



Çok periyotlu araç rotalama problemi için kesi-temelli formülasyon yaklaşımları

Cut-Based formulations for the period vehicle routing problem

Gizem Özbaygın^{1*} , Oğulcan Doğan²

¹Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye.

ozbaygin@bilkent.edu.tr

²Endüstri Mühendisliği Programı, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Sabancı Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.

ogulcan_dogan@outlook.com

Geliş Tarihi/Received: 27.09.2025

Düzeltilme Tarihi/Revision: 09.12.2025

doi: 10.65206/pajes.36931

Kabul Tarihi/Accepted: 12.01.2026

Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Çok periyotlu araç rotalama problemi (ÇPARP), birden fazla periyot içeren planlama ufkunda, müşterilerin belirlenen ziyaret sıklıklarını karşılayacak şekilde minimum maliyetli rotaların oluşturulmasını amaçlayan, klasik araç rotalama probleminin önemli bir genellemesidir. Bu çalışmada, ÇPARP için farklı kesi-temelli formülasyonlar geliştirilmiş ve bu formülasyonların çözümü için dal-ve-kesi yöntemi uygulanmıştır. Literatürde ÇPARP'nin farklı bir türevi için önerilen bir model uyarlanarak temel formülasyon elde edilmiş ve ardından alternatif formülasyonlar geliştirilmiştir. Bu alternatif modeller, bağlantı/alt tur eleme kısıtları, çizelge seçim kısıtları ve araç indislerinin modele dahil edilip edilmemesi gibi yönlerden farklılık göstermektedir. Geliştirilen formülasyonların hesaplama performansları, literatürde yer alan bir veri kümesinden seçilen örnekler kullanılarak yapılan kapsamlı bilgisayarlı deneylerle karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, araç indisli değişkenler içermeyen bir formülasyonun özellikle küçük boyutlu problemler için çözüm süresi bakımından üstünlük sağladığını, araç indisli temel modelin ise daha zor örneklerde daha yüksek kaliteli çözümler üretebildiğini göstermektedir. Çalışmamız, önerdiği yeni kesi-temelli formülasyonlarla ÇPARP kesin çözüm literatürünü ileriye taşımakta ve yapılan kapsamlı değerlendirmelerle, periyodik rotalama problemlerinde model karmaşıklığı ile çözüm kalitesi arasındaki dengenin nasıl kurulacağına dair belirleyici kanıtlar sunmaktadır.

Anahtar kelimeler: Çok periyotlu araç rotalama, Kesi-temelli formülasyon, Dal-ve-kesi yöntemi, Matematiksel programlama, Optimizasyon.

Abstract

The Period Vehicle Routing Problem (PVRP) is an important generalization of the classical vehicle routing problem, aiming to design minimum-cost routes over a multi-period planning horizon while satisfying predefined customer visit frequencies. In this study, different cut-based formulations are developed for the PVRP, and the branch-and-cut method is applied to solve these formulations. A model proposed in the literature for a different variant of the PVRP is adapted to obtain the baseline formulation, and then alternative formulations are developed. These alternative models differ in terms of the connectivity/subtour elimination constraints, schedule selection constraints, and whether vehicle indices are included in the model. The computational performance of the developed formulations is evaluated through extensive experiments using a benchmark dataset from the literature. The results indicate that the formulation without vehicle-indexed variables provides superior solution times, especially for smaller problem instances, while the vehicle-indexed baseline model generates higher-quality solutions for more challenging instances. Consequently, this study advances the exact solution literature for the PVRP by introducing novel cut-based formulations and, through a rigorous evaluation, offers decisive evidence on how to balance model complexity with solution quality in periodic routing problems.

Keywords: Periodic vehicle routing, Cut-based formulation, Branch-and-cut method, Mathematical programming, optimization.

1 Giriş

Araç rotalama problemi (ARP) ve türevleri, kombinatoriyal eniyileme alanında en çok çalışılan ve çözümü en zor problemler arasında yer almaktadır. Literatüre tanıtıldığından bu yana ARP, hem akademik hem de endüstriyel çevrelerde büyük ilgi görmüştür [1]. Klasik ARP'de amaç, coğrafi olarak dağınık bir müşteri grubunun, (bilinen) taleplerini karşılamak üzere, homojen bir araç filosu için en düşük maliyetli rotaları belirlemektir. Tüm rotalar, belirli bir merkezi depoda başlayıp sona ermeli, her müşteri yalnızca bir kez ziyaret edilmeli ve her bir aracın taşıdığı toplam talep, kapasitesini aşmamalıdır. Uygulamada karşılaşılan problemleri daha iyi yansıtabilmek amacıyla, kimi zaman ek kısıtlar dahil edilerek veya klasik ARP'nin bazı varsayımları gevşetilerek tanımlanan çeşitli ARP varyantları üzerinde çalışılmıştır [2],[3]. Bu varyantlar arasında zaman pencereli ARP, toplamalı ve dağıtım ARP,

bölünmüş teslimatlı ARP ve çok periyotlu ARP gibi örnekler bulunmaktadır. Bu çalışma, çok periyotlu ARP'ye (ÇPARP) odaklanmaktadır.

ÇPARP, klasik ARP'nin bir genellemesidir ve planlama ufkunun birden fazla periyot içerdiği durumları kapsar. Her müşteri, belirli ziyaret sıklıklarına uygun olacak şekilde tanımlanmış alternatif ziyaret çizelgelerine sahiptir. Her müşteri için bu çizelgelerden biri seçilmeli ve müşteri, seçilen çizelgeye uygun olarak ziyaret edilmelidir. Bu nedenle, müşteriler planlama ufkunu boyunca birden fazla kez hizmet alabilir; ancak herhangi bir müşteri, aynı periyotta en fazla bir kez ziyaret edilebilir. ÇPARP, müşterilerin alternatif ziyaret çizelgelerini dikkate alarak, planlama ufkunu oluşturan her bir periyot için ziyaret edilecek müşterileri ve klasik ARP kısıtları altında bu müşterilere hizmet verecek en düşük maliyetli araç rotalarını belirlemeyi amaçlar.

*Yazışılan yazar/Corresponding author

- Gerçek hayattaki uygulamaları sebebiyle ÇPARP, literatüre tanıtılmasından bu yana birçok araştırmaya konu olmuştur. Beltrami ve Bodin (1974) tarafından gerçekleştirilen belediye atık toplama çalışması, her ne kadar ÇPARP terimi açıkça kullanılmamış olsa da, haftalık olarak farklı sıklıklarda atık toplama hizmeti gerektiren bölgeler için değişen ziyaret çizelgelerinin kullanılması nedeniyle, ÇPARP'ye ilişkin yapılan ilk çalışma olarak kabul edilmektedir [4]. Problem, literatürde çok periyotlu ARP, periyodik ARP ya da periyot rotalama problemi gibi farklı isimlerle de anılmaktadır. Örneğin, Russell ve Igo (1979) tarafından gerçekleştirilen çalışmada atama-rotalama problemi olarak adlandırılmış ve planlama ufkunu oluşturan her periyotta müşteri ziyaretlerine izin verilirken, her bir müşterinin toplamda kaç kez ziyaret edileceğine ilişkin bir kısıtlama getirilmiştir [5]. Aynı çalışmada önerilen problem örnekleri, erken dönem ÇPARP çalışmalarında kıyaslama amaçlı olarak kullanılmıştır. Christofides ve Beasley (1984), problemin periyodik yapısını dikkate alarak onu ilk kez "Dönemsel Rota Problemi" olarak adlandırmıştır [6]. ARP gibi, ÇPARP de atık ve geri dönüştürülebilir malzeme toplama, meşrubat ve hızlı tüketim ürünlerinin dağıtımı, çamaşırhanede temizlenen hastane çarşaflarının teslimatı ve kan ürünlerinin tedariki gibi birçok uygulamada pratik öneme sahiptir [4]-[9].

ÇPARP ve türevleri için literatürde çeşitli modelleme yaklaşımları mevcuttur; bunlar arasında Archetti ve diğ. (2015) tarafından önerilen akış-temelli formülasyonlar, Archetti ve diğ. (2017) ve Larrain ve diğ. (2019) tarafından geliştirilen yük-temelli formülasyonlar ile Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından sunulan kesi-temelli formülasyon yer almaktadır [10]-[13]. Mesafelerin simetrik olduğu durumlarda, kesi-temelli formülasyonlar, ayrıtlar üzerinden tanımlanan değişken sayısını yarıya indirdikleri ve çözüm uzayındaki simetrimin azaltılmasına olanak sağladıkları için daha verimli olma potansiyeline sahiptir.

ÇPARP literatüründe kesin çözüm yöntemleri, sezgisel yöntemlere kıyasla oldukça sınırlıdır ve kesi-temelli formülasyonlara yönelik kapsamlı bir çalışma daha önce gerçekleştirilmemiştir. Bu motivasyonla, çalışmamızda ÇPARP'ye yönelik çeşitli kesi-temelli formülasyonlar önerilmiş ve hesaplamalı deneyler yardımıyla performansları karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından yönsüz bir çizge üzerinde -orijinalde ÇPARP'nin bir varyantı için- önerilen formülasyonun uyarlanmış bir versiyonu temel model olarak benimsenmiştir. Temel modeli elde etmek için yapılan başlıca uyarlamalar şunlardır: (1) sürücü tutarlılığı kısıtlarının kaldırılması ve (2) her müşterinin talebinin bir birim olduğu varsayımının gevşetilerek genel tamsayı taleplere izin verilmesi. Alternatif formülasyonlar ise, farklı bağlantı (connectivity) kısıtları, farklı ziyaret çizelgesi seçimi kısıtları kullanılması ve/veya araç indislerinin temel modelden çıkarılması yoluyla geliştirilmiştir. Problemin önerilen formülasyonlar ile çözümü için dal-ve-kesi yaklaşımından faydalanılmış ve hesaplama performansları, Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından gerçekleştirilen çalışmada sunulan veri kümesinden seçilen örnekler üzerinde yapılan bilgisayarsal deneyler ile değerlendirilmiştir. Rodríguez-Martín ve diğ. (2019)'nin çalışmasında kullanılan birim talep varsayımının gevşetilmesine yönelik değişiklik nedeniyle, deneyler kapsamında çözülen problem örneklerinde araç kapasiteleri uygun bir biçimde düzenlenmiştir.

Bu çalışmanın literatüre katkıları iki ana başlıkta toplanabilir: (i) literatürde ÇPARP'nin bir varyantı için geliştirilmiş bir kesi-temelli formülasyonun uyarlanması ile elde edilen model temel alınarak, alternatif kesi-temelli ÇPARP formülasyonları önerilmiş ve çözümleri için dal-ve-kesi prosedürleri geliştirilmiştir (ii) önerilen formülasyonların hesaplama performansları, kapsamlı bir deneysel çalışmanın sonuçlarına dayalı olarak, karşılaştırmalı analizlerle değerlendirilmiştir.

Makalenin geri kalanı şu şekilde yapılandırılmıştır: ikinci bölümde ÇPARP ve ilişkili problemler üzerine literatürde mevcut çalışmalara değinilmiş, üçüncü bölümde, problemin biçimsel tanımı yapılmış ve alternatif kesi-temelli formülasyonlar sunulmuştur. Ayrıca, önerilen formülasyonların çözümü için geliştirilen dal-ve-kesi yöntemleri ile kesi ayrıştırma (cut separation) prosedürlerine ilişkin detaylar da bu bölümde verilmiştir. Bölüm 4'te, hesaplama deneylerine ait sonuçlar ve bu sonuçlara dayalı analizler raporlanmıştır. Beşinci ve son bölümde ise, yapılan çalışmalar kısaca özetlenmiş ve sonucunda elde edilen bulgular tartışılmıştır.

2 Literatür özeti

Çok Periyotlu Araç Rotalama Problemi (ÇPARP), 1970'lerden bu yana hem akademik çalışmalarda hem de pratik uygulamalarda sıklıkla ele alınan, ARP'nin önemli bir genellemesidir. Problemin çözüm zorluğu ve hesaplama karmaşıklığı nedeniyle, literatürdeki çalışmaların gelişimi sezgisel yöntemlerden kesin çözüm algoritmalarına doğru bir seyir izlemiştir. Bu bölümde literatür; erken dönem çalışmaları, sezgisel yaklaşımlar ve kesin çözüm yöntemleri başlıkları altında incelenmiştir.

2.1 Erken dönem çalışmaları

ÇPARP, literatürde ilk kez Beltrami ve Bodin tarafından New York Belediyesi'nin atık toplama hizmetlerinin planlanması kapsamında ele alınmıştır [4]. Yazarlar, haftada altı günlük bir planlama ufkı belirleyerek, rotalama maliyetlerini düşürmeyi hedefleyen sezgisel yaklaşımlar önermişlerdir. Daha sonra Russell ve Igo, problemi "atama-rotalama problemi" olarak adlandırmış ve her bölgenin ziyaret sıklığına göre atama yapıldığı bir yapı kurgulamışlardır [5]. Problemin periyodik yapısını vurgulayan "Dönemsel Rota Problemi" isimlendirmesi ise Christofides ve Beasley (1984) tarafından yapılmıştır [6].

Gerçek hayat uygulamalarındaki önemi nedeniyle ÇPARP, pek çok farklı sektörde uygulama alanı bulmuştur. Literatürde öne çıkan uygulama alanlarından bazıları şunlardır:

- Atık ve geri dönüştürülebilir malzeme toplama [4], [5],
- Meşrubat ve hızlı tüketim ürünlerinin dağıtımı [7],
- Hastane tekstil ürünlerinin teslimatı [8],
- Kan ürünlerinin tedariki [9].

2.2 Sezgisel çözüm yaklaşımları

Problemin NP-zor yapısı ve büyük boyutlu örneklerin çözümündeki zorluklar, araştırmacıları öncelikle sezgisel yöntemlere yönlendirmiştir. Erken dönem çalışmalarında, genellikle Clarke ve Wright [14] tasarruf algoritması temel alınarak oluşturulan iki aşamalı (önce atama-sonra rotalama veya tersi) yaklaşımlar benimsenmiştir [4],[15],[16].

Daha yakın tarihli çalışmalarda ise matematiksel modelleme ve sezgisel yöntemleri birleştiren matsezigisel (matheuristic) yaklaşımlar dikkat çekmektedir. Cacchiani ve diğ. (2014), ÇPARP için küme kapsama (set covering) formülasyonuna

dayalı bir algoritma geliştirmiştir. Bu yaklaşımda, sütun türetme yöntemi ile doğrusal gevşetme çözümlerde ve ardından ek bir sezgisel ile olurlu tamsayı çözümler elde edilmektedir [17]. Bu tür hibrit yaklaşımlar, büyük ölçekli problemler için makul sürelerde yüksek kaliteli çözümler sunabilmektedir.

2.3 Kesin çözüm yöntemleri ve güncel gelişmeler

ÇPARP literatüründe kesin çözüm yöntemleri, sezgisel yöntemlere kıyasla daha sınırlı olmakla birlikte, son yıllarda önemli gelişmeler kaydedilmiştir. Literatürdeki en ileri düzey (state-of-the-art) kesin yöntemlerden biri, Baldacci ve diğ. (2011) tarafından önerilen küme ayırma (set partitioning) tabanlı algoritmadır [18]. Yazarlar, problemin üç farklı gevşetmesini kullanarak güçlü alt sınırlar türetmiş ve değişken azaltma teknikleriyle optimal çözüme ulaşmışlardır.

Güncel literatürde ise farklı matematiksel formülasyonların etkinliği üzerine çalışmalar yoğunlaşmıştır:

- Akış ve yük temelli modeller: Archetti ve diğ. (2015, 2017) ve Larrain ve diğ. (2019), problemin zaman pencereli ve teslim tarihli varyantları için akış ve yük temelli formülasyonlar önermişlerdir [10]-[12].
- Esnek çizelgeleme: Rothenbächer (2019), ziyaret çizelgelerinin esnek olduğu durumlar için bir dal-fiyat-ve-kesi (branch-price-and-cut) algoritması geliştirmiş ve problemin çözüm uzayını genişletmiştir [19].
- Formülasyon karşılaştırmaları: Yakın zamanda Basir ve diğ. (2024), ÇPARP için literatürdeki alternatif formülasyonları kapsamlı bir şekilde kıyaslamış ve formülasyon seçiminin çözüm performansı üzerindeki kritik etkisini ortaya koymuştur [20]. Ancak bu çalışma, kesi-temelli formülasyonların özelleştirilmiş ayrıştırma prosedürlerine odaklanmamıştır.

Literatürde öne çıkan çözüm yöntemlerinin temel yaklaşımları ile avantaj ve dezavantajları Tablo 1'de özetlenmiştir.

Kesi-temelli (cut-based) yaklaşımlar, özellikle yönsüz ağ yapısında değişken sayısını ve simetriyi azalttığı için önemli bir potansiyele sahiptir. Rodríguez-Martín ve diğ. (2019), sürücü tutarlılığı kısıtları içeren bir varyant için kesi-temelli bir model önermişlerdir [13]. Bu çalışmada ise, Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından önerilen model temel alınarak, ÇPARP için özelleştirilmiş yeni kesi-temelli formülasyonlar geliştirilmiş ve literatürdeki bu boşluğun doldurulması amaçlanmıştır.

3 Problem tanımı, formülasyonlar ve çözüm yaklaşımı

Tam ve yönsüz $G = (N, A)$ çizgesini tanımlayan $N = \{0, 1, \dots, n\}$ düğüm kümesini ve $A = \{(i, j): i, j \in N, i < j\}$ ayrıt kümesini temsil ediyor olsun. Burada, 0 düğümü depoya, $\{1, \dots, n\}$ ise müşteri düğümlerine karşılık gelmektedir. Planlama ufkundaki zaman periyotları $T = \{1, \dots, \tau\}$ ve her biri Q birim kapasiteye sahip ve depoda konumlandırılmış olan araçlar $K = \{1, \dots, \kappa\}$ ile gösterilmiş olsun. Herhangi bir $(i, j) \in A$ ayrıtıyla ilişkili seyahat süresi/maliyeti c_{ij} ile ifade edilsin. Son olarak, verilen bir müşteri $i \in N \setminus \{0\}$ için, her ziyarette karşılanması gereken talep miktarı d_i , müşterinin olurlu ziyaret çizelgelerini içeren küme ise P_i olarak tanımlanmış olsun.

