm yönlerdeki ivmeleri yani ikinci dereceden türevleri hesaplamak gerekirken enerji tabanlı yöntemlerde değişkenlerin birinci dereceden türevlerini yani yalnızca hızlarını hesaplamak yeterli olmaktadır. Dolayısı ile enerji tabanlı yöntemleri kullanmanın kompleks sistemler için daha kolay çözümler sunduğu söylenebilir. DKS'nin matematiksel modelinin çıkartılmasında enerji tabanlı Lagrange yaklaşımı kullanılmıştır. Lagrangian mekaniği, İtalyan-Fransız matematikçi ve gökbilimci Joseph-Louis Lagrange tarafından klasik mekaniğin yeniden yapılandırılması ile 1788'de tanıtılmış bir yöntemdir. Buna göre öncelikle konum ve hız denklemlerinin yazılarak sistemin toplam kinetik ve potansiyel enerjilerinin hesaplanması gerekmektedir. Sistemin geliştirilmesinde ve modellenmesinde [2] nolu çalışmadan yola çıkılmıştır.

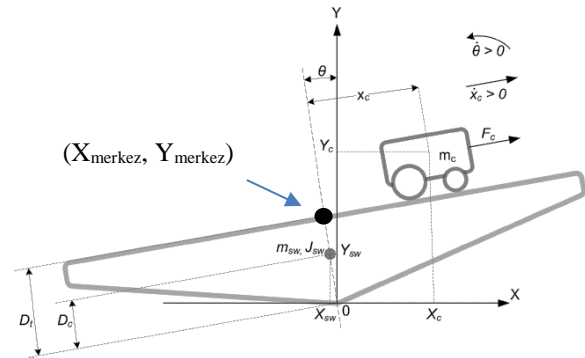
Denge kontrol sisteminin hareket denklemlerinin bulunması için Denklem (1)'de verilen Lagrange yöntemi kullanılmıştır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Burada,  $q_i$  sistem genelleştirilmiş koordinatı,  $\dot{q}_i$  genelleştirilmiş koordinatın zamana göre birinci türevi,  $\tau_i$  i. değişkene hareket vermek için sistemin i. değişkenine uygulanan genelleştirilmiş tork ve  $L$  Lagrangian terimini ifade etmektedir. Lagrangian eşitliğinden,

$$L = \sum KE - \sum PE \quad (2)$$

Sistemin, araba konumu ( $x_c$ ) ve tahterevallinin referans düzleme göre açılma konumu ( $\theta$ ) olmak üzere toplam iki çıkış değişkeni vardır. Şekil 1'deki serbest cisim diyagramından görüldüğü üzere  $x_c$ 'nin pozitif yönü sağa,  $\theta$ 'nın pozitif yönü ise saat yönünün tersine doğrudur. Çizelge 1'de DKS'ne ait sistem parametreleri verilmiştir. Burada,  $m_{sw}$  iki kollu denge mekanizmasının kütle,  $m_c$  hareketli aracın kütlesi,  $D_c$  ağırlık merkezinin pivot noktasına olan uzaklığı,  $D_t$  aracın hareket ettiği düzlemin pivot noktasına olan uzaklığı,  $J_{sw}$  ve  $J_m$  denge mekanizması ve arabanın ataletini,  $B_{eq}$  ve  $B_{sw}$  denge mekanizması ve arabanın sürtünme katsayısını ve  $g$  yer çekimi ivmesini temsil etmektedir.



Şekil 1. DKS serbest cisim diyagramı [2] (Free body diagram of the seesaw mechanism)

Çizelge 1. Sistem parametreleri (System parameters)

$m_{sw} = 5 \text{ kg}$	$J_{sw} = 0.395 \text{ Nms}^2$	$B_{eq} = 4.3 \text{ Ns/m}$
$m_c = 0.66 \text{ kg}$	$J_m = 0$	$B_{sw} = 0$
$D_c = 0.075 \text{ m}$	$D_t = 0.16 \text{ m}$	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

DKS'nin koordinat sistemi üzerindeki konumu uzunluk ve açı cinsinden ifade edilir. Salıncak sisteminin yatay ve dikey eksenlerdeki konumu Denklem (3)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} X_{sw} &= -D_c \sin \theta \\ Y_{sw} &= D_c \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

Arabanın konumu, sistemin merkezine göre referans alınarak belirlenmektedir. DKS merkez konum denklemleri Denklem (4)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} X_{merkez} &= -D_t \sin \theta \\ Y_{merkez} &= D_t \cos \theta \end{aligned} \quad (4)$$

Araba konum denklemleri, sistemin merkez konumuna bağlı olarak Denklem (5)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} X_c &= -D_t \sin \theta + x_c \cos \theta \\ Y_c &= D_t \cos \theta + x_c \sin \theta \end{aligned} \quad (5)$$

Arabanın hız denklemleri konum denklemlerinin türevi alınarak Denklem (6)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{X}_c &= -D_t \dot{\theta} \cos \theta + \dot{x}_c \cos \theta - x_c \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{Y}_c &= -D_t \dot{\theta} \sin \theta + \dot{x}_c \sin \theta + x_c \dot{\theta} \cos \theta\end{aligned}\quad (6)$$