Herhangi bir $p \in P_i$ çizelgesi, i müşterisinin hangi periyotlarda ziyaret edilmesi gerektiğini belirtir. Örneğin, müşteri beş periyotluk bir planlama ufkunda iki kez ziyaret edilecekse, olurlu ziyaret çizelgelerinden biri, müşterinin birinci ve üçüncü periyotlarda ziyaret edilmesini öngörebilir ve diğer periyotlarda ziyaret edilmesine izin vermeyebilir. Uygulamada, her müşteri için farklı zaman periyodu kombinasyonlarını içeren alternatif ziyaret çizelgeleri tanımlanabilir; bu da genellikle P_i kümesinin birden fazla çizelge içermesi anlamına gelir.

ÇPARP, çok periyotlu sonlu bir planlama ufkunda, verilen bir müşteri kümesinin taleplerini karşılamak amacıyla, toplam maliyeti en düşük olan araç rotalarının belirlenmesi problemidir. ÇPARP'ye ait geçerli bir çözüm aşağıdaki koşulları sağlamalıdır:

- Her müşteri için olurlu bir ziyaret çizelgesi seçilmeli ve müşteriye yapılacak ziyaretler seçilen çizelgeye uygun olarak planlanmalıdır.
- Herhangi bir periyotta, herhangi bir aracın rotasına atanan toplam talep, aracın kapasitesini aşmamalıdır.
- Herhangi bir periyotta kullanılan toplam araç sayısı filo büyüklüğünü aşmamalıdır.
- Tüm rotalar depodan başlamalı ve depoda sonlanmalıdır.

Bu çalışmada, Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından birim talebe sahip müşteriler ve sürücü tutarlılığı kısıtları içeren bir ÇPARP varyantı için önerilen yönsüz kesi-temelli modelin sadeleştirilmiş bir versiyonu elde edilmiştir. Daha sonra bu formülasyon temel alınmış ve (1) farklı bağlantı kısıtları kullanılarak, (2) çizelge seçim kısıtları değişik biçimlerde modellenerek ve/veya (3) modeldeki araç indekslerinin çıkarılması yoluyla alternatif formülasyonlar türetilmiştir.

Tablo 1. ÇPARP literatüründe öne çıkan çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması.

Table 1. Comparison of prominent solution approaches in the PVRP literature.

Yöntem Sınıfı	Temel Yaklaşım	Avantajlar	Dezavantajlar
Sezgisel yöntemler	Tasarruf algoritmaları, yerel arama ve matsezgiseller	Büyük ölçekli problemlerde hızlı sonuç verir	Optimalite garantisi yok, çözüm kalitesi parametre ayarına bağlı
Küme ayırma	Sütun türetme, dal-ve-fiya	Güçlü alt sınırlar	Fiyatlandırma alt problemleri zor, bellek gereksinimi yüksek
Akış ve yük temelli modeller	Araç hareketlerini ve yüklerini temsil eden karar değişkenleri	Standart çözümlerle doğrudan çözülebilir	Yüksek simetri, doğrusal programlama gevşetmeleri genelde zayıf
Kesi-temelli modeller	Kesen düzlem, dal-ve-kesi	Az sayıda değişken, daha kolay yönetilebilir simetri	Üstel sayıda kısıt, optimale yakınsama zaman alabilir

Temel ve alternatif formülasyonlar, amaç fonksiyonu değeri, çözüm süresi ve açıklık (gap) açısından karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Tüm formülasyonlar, bağlantı kısıtlarının üstel sayıda olması nedeniyle dal-ve-kesi yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Formülasyonlarda kullanılan karar değişkenleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

- x_{ijtk} : eğer $(i, j) \in A$ ayrıtı $t \in T$ periyodunda $k \in K$ aracının rotasında yer alıyorsa 1; aksi takdirde 0
- x_{ijt} : eğer $(i, j) \in A$ ayrıtı $t \in T$ periyodunda kullanılıyorsa 1; aksi takdirde 0
- y_{it} : eğer $i \in N \setminus \{0\}$ müşterisi $t \in T$ periyodunda ziyaret ediliyorsa 1; aksi takdirde 0
- z_{itk} : eğer $i \in N \setminus \{0\}$ müşterisi $t \in T$ periyodunda $k \in K$ aracı tarafından ziyaret ediliyorsa 1; aksi takdirde 0
- $\mathbb{E}_{ip}$: eğer $i \in N \setminus \{0\}$ müşterisi için $p \in P_i$ ziyaret çizelgesi seçilmişse 1; aksi takdirde 0.

Ayrıca, herhangi bir $S \subseteq N$ düğüm altkümüsi için, $\delta(S) = \{(i, j) \in A : |S \cap \{i, j\}| = 1\}$, S kümesindeki düğümleri $N \setminus S$ kümesindeki düğümlere bağlayan ayrıtların kümesini ifade etmek için kullanılmıştır. $S = \{i\}$ durumunda, $\delta(\{i\})$ basitleştirilerek $\delta(i)$ şeklinde yazılmıştır. Son olarak, herhangi bir $A' \subseteq A$ ayrıtı altkümüsi için $x^{tk}(A') = \sum_{(i,j) \in A'} x_{ijtk}$ gösterimine yer verilmiştir.

3.1 ÇPARP için kesi-temelli formülasyonlar

Bu bölümde, ÇPARP için altı farklı kesi-temelli formülasyon sunulmaktadır. Formülasyonlar; (i) araç indisinin varlığı, (ii) alt tur eleme kısıtlarının tanımlanma biçimi ve (iii) çizelge seçiminin modellenmesi açısından farklılık göstermektedir. İlk olarak, Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından önerilen modelden uyarlanan temel formülasyon (M1) tanıtılmış, ardından diğer beş alternatif formülasyon (M2)–(M6) bu temel üzerine inşa edilmiştir. Modellerin yapısal farklılıkları Tablo 2'de özetlenmiştir. Rodríguez-Martín ve diğ. (2019) tarafından önerilen yönsüz kesi-temelli modelden sürücü tutarlılığı kısıtlarının çıkarılması ve müşterilerin birim talebe sahip olduğu varsayımının gevşetilmesiyle elde edilen temel formülasyon (M1) aşağıdaki gibidir:

$$\text{enküçükle } \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijtk} \quad (1)$$

$$\text{öyle ki: } \sum_{p \in P_i} s_{ip} = 1 \quad i \in N \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P_i: t \in P} s_{ip} = y_{it} \quad i \in N \setminus \{0\}, t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} z_{itk} = y_{it} \quad i \in N \setminus \{0\}, t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} d_i z_{itk} \leq Q \quad k \in K, t \in T \quad (5)$$

$$x^{tk}(\delta(i)) = 2z_{itk} \quad i \in N, k \in K, t \in T \quad (6)$$

$$x^{tk}(\delta(S)) \geq 2z_{itk} \quad S \subseteq N \setminus \{0\}, i \in S, k \in K, t \in T \quad (7)$$

$$x_{0jtk} \in \{0, 1, 2\} \quad (0, j) \in A, t \in T, k \in K \quad (8)$$

$$x_{ijtk} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A: i \neq 0, t \in T, k \in K \quad (9)$$

$$s_{ip} \in \{0, 1\} \quad i \in N \setminus \{0\}, p \in P_i \quad (10)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad i \in N \setminus \{0\}, t \in T \quad (11)$$

$$z_{itk} \in \{0, 1\} \quad i \in N, t \in T, k \in K \quad (12)$$

Amaç fonksiyonu (1) ile tanımlanmış olup, toplam rotalama maliyetini en küçükmeyi hedeflemektedir. (2) ve (3) ile tanımlı kısıtlar, her müşteri için yalnızca bir ziyaret çizelgesinin seçilmesini ve müşterinin seçilen ziyaret programına uygun zaman periyotlarında ziyaret edilmesini sağlar. (4) ile tanımlı kısıtlar, y ve z değişkenleri arasında bağlantı kurarak, her müşterinin ziyaret edilmesi gereken periyotlarda bir araç tarafından ziyaret edilmesini garanti eder. Her periyotta, her araç için kapasite kısıtları (5) ile tanımlı eşitsizliklerle, müşteri ve depo düğümleri için çift derece kısıtları (6) ile tanımlı denklemlerle belirtilmiştir. (7) ile tanımlı kısıt grubu, alt turların oluşmasını engeller: herhangi bir müşteri altkümüsi S ve t periyodunda k aracı tarafından hizmet alan her bir $i \in S$ için, $\delta(S)$ kümesindeki ayrıtlardan en az iki tanesini belirtilen periyotta belirtilen araç tarafından kullanılmaya zorlayarak, tüm rotaların depoyla bağlantılı olmasını sağlar. (8)–(12) ile ifade edilen kısıtlar, karar değişkenlerinin tanım kümelerini göstermektedir.

Yukarıda görüleceği üzere, (M1) formülasyonunda alt tur eleme amacıyla kullanılan bağlantı kısıtları z_{itk} değişkenleri kullanılarak modellenmiştir. Ancak, bu kısıtları araç indisinden bağımsız olan y_{it} değişkenlerini kullanarak ifade etmek de mümkündür. Bu değişikliğin yapılmasıyla elde edilen formülasyon (M2) aşağıdaki gibidir:

enküçükle (1)

$$\text{öyle ki: } (2) - (6), (8) - (12) \quad (13)$$

$$\sum_{k \in K} x^{tk}(\delta(S)) \geq 2y_{it} \quad S \subseteq N \setminus \{0\}, i \in S, t \in T$$

Bu modelde, (7) ile tanımlı kısıtlar yerine (13) ile ifade edilen alternatif bağlantı kısıtları kullanılmaktadır. Bu alternatif kısıtlar, $\sum_{k \in K} z_{itk} = y_{it}$ eşitliği esas alınarak oluşturulmuştur. Dolayısıyla, (13) ile tanımlı kısıtlar herhangi bir müşteri altkümüsi S ve t periyodunda hizmet alan her bir $i \in S$ için, $\delta(S)$ kümesindeki ayrıtlardan en az iki tanesini belirtilen periyotta kullanılmaya zorlayarak, tüm rotaların depoyla bağlantılı olmasını sağlar. Üçüncü alternatif model olan (M3), (7) ve (13) ile tanımlı kısıtların formülasyona eş zamanlı olarak dahil edilmesiyle tanımlanmıştır:

enküçükle (1)

$$\text{öyle ki: } (2) - (13)$$

Homojen araç filosu varsayımı ile, araç indisli x_{ijtk} değişkenleri yerine x_{ijt} değişkenlerini kullanıp, z_{itk} değişkenlerini modelden eleyerek daha sade bir alternatif formülasyon olan (M4) önerilmiştir. Burada amaç, modelin değişken ve kısıt sayıları bakımından karmaşıklığını azaltmak ve çözüm kümesindeki -özdeş araçlar arasında araç indisli kullanarak ayırım yapmaktan kaynaklı-simetriyi ortadan kaldırmaktır. Bildiğimiz kadarıyla, ÇPARP literatüründe araç indisli değişkenler içermeyen başka bir yönsüz kesi-temelli formülasyon bulunmamaktadır. (M4) aşağıdaki gibidir:

Tablo 2. Önerilen matematiksel modellerin yapısal olarak karşılaştırılması.

Table 2. Structural comparison of proposed formulations.

Model	Araç İndisi	Bağlantı/Alt Tur Eleme Kısıtları	Çizelge Seçimi	Açıklama
(M1)	Var	z_{itk} değişkeni üzerinden (7)	Önceden tanımlı P_i olurlu çizelge kümesi	Temel (base) model
(M2)	Var	y_{it} değişkeni üzerinden (13)	Önceden tanımlı P_i olurlu çizelge kümesinden	(M1) modelinde bağlantı kısıtlarının sadeleştirilmesi ile elde edilen model
(M3)	Var	Hibrit (z_{itk} ve y_{it} birlikte)	Önceden tanımlı P_i olurlu çizelge kümesinden	(M1) ve (M2) modellerindeki bağlantı kısıtlarını birlikte kullanan model
(M4)	Yok	y_{it} değişkeni üzerinden (17)	Önceden tanımlı P_i olurlu çizelge kümesinden	Simetriyi azaltmak için araç indisleri çıkarılarak elde edilen model
(M5)	Var	z_{itk} değişkeni üzerinden (7)	Periyodiklik kısıtları (21), (22)	(M1) modeline alternatif çizelge seçim kısıtlarının kullanılmasıyla elde edilen model
(M6)	Yok	y_{it} değişkeni üzerinden (17)	Periyodiklik kısıtları (21), (22)	(M4) araç indisi kullanmayan ve (M5) alternatif çizelge seçimi kısıtlarını kullanan model

$$\text{enküçükle } \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} c_{ij} x_{ijt} \quad (14)$$

öyle ki: (2), (3), (10), (11)

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0jt} \geq 2 \quad t \in T \quad (15)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0jt} \leq 2\kappa \quad t \in T \quad (16)$$

$$x^t(\delta(i)) = 2y_{it} \quad i \in N \setminus \{0\}, t \in T \quad (17)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \leq |S| - r(S) \quad S \subseteq N \setminus \{0\}, t \in T \quad (18)$$

$$x_{0jt} \in \{0,1,2\} \quad (0,j) \in A, t \in T \quad (19)$$

$$x_{ijt} \in \{0,1\} \quad (i,j) \in A: i \neq 0, t \in T \quad (20)$$

Amaç fonksiyonu artık x_{ijt} değişkenleri cinsinden ifade edilmiş olup, önceden olduğu gibi toplam rotalama maliyetini enküçüklemeyi amaçlamaktadır. Her periyotta en az bir aracın kullanılması (15) ile tanımlı kısıtlarla garanti edilirken, her aracın en fazla bir kez kullanılabileceğini ifade eden filo büyüklüğü kısıtları (16) ile tanımlı eşitsizliklerle verilmiştir. (17) ile tanımlı kısıtlar, her periyot ve müşteri için dereceyi belirler; i müşterisi t periyodunda ziyaret ediliyorsa, müşteriye bağlı ayrıtlardan iki tanesi kullanılmalı iken, ziyaret edilmiyorsa hiçbirisi kullanılmamalıdır. (17) ile tanımlı kısıtlar araç indisi içermeyen değişkenlerle yazıldığından, x^{tk} fonksiyonu yerine, benzer şekilde tanımlanan $x^t = \sum_{(i,j) \in A} x_{ijt}$ fonksiyonundan faydalanılmıştır. (18) ile tanımlı kısıtlar, Laporte ve diğ. [21] tarafından önerilen alt tur eleme kısıtlarıdır. Burada $r(S)$, S alt kümesindeki müşterilere hizmet

vermek için gereken minimum araç sayısı için bir alt sınır değeridir ve $r(S) = \lceil \sum_{i \in S} \frac{d_i}{Q} \rceil$ şeklinde hesaplanır. Son olarak, (19) ve (20) ile tanımlı kısıtlar, x_{ijt} değişkenlerinin tanım kümelerini ifade etmektedir.

Şimdiye kadar sunulan alternatif modellerin hepsi, her müşteri için bir ziyaret çizelgesi seçilmesini ve ziyaretlerin buna uygun olarak planlanmasını (2) ve (3) ile tanımlı kısıtlar yardımıyla garanti etmektedir. Her müşteri için olurlu ziyaret çizelgesi kümelerinin tanımlanması oldukça genel bir modelleme yaklaşımı olmakla birlikte, birçok pratik senaryoda, her müşteri için yalnızca planlama ufku boyunca gerekli ziyaret sayısı verilmekte ve bu ziyaretlerin mümkün olduğunca eşit aralıklarla gerçekleştirilmesi beklenmektedir. Böyle durumlarda, bahsi geçen kısıtları daha farklı bir biçimde modellemek mümkündür. Aşağıda sunulan ve (M5) olarak adlandırılan model bu şekilde geliştirilmiştir:

enküçükle (1)

öyle ki: (4) – (9), (11), (12)

$$\sum_{t=t'}^{t'+f_i-1} y_{it} \leq 1 \quad i \in N \setminus \{0\}, t' \in \{1, \dots, \tau - f_i + 1\} \quad (21)$$

$$\sum_{t \in T} y_{it} = v_i \quad i \in N \setminus \{0\} \quad (22)$$

Burada v_i , $i \in N \setminus \{0\}$ müşterisine planlama ufku boyunca yapılması gereken toplam ziyaret sayısını, f_i ise bu müşterinin en çok hangi sıklıkta ziyaret edilebileceğini belirleyen parametrelerdir ve $f_i = \lfloor \frac{\tau}{v_i} \rfloor$ olarak hesaplanır. Yukarıdaki modelde, (2) ve (3) ile tanımlı çizelge seçimi ve seçilen çizelgeye uygun ziyaret planlama kısıtlarının görevini (21) ve (22) ile tanımlı kısıtlar üstlenmektedir. (21) ile tanımlı kısıtlar,

i müşterisine planlama ufku içerisinde yer alan her ardışık f_i periyotta en fazla bir ziyarete izin verir. Örnek olarak, yedi periyotluk bir planlama ufkunda, üç kez ziyaret edilmesi gereken müşteriler için v_i parametresi 3, f_i parametresi ise iki değerini alır; yani, herhangi iki ardışık periyotta müşteriye en fazla bir ziyaret planlanabilir. (22) ile tanımlı kısıtlar ise, i müşterisinin planlama ufku boyunca tam olarak v_i kez ziyaret edilmesini sağlar. Bu modelleme yaklaşımında, önceden belirlenmiş ziyaret programları kümesinden bir seçim yapmak yerine, (21) ve (22) ile tanımlı kısıtlar ile her bir müşterinin hangi zaman periyotlarında ziyaret edileceğine doğrudan karar verilmektedir.

Son olarak, (M4) modelindeki araç indisi içermeyen yaklaşım ve (M5)'teki çizelge seçimi yaklaşımı bir araya getirilerek, aşağıda sunulan (M6) alternatif modeli elde edilmiştir.

enküçük (14)

öyle ki: (11), (15) – (22)

Bu formülasyon, (M4) modelindeki amaç fonksiyonunu (14) ve (15)–(20) ile tanımlı kısıtları içermektedir. Ayrıca, çizelge seçimini ve çizelgeye uygun ziyaret planlanmasını sağlayan (2) ve (3) ile tanımlı kısıtlar yerine, (M5) modelinde sunulan (21) ve (22) ile tanımlı kısıtlar kullanılmaktadır.

Dolayısıyla, tıpkı bir önceki alternatif modelde olduğu gibi, her müşterinin ziyaret edileceği zaman periyotları, önceden tanımlı kümelerden seçilmemekte, (21) ve (22) ile tanımlı kısıtlar yardımıyla model tarafından belirlenmektedir.

3.2 Çözüm yaklaşımı: Dal-ve-kesi

Yukarıda sunulan tüm formülasyonlar, problem boyutuna göre üstel sayıda bağlantı kısıtı içermektedir. Tüm müşteri alt kümelerini listelemek ve her biriyle ilişkili bağlantı kısıtlarını modele dahil etmek pratik bir yöntem olmadığından, önerilen formülasyonlar dal-ve-kesi yaklaşımıyla çözülmüştür. Dal-ve-kesi yaklaşımı, dal-ve-sınır ağacında arama yapılırken

Formülasyonlar çözüldükçe, başlangıçta bağlantı kısıtlarının tamamı gevşetilir. Arama sürecinde karşılaşılan her tamsayılı çözüm için bağlantı kısıtlarının ihlal edilip edilmediği kontrol edilir. Tüm bağlantı kısıtlarının sağlanması durumunda, çözüm süreci kaldığı yerden devam eder. Aksi takdirde, mevcut çözümün ihlal ettiği bağlantı kısıtları belirlenir ve bu kısıtlar eklenerek modelin çözümüne devam edilir.

Tamsayılı çözümlerde bağlantı kısıtlarının ihlalini kontrol etmek oldukça kolaydır: çözümdeki araç rotaları incelenerek herhangi bir rotanın depodan kopuk olup olmadığına bakmak yeterlidir. Depodan kopuk turlarda -alt turlarda- yer alan müşteri kümelerine karşılık gelen bağlantı kısıtlarının modele eklenmesiyle, mevcut tamsayılı çözümle birlikte aynı alt turları içeren tüm tamsayılı çözümler, çözüm uzayından elenmiş olur.

Herhangi bir formülasyon ile problemin optimal çözümünü bulmak için, bağlantı kısıtlarının tamsayılı çözümlerde ayrıştırılması yeterlidir. Ancak, dal-ve-kesi ağacının kök düğümünde elde edilen doğrusal programlama gevşetmesinin alt sınırlarını güçlendirerek dal-ve-kesi algoritmasının performansını iyileştirmek genellikle mümkündür. Bu amaçla, kesirli çözümler için de ihlali tespit edilen bağlantı kesileri modele eklenebilir. Verilen bir kesirli çözüm için, (7) ile tanımlı kısıtlar, her bir periyot-arac ikilisi için çözümde kullanılan ayrıtlara ve bağlı oldukları düğümlere indirgenmiş bir destek çizgesi (support graph) üzerinde uygun kapasite değerleriyle tanımlanmış bir dizi minimum-kesi (min-cut) problemi

çözülerek ayrıştırılır. Bu prosedüre ilişkin detaylar Ek A'da verilmiştir.

4 Bilgisayarlı sonuçlar

Bu bölümde, önceki bölümde tanımlanan temel model (M1) ve alternatif modellerin (M2–M6) performanslarını incelemek amacıyla gerçekleştirilen hesaplama deneylerinin sonuçları raporlanmış ve elde edilen bulgular ayrıntılı biçimde tartışılmıştır. Toplamda dört ayrı deney gerçekleştirilmiştir:

- İlk deneyde, yalnızca bağlantı kısıtları bakımından farklılık gösteren (M1)–(M3) formülasyonlarının karşılaştırılması yapılmıştır.
- İkinci deneyde, (M1)–(M3) modelleri arasında görece olarak en iyi performansı sergileyen model, (M4) ile karşılaştırılmıştır.
- İlk iki deneyde elde edilen sonuçlara dayanarak, üçüncü deneyde, (M1) ve (M4) için dal-ve-kesi ağacının kök düğümünde bulunan kesirli çözümlerde bağlantı kısıtlarının ayrıştırılmasının etkisi incelenmiştir.
- Dördüncü ve son deneyde ise, önceki bölümde tanımlanan alternatif çizelge seçimi yaklaşımlarının, önerilen ÇPARP formülasyonlarının hesaplama performansı üzerindeki etkisinin analiz edilmesi amaçlanmıştır.

Tüm dal-ve-kesi prosedürleri, Gurobi Optimizer 8.1.1'in varsayılan ayarları ile, çözücünün geri çağırma (callback) fonksiyonları kullanılarak, Python 3.7.4 programlama dilinde geliştirilmiştir. Deneyler, dört çekirdekli ve 2.60 GHz hızında Intel Xeon E5-2640 v3 işlemciye sahip, 16 GB RAM ve 64 bit işletim sistemi ile donatılmış bir sanal makine üzerinde, her bir problem örneği için 7200 saniyelik zaman sınırı tanımlanarak koşturulmuştur.

4.1 Problem örnekleri

Hesaplama deneylerinde kullanılmak üzere, Rodríguez-Martín ve diğ. [13] tarafından sunulan veri kümesinden, müşteri sayısı $n \in \{10, 20, 30\}$, planlama ufkundaki periyot sayısı $\tau \in \{2, 3, 4, 5\}$, homojen araç filosu büyüklüğü $\kappa \in \{2, 3, 4\}$ kümelerine ait olan 32 problem örneği seçilmiştir. Her problem örneği için, düğüm konumlarının coğrafi dağılımına göre farklılık gösteren a, b ve c olmak üzere üç versiyon bulunmaktadır. Dolayısıyla, deneylerde toplam 96 örnek kullanılmıştır.

4.2 Sonuçlar

İlk deneyde, (M1)–(M3) modellerinin performansları değerlendirilmiş ve bu sonuçlar EK B bölümündeki Tablo EK B.1, EK B.2 ve EK B.3'te sunulmuştur. İkinci olarak, (M1) ve (M4) modelleri, yine EK B bölümünde yer alan Tablo EK B.4, EK B.5 ve EK B.6'daki sonuçlara dayanarak karşılaştırılmıştır.

Üçüncü deneyde ise, daha önce açıklanan ve kesirli çözümlerde bağlantı kısıtlarının ayrıştırılmasına ilişkin prosedür, (M1) ve (M4) modellerine uygulanmış ve sonuçlar EK B içerisinde Tablo EK B.7, EK B.8 ve EK B.9'da verilmiştir. Bu prosedürün uygulandığı (M1) ve (M4) formülasyonları sırasıyla (M1-S) ve (M4-S) olarak adlandırılmıştır. Benzer ayrıştırma prosedürü, umut verici performansı nedeniyle (M3) modeline de uygulanmıştır; ancak (M3-S)'in elde ettiği iyileştirmeler, (M1-S) ve (M4-S)'e kıyasla anlamlı düzeyde olmadığı için ilgili sonuçlara burada yer verilmemiştir.

Son deneyde, çizelge seçiminde kullanılan iki farklı modelleme yaklaşımının çözüm süreci üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla, yalnızca çizelge seçimi kısıtları bakımından farklılık gösteren (M1), (M4), (M5) ve (M6) modelleri birbirleriyle karşılaştırılmış ve sonuçlar EK B bölümünde Tablo EK B.10, EK B.11 ve EK B.12’de sunulmuştur. (M5) ve (M6) modelleri, müşteri ziyaret sıklıklarına dayalı olarak ziyaret periyotlarını belirleyen alternatif bir kısıt grubu içermektedir. Bu kısıtlar, her müşterinin ziyaretlerinin planlama ufku boyunca zaman bakımından mümkün olduğunca eşit aralıklı olmasını sağlar. Öte yandan, (M1) ve (M4) modellerinde, her müşteri için girdi olarak alınan olası ziyaret çizelgeleri kümesinden seçim yaptığından, benzer özellikte bir çözüm elde edilmeyebilir. Bu nedenle, adil bir karşılaştırma yapılabilmesi adına, her müşteri için (M1) ve (M4)’e girdi olarak verilen olası ziyaret çizelgesi kümeleri değiştirilmiş ve tüm formülasyonların aynı çözüm uzayı üzerinde çalışması sağlanmıştır. Bir başka deyişle, müşterilerin olurlu ziyaret çizelgeleri, modelleme yaklaşımından bağımsız olarak aynı olacak şekilde düzenlenmiştir.

Hesaplamalı sonuçların ayrıntılı olarak sunulduğu tablolarda, ilk beş sütun, testlerde kullanılan problem örneklerine dair bilgileri içerir. Örnekler birden 96’ya kadar numaralandırılmıştır ve “Örn #” sütunundaki sayılar, örnek numaralarını göstermektedir. Takip eden dört sütunda sırasıyla düğüm sayısı (n), planlama ufku içindeki periyot sayısı (τ), araç sayısı (κ) ve örnek versiyonu (a, b veya c) verilir. Tablonun geri kalanında ise, her bir model için üç sütundan oluşan birer sonuç bloğu yer alır.

Herhangi bir model için:

- “AFD” sütunu, zaman sınırı içinde bulunan en iyi çözümün amaç fonksiyonu değerini,
- “Gap (%)” sütunu, dal-ve-kesi prosedürü sona erdiğinde elde bulunan en iyi üst sınır ile en iyi alt sınır arasındaki göreceli farkı (yüzde olarak) gösterir. Optimal çözüme ulaşılan örneklerde bu oran %0’dır; aksi durumda Gurobi tarafından raporlanan en son açıklık değeri alınır.
- “Süre (s)” sütunu ise, çözüm süresini saniye cinsinden verir.

Tablolarda üç tür kısaltma kullanılmaktadır: (1) “INF”, olurlu çözüm uzayının boş olarak (infeasible) belirlendiğini gösterir, (2) “NFS”, zaman sınırı içinde olurlu bir çözüm saptanamadığını ve olurlu çözüm uzayının boş olduğuna dair bir sonuca varılamadığını ifade eder, (3) “TLR”, optimal çözüm bulunmadan ya da optimalite kanıtlanmadan zaman sınırına ulaşıldığını belirtir. Ayrıca, temel bulgularımızı öne çıkaran özet grafikler de sunulmuştur. Bu grafiklerde kullanılan kısaltmalar aşağıda listelenmiştir:

- nOpt: Zaman sınırı içinde bir model tarafından optimal olarak çözülen örnek sayısı,
- nOpt-Best: Zaman sınırı içinde bir modelin en kısa sürede optimal olarak çözdüğü örnek sayısı,
- nOpt-All: Tüm modeller tarafından zaman sınırı içinde optimal olarak çözülen örnek sayısı,
- nFeas: Bir modelin zaman sınırı içinde olurlu (ama optimal olduğu ispatlanmamış) bir çözüm bulduğu örnek sayısı,

- nFeas-Best: Bir modelin zaman sınırı içinde tüm modeller arasında en iyi olurlu (ama optimal olduğu ispatlanmamış) çözümü bulduğu örnek sayısı,
- nFeas-All: Her modelin olurlu bir çözüm bulduğu, ancak hiçbirinin optimal olduğunu ispatlayamadığı örnek sayısı,
- nInf: Bir model tarafından olurlu çözüm kümesinin boş olduğu ispatlanan örnek sayısı,
- nUns: Zaman sınırı içinde herhangi bir olurlu çözümü belirlenemeyen ve olurlu çözüm kümesinin boş olduğu ispatlanamayan örnek sayısı,
- nIns: Değerlendirmeye konu olan toplam örnek sayısı,
- Gap (%): Dal-ve-kesi prosedürü sona erdiğinde bulunan en iyi amaç fonksiyonu değeri ile en iyi alt sınır arasındaki ortalama fark (yüzde cinsinden),
- Ort. süre: Belirli bir örnek grubu için bir modelin ortalama çözüm süresi,
- Yaptığımız karşılaştırmalarda, bir model aşağıdaki iki koşuldan en az birini sağlıyorsa “en iyi çözüm”ü bulmuş sayılır,
- Zaman sınırı içinde optimal çözümü bulan modeller arasında en kısa sürede bu çözüme ulaşması.
- Zaman sınırına ulaşıldığında optimalite ispatlanmamış olsa bile, en iyi olurlu çözümü en düşük açıklıkla (% gap) bulmuş olması.

Tablo EK B.1, EK B.2 ve EK B.3’te, (M1), (M2) ve (M3) modelleriyle elde edilen detaylı sonuçlar raporlanmaktadır. Bu sonuçlar, üç model arasındaki en iyi performansla sahip olanı belirlemek ve (M2) ile (M3)’ün, temel model olan (M1)’e kıyasla anlamlı iyileştirmeler sağlayıp sağlamadığını değerlendirmek amacıyla analiz edilmiştir. Tüm modeller, 96 örnekten 94’ü için optimal veya uygulanabilir bir çözüm üretmiş; 41 ve 44 No.lu örneklerin ise olurlu çözüm kümesinin boş olduğunu belirlemiştir.

Şekil 1’den görüleceği üzere, (M1) toplamda 49 örneği optimal olarak çözerek bu üç model arasında en fazla sayıda örneği optimal çözen model olmuştur; onu 46 optimal çözümle M3 takip etmektedir. 69 No.lu örnek hem (M1) hem de (M2) tarafından aynı çözüm süresi içinde optimal olarak çözülmüştür; dolayısıyla bu özel durumda (M1) ve (M2)’nin her ikisinin de en iyi çözümü bulduğu kabul edilmiştir. Bu nedenle, Şekil 1’de yer alan nOpt-Best ve nFeas-Best değerlerinin toplamı 94 yerine 95’tir. Sonuçlar daha yakından incelendiğinde, 29 örneğin en hızlı şekilde (M1) tarafından çözüldüğü gözlemlenmektedir. Benzer şekilde, yalnızca olurlu çözüm bulunabilen örnekler için çözüm kalitesi ve optimalite açıklığı yönünden, (M1) toplamda 21 örnek için en iyi çözümü sağlamıştır. Sonuç olarak, tüm örnekler dikkate alındığında, (M1)’in bu üç model arasında genel olarak en iyi performansı sergilediği söylenebilir.

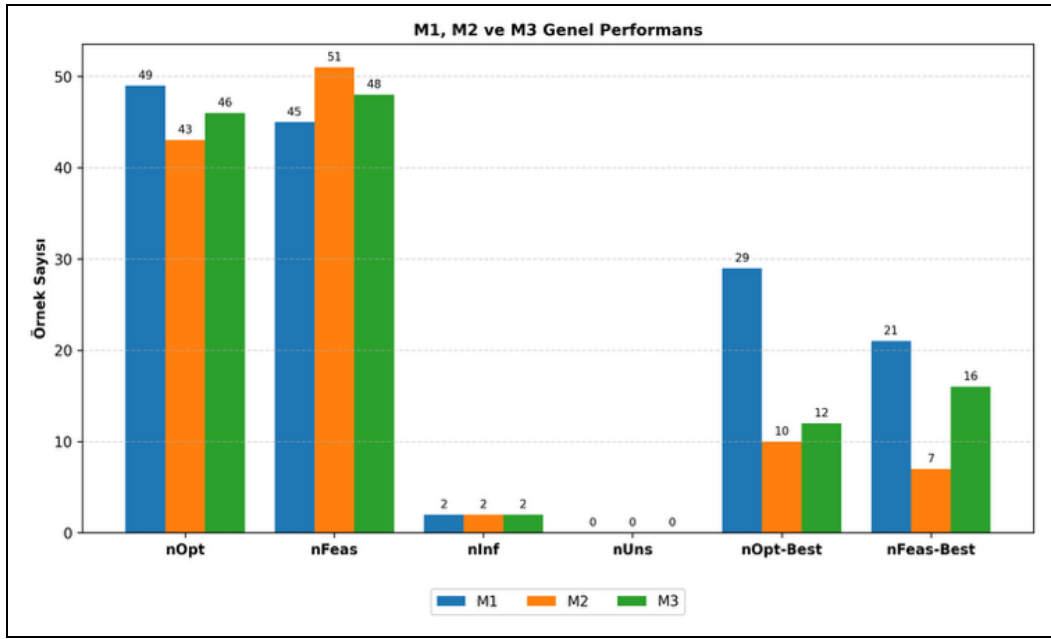
Optimal olarak çözülen örnekler için ortalama çözüm süreleri ve optimal olup olmadığı ispatlanamayan olurlu çözümler elde edilen örnekler için ortalama yüzde açıklık değerleri de analiz edilmiştir. Bu iki performans ölçütü bakımından adil bir karşılaştırma yapılabilmesi adına, tüm modeller tarafından optimal olarak çözülemeyen ve/veya tüm modellerin olurlu çözüm bulamadığı örnekler kapsam dışı bırakılmıştır. Analiz kapsamına alınmayan örnekler aşağıda listelenmiştir:

- Yalnızca (M3), 17 No.lu örneği zaman sınırı içinde optimal olarak çözmemiştir.
- 18, 45 ve 53 No.lu örnekler, diğer iki model tarafından optimal çözülebilmişken, (M2) tarafından çözülememiştir.
- 43, 48 ve 85 No.lu örnekler yalnızca (M1) tarafından optimal olarak çözülmüştür.
- 80 No.lu örnek yalnızca (M3) tarafından optimal olarak çözülmüştür.

Bahsi geçen örneklerde tüm modeller aynı en iyi amaç fonksiyonu değerine ulaşmış olsa da, her biri için optimalite

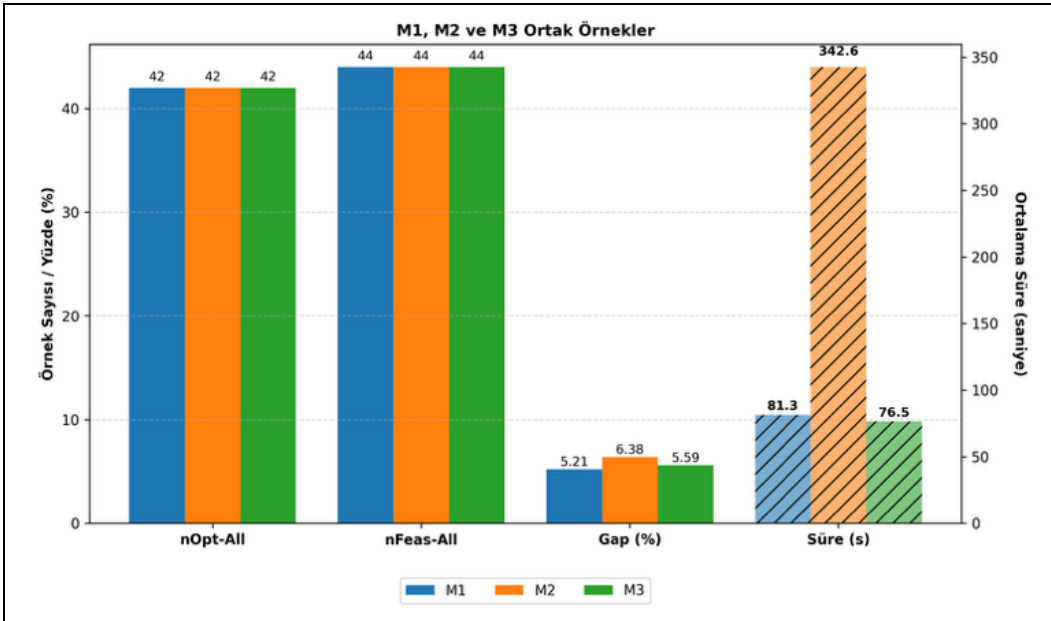
yalnızca bazı modeller tarafından ispatlanabilmiştir. Tüm modellerin optimal olarak çözdüğü örnek sayısı 42, olurlu (ancak optimal olduğu ispatlanmamış) çözüm bulabildiği örnek sayısı ise 44 olarak kaydedilmiştir.