Sistemdeki toplam kinetik enerjiyi arabanın ve denge kolunun kinetik enerjileri oluşturur. Denge kolunun hareketinden dolayı sadece dönme kinetik enerjisi vardır. Arabanın yatay ekseninde lineer hareket etmesinden dolayı ve dönmeye dolayısıyla oluşan kinetik enerjisi vardır. Denge kolunun ve arabanın kinetik enerjileri:

$$\begin{aligned}K_{sw} &= \frac{1}{2} J_{sw} \dot{\theta}^2 \\ K_c &= \frac{1}{2} \frac{J_m K_g^2 x_c^2}{r_m^2} + \frac{1}{2} m_c [D_t^2 \dot{\theta}^2 - 2D_t \dot{\theta} \dot{x}_c + \dot{x}_c^2 + x_c^2 \dot{\theta}^2]\end{aligned}\quad (7)$$

Denge kolunun ve arabanın potansiyel enerjisi:

$$\begin{aligned}P_{sw} &= m_{sw} g D_c \cos \theta \\ P_c &= m_c g (D_t \cos \theta + x_c \sin \theta)\end{aligned}\quad (8)$$

elde edilir. Sistemin genelleştirilmiş koordinatı (mafsal değişkenleri) ve genelleştirilmiş tork vektörü ise; DKS genelleştirilmiş koordinatı:  $q = [x_c \ \theta]$  ve DKS genelleştirilmiş tork vektörü:  $\tau = [\tau_1 \ 0]$ 'dir.

Belirlenen her bir sistem değişkeni için Denklem (2) eşitliği uygulanır. Her bir değişken için bu eşitliğin uygulanması sonucu doğrusal olmayan iki denklem elde edilir. Bu denklemler sistemin dinamiğini veren diferansiyel denklemlerdir.

İlk olarak  $x_c$  durum değişkeni eşitliğe uygulanırsa Denklem (9)'daki ifade elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_c} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial x_c} \right) = F_c - B_{eq} \dot{x}_c \quad (9)$$

L yerine yazılıp, denklem düzenlenirse:

$$m_c \ddot{x}_c - m_c D_t \ddot{\theta} - m_c x_c \dot{\theta}^2 + m_c g \sin \theta = F_c - B_{eq} \dot{x}_c \quad (10)$$

$\theta$  durum değişkeni için (2) eşitliği uygulandığında Denklem (11)'deki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta} \right) &= -B_{sw} \dot{\theta} \\ m_c x_c^2 \ddot{\theta} + 2m_c x_c \dot{x}_c \dot{\theta} + g m_c x_c \cos \theta - m_c D_t \ddot{x}_c \\ &+ (J_{sw} + m_c D_t^2) \ddot{\theta} - m_c g D_t \sin \theta \\ &- m_{sw} g D_c \sin \theta = -B_{sw} \dot{\theta}\end{aligned}\quad (11)$$

Sistemi tanımlayan denklemlerin doğrusal olmadıkları görülmektedir ve bu sebeple analiz, benzetim ve denetleyici tasarımının yapılabilmesi için denklemlerin doğrusallaştırılmaları gerekmektedir. Sistem araba

konumunun merkezde olduğu ve sistemin yatay eksenle paralel olduğu durumda kararsız denge noktası civarında kontrol edilmektedir. Doğrusallaştırma yüksek dereceli terimleri ihmal edilerek Taylor serisi açılımı ile yapılabilir.

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_0 + \varepsilon \\ \dot{\theta} &= \dot{\varepsilon} \\ \varepsilon^2 &\approx 0\end{aligned}\quad (12)$$

$$f(\theta) \cong f(\theta_0) + \left. \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} (\theta - \theta_0)$$

$\theta=0$  için birinci dereceden Taylor serisi açılımı:

$$\begin{aligned}\cos \theta &\approx \cos(0) - \theta \sin(0) = 1 \\ \sin \theta &\approx \sin(0) + \theta \cos(0) = \theta\end{aligned}\quad (13)$$

Denklem 10 ve 11 ile verilen doğrusal olmayan hareket denklemlerindeki doğrusal olmayan terimler yerine koyulup, küçük değişimler için,  $x_c^2 = 0$ ,  $\dot{\theta}^2 = 0$ ,  $x_c \dot{\theta} = 0$  alınarak sadeleşme yapılırsa,

$$\begin{aligned}m_c \ddot{x}_c - m_c D_t \ddot{\theta} + m_c g \theta &= F_c - B_{eq} \dot{x}_c \\ g m_c x_c - m_c D_t \ddot{x}_c + (J_{sw} + m_c D_t^2) \ddot{\theta} - m_c g D_t \theta - \\ m_{sw} g D_c \theta &= -B_{sw} \dot{\theta}\end{aligned}\quad (14)$$

elde edilir ve buradan durum denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\dot{x}_c = \frac{1}{(J_{sw})} \begin{bmatrix} (-m_c D_t g) x_c + \left( -D_t^2 B_{eq} - \frac{B_{eq} J_{sw}}{m_c} \right) \dot{x}_c \\ + D_t g m_{sw} D_c \theta + F_c \left( D_t^2 + \frac{J_{sw}}{m_c} \right) \\ - g J_{sw} \theta - D_t B_{sw} \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{(J_{sw})} [-g m_c x_c + D_t (F_c - B_{eq} \dot{x}_c) + m_{sw} g D_c \theta - B_{sw} \dot{\theta}]$$

Sistemin durum değişkenleri araba konumu, araba hızı, denge kolunun açısal konumu ve hızıdır. Çıkış değişkenleri ise araba konumu ve denge kolunun açısal konumudur. Bu değişkenler Denklem (16)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ \theta \\ \dot{x}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (16)$$

$$y = [x_c \ \theta]$$

Sistemin durum uzayı modeli Denklem (17)'de görüldüğü şekilde elde edilmiştir [2].

$$A = \frac{1}{J_{sw}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -m_c D_t g & -g J_{sw} + D_t g m_{sw} D_c & \frac{-m_c D_t^2 B_{eq} - B_{eq} J_{sw}}{m_c} & -D_t B_{sw} \\ -g m_c & g m_{sw} D_c & -D_t B_{eq} & -B_{sw} \end{bmatrix} \quad (17)$$

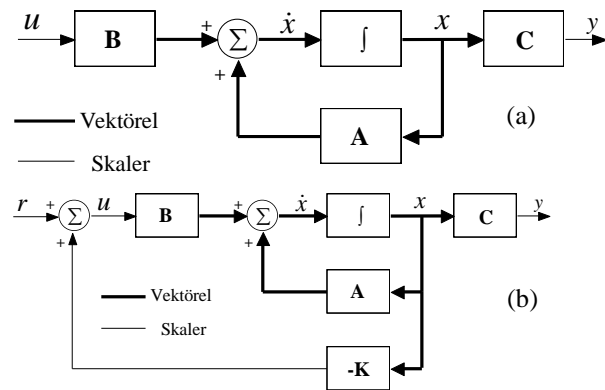
$$B = \frac{1}{J_{sw}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_c \\ D_t \end{bmatrix}$$

### 3. SİSTEMİN DENETİMİ VE DENEYSSEL DÜZENİN OLUŞTURULMASI (CONTROL OF THE SYSTEM AND EXPERIMENTAL SETUP)

Denklem 16 ile verilen durum uzayı modelinin blok diyagramı Şekil 2.a'da gösterilmektedir. Kapalı çevrim kontrol sistemlerinde çıkış toplama fonksiyonuna uygulanırken tam durum geri besleme yönteminde ise durumlar geri beslenir. Her durum değişkeni bir  $-K_i$  kazancı ile çarpılarak kontrol sinyali elde edilir. Arzu edilen kapalı çevrim kontrol performansı için kutuplar kazançların seçilmesiyle istenilen bir yere atanabilir. A matrisinin öz değerleri ile belirlenen sistem kutupları, artık A-BK matrisinin öz değerleri ile belirlenmektedir [9] (Denklem 18).

$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax + B(-Kx + r) = (A - BK)x + Br$$

$$y = Cx \quad (18)$$



Şekil 2. (a) Sistemin durum uzayı blok diyagramı (b) durum geri beslemeli sistem (a) State-space block diagram of the system (b) state feedback system)

Teorik olarak, birçok sistem için uygun kazanç matrisi ile sistem kutup noktaları istenilen herhangi bir yere yerleştirilebilir. Bu yöntemi kullanarak hızlı ve kararlı sistem cevabı elde edilebilir. Ancak, gerçek performans fiziksel donanımla sınırlıdır. En iyi sonuçlar, cevap hızı ve kontrol eforu arasında optimizasyon yapılarak ulaşılabılır. Bu doğrusal-karesel-regülatör (linear quadratic regulator - LQR) yöntemi kullanılarak yapılabilir. LQR, Denklem (19) ile verilen maliyet fonksiyonunu en aza indiren optimal kontrol probleminin özel bir halidir [9].

$$J = \int_0^{\infty} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (19)$$

Durum geri beslemeli denetleyici tasarımında asıl amaç gerçek kısıtlar altında K kazanç matrisinin bulunmasıdır. Literatürde "Bryson's Rule" [10, 11] olarak adlandırılan yöntemle başlamak bu amaç doğrultusunda kullanılabilir. Bu yöntemde K kazanç matrisinin bağlı olduğu Q ve R parametreleri, Denklem (20)'de verilen ifadelerle seçilebilir. (Q pozitif yarı - tanımlı bir matristir, R ise pozitif sabit bir sayıdır.)