Şekil 2’de sunulan özet sonuçlara göre, ortalama çözüm süresi açısından (M3) en iyi performansı sergilemekte iken, ortalama yüzde açıklık bakımından ise (M1) öne çıkmaktadır. Ancak, bu iki ölçüt ve çözüm kaliteleri açısından (M1) ile (M3) arasında ciddi bir fark olmadığı, öte yandan, (M2)’nin, (M1) ve (M3)’e göre belirgin şekilde daha düşük performans sergilediği görülmektedir.



Şekil 1. (M1), (M2) ve (M3) modellerinin genel performans karşılaştırması.

Figure 1. General performance comparison of (M1), (M2) and (M3) models.



Şekil 2. Ortak olarak çözülebilen örnekler üzerinde (M1), (M2) ve (M3) modellerinin karşılaştırması.

Figure 2. Comparison of (M1), (M2) and (M3) on instances that can be solved by all three models.

Şekil 1 ve Şekil 2'deki sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, (M3) tarafından ortalama çözüm süresi açısından elde edilen iyileştirmelere rağmen, (M1) modeli, üç model arasında genel olarak en iyi performansı sergileyen model olarak kabul edilebilir. İkinci en iyi model olarak (M3) öne çıkarken, (M2) modeli en zayıf performansa sahiptir. Bu nedenle, ikinci deneyde, (M4) modeliyle karşılaştırılmak üzere (M1) modeli seçilmiştir.

(M1) ve (M4) modelleriyle elde edilen sonuçlar Tablo EK B.4, EK B.5 ve EK B.6'da verilmiştir. (M1) modeli 94 örnekte çözüm sağlarken, (M4) yalnızca 86 örnekte başarılı olabilmektedir. Her iki model de 41 ve 44 No.lu örneklerin herhangi bir olurlu çözüme sahip olmadığını ispatlamıştır. Öte yandan, (M4) modeli 30 müşteri ve dört ya da beş araç içeren sekiz örnek için -(M1) modelinin aksine- herhangi bir olurlu çözüm saptayamamıştır.

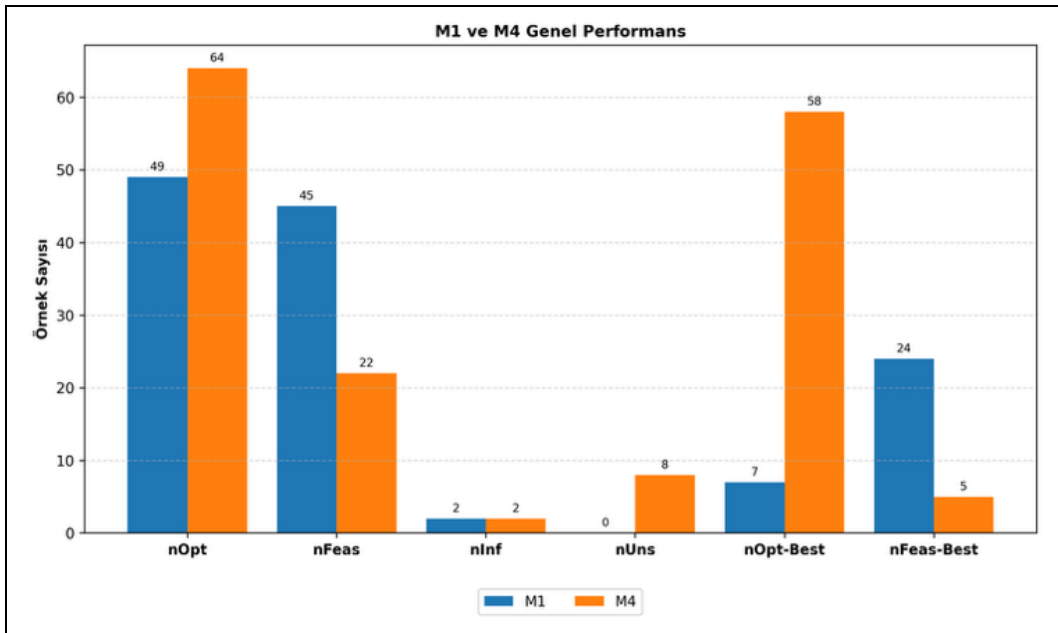
Şekil 3, iki modelin tüm örneklerle dayalı olarak karşılaştırılmasında kullanılan performans ölçütlerinin değerlerini göstermektedir. Buna göre, (M4) modelinin daha çok sayıda örneği optimal olarak çözebildiği ve çoğunlukla daha kısa çözüm sürelerine sahip olduğu görülmektedir. Zaman sınırı içinde optimal çözüme ulaşamayan örnekler dikkate alındığında ise, (M1) modelinin, olurlu çözüm üretme ve çözüm kalitesi yönünden (M4)'e kıyasla daha iyi bir performans sergilediği gözlemlenmiştir. (M1) modeli, optimalite açıklığı bakımından daha küçük değerlere ulaşmakta ve aynı ya da daha yüksek kaliteye sahip çözümler sunmaktadır.

İlk deneyde olduğu gibi burada da, (M1) ve (M4) modelleri her ikisinin de optimal olarak çözdüğü örnekler üzerinden ortalama çözüm süreleri bakımından; her ikisinin de olurlu (ancak optimal olduğu ispatlanmamış) çözümler bulduğu örnekler üzerinden ise ortalama yüzde açıklıkları bakımından karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmaların sonuçları Şekil 4'te yer almaktadır. Karşılaştırmaya dahil edilen örnekler için, (M1)'in ortalama çözüm süresi (M4)'e kıyasla yaklaşık iki kat uzunken,

ortalama yüzde açıklık değeri (M4)'e göre yaklaşık %50 oranında daha düşüktür.

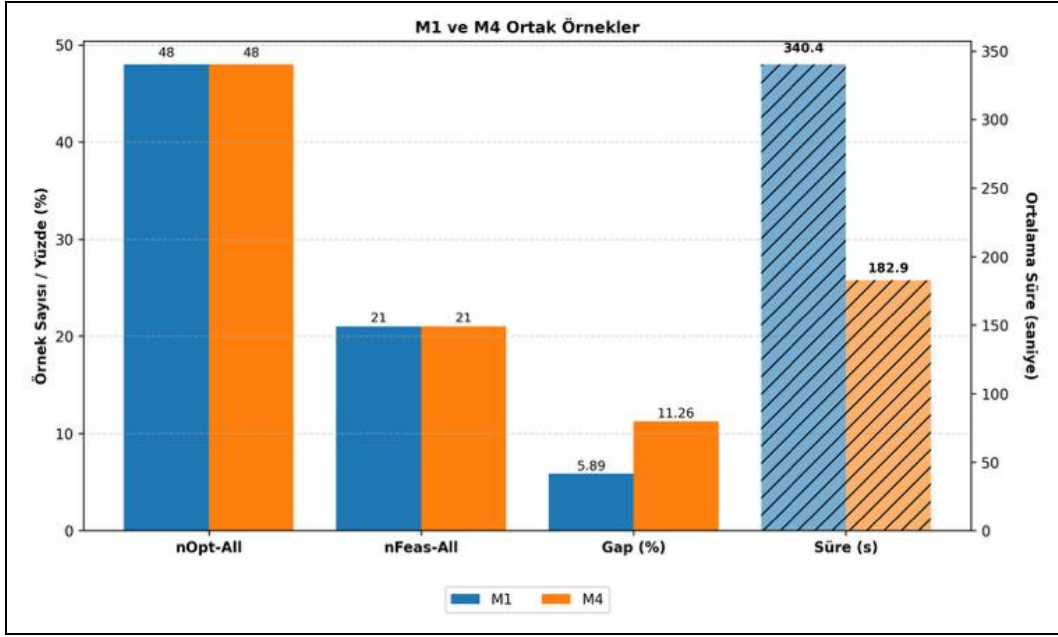
Özetle, her iki model tarafından çözülebilen örnekler dikkate alındığında, (M4) optimal çözümlere daha hızlı ulaşmak konusunda üstün bir performans sergilemekte iken, optimal çözümün belirlenemediği durumlarda ise çoğunlukla (M1) - çözüm kalitesi ve ortalama açıklık değerleri yönünden- (M4)'e kıyasla daha başarılıdır. Ek olarak, (M4) modelinin zaman sınırı içinde herhangi bir olurlu çözüm üretilmediği sekiz örnek için (M1)'in makul açıklık yüzdelerine sahip çözümler sunabilmiş olması da, çözümü görece zor olan örneklerde, (M1)'in daha iyi sonuç verme potansiyeline sahip olduğuna işaret etmektedir. Ancak, deneylerde kullanılan bütün örnekler üzerinde elde edilen, Tablo EK B.4, EK B.5, EK B.6 ile Şekil 3 ve 4'te yer alan sonuçlara dayanarak, (M1) ile (M4) modellerinden birinin tüm performans ölçütleri bakımından diğerine üstünlük sağladığını söylemek mümkün değildir.

(M1) ve (M4) modellerini karşılaştırmak amacıyla gerçekleştirilen deneyin ardından, bu iki modelin dal-ve-kesi ağacının kök düğümünde bulunan kesirli çözümler için bağlantı kısıtlarının ayrıştırılmasını içeren versiyonları da -buradan itibaren (M1-S) ve (M4-S) olarak anılacaktır-incelenmiştir. Burada temel hedef, bağlantı kısıtları gevşetilmiş formülasyonların doğrusal programlama gevşetmesi alt sınırlarını güçlendirerek, dal-ve-kesi prosedürlerinin hesaplama performansını artırmaktır. (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) ile elde edilen sonuçların tamamı Tablo EK B.7, EK B.8 ve EK B.9'da verilmiş olup, sonuçlar Şekil 5'te özetlenmiştir. Tüm modeller, 41 ve 44 No.lu örneklerin herhangi bir olurlu çözüme sahip olmadığını zaman sınırı içinde tespit edebilmiştir. Buna ek olarak, (M4) modeli sekiz, (M4-S) modeli ise dokuz örnek için herhangi bir olurlu çözüm saptayamamıştır.



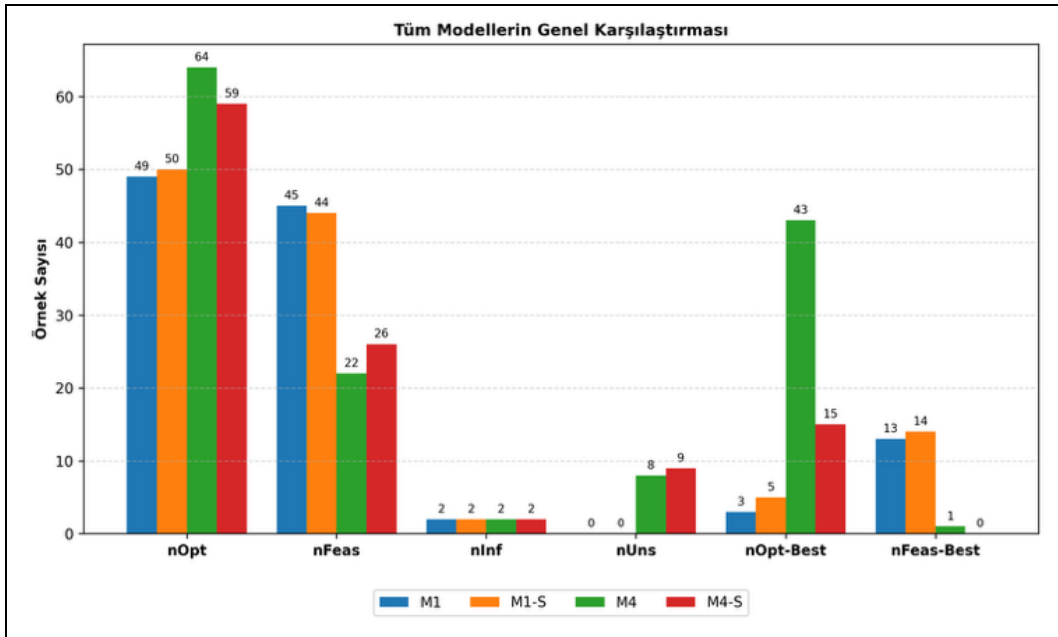
Şekil 3. (M1) ve (M4) modellerinin genel performans karşılaştırması.

Figure 3. General performance comparison of (M1) and (M4) models.



Şekil 4. Ortak olarak çözülebilen örnekler üzerinde (M1) ve (M4) modellerinin karşılaştırması.

Figure 4. Comparison of (M1) and (M4) on instances that can be solved by both models.



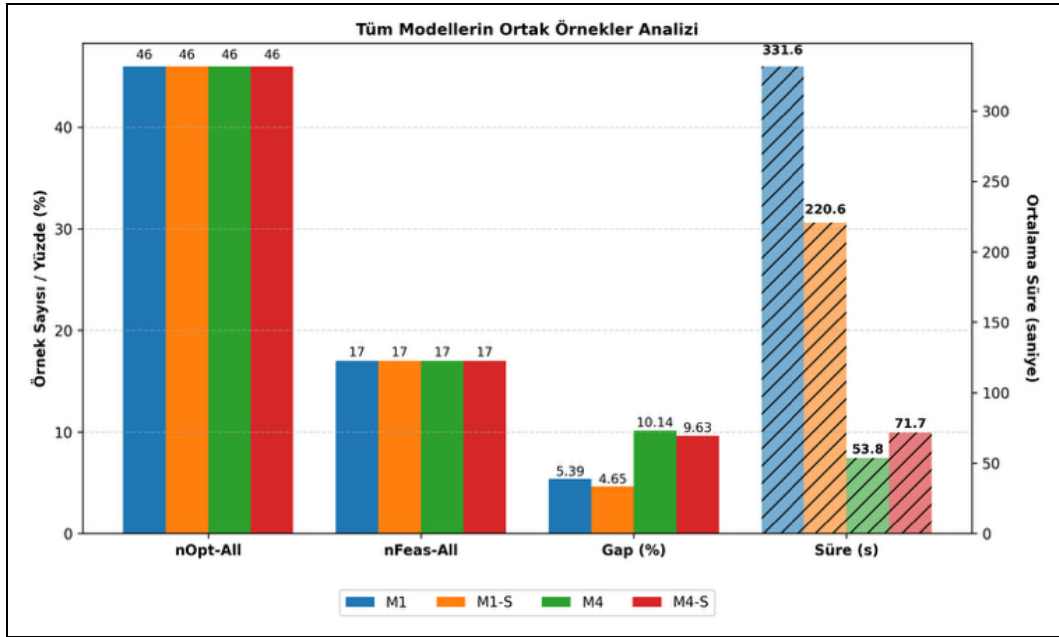
Şekil 5. (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) modellerinin genel performans karşılaştırması.

Figure 5. General performance comparison of (M1), (M1-S), (M4) and (M4-S) models.

(M4), optimal olarak çözülen örnekler arasında, toplam 43 örnek için optimal çözümü en kısa sürede hesaplamıştır. Yalnızca olurlu çözüm bulunabilen örneklerde ise, (M1) ve (M1-S) sırasıyla 13 ve 14 örnek için diğer modellere kıyasla daha yüksek kalitede olurlu çözümler üretmiştir.

Zaman sınırı içerisinde en az bir model tarafından herhangi bir olurlu çözümü belirlenememiş toplam 31 örnek mevcuttur. Geriye kalan 63 örnek, modellerin ortalama çözüm süresi ve ortalama yüzde açıklık değerlerinin karşılaştırılması için kullanılmış ve sonuçlar Şekil 6'da sunulmuştur.

Zaman sınırı göz önünde bulundurulduğunda, dört modelin de optimal çözüme ulaştığı 46 örnek bulunmaktadır. Bu örnekler için, en kısa ortalama çözüm süresi (M4), en uzun ortalama çözüm süresi ise (M1) modeline aittir; ayrıca (M4)'ün, (M1)'den en az beş kat daha hızlı olduğu görülmektedir. Dört modelin de yalnızca olurlu çözüm üretebildiği kalan 17 örnek için ise, (M1-S), ortalamada en düşük açıklık yüzdesine sahiptir ve diğerlerine kıyasla daha yüksek kaliteli çözüm bulduğu örnek sayısı en fazla olan modeldir. Çözüm süreleri açısından üstün olmasına rağmen, (M4), çözüm kalitesi ve ortalama açıklık bakımından en zayıf performansı sergilemektedir.



Şekil 6. Ortak olarak çözülebilen örnekler üzerinde (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) modellerinin karşılaştırması.

Figure 6. Comparison of (M1), (M1-S), (M4) and (M4-S) on instances that can be solved by all four models.

Sonuç olarak, müşteri sayısı 30 veya daha az olan ve araç sayısı dörtten az olan problem örnekleri için (M4) modeli en uygun seçenek olarak görünmektedir. Ancak, daha büyük problem boyutları söz konusu olduğunda, yüksek kaliteli çözümler elde edebilmek için (M1) veya (M1-S) modelleri tercih edilmelidir.

Araç indisinin ve ayrıştırma prosedürlerinin model performansına etkisini istatistiksel olarak doğrulamak amacıyla, (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) modellerinin sonuçları Şekil 6'daki sınıflandırmaya uygun olarak, iki temel alt küme üzerinde incelenmiştir. Modellerin tümünün optimal sonuca ulaştığı 46 örnek üzerinde yapılan Friedman testi, çözüm süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($p < 0.001$). Bu örnek kümesinde, araç indissiz modeller (M4) ve (M4-S), çözüm hızı bakımından temel modellere kıyasla belirgin bir üstünlüğe sahiptir.

Öte yandan, modellerin yalnızca olurlu çözüm üretebildiği 17 zorlu örnek (nFeas-All) üzerinde yapılan analizde, çözüm kaliteleri (gap) açısından da istatistiksel olarak anlamlı bir fark tespit edilmiştir ($p < 0.001$). Ortalama değerler incelendiğinde; (M1) ve (M1-S) modellerinin, (M4) modeline kıyasla istatistiksel olarak anlamlı düzeyde daha düşük açıklık değerlerine (sırasıyla %5.39 ve %4.65'e karşı %10.14) sahip olduğu görülmektedir. Bu bulgular, hızlı çözüm gerektiren durumlarda (M4) modelinin, yüksek çözüm kalitesi gerektiren durumlarda ise (M1) veya (M1-S) modellerinin tercih edilmesi gerektiğini istatistiksel olarak doğrulamaktadır.

Dördüncü ve son deneyimiz, çizelge seçimi kısıtlarını modellemek için kullanılan iki alternatif yaklaşımın, formülasyonların hesaplama performansı üzerindeki etkilerini değerlendirmeyi amaçlamakta olup, (M1), (M4), (M5) ve (M6) ile elde edilen sonuçları kapsamaktadır. Bu doğrultuda, (M1) ile (M5) arasında ve (M4) ile (M6) arasında karşılaştırma yapılmıştır.

Adil bir karşılaştırma yapılabilmesi için, her müşterinin olurlu ziyaret çizelgeleri tüm formülasyonlarda aynı olacak biçimde

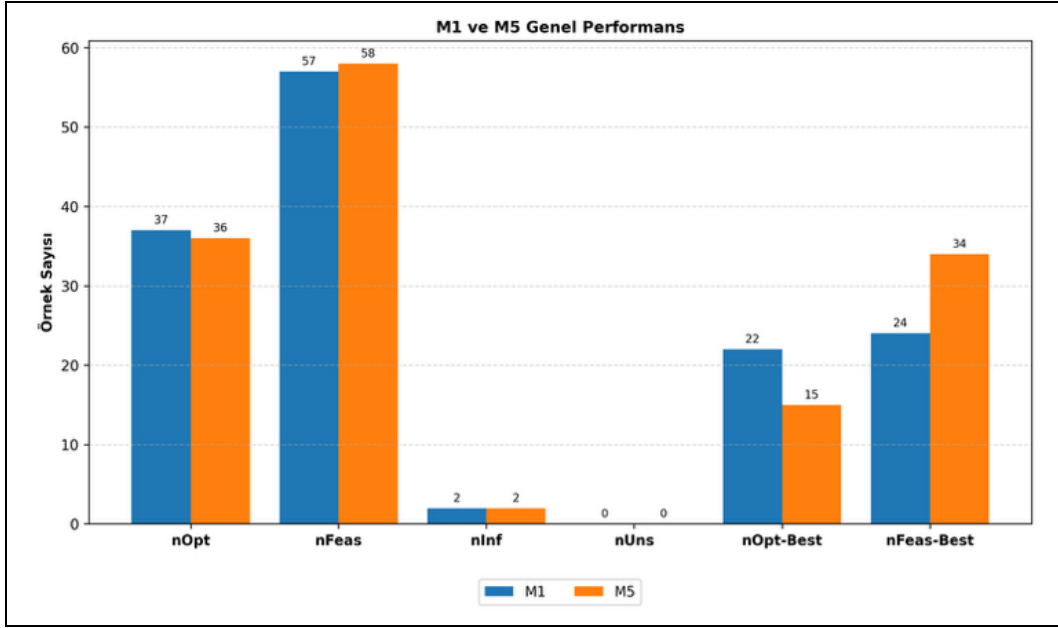
ayarlanmış, böylece kullanılan modelleme yaklaşımından bağımsız olarak, aynı çözüm uzayı içerisinde arama yapılması sağlanmıştır. Detaylı sonuçlar Tablo EK B.10, EK B.11 ve EK B.12'de verilmiş olup, Şekil 7-10'da özetlenmiştir.

Tüm modeller, zaman sınırı içinde 41 ve 44 No.lu örneklerin olurlu çözüm uzayının boş olduğunu tespit etmiştir. (M1), optimal çözdüğü 37 örneğin 22'sinde daha kısa süreye ulaşarak ortalamada %10.7'lik bir hız avantajı sağlamıştır. Buna karşın (M5), optimaliteye ulaşamayan örneklerin çoğunda (34/58) daha düşük açıklık değerleri sunarak çözüm kalitesinde öne çıkmaktadır. Sonuçlar, (M1)'in hızıyla, (M5)'in ise zorlu örneklerdeki çözüm kalitesiyle avantaj sağladığını göstermektedir.

Analizin devamında, (M1) ve (M5) modellerinin araç indisi içermeyen versiyonları olan (M4) ve (M6) karşılaştırılmıştır. Buna göre, (M6), hem olurlu çözüm bulabildiği örnek sayısı, hem de optimal çözebildiği örnek sayısı bakımından (M4)'ü geride bırakmıştır. (M6), optimal çözülen örneklerde daha kısa ortalama süre sunarak hız avantajı da sağlamıştır. (M4), optimal olmayan çözümlerde marjinal bir açıklık (gap) avantajına sahip olsa da; genel başarı ölçütleri (nOpt, nFeas, Süre) dikkate alındığında, (M6)'daki alternatif çizelge yaklaşımının literatürdeki (M4) yapısına göre belirgin iyileştirmeler sunduğu görülmektedir.

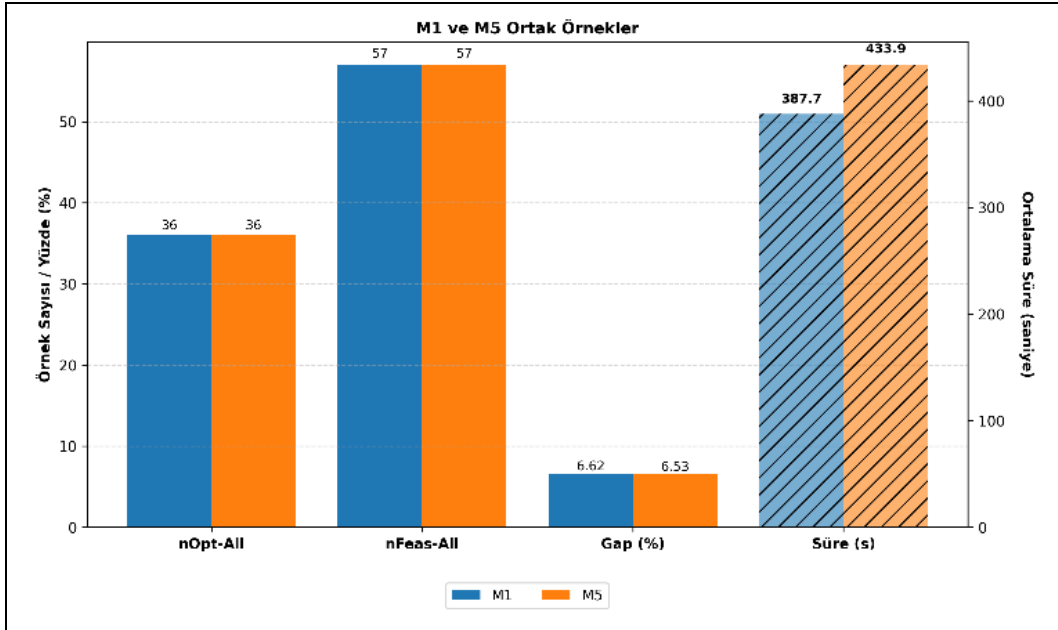
Çizelge seçimi için önerilen alternatif yaklaşımların etkinliği, (M1)-(M5) ve (M4)-(M6) model çiftleri üzerinden yapılan Wilcoxon işaretli sıra testleri ile de incelenmiştir. Analiz sonuçlarına göre:

- Araç indissiz modeller (M1) ve (M5): (M1) modeli optimal çözümlerde sayısal olarak daha hızlı görünse de, bu fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır ($p = 0.091 > 0.05$). Benzer şekilde, (M5) modelinin zorlu örneklerde sağladığı açıklık (gap) iyileştirmesi de istatistiksel anlamlılık sınırının altında kalmıştır.



Şekil 7. (M1) ve (M5) modellerinin genel performans karşılaştırması.

Figure 7. General performance comparison of (M1) and (M5) models.



Şekil 8. Ortak olarak çözülebilen örnekler üzerinde (M1) ve (M5) modellerinin karşılaştırması.

Figure 8. Comparison of (M1) and (M5) on instances that can be solved by both models.

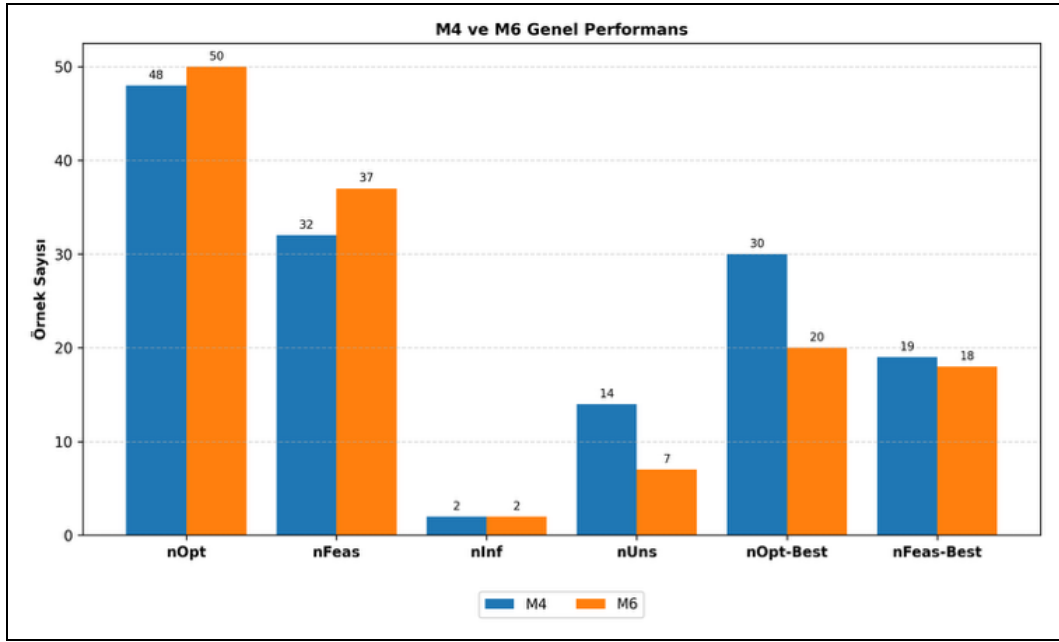
- Araç indissiz modeller (M4) ve (M6): (M6) ve (M4) modellerinin çözüm süreleri ve açıklık değerleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark tespit edilememiştir ($p > 0.05$).

Bu istatistiksel bulgulara rağmen, (M6) modelinin (M4)'e kıyasla daha fazla sayıda optimal çözüm üretmesi ve çözüm bulamadığı örnek sayısını yarı yarıya azaltması, önerilen çizelge yapısının çözüm uzayını tarama ve olurlu çözüm bulma kapasitesini artırdığına işaret etmektedir. Dolayısıyla alternatif çizelge seçimi kısıtlarının, tercih edilen modele bağlı olarak

(araç indissiz/indissiz) hesaplama performansını iyileştirme potansiyeline sahip olduğu söylenebilir.

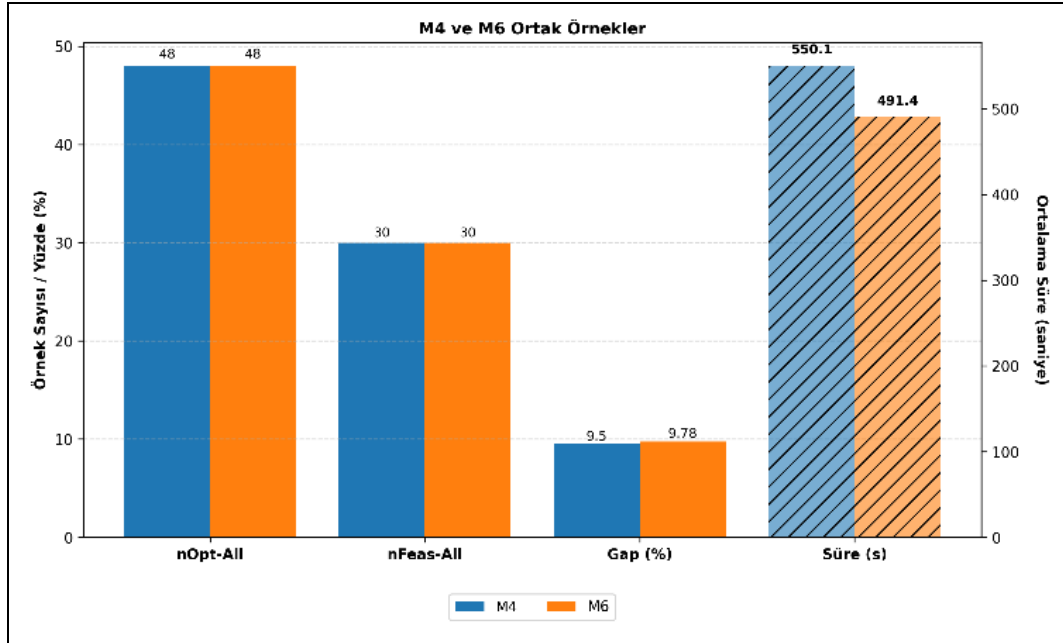
5 Sonuçlar

Bu çalışmada, çok periyotlu araç rotalama problemi (ÇPARP) için kesi-temelli formülasyonlar önerilmiş ve bu formülasyonlar ile problemi çözmek için dal-ve-kesi yaklaşımından faydalanılmıştır. ÇPARP'nin farklı bir varyantı için Rodríguez-Martín ve diğ. [13] tarafından geliştirilen kesi-temelli formülasyonun uyarlanmasıyla (M1) olarak adlandırılan model elde edilmiştir.



Şekil 9. (M4) ve (M6) modellerinin genel performans karşılaştırması.

Figure 9. General performance comparison of (M4) and (M6) models.



Şekil 10. Ortak olarak çözülebilen örnekler üzerinde (M4) ve (M6) modellerinin karşılaştırması.

Figure 10. Comparison of (M4) and (M6) on instances that can be solved by both models.

Daha sonra, bu modeli temel alan beş alternatif formülasyon önerilmiştir. Alternatif formülasyonlardan (M2) ve (M3), kullanılan alt tur eleme kısıtları bakımından (M1)'den ayrılmaktadır. Bir diğer alternatif formülasyon olan (M4), modelin büyüklüğünü ve çözüm uzayındaki simetriyi azaltmak amacıyla, temel modelden araç indislerinin elenmesiyle elde edilmiştir. Bildiğimiz kadarıyla, literatürde ÇPARP için araç indisli değişkenler içermeyen kesi-temelli başka bir formülasyon bulunmamaktadır. Kalan iki formülasyon (M5) ve (M6) ise, çizelge seçimi kısıtlarının modellenmesinde alternatif

bir yaklaşım kullanılarak geliştirilmiştir. Alt tur eleme kısıtlarının üstel yapısı nedeniyle, önerilen formülasyonların çözümü için dal-ve-kesi prosedürleri tasarlanmış ve uygulanmıştır. Ayrıca, (M1) ve (M4) modelleri için geliştirilen dal-ve-kesi prosedürlerine, arama ağacının kök düğümünde karşılaşılan kesirli çözümler için bir kesi ayrıştırma yordamı da entegre edilmiş ve doğrusal programlama gevşetmeleriyle ilişkili alt sınırların güçlendirilmesi amaçlanmıştır. Elde edilen bu prosedürler, karşılaştırmalı analizlerde de dikkate alınmıştır.

Gerçekleştirilen kapsamlı bilgisayarlı deneyler, problem boyutu ile formülasyonların performansı arasında net bir ayrım olduğunu ortaya koymuştur. Elde edilen sonuçlara göre, 30 veya daha az müşteri ve dörtten az araç içeren örneklerde, araç indissiz (M4) modeli, çözüm uzayındaki simetriyi azaltan yapısının sağladığı hesaplama avantajı sayesinde, çözüm süresi bakımından en etkin yöntem olarak öne çıkmaktadır. Buna karşılık, müşteri ve araç sayısının arttığı büyük ve karmaşık örneklerde, araç indisli temel model (M1) ve özellikle kesi ayrıştırma prosedürü ile güçlendirilmiş (M1-S), çözüm kalitesi ve açıklık (gap) yüzdeleri açısından (M4)'e kıyasla belirgin bir üstünlük sağlamaktadır. Bu bulgu, literatür için önemli bir çıkarım sunmaktadır: hızlı çözüm gerektiren küçük ölçekli uygulamalarda araç indissiz modeller ön plana çıkmaktayken, çözüm kalitesinin kritik olduğu büyük ölçekli problemler için araç indisli ve kesi ayrıştırma destekli yaklaşımlar daha uygundur.

Çizelge seçimi için önerilen alternatif modelleme yaklaşımının performansa etkisi ise, entegre edildiği formülasyonun yapısına (araç indisli veya indissiz) bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. (M5) ve (M6) modelleri, çözüm uzayını tarama etkinliği ve yüksek kaliteli çözümlere ulaşma bakımından (M1) ve (M4) modellerine güçlü birer alternatif olarak değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular, önerilen çizelge seçimi kısıtlarının özellikle karmaşık senaryolarda esneklik sağlayarak modelin çözüm bulma kapasitesini artırdığını doğrulamaktadır. Gelecekte bu çalışmayı temel alarak, önerilen alternatif formülasyonlar için geçerli eşitsizlikler geliştirilmesi ve dal-ve-kesi prosedürlerine entegre edilmesi umut vadeden bir araştırma yönü olarak değerlendirilebilir. Ayrıca, (M4) modeli için çözücüye girdi olarak verilebilecek olurlu bir başlangıç çözümü üretmeye yönelik bir yöntem geliştirmek de, ileriye dönük olarak faydalı olabilir; zira bu model, birçok örnekte gözlemlediğimiz belirgin hesaplama avantajları sayesinde, birtakım iyileştirmeler yapılırsa, daha zor problem örneklerini de verimli bir şekilde çözmeye potansiyeline sahiptir. Son olarak, bu çalışmada olduğu gibi genel tamsayı talepler kullanmak yerine, birim talep varsayımı altında modellerin hesaplama performanslarının değerlendirilmesi ve farklı problem örnekleri kullanılarak karşılaştırmalı analizlerin genişletilmesi de gelecekte araştırılmaya değer konular arasındadır.

6 Conclusions

In this study, we propose cut-based formulations for the Period Vehicle Routing Problem (PVRP) and employ a branch-and-cut framework to solve the problem. By adapting the cut-based formulation originally developed by Rodríguez-Martín et al. [13] for a different variant of the PVRP, we derive a base model, denoted as (M1). Building upon this model, five alternative formulations are introduced. Among these, formulations (M2) and (M3) differ from (M1) in terms of the subtour elimination constraints employed. Another alternative, model (M4), is obtained by eliminating vehicle indices from the base formulation, with the aim of reducing model size and symmetry in the solution space. To the best of our knowledge, no other cut-based formulation for the PVRP without vehicle-indexed variables has been reported in the literature. The remaining two formulations, (M5) and (M6), are developed by adopting an alternative approach to modeling schedule selection constraints. Given the exponential nature of the subtour elimination constraints, dedicated branch-and-cut procedures are designed and implemented to solve the proposed

formulations. Furthermore, for models (M1) and (M4), a cut separation routine is incorporated at the root node of the search tree to strengthen the lower bounds of the linear programming relaxations by addressing fractional solutions. These procedures are also included in the comparative analyses.