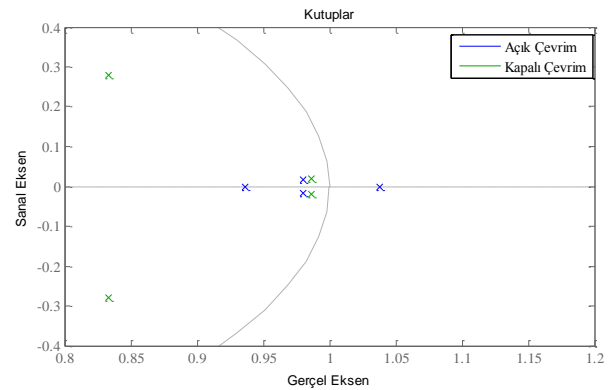
$$Q_{ii} = \frac{1}{(x_{i_{\max}})^2}, i = 1, 2, \dots, n \quad R = \frac{1}{(u_{\max})^2} \rho \quad (20)$$

n durum değişkenli bir sistemde her bir durum değişkeninin ağırlık katsayısı ( $Q_{ii}$ ) o değişkenin maksimum kabul edilebilir hata miktarına göre belirlenebilmektedir. R değerinin belirlenmesi ise kontrol sinyalinin maksimum değerine bağlıdır. Eğer Denklem (19) ile verilen  $x(t)^T Q x(t)$  ve  $u(t)^T R u(t)$  hesaplanırsa Denklem (21)'de verilen maliyet fonksiyonu elde edilir. Yani, toplam maliyet, her birinin izin verilebilir maksimum değeriyle normalize edilen, tek tek durumların karelerinin ve kontrol girişlerinin toplamıdır [11]. Bu yöntem uygun kontrolör seçimi için olası başlangıç noktasını verir. Sistem çıkışına göre istenen çıkışın elde edilebilmesi için de parametre ayarı yapılır.

$$J = \int_0^{\infty} \left[ \frac{x_1(t)^2}{x_{1_{\max}}^2} + \dots + \frac{x_n(t)^2}{x_{n_{\max}}^2} + \frac{u_1(t)^2}{u_{1_{\max}}^2} + \dots + \frac{u_m(t)^2}{u_{m_{\max}}^2} \right] dt \quad (21)$$

Denge kolunun açısal konumu için kabul edilebilir maksimum hatanın  $0,01^\circ$  olduğunu ve açısal değişim için  $0,01^\circ/\text{sn}$  olduğunu varsayalım. Araba konumu için ise 1 cm ve hızı için 5 cm/sn olsun. Bu durumda Q matrisi aşağıdaki gibi elde edilir (Q matrisi radyan ve metre birimleri ile hesaplanmıştır). Ayrıca R = 1 olarak seçilirse bu ağırlık matrislerine göre kontrolör performansı incelenebilir.

$$Q = 10^3 \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 328 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13 \end{bmatrix} \quad (22)$$



Şekil 3. z uzayı açık/kapalı çevrim sistem kutupları (Open-closed loop poles of the system in z domain)

Belirlenen Q ve R parametrelerine göre ayrık zamanlı sistem modeli kullanılarak elde edilen kazanç matrisi [814.9 -1012.9 105.4 -0.284.2]'dir. Matematiksel model ile geliştirilen gerçek zamanlı denetim modeli arasında derece-radyan, mm-m ve volt-%doluluk oranı birim dönüşümleri yapılsa; kazanç matrisi [4.07 -88.42 0.52 -24.77] şeklinde elde edilir. Elde edilen kazanç matrisi ile kontrolcü sisteme uygulanır. Bu kontrolcünün sisteme uygulanması sonucunda sistemin kontrolçüye cevabı incelenir. Sistem cevabında arabanın ve denge kolunun davranış biçimine göre ağırlık katsayıları güncellenir. Bu değerlerden yola çıkarak elde edilen kazanç vektörü eşitlik (23)'te verilmiştir. Çizelge 1'de verilen sistem parametreleri ve aşağıda verilen kazanç