Extensive computational experiments revealed a clear distinction between the performance of different formulations with respect to problem size. The results indicate that for instances containing 30 or fewer customers and fewer than four vehicles, the vehicle-index-free model (M4) emerges as the most effective approach regarding solution time, owing to the computational benefits derived from its symmetry-breaking structure. Conversely, in larger and more complex instances with an increased number of customers and vehicles, the vehicle-indexed base model (M1)-and particularly its version reinforced with the cut separation procedure (M1-S)-demonstrates significant superiority over (M4) in terms of solution quality and percentage optimality gap. This finding offers a key insight for the literature: while vehicle-index-free models appear prominent for small-scale applications requiring rapid solutions, vehicle-indexed approaches supported by cut separation are more suitable for large-scale problems where solution quality is critical.

The impact of the proposed alternative modeling approach for schedule selection on performance varies depending on the structure of the formulation into which it is integrated (i.e., vehicle-indexed or vehicle-index-free). Models (M5) and (M6) are evaluated as promising alternatives to models (M1) and (M4) in terms of their effectiveness in exploring the solution space and achieving high-quality solutions. The findings confirm that the proposed schedule selection constraints enhance the models' capacity to find feasible solutions by providing flexibility, particularly in complex scenarios. Building upon this study, developing valid inequalities for the proposed alternative formulations and integrating them into the branch-and-cut procedures can be considered a promising direction for future research. Furthermore, devising a method to generate feasible initial solutions for the (M4) model as solver input may also prove beneficial, since this model-owing to the notable computational advantages observed in many instances-holds the potential to efficiently solve more challenging problem instances if further enhancements are introduced. Finally, rather than relying on general integer demands as in the present study, evaluating the computational performance of the models under the unit-demand assumption and extending the comparative analyses with different problem instances also constitute worthwhile avenues for future research.

7 Yazar katkı beyanı

Gerçekleştirilen çalışmada Gizem Özbaygın fikrin oluşmasında, modellerin ve çözüm yönteminin tasarlanmasında, hesaplama deneylerinde elde edilen sonuçların değerlendirilmesinde ve makalenin yazımında; Oğulcan Doğan literatür taramasında, modellerin ve çözüm yönteminin geliştirilip uygulanmasında, hesaplama deneylerinin gerçekleştirilmesinde ve elde edilen sonuçların değerlendirilmesinde katkı sunmuşlardır.

8 Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur. Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

9 Kaynaklar

- [1] Dantzig GB, Ramser JH. "The truck dispatching problem". *Management Science*, 6(1), 80-91, 1959.
- [2] Topaloğlu D, Polat O, Kalaycı CB. "Çok kompartımanlı heterojen filolu zaman pencereli araç rotalama probleminin çözümü için sezgisel algoritmalar". *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 29(8), 870-884, 2023.
- [3] İnkaya HK, Haldenbilen S, Polat O. "Akıllı çöp konteynerleri ile değişken ağ yapısına sahip çöp rotalama optimizasyonu". *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 30(6), 742-755, 2024.
- [4] Beltrami EJ, Bodin LD. "Networks and vehicle routing for municipal waste collection". *Networks*, 4(1), 65-94, 1974.
- [5] Russell R, Igo W. "An assignment routing problem". *Networks*, 9(1), 1-17, 1979.
- [6] Christofides N, Beasley JE. "The period routing problem". *Networks*, 14(2), 237-256, 1984.
- [7] Golden BL, Wasil EA. "Or practice-computerized vehicle routing in the soft drink industry". *Operations Research*, 35(1), 6-17, 1987.
- [8] Banerjea-Brodeur M, Cordeau JF, Laporte G, Lasry A. "Scheduling linen deliveries in a large hospital". *Journal of the Operational Research Society*, 49(8), 777-780, 1998.
- [9] Hemmelmayr V, Doerner KF, Hartl RF, Savelsbergh MW. "Delivery strategies for blood products supplies". *OR Spectrum* 31(4), 707-725, 2009.
- [10] Archetti C, Jabali O, Speranza MG. "Multi-period vehicle routing problem with due dates". *Computers & Operations Research*, 61, 122-134, 2015.
- [11] Archetti C, Fernández E, Huerta-Muñoz DL. "The flexible periodic vehicle routing problem". *Computers & Operations Research*, 85, 58-70, 2017.
- [12] Larrain H, Coelho LC, Archetti C, Speranza MG. "Exact solution methods for the multi-period vehicle routing problem with due dates". *Computers & Operations Research*, 110, 148-158, 2019.
- [13] Rodríguez-Martín I, Salazar-González JJ, Yaman H. "The periodic vehicle routing problem with driver consistency". *European Journal of Operational Research*, 273(2), 575-584, 2019.
- [14] Clarke G, Wright JW. "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points". *Operations Research*, 12(4), 568-581, 1964.
- [15] Tan CCR, Beasley JE. "A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem". *Omega*, 12(5), 497-504, 1984.
- [16] Chao IM, Golden BL, Wasil EA. "An improved heuristic for the period vehicle routing problem". *Networks*, 26(1), 25-44, 1995.
- [17] Cacchiani V, Hemmelmayr VC, Tricoire F. "A set-covering based heuristic algorithm for the periodic vehicle routing problem". *Discrete Applied Mathematics*, 163, 53-64, 2014.
- [18] Baldacci R, Bartolini E, Mingozzi A, Valletta A. "An exact algorithm for the period routing problem". *Operations Research*, 59(1), 228-241, 2011.
- [19] Rothenbächer AK. "Branch-and-price-and-cut for the periodic vehicle routing problem with flexible schedule structures". *Transportation Science*, 53(3), 850-866, 2019.
- [20] Basir SA, Şahin G, Özbaygın G. "A comparative study of alternative formulations for the periodic vehicle routing problem". *Computers & Operations Research*, 165, 106583, 2024.
- [21] Laporte G, Nobert Y, Desrochers M. "Optimal routing under capacity and distance restrictions". *Operations Research*, 33(5), 1050-1073, 1985.

Ek A

Verilen bir kesirli çözüm için, (7) No.lu bağlantı kısıtları, her bir periyot-arac ikilisi için çözümde kullanılan ayrıtlara ve bağlı oldukları düğümlere indirgenmiş bir destek çizgesi (support graph) üzerinde uygun kapasite değerleriyle tanımlanmış bir dizi minimum-kesi (min-cut) problemi çözümlere ayrıştırılır. Destek çizgesinde bulunan her ayrıtın kapasitesi, mevcut kesirli çözümde o ayrıtla ilişkili araç akış değişkeninin (x_{ijkt}) değerine eşit olacak şekilde ayarlanmalıdır. Matematiksel olarak ifade etmek gerekirse, t periyodu ve k aracı için, $N'_{kt} = \{i \in N \setminus \{0\} : z_{ikt} > 0\} \cup \{0\}$ düğüm kümesi ve $A'_{kt} = \{(i, j) \in A : x_{ijkt} > 0\}$ yönsüz ayrıt kümesi ile $G'_{kt} = (N'_{kt}, A'_{kt})$ destek çizgesi tanımlanır ve $(i, j) \in A'_{kt}$ ayrıtının kapasitesi $q_{ij} = x_{ijkt}$ olarak alınır. Her $i \in N'_{kt}$ müşterisi için, $i \in S$ ve $0 \in N'_{kt} \setminus S$ olacak şekilde, minimum kapasiteye sahip kesi (min-cut) $S \subseteq N'_{kt} \setminus \{0\}$ belirlenir. Elde edilen kesinin kapasitesi, (7) No.lukısıtların sol tarafındaki $x^{tk}(\delta(S))$ ifadesinin alabileceği en küçük değere karşılık gelmekte olduğundan, bu değerin $2z_{itk}$ değerinden büyük veya eşit olması tüm bağlantı kısıtlarının sağlandığı anlamına gelmektedir. Aksi halde, $x^{tk}(\delta(S)) \geq 2z_{itk}$ kısıtının ihlal edildiği tespit edilmiş olduğundan, bu kısıt modele eklenir.

Araç indisi içermeyen formülasyonlar çözümlerken de (18) No.lu kısıtlar, benzer bir prosedür ile ayrıştırılır. Bu durumda, her periyot için $N'_t = \{i \in N \setminus \{0\} : y_{it} > 0\} \cup \{0\}$ ve $A'_t = \{(i, j) \in A : x_{ijt} > 0\}$ ile $G'_t = (N'_t, A'_t)$ destek çizgesi tanımlanır ve $(i, j) \in A'_t$ ayrıtının kapasitesi $q_{ij} = x_{ijt}$ olarak atanır. Sonrasında, her $i \in N'_t \setminus \{0\}$ düğümü için, $i \in S$ ve $0 \in N'_t \setminus S$ olacak şekilde minimum kapasiteli kesi belirlenerek, ihlal edildiği tespit edilen bağlantı kısıtları modele eklenir.

Ek B

Tablo EK B.1. (M1), (M2) ve (M3) modelleri ile a versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.

Appendix Table B.1. Results obtained with (M1), (M2) and (M3) models on version-a instances.

Problem örneği					M1			M2			M3		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
1	11	2	2	a	620.48	0	0.64	620.48	0	0.50	620.48	0	0.59
2	11	2	3	a	620.48	0	1.20	620.48	0	0.95	620.48	0	1.00
3	11	3	2	a	834.96	0	1.88	834.96	0	0.95	834.96	0	0.89
4	11	3	3	a	834.96	0	2.42	834.96	0	1.38	834.96	0	10.69
5	11	4	2	a	1043.91	0	1.45	1043.91	0	1.21	1043.91	0	1.20

Tablo EK B.1. Devamı.
Appendix Table B.1. Continued.

Problem örneği					M1			M2			M3		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
6	11	4	3	a	1043.91	0	3.95	1043.91	0	4.95	1043.91	0	2.86
7	11	5	2	a	1083.97	0	5.82	1083.97	0	7.88	1083.97	0	9.34
8	11	5	3	a	1083.97	0	49.21	1083.97	0	71.48	1083.97	0	55.58
9	21	2	2	a	828.98	0	1.08	828.98	0	0.97	828.98	0	1.48
10	21	2	3	a	828.98	0	1.66	828.98	0	1.77	828.98	0	2.88
11	21	2	4	a	828.98	0	18.32	828.98	0	21.55	828.98	0	3.67
12	21	3	2	a	1088.36	0	3.11	1088.36	0	3.95	1088.36	0	4.03
13	21	3	3	a	1088.36	0	20.93	1088.36	0	23.06	1088.36	0	10.05
14	21	3	4	a	1088.36	0	252.12	1088.36	0	631.92	1088.36	0	504.83
15	21	4	2	a	1253.47	0	30.07	1253.47	0	30.91	1253.47	0	37.21
16	21	4	3	a	1253.47	0	501.69	1253.47	0	181.25	1253.47	0	299.25
17	21	4	4	a	1253.47	0	1199.81	1253.47	0	1336.42	1253.47	1.29	TLR
18	21	5	2	a	1729	0	1168.47	1729	0.61	TLR	1729	0	1136.09
19	21	5	3	a	1729	1.44	TLR	1729	2.26	TLR	1729	1.41	TLR
20	21	5	4	a	1729	4.92	TLR	1738.54	6.64	TLR	1731.58	5	TLR
21	31	2	2	a	916.53	2.33	TLR	916.53	4.38	TLR	916.53	2.02	TLR
22	31	2	3	a	916.53	3.20	TLR	916.53	6.43	TLR	916.53	4.23	TLR
23	31	2	4	a	916.53	3.69	TLR	916.53	5.57	TLR	916.53	5.03	TLR
24	31	3	2	a	1285.54	5.39	TLR	1287.10	6.31	TLR	1285.54	5	TLR
25	31	3	3	a	1285.54	5.75	TLR	1285.54	6.52	TLR	1285.54	5.80	TLR
26	31	3	4	a	1287.10	6.31	TLR	1287.10	7.37	TLR	1285.54	6.68	TLR
27	31	4	2	a	1740.92	6.09	TLR	1751.13	6.24	TLR	1740.92	5.57	TLR
28	31	4	3	a	1748.91	6.86	TLR	1769.25	8.65	TLR	1748.91	6.27	TLR
29	31	4	4	a	1748.91	7.62	TLR	1752.34	6.07	TLR	1740.92	6.85	TLR
30	31	5	2	a	1796.70	9.38	TLR	1862.42	12.96	TLR	1777.63	8.13	TLR
31	31	5	3	a	1780.23	8.25	TLR	1788.59	9.19	TLR	1789.11	8.82	TLR
32	31	5	4	a	1828.77	12.16	TLR	1786.50	10.27	TLR	1792.46	9.95	TLR

Tablo EK B.2. (M1), (M2) ve (M3) modelleri ile b versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.

Appendix Table B.2. Results obtained with (M1), (M2) and (M3) models on version-b instances.

Problem örneği					M1			M2			M3		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
33	11	2	2	b	555.05	0	0.33	555.05	0	0.41	555.05	0	0.42
34	11	2	3	b	555.05	0	0.50	555.05	0	0.89	555.05	0	0.58
35	11	3	2	b	933.64	0	0.80	933.64	0	1.05	933.64	0	1.17
36	11	3	3	b	933.64	0	1.69	933.64	0	1.34	933.64	0	1.48
37	11	4	2	b	1202.49	0	1.53	1202.49	0	1.00	1202.49	0	1.11
38	11	4	3	b	1202.49	0	1.41	1202.49	0	1.53	1202.49	0	2.27
39	11	5	2	b	1457.10	0	2.09	1457.10	0	2.55	1457.10	0	3.36
40	11	5	3	b	1457.10	0	11.86	1457.10	0	6.98	1457.10	0	17.58
41	21	2	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF
42	21	2	3	b	797.84	0	408.08	797.84	0	843.41	797.84	0	262.73
43	21	2	4	b	797.84	0	1266.40	797.84	3.24	TLR	797.84	4.45	TLR
44	21	3	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF
45	21	3	3	b	1216.80	0	2340.51	1216.80	1.34	TLR	1216.80	0	2164.90
46	21	3	4	b	1216.80	4.59	TLR	1216.80	4.96	TLR	1216.80	4.81	TLR
47	21	4	2	b	1310.34	0	69.11	1310.34	0	524.95	1310.34	0	207.46

Tablo EK B.2. Devamı.
Appendix Table B.2. Continued.

Problem örneği					M1			M2			M3		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
48	21	4	3	b	1310.34	0	4259.67	1310.34	0.73	TLR	1310.34	0.24	TLR
49	21	4	4	b	1310.34	2.33	TLR	1325.25	8.09	TLR	1310.34	9.95	TLR
50	21	5	2	b	1710.65	0	429.31	1710.65	0	2469.63	1710.65	0	469.61
51	21	5	3	b	1710.65	1.12	TLR	1710.65	2.67	TLR	1710.65	1.10	TLR
52	21	5	4	b	1734.87	4.67	TLR	1710.65	4.06	TLR	1710.65	3.76	TLR
53	31	2	2	b	1026.38	0	655.68	1026.38	0.94	TLR	1026.38	0	818.22
54	31	2	3	b	1026.38	3.84	TLR	1026.38	4.89	TLR	1026.38	4.69	TLR
55	31	2	4	b	1026.38	5.99	TLR	1026.38	4.78	TLR	1026.38	4.83	TLR
56	31	3	2	b	1310.01	2.53	TLR	1316.85	4.80	TLR	1310.01	3.35	TLR
57	31	3	3	b	1312	3.93	TLR	1312.67	5.57	TLR	1310.01	4.37	TLR
58	31	3	4	b	1316.49	4.57	TLR	1310.01	4.12	TLR	1310.01	4.53	TLR
59	31	4	2	b	1528.74	2.44	TLR	1528.74	2.10	TLR	1528.74	2.33	TLR
60	31	4	3	b	1528.74	2.56	TLR	1528.74	2.67	TLR	1533.55	2.92	TLR
61	31	4	4	b	1528.74	2.64	TLR	1528.74	2.75	TLR	1528.74	2.75	TLR
62	31	5	2	b	2141.50	2.94	TLR	2180.76	4.87	TLR	2165.20	3.86	TLR
63	31	5	3	b	2140.22	3.04	TLR	2140.22	2.88	TLR	2190.73	5.43	TLR
64	31	5	4	b	2151.46	3.61	TLR	2216.22	6.53	TLR	2158.98	4.10	TLR

Tablo EK B.3. (M1), (M2) ve (M3) modelleri ile b versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.

Appendix Table B.3. Results obtained with (M1), (M2) and (M3) models on version-c instances.

Problem örneği					M1			M2			M3		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
65	11	2	2	c	581.49	0	0.39	581.49	0	0.66	581.49	0	0.45
66	11	2	3	c	581.49	0	0.77	581.49	0	1.00	581.49	0	0.78
67	11	3	2	c	672.53	0	0.27	672.53	0	0.33	672.53	0	0.31
68	11	3	3	c	672.53	0	0.41	672.53	0	0.55	672.53	0	0.52
69	11	4	2	c	982.55	0	1.45	982.55	0	1.45	982.55	0	1.67
70	11	4	3	c	982.55	0	2.81	982.55	0	2.22	982.55	0	4.27
71	11	5	2	c	1106.05	0	0.70	1106.05	0	0.81	1106.05	0	0.77
72	11	5	3	c	1106.05	0	1.39	1106.05	0	1.94	1106.05	0	1.27
73	21	2	2	c	807.85	0	4.48	807.85	0	34.73	807.85	0	15.49
74	21	2	3	c	807.85	0	63.97	807.85	0	719.81	807.85	0	74.46
75	21	2	4	c	807.85	0	357.26	807.85	0	1771.83	807.85	0	290.56
76	21	3	2	c	966.11	0	16.44	966.11	0	38.13	966.11	0	6.81
77	21	3	3	c	966.11	0	166.42	966.11	0	1434.76	966.11	0	178.55
78	21	3	4	c	966.11	0	600.13	966.11	0	2279.26	966.11	0	451.56
79	21	4	2	c	1187.64	0	375.99	1187.64	0	3262.25	1187.64	0	271.03
80	21	4	3	c	1187.64	2.35	TLR	1187.64	4.83	TLR	1187.64	0	3116.62
81	21	4	4	c	1187.64	3.27	TLR	1187.64	6.33	TLR	1187.64	3.01	TLR
82	21	5	2	c	1820.05	2.31	TLR	1837.80	7.40	TLR	1820.05	2.13	TLR
83	21	5	3	c	1818.90	6.15	TLR	1878.39	10.63	TLR	1819.84	6.20	TLR
84	21	5	4	c	1824.40	16.55	TLR	1839.81	18.42	TLR	1831.35	15.94	TLR
85	31	2	2	c	913.59	0	3201.56	913.59	3.19	TLR	913.59	2.37	TLR
86	31	2	3	c	913.59	4.58	TLR	913.59	3.91	TLR	913.59	3.40	TLR
87	31	2	4	c	913.59	2.40	TLR	913.59	4.23	TLR	913.59	5.45	TLR
88	31	3	2	c	1309.23	6.14	TLR	1317.52	6.29	TLR	1317.40	7.29	TLR
89	31	3	3	c	1325.32	7.83	TLR	1329.52	8.95	TLR	1317.40	6.96	TLR

Tablo EK B.3. Devamı.