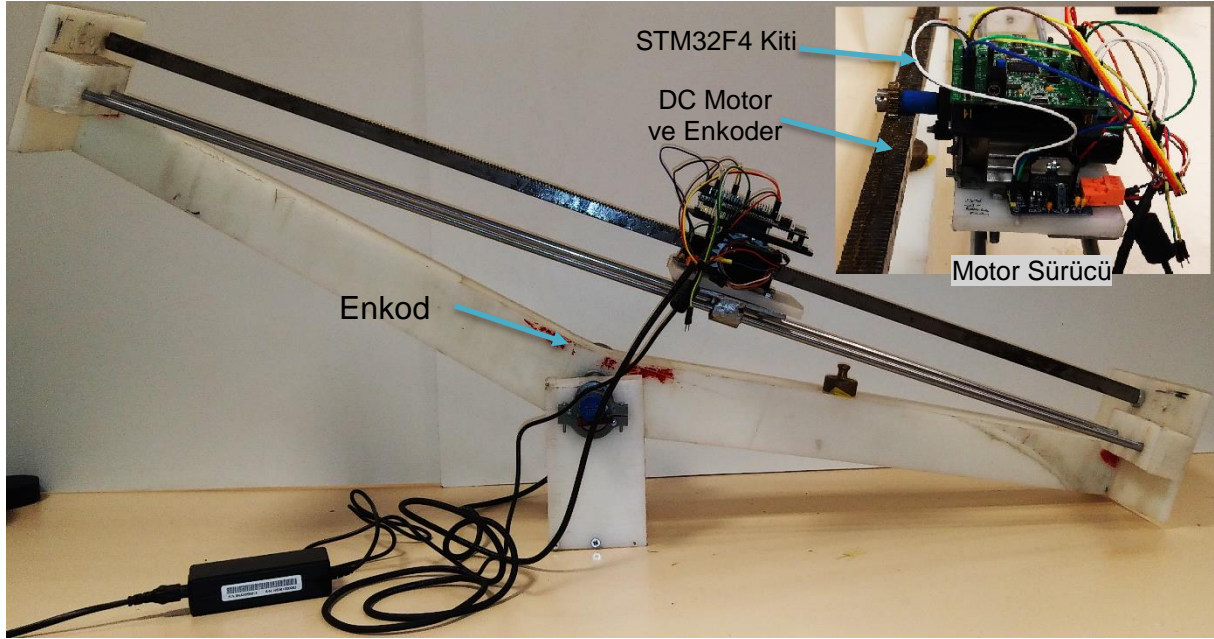


vektörü kullanılarak  $T=0.01$  sn kontrol örnekleme periyodu için ayrıık zamanlı açık çevrim – kapalı çevrim sistem kutupları Şekil 3'te çizdirilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi sistemi kararsız kılan birim çemberin dışındaki kutup durum geri besleme yöntemi ile birim dairenin içine atanarak sistem kararlı kılınmıştır.

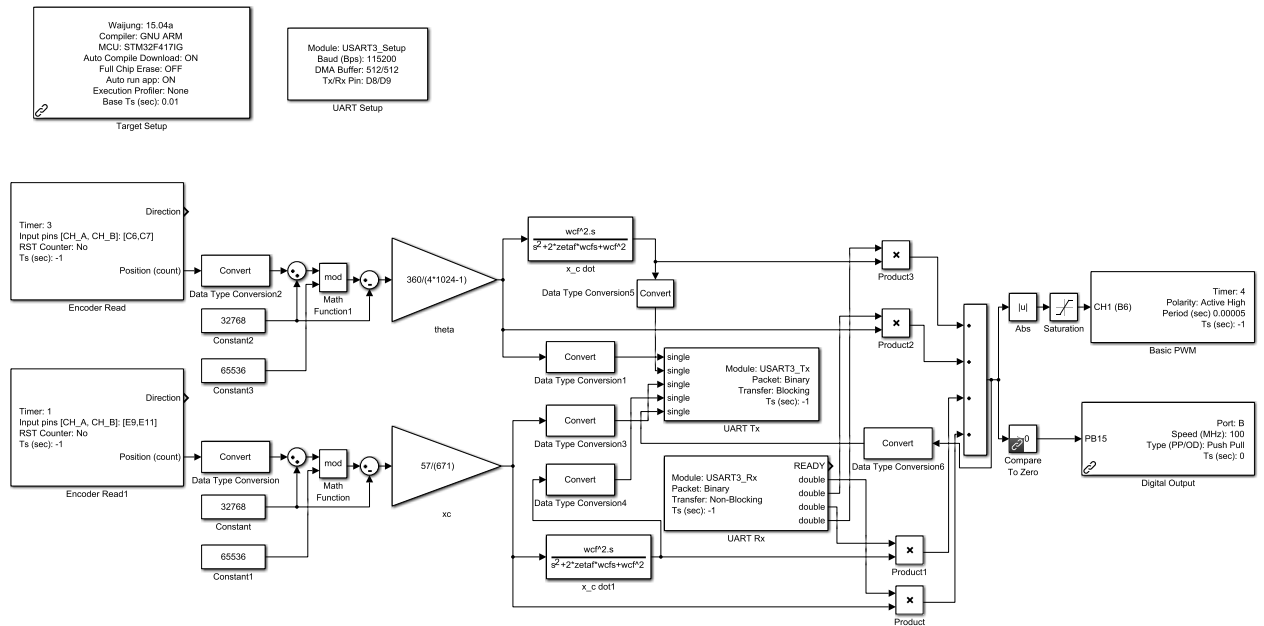
$$K = [5 \quad -88 \quad 0.3 \quad -15.1] \quad (23)$$

Geliştirilen dengeleme sistemi deney düzeneği Şekil 4'te görülmektedir. Sistemin taşıyıcı malzemesi polietilen levhadan imal edilmiştir. Sistem iki eşit uzunluktaki koldan meydana gelmekte ve orta noktadan serbestçe

dönebilecek şekilde sabitlenmiştir. Kolların açısı 1024 darbe/tur oranına sahip bir enkoderle (optik kodlayıcı) ölçülmektedir. İki kol arasında ise hareketli bir araba bulunmaktadır. Araba bir DC motor tarafından tahrik edilmekte ve dişli bir ray üzerinde hareket etmektedir. Arabanın konumunu ölçmek için motor üzerinde 672 darbe/tur oranına sahip bir enkoder bulunmaktadır. Motor LMD18200 sürücüsü ile kontrol edilmektedir. Denetim algoritması ise ARM tabanlı STM32F4 discovery kiti üzerinde koşmaktadır.

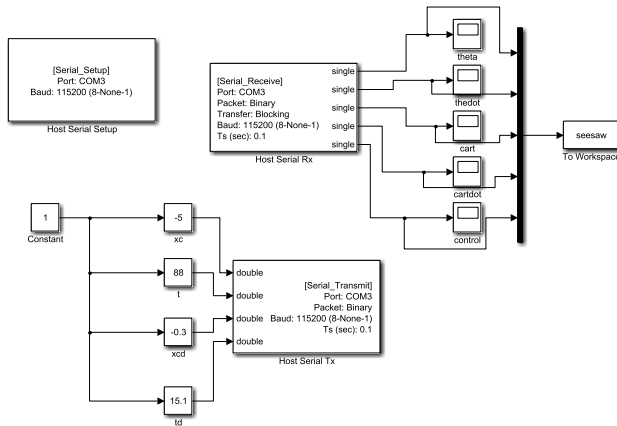


Şekil 4. Dengeleme sistemi deney düzeneği (Seesaw experimental setup)

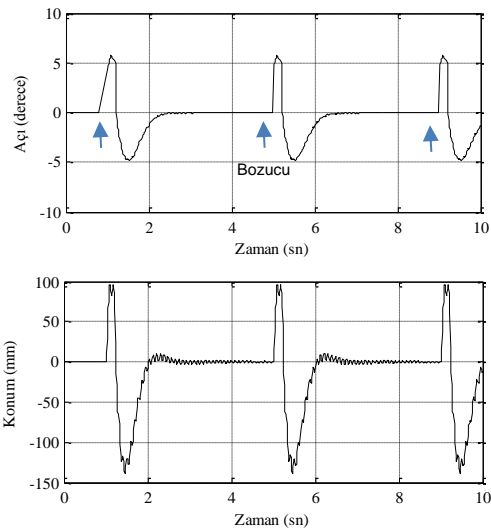


Şekil 5. STM32F4 üzerinde koşan kontrol algoritması (Control algorithm embedded on the STM32F4)

Gerçek zamanlı kontrol tasarımı ise hızlı kontrol prototipleme tekniği ile Waijung [12], [13] blok seti kullanılarak geliştirilmiştir. Şekil 5'te STM32F4 kiti için tasarlanan denetim modeli görülmektedir. İki enkoder bloğu kullanılarak enkoderler okunmuş ve konum ve açı ölçümleri mm ve derece birimlerine dönüştürülmüştür. Açılal hız ve arabanın hızı için ikinci dereceden alçak geçiren türev filtresi kullanılmıştır. Elde edilen dört durum değişkeni ise 115200 bps hızında seri port üzerinden bilgisayardan alınan kontrol kazançları ile çarpılarak kontrol çıkışı hesaplanmaktadır. Hesaplanan kontrol sinyali ise DC motora uygulanan 20 KHz frekanslı bir PWM sinyalinin doluluk oranını ve motor dönme yönünü kontrol etmektedir. Uygulama için  $T=0.01$  sn'lik kontrol örnekleme periyodu tercih edilmiştir. Şekil 6'da ise bilgisayarda koşan ve kitle iletişim yapabilen test, analiz, veri toplama, kazanç ayarlama amacıyla kullanılan model görülmektedir.



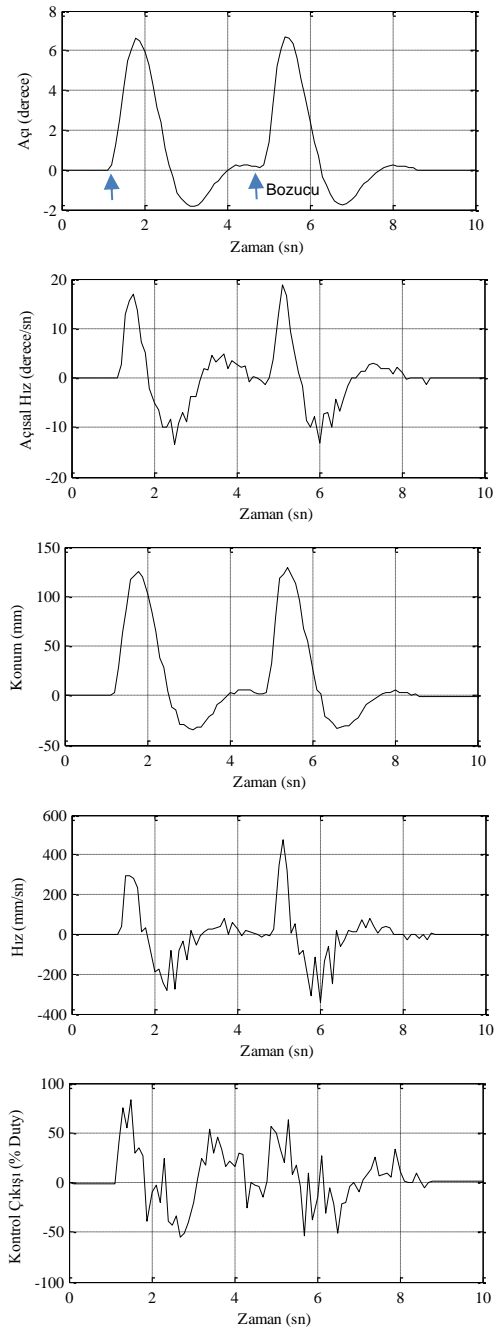
Şekil 6. Veri toplama, test ve kazanç ayarlama modeli (Hardware in the loop model)