Appendix Table B.3. Continued.

Problem örneği					M1			M2			M3		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
90	31	3	4	c	1335.24	8.87	TLR	1317.40	8.15	TLR	1329.47	8.65	TLR
91	31	4	2	c	1816.23	8.60	TLR	1803.58	8.83	TLR	1849.35	10.83	TLR
92	31	4	3	c	1787.49	7.79	TLR	1808.56	9.18	TLR	1812.51	8.97	TLR
93	31	4	4	c	1795.30	7.95	TLR	1812.34	9.43	TLR	1796.86	8.77	TLR
94	31	5	2	c	1754.44	4.54	TLR	1767.73	3.84	TLR	1748.04	4.03	TLR
95	31	5	3	c	1734.87	3.50	TLR	1770.04	5.48	TLR	1762.72	4.88	TLR
96	31	5	4	c	1745.10	4.47	TLR	1761.60	4.87	TLR	1775.74	5.97	TLR

Tablo EK B.4. (M1) ve (M4) modelleri ile a versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.

Appendix Table B.4. Results obtained with (M1) and (M4) models on version-a instances.

Problem örneği					M1			M2		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
1	11	2	2	a	620.48	0	0.64	620.48	0	0.32
2	11	2	3	a	620.48	0	1.20	620.48	0	0.25
3	11	3	2	a	834.96	0	1.88	834.96	0	0.65
4	11	3	3	a	834.96	0	2.42	834.96	0	0.74
5	11	4	2	a	1043.91	0	1.45	1043.91	0	0.59
6	11	4	3	a	1043.91	0	3.95	1043.91	0	0.50
7	11	5	2	a	1083.97	0	5.82	1083.97	0	2.14
8	11	5	3	a	1083.97	0	49.21	1083.97	0	3.05
9	21	2	2	a	828.98	0	1.08	828.98	0	0.45
10	21	2	3	a	828.98	0	1.66	828.98	0	0.50
11	21	2	4	a	828.98	0	18.32	828.98	0	0.44
12	21	3	2	a	1088.36	0	3.11	1088.36	0	5.95
13	21	3	3	a	1088.36	0	20.93	1088.36	0	6.33
14	21	3	4	a	1088.36	0	252.12	1088.36	0	4.47
15	21	4	2	a	1253.47	0	30.07	1253.47	0	39.86
16	21	4	3	a	1253.47	0	501.69	1253.47	0	43.40
17	21	4	4	a	1253.47	0	1199.81	1253.47	0	48.13
18	21	5	2	a	1729	0	1168.47	1729.19	8.39	TLR
19	21	5	3	a	1729	1.44	TLR	1729.19	6.79	TLR
20	21	5	4	a	1729	4.92	TLR	1729	7.92	TLR
21	31	2	2	a	916.53	2.33	TLR	916.53	0	507.12
22	31	2	3	a	916.53	3.20	TLR	916.53	0	258.35
23	31	2	4	a	916.53	3.69	TLR	916.53	0	404.10
24	31	3	2	a	1285.54	5.39	TLR	1285.54	0	3934.15
25	31	3	3	a	1285.54	5.75	TLR	1285.54	0	4886.66
26	31	3	4	a	1287.10	6.31	TLR	1285.54	0	6151.28
27	31	4	2	a	1740.92	6.09	TLR	NFS	NFS	TLR
28	31	4	3	a	1748.91	6.86	TLR	1746.66	11.15	TLR
29	31	4	4	a	1748.91	7.62	TLR	1752.03	10.84	TLR
30	31	5	2	a	1796.70	9.38	TLR	1812.03	16.20	TLR
31	31	5	3	a	1780.23	8.25	TLR	1866.34	18.37	TLR
32	31	5	4	a	1828.77	12.16	TLR	1863.94	18.63	TLR

Tablo EK B.5. (M1) ve (M4) modelleri ile b versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.

Appendix Table B.5. Results obtained with (M1) and (M4) models on version-b instances.

Problem örneği					M1			M2		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
33	11	2	2	b	555.05	0	0.33	555.05	0	0.27
34	11	2	3	b	555.05	0	0.50	555.05	0	0.25
35	11	3	2	b	933.64	0	0.80	933.64	0	0.69
36	11	3	3	b	933.64	0	1.69	933.64	0	0.75
37	11	4	2	b	1202.49	0	1.53	1202.49	0	0.64
38	11	4	3	b	1202.49	0	1.41	1202.49	0	0.63
39	11	5	2	b	1457.10	0	2.09	1457.10	0	1.66
40	11	5	3	b	1457.10	0	11.86	1457.10	0	2.72

Tablo EK B.5. Devamı.
Appendix Table B.5. Continued.

Problem örneği				M1				M2		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
41	21	2	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF
42	21	2	3	b	797.84	0	408.08	797.84	0	57.56
43	21	2	4	b	797.84	0	1266.40	797.84	0	67.06
44	21	3	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF
45	21	3	3	b	1216.80	0	2340.51	1216.80	0	17.53
46	21	3	4	b	1216.80	4.59	TLR	1216.80	0	31.94
47	21	4	2	b	1310.34	0	69.11	1310.34	0	589.48
48	21	4	3	b	1310.34	0	4259.67	1310.34	0	1068.10
49	21	4	4	b	1310.34	2.33	TLR	1310.34	0	1102.30
50	21	5	2	b	1710.65	0	429.31	1710.65	0	6181.64
51	21	5	3	b	1710.65	1.12	TLR	1710.65	0	5332.16
52	21	5	4	b	1734.87	4.67	TLR	1710.65	0	5039.51
53	31	2	2	b	1026.38	0	655.68	1026.38	0	120.99
54	31	2	3	b	1026.38	3.84	TLR	1026.38	0	162.87
55	31	2	4	b	1026.38	5.99	TLR	1026.38	0	136.29
56	31	3	2	b	1310.01	2.53	TLR	1310.44	7.14	TLR
57	31	3	3	b	1312.00	3.93	TLR	1310.01	7.47	TLR
58	31	3	4	b	1316.49	4.57	TLR	1310.44	7.46	TLR
59	31	4	2	b	1528.74	2.44	TLR	1549.48	10.44	TLR
60	31	4	3	b	1528.74	2.56	TLR	1548.59	10.23	TLR
61	31	4	4	b	1528.74	2.64	TLR	1557.72	11.07	TLR
62	31	5	2	b	2141.50	2.94	TLR	2235.42	14.87	TLR
63	31	5	3	b	2140.22	3.04	TLR	NFS	NFS	TLR
64	31	5	4	b	2151.46	3.61	TLR	2211.16	13.87	TLR

Tablo EK B.6. (M1) ve (M4) modelleri ile c versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.
Appendix Table B.6. Results obtained with (M1) and (M4) models on version-c instances.

Problem örneği				M1				M2		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)
65	11	2	2	c	581.49	0	0.39	581.49	0	0.29
66	11	2	3	c	581.49	0	0.77	581.49	0	0.36
67	11	3	2	c	672.53	0	0.27	672.53	0	0.17
68	11	3	3	c	672.53	0	0.41	672.53	0	0.18
69	11	4	2	c	982.55	0	1.45	982.55	0	4.05
70	11	4	3	c	982.55	0	2.81	982.55	0	3.77
71	11	5	2	c	1106.05	0	0.70	1106.05	0	0.55
72	11	5	3	c	1106.05	0	1.39	1106.05	0	0.78
73	21	2	2	c	807.85	0	4.48	807.85	0	1.73
74	21	2	3	c	807.85	0	63.97	807.85	0	1.52
75	21	2	4	c	807.85	0	357.26	807.85	0	1.72
76	21	3	2	c	966.11	0	16.44	966.11	0	6.21
77	21	3	3	c	966.11	0	166.42	966.11	0	5.23
78	21	3	4	c	966.11	0	600.13	966.11	0	4.80
79	21	4	2	c	1187.64	0	375.99	1187.64	0	102.79
80	21	4	3	c	1187.64	2.35	TLR	1187.64	0	125.55
81	21	4	4	c	1187.64	3.27	TLR	1187.64	0	95.83
82	21	5	2	c	1820.05	2.31	TLR	1834.91	10.88	TLR
83	21	5	3	c	1818.90	6.15	TLR	1832.45	7.54	TLR
84	21	5	4	c	1824.40	16.55	TLR	1830.25	7.27	TLR
85	31	2	2	c	913.59	0	3201.56	913.59	0	375.37
86	31	2	3	c	913.59	4.58	TLR	913.59	0	285.83
87	31	2	4	c	913.59	2.40	TLR	913.59	0	243.23
88	31	3	2	c	1309.23	6.14	TLR	1314.11	13.04	TLR
89	31	3	3	c	1325.32	7.83	TLR	1309.86	12.44	TLR
90	31	3	4	c	1335.24	8.87	TLR	1311.94	12.87	TLR
91	31	4	2	c	1816.23	8.60	TLR	NFS	NFS	TLR
92	31	4	3	c	1787.49	7.79	TLR	NFS	NFS	TLR
93	31	4	4	c	1795.30	7.95	TLR	NFS	NFS	TLR
94	31	5	2	c	1754.44	4.54	TLR	NFS	NFS	TLR
95	31	5	3	c	1734.87	3.50	TLR	NFS	NFS	TLR
96	31	5	4	c	1745.10	4.47	TLR	NFS	NFS	TLR

Tablo EK B.7. (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) modelleri ile a versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.
Appendix Table B.7. Results obtained with (M1), (M1-S), (M4) and (M4-S) models on version-a instances.

Problem örneği					M1			M1-S			M4			M4-S		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
1	11	2	2	a	620.48	0	0.64	620.48	0	1.20	620.48	0	0.32	620.48	0	0.37
2	11	2	3	a	620.48	0	1.20	620.48	0	2.11	620.48	0	0.25	620.48	0	0.45
3	11	3	2	a	834.96	0	1.88	834.96	0	1.92	834.96	0	0.65	834.96	0	0.96
4	11	3	3	a	834.96	0	2.42	834.96	0	5.45	834.96	0	0.74	834.96	0	0.69
5	11	4	2	a	1043.91	0	1.45	1043.91	0	1.69	1043.91	0	0.59	1043.91	0	0.94
6	11	4	3	a	1043.91	0	3.95	1043.91	0	3.41	1043.91	0	0.50	1043.91	0	1.38
7	11	5	2	a	1083.97	0	5.82	1083.97	0	8.03	1083.97	0	2.14	1083.97	0	2.99
8	11	5	3	a	1083.97	0	49.21	1083.97	0	48.14	1083.97	0	3.05	1083.97	0	3.78
9	21	2	2	a	828.98	0	1.08	828.98	0	3.28	828.98	0	0.45	828.98	0	1.99
10	21	2	3	a	828.98	0	1.66	828.98	0	6.67	828.98	0	0.50	828.98	0	2.45
11	21	2	4	a	828.98	0	18.32	828.98	0	8.73	828.98	0	0.44	828.98	0	1.75
12	21	3	2	a	1088.36	0	3.11	1088.36	0	3.77	1088.36	0	5.95	1088.36	0	5.94
13	21	3	3	a	1088.36	0	20.93	1088.36	0	31.77	1088.36	0	6.33	1088.36	0	7.19
14	21	3	4	a	1088.36	0	252.12	1088.36	0	237.56	1088.36	0	4.47	1088.36	0	5.23
15	21	4	2	a	1253.47	0	30.07	1253.47	0	28.50	1253.47	0	39.86	1253.47	0	53.90
16	21	4	3	a	1253.47	0	501.69	1253.47	0	250.41	1253.47	0	43.40	1253.47	0	53.52
17	21	4	4	a	1253.47	0	1199.81	1253.47	0	839.97	1253.47	0	48.13	1253.47	0	22.74
18	21	5	2	a	1729	0	1168.47	1729	0	191.20	1729.19	8.39	TLR	1729.19	5.18	TLR
19	21	5	3	a	1729	1.44	TLR	1729	0.90	TLR	1729.19	6.79	TLR	1729.19	5.29	TLR
20	21	5	4	a	1729	4.92	TLR	1729	3.36	TLR	1729	7.92	TLR	1729	4.95	TLR
21	31	2	2	a	916.53	2.33	TLR	916.53	2.25	TLR	916.53	0	507.12	916.53	0	1041.04
22	31	2	3	a	916.53	3.20	TLR	916.53	3.00	TLR	916.53	0	258.35	916.53	0	446.23
23	31	2	4	a	916.53	3.69	TLR	916.53	3.80	TLR	916.53	0	404.10	916.53	0	538.51
24	31	3	2	a	1285.54	5.39	TLR	1287.10	5.54	TLR	1285.54	0	3934.15	1287.90	2.47	TLR
25	31	3	3	a	1285.54	5.75	TLR	1285.54	5.73	TLR	1285.54	0	4886.66	1285.54	0	5161.57
26	31	3	4	a	1287.10	6.31	TLR	1287.10	6.30	TLR	1285.54	0	6151.28	1287.10	2.42	TLR
27	31	4	2	a	1740.92	6.09	TLR	1743.31	6.33	TLR	NFS	NFS	TLR	1775.10	12.49	TLR
28	31	4	3	a	1748.91	6.86	TLR	1757.65	7.19	TLR	1746.66	11.15	TLR	1769.11	11.00	TLR
29	31	4	4	a	1748.91	7.62	TLR	1761.96	8.23	TLR	1752.03	10.84	TLR	1756.39	11.32	TLR
30	31	5	2	a	1796.70	9.38	TLR	1767.50	7.75	TLR	1812.03	16.20	TLR	NFS	NFS	TLR
31	31	5	3	a	1780.23	8.25	TLR	1781.72	9.89	TLR	1866.34	18.37	TLR	NFS	NFS	TLR
32	31	5	4	a	1828.77	12.16	TLR	1816.21	10.70	TLR	1863.94	18.63	TLR	NFS	NFS	TLR

Tablo EK B.8. (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) modelleri ile b versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.
Appendix Table B.8. Results obtained with (M1), (M1-S), (M4) and (M4-S) models on version-b instances.

Problem örneği					M1			M1-S			M4			M4-S		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
33	11	2	2	b	555.05	0	0.33	555.05	0	1.13	555.05	0	0.27	555.05	0	0.33
34	11	2	3	b	555.05	0	0.50	555.05	0	1.05	555.05	0	0.25	555.05	0	0.38
35	11	3	2	b	933.64	0	0.80	933.64	0	2.44	933.64	0	0.69	933.64	0	1.72
36	11	3	3	b	933.64	0	1.69	933.64	0	3.12	933.64	0	0.75	933.64	0	0.86
37	11	4	2	b	1202.49	0	1.53	1202.49	0	2.46	1202.49	0	0.64	1202.49	0	0.81
38	11	4	3	b	1202.49	0	1.41	1202.49	0	3.63	1202.49	0	0.63	1202.49	0	0.80
39	11	5	2	b	1457.10	0	2.09	1457.10	0	4.57	1457.10	0	1.66	1457.10	0	1.61
40	11	5	3	b	1457.10	0	11.86	1457.10	0	13.24	1457.10	0	2.72	1457.10	0	1.56
41	21	2	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF
42	21	2	3	b	797.84	0	408.08	797.84	0	820.86	797.84	0	57.56	797.84	0	65.85

Tablo EK B.8. Devamı.
Appendix Table B.8. Continued.

Problem örneği					M1			M1-S			M4			M4-S		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
43	21	2	4	b	797.84	0	1266.40	797.84	0	2446.90	797.84	0	67.06	797.84	0	93.51
44	21	3	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF
45	21	3	3	b	1216.80	0	2340.51	1216.80	0	897.12	1216.80	0	17.53	1216.80	0	24.33
46	21	3	4	b	1216.80	4.59	TLR	1216.80	3.22	TLR	1216.80	0	31.94	1216.80	0	25.42
47	21	4	2	b	1310.34	0	69.11	1310.34	0	101.03	1310.34	0	589.48	1310.34	0	1487.74
48	21	4	3	b	1310.34	0	4259.67	1310.34	0	1605.88	1310.34	0	1068.10	1310.34	0	1023.09
49	21	4	4	b	1310.34	2.33	TLR	1310.34	2.92	TLR	1310.34	0	1102.30	1310.34	0	1303.56
50	21	5	2	b	1710.65	0	429.31	1710.65	0	121.17	1710.65	0	6181.64	1710.65	2.26	TLR
51	21	5	3	b	1710.65	1.12	TLR	1710.65	1.73	TLR	1710.65	0	5332.16	1710.65	2.45	TLR
52	21	5	4	b	1734.87	4.67	TLR	1720.76	3.40	TLR	1710.65	0	5039.51	1710.65	1.20	TLR
53	31	2	2	b	1026.38	0	655.68	1026.38	1.57	TLR	1026.38	0	120.99	1026.38	0	54.52
54	31	2	3	b	1026.38	3.84	TLR	1026.38	3.51	TLR	1026.38	0	162.87	1026.38	0	44.75
55	31	2	4	b	1026.38	5.99	TLR	1026.38	5.53	TLR	1026.38	0	136.29	1026.38	0	78.01
56	31	3	2	b	1310.01	2.53	TLR	1310.01	3.71	TLR	1310.44	7.14	TLR	1310.01	7.29	TLR
57	31	3	3	b	1312.00	3.93	TLR	1310.01	4.05	TLR	1310.01	7.47	TLR	1310.01	7.08	TLR
58	31	3	4	b	1316.49	4.57	TLR	1310.01	4.17	TLR	1310.44	7.46	TLR	1310.01	7.11	TLR
59	31	4	2	b	1528.74	2.44	TLR	1528.74	1.75	TLR	1549.48	10.44	TLR	1557.61	10.56	TLR
60	31	4	3	b	1528.74	2.56	TLR	1528.74	2.52	TLR	1548.59	10.23	TLR	1547.83	9.79	TLR
61	31	4	4	b	1528.74	2.64	TLR	1528.74	2.79	TLR	1557.72	11.07	TLR	1550.62	9.89	TLR
62	31	5	2	b	2141.50	2.94	TLR	2145.59	2.78	TLR	2235.42	14.87	TLR	2202.93	13.20	TLR
63	31	5	3	b	2140.22	3.04	TLR	2164.29	3.88	TLR	NFS	NFS	TLR	2226.67	14.23	TLR
64	31	5	4	b	2151.46	3.61	TLR	2175.03	4.87	TLR	2211.16	13.87	TLR	2219.21	13.88	TLR

Tablo EK B.9. (M1), (M1-S), (M4) ve (M4-S) modelleri ile c versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.