Şekil 7. Sistem dengedeyken kuvvet uygulanarak dengenin bozulması - benzetim (External disturbances applied when system was stabilized - simulation)

#### 4. BENZETİM ÇALIŞMALARI VE DENEYSEL SONUÇLAR (SIMULATION AND EXPERIMENTAL RESULTS)

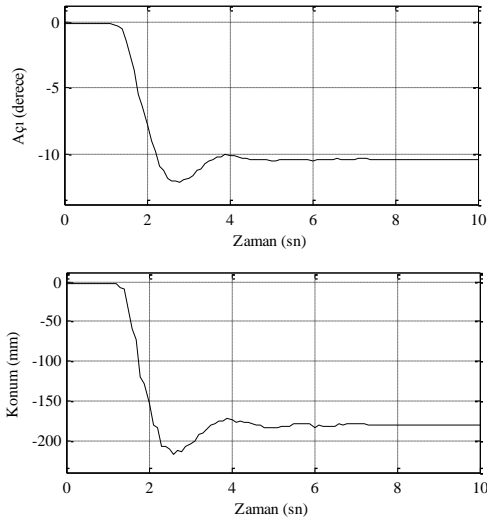
Öncelikle hesaplanan kazanç değerleri kullanılarak dış bozucu etki altında benzetim sonucu verilecektir. Şekil 7'de yapılan benzetime ait denge açısının ve araba konumunun değişimi görülmektedir. Benzetim sonuçları Şekil 8'de verilen gerçek sistem üzerinde gerçekleştirilen deney sonucu ile karşılaştırıldığında her iki durum için benzer yanıtın alındığı görülmektedir.



Şekil 8. Sistem dengedeyken kuvvet uygulanarak dengenin bozulması - deneysel (External disturbances applied when system was stabilized - experimental)

Deney düzeneğinde artımsal enkoder bulunduğu için enerji verildiğinde başlangıç konumları sıfır olarak alınır. Dolayısı ile araba orta konumunda ve sistem dengede iken sisteme enerji verilerek hazır hale getirilir. Bilgisayar uygulaması çalıştırılarak karşılıklı haberleşme sağlanır. Sistemden deneysel olarak birkaç veri toplanmıştır. Sistem dengede iken dengeyi bozacak dış bozucular, denge kolunun bir tarafının uç noktasına 100 gr'lık bir ağırlık koyulduğunda ve konulan ağırlığın alınması durumları için elde edilene yanıtlar sırasıyla aşağıda verilmiştir.

Şekil 8'de sistem dengede iken sistemin dengesini bozacak şekilde kuvvet uygulanmış daha sonra kuvvet kaldırılmıştır. Şekil üzerinde bozucu kuvvetin uygulandığı anlar gösterilmiştir. Denge açısı, açısal hızı, arabanın konumu, hızı ve uygulanan kontrol sinyali yanıtları şekilde verilmiştir. Her iki bozucu etki altında, uygulanan kuvvetle açının  $7^\circ$  civarına ulaştığı, kaldırılmasıyla ise dengenin başarıyla sağlandığı görülmektedir.

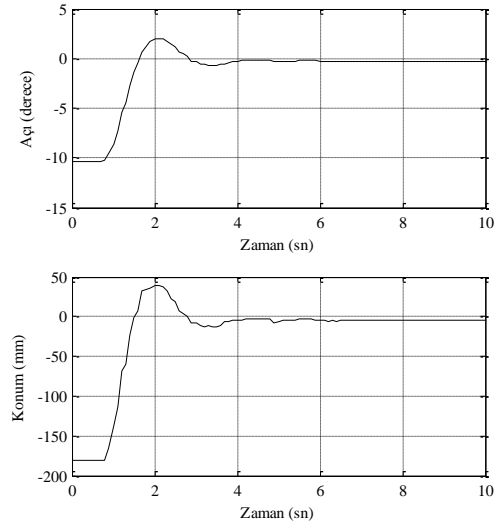


Şekil 9. Sistem dengede iken 100 gr'lık ağırlık eklenmesi (100 g weight added when system is in balance)

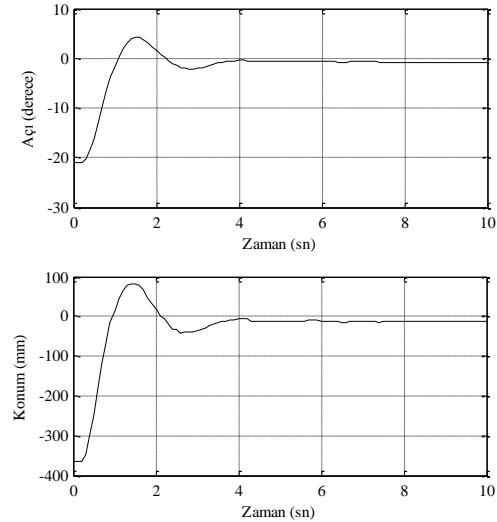
Şekil 9'da ise denge kolunun bir ucuna 100 gr ağırlıklı bir kütle bırakılmasıyla elde edilen denge açısı ve araba konumu görülmektedir. Denetleyicinin sistemi  $-11^\circ$  civarında dengelediği görülmektedir. Şekil 10'da benzer şekilde kütle alınmasıyla elde edilen yanıt görülmektedir. Kütle alınmasıyla sistemin tekrar yatay düzlemde dengelendiği gözlemlenmiştir. Sistemin tek durum değişkeni açı değildir, açı, araba konumu, açısal değişim ve araba hızı ise diğer durum değişkenleridir. Tüm durumlar için referans sıfırdır. Dolayısı ile kontrolcü yalnızca açıyı kontrol etmemektedir. Seçilen Q ve R optimum parametreleriyle alınan sonuçlar sunulmuştur. Ayrıca sistemde integratör bulunmamaktadır. Koyulan ekstra ağırlıkla sistemin ağırlık merkezi değiştirilmiş dolayısı ile buna göre sistem dengelenmiştir.