Appendix Table B.9. Results obtained with (M1), (M1-S), (M4) and (M4-S) models on version-c instances.

Problem örneği					M1			M1-S			M4			M4-S		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
65	11	2	2	c	581.49	0	0.39	581.49	0	0.54	581.49	0	0.29	581.49	0	0.23
66	11	2	3	c	581.49	0	0.77	581.49	0	1.34	581.49	0	0.36	581.49	0	0.20
67	11	3	2	c	672.53	0	0.27	672.53	0	0.54	672.53	0	0.17	672.53	0	0.23
68	11	3	3	c	672.53	0	0.41	672.53	0	0.98	672.53	0	0.18	672.53	0	0.23
69	11	4	2	c	982.55	0	1.45	982.55	0	5.70	982.55	0	4.05	982.55	0	1.84
70	11	4	3	c	982.55	0	2.81	982.55	0	6.17	982.55	0	3.77	982.55	0	2.09
71	11	5	2	c	1106.05	0	0.70	1106.05	0	2.13	1106.05	0	0.55	1106.05	0	0.97
72	11	5	3	c	1106.05	0	1.39	1106.05	0	3.02	1106.05	0	0.78	1106.05	0	1.17
73	21	2	2	c	807.85	0	4.48	807.85	0	15.12	807.85	0	1.73	807.85	0	2.48
74	21	2	3	c	807.85	0	63.97	807.85	0	43.64	807.85	0	1.52	807.85	0	2.94
75	21	2	4	c	807.85	0	357.26	807.85	0	216.59	807.85	0	1.72	807.85	0	2.98
76	21	3	2	c	966.11	0	16.44	966.11	0	13.14	966.11	0	6.21	966.11	0	4.89
77	21	3	3	c	966.11	0	166.42	966.11	0	36.17	966.11	0	5.23	966.11	0	7.11
78	21	3	4	c	966.11	0	600.13	966.11	0	735.65	966.11	0	4.80	966.11	0	6.75
79	21	4	2	c	1187.64	0	375.99	1187.64	0	94.20	1187.64	0	102.79	1187.64	0	115.47
80	21	4	3	c	1187.64	2.35	TLR	1187.64	0	1709.26	1187.64	0	125.55	1187.64	0	83.31
81	21	4	4	c	1187.64	3.27	TLR	1187.64	1.64	TLR	1187.64	0	95.83	1187.64	0	89.48
82	21	5	2	c	1820.05	2.31	TLR	1820.05	0	4677.73	1834.91	10.88	TLR	1837.69	7.69	TLR
83	21	5	3	c	1818.90	6.15	TLR	1818.87	4.18	TLR	1832.45	7.54	TLR	1826.76	6.99	TLR
84	21	5	4	c	1824.40	16.55	TLR	1819.84	7.46	TLR	1830.25	7.27	TLR	1824.40	7.52	TLR
85	31	2	2	c	913.59	0	3201.56	913.59	0	1587.37	913.59	0	375.37	913.59	0	281.13
86	31	2	3	c	913.59	4.58	TLR	913.59	4.17	TLR	913.59	0	285.83	913.59	0	425.65

Tablo EK B.9. Devamı.
Appendix Table B.9. Continued.

Problem örneği					M1			M1-S			M4			M4-S		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
87	31	2	4	c	913.59	2.40	TLR	913.59	4.98	TLR	913.59	0	243.23	913.59	0	318.02
88	31	3	2	c	1309.23	6.14	TLR	1317.40	7.05	TLR	1314.11	13.04	TLR	1310.28	12.22	TLR
89	31	3	3	c	1325.32	7.83	TLR	1309.86	6.90	TLR	1309.86	12.44	TLR	1310.28	12.08	TLR
90	31	3	4	c	1335.24	8.87	TLR	1309.86	7.16	TLR	1311.94	12.87	TLR	1310.28	13.47	TLR
91	31	4	2	c	1816.23	8.60	TLR	1812.29	8.44	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
92	31	4	3	c	1787.49	7.79	TLR	1804.77	8.88	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
93	31	4	4	c	1795.30	7.95	TLR	1799.69	8.82	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
94	31	5	2	c	1754.44	4.54	TLR	1740.64	2.66	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
95	31	5	3	c	1734.87	3.50	TLR	1734.87	3.55	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
96	31	5	4	c	1745.10	4.47	TLR	1767.73	5.20	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR

Tablo EK B.10. (M1), (M5), (M4) ve (M6) modelleri ile a versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.
Appendix Table B.10. Results obtained with (M1), (M5), (M4) and (M6) models on version-a instances.

Problem örneği					M1			M5			M4			M6		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
1	11	2	2	a	620.48	0	0.72	620.48	0	1.43	620.48	0	1.55	620.48	0	1.82
2	11	2	3	a	620.48	0	2.02	620.48	0	2.69	620.48	0	0.96	620.48	0	2.19
3	11	3	2	a	838.32	0	0.59	838.32	0	0.94	838.32	0	0.75	838.32	0	1.50
4	11	3	3	a	838.32	0	1.28	838.32	0	1.65	838.32	0	0.69	838.32	0	1.94
5	11	4	2	a	1027.52	0	6.27	1027.52	0	7.85	1027.52	0	8.58	1027.52	0	9.19
6	11	4	3	a	1027.52	0	129.58	1027.52	0	177.59	1027.52	0	12.80	1027.52	0	9.95
7	11	5	2	a	1064.49	0	16.49	1064.49	0	12.30	1064.49	0	7.96	1064.49	0	6.77
8	11	5	3	a	1064.49	0	39.46	1064.49	0	47.94	1064.49	0	8.74	1064.49	0	6.46
9	21	2	2	a	827.88	0	13.17	827.88	0	21.97	827.88	0	41.29	827.88	0	39.98
10	21	2	3	a	827.88	0	109.35	827.88	0	154.64	827.88	0	37.36	827.88	0	33.98
11	21	2	4	a	827.88	0	1063.72	827.88	0	600.78	827.88	0	35.88	827.88	0	45.99
12	21	3	2	a	1063.53	0	36.41	1063.53	0	35.88	1063.53	0	108.42	1063.53	0	169.71
13	21	3	3	a	1063.53	0	401.15	1063.53	0	504.75	1063.53	0	67.61	1063.53	0	73.82
14	21	3	4	a	1063.53	1.31	TLR	1063.53	1.31	TLR	1063.53	0	199.54	1063.53	0	62.31
15	21	4	2	a	1219.16	0	742.85	1219.16	0	379.67	1219.16	3.05%	TLR	1219.16	2.98	TLR
16	21	4	3	a	1219.16	0.77	TLR	1219.16	0.84	TLR	1219.16	2.90%	TLR	1221.03	3.24	TLR
17	21	4	4	a	1219.16	2.13	TLR	1219.16	1.54	TLR	1221.03	3.00%	TLR	1220.28	2.92	TLR
18	21	5	2	a	1768.06	0	TLR	1768.06	1.70	TLR	1768.06	3.88%	TLR	1768.06	5.43	TLR
19	21	5	3	a	1768.98	3.62	TLR	1769.13	3.59	TLR	1768.06	3.92%	TLR	1768.06	4.76	TLR
20	21	5	4	a	1771.23	9.18	TLR	1771.08	7.90	TLR	1768.06	5.56%	TLR	1768.06	4.22	TLR
21	31	2	2	a	884.92	7.19	TLR	883.13	7.25	TLR	900.66	14.39%	TLR	915.25	16.59	TLR
22	31	2	3	a	883.13	8.15	TLR	884.92	7.87	TLR	896.31	14.70%	TLR	896.98	14.42	TLR
23	31	2	4	a	917.06	11.59	TLR	891.67	9.11	TLR	905.76	15.58%	TLR	907.02	15.44	TLR
24	31	3	2	a	1310.75	6.82	TLR	1310.62	6.63	TLR	1294.91	0	1373.96	1294.91	0	1361.66
25	31	3	3	a	1301.27	7.00	TLR	1294.91	6.71	TLR	1294.91	0	1528.90	1294.91	0	1428.25
26	31	3	4	a	1294.91	6.61	TLR	1297.03	6.80	TLR	1294.91	0	1940.53	1294.91	0	2002.14
27	31	4	2	a	1753.35	6.60	TLR	1759.47	6.54	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
28	31	4	3	a	1740.52	6.27	TLR	1739.26	7.82	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
29	31	4	4	a	1740.38	6.69	TLR	1848.24	13.26	TLR	NFS	NFS	TLR	1829.34	17.26	TLR
30	31	5	2	a	1846.06	12.31	TLR	1827.62	9.92	TLR	NFS	NFS	TLR	1956.54	20.37	TLR
31	31	5	3	a	1821.41	10.19	TLR	1798.53	8.93	TLR	NFS	NFS	TLR	1888.00	17.78	TLR
32	31	5	4	a	1821.31	13.52	TLR	1799.48	9.98	TLR	NFS	NFS	TLR	1858.93	16.10	TLR

Tablo EK B.11. (M1), (M5), (M4) ve (M6) modelleri ile b versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.
Appendix Table B.11. Results obtained with (M1), (M5), (M4) and (M6) models on version-b instances.

Problem örneği					M1			M5			M4			M6		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
33	11	2	2	b	555.05	0	0.86	555.05	0	0.61	555.05	0	0.55	555.05	0	0.92
34	11	2	3	b	555.05	0	0.94	555.05	0	0.80	555.05	0	0.83	555.05	0	1.58
35	11	3	2	b	954.87	0	0.69	954.87	0	1.05	954.87	0	0.61	954.87	0	0.87
36	11	3	3	b	954.87	0	2.84	954.87	0	4.48	954.87	0	0.64	954.87	0	1.45
37	11	4	2	b	1193.36	0	1.64	1193.36	0	1.86	1193.36	0	1.95	1193.36	0	2.34
38	11	4	3	b	1193.36	0	2.86	1193.36	0	3.52	1193.36	0	2.41	1193.36	0	2.73
39	11	5	2	b	1512.26	0	0.75	1512.26	0	0.59	1512.26	0	0.78	1512.26	0	1.56
40	11	5	3	b	1512.26	0	12.63	1512.26	0	8.59	1512.26	0	0.70	1512.26	0	1.33
41	21	2	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF
42	21	2	3	b	797.84	0	3547.25	797.84	0	2279.54	797.84	0	126.88	797.84	0	189.75
43	21	2	4	b	797.84	3.13	TLR	797.84	3.75	TLR	797.84	0	138.22	797.84	0	146.66
44	21	3	2	b	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF	INF
45	21	3	3	b	1215.79	1.91	TLR	1215.79	1.43	TLR	1215.79	0	317.97	1215.79	0	288.02
46	21	3	4	b	1215.79	4.67	TLR	1215.79	4.73	TLR	1215.79	0	177.32	1215.79	0	341.84
47	21	4	2	b	1300.01	2.01	TLR	1300.01	1.93	TLR	1326.57	13.11	TLR	1313.63	12.46	TLR
48	21	4	3	b	1306.41	4.89	TLR	1305.18	10.25	TLR	1318.3	12.20	TLR	1325.39	12.41	TLR
49	21	4	4	b	1322.60	14.95	TLR	1306.41	6.37	TLR	1304.25	11.10	TLR	1328.58	13.17	TLR
50	21	5	2	b	1832.80	0	2174.04	1832.80	0	3857.83	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
51	21	5	3	b	1782.17	4.58	TLR	1783.39	5.74	TLR	1772.8	3.16	TLR	1772.80	4.00	TLR
52	21	5	4	b	1805.49	8.06	TLR	1785.61	6.69	TLR	1772.8	2.08	TLR	1786.23	5.88	TLR
53	31	2	2	b	995.26	3.68	TLR	995.26	2.41	TLR	995.26	0	2074.67	995.26	0	2915.75
54	31	2	3	b	995.51	3.41	TLR	995.26	3.08	TLR	995.26	0	2142.59	995.26	0	2476.46
55	31	2	4	b	995.26	3.81	TLR	995.26	3.77	TLR	995.26	0	2395.96	995.26	0	2668.25
56	31	3	2	b	1304.14	3.84	TLR	1304.14	1.71	TLR	1304.14	7.46	TLR	1304.14	7.87	TLR
57	31	3	3	b	1304.14	4.88	TLR	1304.14	4.50	TLR	1306.82	7.93	TLR	1305.92	7.75	TLR
58	31	3	4	b	1304.14	3.97	TLR	1304.14	1.42	TLR	1304.14	7.53	TLR	1307.25	7.94	TLR
59	31	4	2	b	1521.71	1.14	TLR	1521.71	0.09	TLR	NFS	NFS	TLR	1588.42	14.42	TLR
60	31	4	3	b	1521.71	2.39	TLR	1540.90	4.91	TLR	1555.13	12.37	TLR	1640.94	16.43	TLR
61	31	4	4	b	1521.71	2.25	TLR	1553.82	5.56	TLR	1614.2	15.99	TLR	1588.95	14.18	TLR
62	31	5	2	b	2274.21	6.68	TLR	2298.95	7.17	TLR	2292.51	14.14	TLR	2284.33	13.60	TLR
63	31	5	3	b	2278.74	7.86	TLR	2267.65	7.61	TLR	2281.84	13.69	TLR	2288.82	14.15	TLR
64	31	5	4	b	2277.51	8.35	TLR	2274.21	7.76	TLR	2280.9	13.65	TLR	2275.38	13.43	TLR

Tablo EK B.12. (M1), (M5), (M4) ve (M6) modelleri ile c versiyonu örnekler üzerinde elde edilen sonuçlar.
Appendix Table B.12. Results obtained with (M1), (M5), (M4) and (M6) models on version-c instances.

Problem örneği					M1			M5			M4			M6		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
65	11	2	2	c	536.92	0	1.52	536.92	0	1.31	536.92	0	1.23	536.92	0	1.06
66	11	2	3	c	536.92	0	1.58	536.92	0	3.59	536.92	0	0.78	536.92	0	1.09
67	11	3	2	c	627.69	0	0.83	627.69	0	0.69	627.69	0	0.31	627.69	0	0.34
68	11	3	3	c	627.69	0	0.73	627.69	0	0.98	627.69	0	0.30	627.69	0	0.31
69	11	4	2	c	982.55	0	2.22	982.55	0	2.37	982.55	0	12.34	982.55	0	6.20
70	11	4	3	c	982.55	0	3.31	982.55	0	3.27	982.55	0	15.50	982.55	0	8.98
71	11	5	2	c	1101.06	0	1.36	1101.06	0	1.20	1101.06	0	1.39	1101.06	0	1.22
72	11	5	3	c	1101.06	0	2.50	1101.06	0	4.23	1101.06	0	1.42	1101.06	0	1.14
73	21	2	2	c	796.71	0	347.73	796.71	0	144.60	796.71	0	71.38	796.71	0	40.64
74	21	2	3	c	796.71	0	3229.03	796.71	0	3453.99	796.71	0	42.94	796.71	0	47.47

Tablo EK B.12. Devamı.
Appendix Table B.12. Continued.

Problem örneği					M1			M5			M4			M6		
Örn. #	n	τ	κ	versiyon	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap(%)	Süre(s)	AFD	Gap (%)	Süre(s)
75	21	2	4	c	796.71	3.69	TLR	796.71	2.62	TLR	796.71	0	44.57	796.71	0	47.46
76	21	3	2	c	933.39	0	126.25	933.39	0	126.50	933.39	0	39.24	933.39	0	25.34
77	21	3	3	c	933.39	0	1932.33	933.39	0	3767.98	933.39	0	18.35	933.39	0	23.49
78	21	3	4	c	933.39	1.71	TLR	933.39	2.11	TLR	933.39	0	20.58	933.39	0	24.17
79	21	4	2	c	1185.19	6.80	TLR	1188.18	6.49	TLR	1183.61	9.69	TLR	1183.58	9.51	TLR
80	21	4	3	c	1194.82	15.16	TLR	1199.46	17.25	TLR	1183.58	10.00	TLR	1187.34	8.87	TLR
81	21	4	4	c	1183.58	15.27	TLR	1201.22	10.90	TLR	1188.26	10.03	TLR	1189.53	9.92	TLR
82	21	5	2	c	1871.20	7.29	TLR	1851.72	6.43	TLR	1848.16	2.34	TLR	1848.16	0	7004.61
83	21	5	3	c	1840.16	7.11	TLR	1836.02	7.28	TLR	1827.84	0.61	TLR	1827.84	0.65	TLR
84	21	5	4	c	1842.04	8.59	TLR	1841.17	9.08	TLR	1827.84	1.99	TLR	1827.84	0	2204.15
85	31	2	2	c	899.61	3.80	TLR	899.61	3.98	TLR	909.41	16.34	TLR	902.05	15.22	TLR
86	31	2	3	c	899.61	4.08	TLR	899.61	4.08	TLR	905.07	16.04	TLR	899.64	14.87	TLR
87	31	2	4	c	907.46	4.94	TLR	899.61	4.39	TLR	906.16	15.50	TLR	908.55	17.09	TLR
88	31	3	2	c	1332.07	8.67	TLR	1347.96	9.10	TLR	1318.01	0	7115.11	1318.01	0	4014.70
89	31	3	3	c	1347.96	10.05	TLR	1359.52	10.21	TLR	1318.01	5.29	TLR	1318.26	3.94	TLR
90	31	3	4	c	1347.96	10.23	TLR	1318.01	6.91	TLR	1318.01	0	6260.45	1318.01	0	5046.15
91	31	4	2	c	1757.73	8.27	TLR	1766.81	7.95	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
92	31	4	3	c	1803.81	10.75	TLR	1792.55	9.03	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
93	31	4	4	c	1802.77	10.69	TLR	2112.47	23.46	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR
94	31	5	2	c	1798.69	8.07	TLR	1788.67	7.40	TLR	NFS	NFS	TLR	1863.78	19.97	TLR
95	31	5	3	c	1799.49	7.93	TLR	1835.51	9.50	TLR	NFS	NFS	TLR	1865.07	19.60	TLR
96	31	5	4	c	1791.22	7.64	TLR	1798.77	7.37	TLR	NFS	NFS	TLR	NFS	NFS	TLR