Şekil 11'de ise denge koluna kuvvet uygulanarak sistemin alabileceği maksimum eğim verilmiştir.

Kuvvetin kaldırılmasıyla sistemin 3 sn içinde kalıcı durum rejim bölgesine girdiği ve denge açısı - araba konumu sistem durumlarının sıfır referansında başarılı şekilde kontrol edildiği görülmektedir.



Şekil 10. Ağırlığın alınması (Weight removing)



Şekil 11. Maksimum açısal konumdan sistemin serbest bırakılması (Release of the system from maximum angular position)

## 5. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu çalışmada DKS sisteminin Lagrange tabanlı modellenmesi detaylarıyla verilmiş, tam durum geri besleme yöntemi, Bryson kuralı ve doğrusal karesel regülatör kullanılarak gerçek zamanlı denetim yapısı geliştirilmiş ve çeşitli bozucu etkiler altında elde edilen benzetim ve deneysel sonuçlar sunulmuştur. Sonuçlar incelendiğinde denge kontrolünün önerilen yöntemle başarılı şekilde sağlandığı görülmektedir. Aynı zamanda bu çalışmada önerilen sistem kontrol derslerinde, laboratuvarlarında kullanılabilir ve kullanılan hızlı kontrol prototiplenmesi yöntemi ile düşük maliyetli kontrol düzenekleri geliştirilebilir.



**KAYNAKLAR (REFERENCES)**

- [1] Lin, J., Lai, H.Y. & Chang, “Stabilization and Equilibrium Control for Electrically Cart–Seesaw Systems by Neuro-fuzzy Approach”, *J. J. Vib. Eng. Technol.* 6: 1, (2018).
- [2] <https://www.quanser.com/products/seesaw/>, “SeeSaw Laboratory guide”, (2019)
- [3] M. J. Mahmoodabadi, A. Bagheri, N. Nariman-zadeh, A. Jamali, and R. Abedzadeh Maafi, “Pareto Design of Decoupled Sliding-Mode Controllers for Nonlinear Systems Based on a Multiobjective Genetic Algorithm,” *Journal of Applied Mathematics*, (2012).
- [4] C. Wu, “Quasi time-optimal PID control of multivariable systems: A seesaw example,” *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 22(5): 617–625, (2011).
- [5] B.M. Chung, J.W. Lee, H.H. Joo, Y.K. Lim, “Hybrid Fuzzy Learning Controller for an Unstable Nonlinear System,” *International Journal of the KSPE*, 1(1): 79–83, (2000).
- [6] C.H. Tsai, H.Y. Chung, F.M. Yu, “Neuro-sliding mode control with its applications to seesaw systems,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, 15(1): 124–134, (2004).
- [7] J. Lin, J. Zhan, J. Chang, “Stabilization and equilibrium control of a new pneumatic cart-seesaw system,” *Robotica*, 26(2): 219–227, (2008).
- [8] J. Lin, Y.S. Ding, J. Chang, “Balancing and swinging-up control for cart-pendulum-seesaw system by decomposed fuzzy coordination control,” *Journal of Vibration and Control*, 20(6): 925–942, (2012).
- [9] S. Kizir, Z. Bingül, C. Oysu, “Ters Sarkaç Probleminin PID ve Tam Durum Geri-Besleme Yöntemleri ile Kontrolü,” *TOK 2007 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, İstanbul, Türkiye, 49–54, (2007).
- [10] Li B., Rotational Double Inverted Pendulum, *Master Thesis*, University Of Dayton, Dayton, Unites States, (2013).
- [11] Bryson A. E., Ho Y.-C., “*Applied optimal control: optimization, estimation, and control*”, Taylor & Francis Group, (1975).
- [12] T. Yaren, V. Süel, Y. Yeniaydın, B. Sakacı, S. Kizir, “STM32F4 Kiti ile Simulink Tabanlı Kontrol Eğitimi Uygulamaları Geliştirme,” *TOK2014 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, Kocaeli, Türkiye, 868–873, (2014).
- [13] S. Kizir, T. Yaren, E. Kelekçi, “*Gerçek Zamanlı Kontrol - Teori ve Mühendislik Uygulamaları*”, Seçkin Yayınevi, Ankara, 2019.