

# Basit Doğrusal Regresyon Analizi ile Hiyerarşik Doğrusal Modeller Analizinin Karşılaştırılması

Burcu ATAR\*

Hacettepe Üniversitesi

## Özet

Hiyerarşik veya iç içe geçmiş yapıdaki verilere birçok araştırma alanında rastlanmaktadır. Eğitim alanında öğrenciler, sınıf, okul, şehir, ülke gibi hiyerarşik bir sosyal yapının içinde yer alırlar. Bu yapıdaki bir veride aynı sınıftaki veya okuldaki öğrenciler, evrenden rasgele seçilen öğrencilere göre birbirlerine daha benzer özellikler gösterirler. O halde, aynı sosyal birimde yer alan bireylerden elde edilen gözlemlerin birbirinden tamamen bağımsız olduğu söylenemez. Halbuki doğrusal regresyon analizi gibi geleneksel istatistiksel analiz yöntemlerindeki en önemli varsayımlardan biri gözlemlerin birbirinden bağımsız olmasıdır. Hiyerarşik yapıdaki verilerde ortaya çıkan bu problem, hiyerarşik doğrusal modeller yöntemi ile giderilebilir. Bu çalışmada iki düzeyli hiyerarşik doğrusal modellerin yapısı ve TIMSS 1999 Türkiye verisi üzerinde basit doğrusal regresyon analizi ile hiyerarşik doğrusal modeller analizinin karşılaştırmalı uygulaması sunulmuştur.

**Anahtar Sözcükler:** Hiyerarşik doğrusal modeller, çok düzeyli modeller, TIMSS 1999

## Abstract

It is common to see hierarchical or nested data structure in many research areas. In education, students are placed within a hierarchical social structure such as classroom, school, city, country. The students in the same classroom or school exhibit more similar characteristics to each other than the students who are randomly selected from the population. Therefore it can not be said that the observations gathered from individuals in the same social unit are fully independent. However, one of the important assumptions in traditional statistical analysis procedures is the independence of observations. The problem that arouses with hierarchial data structures can be addressed with the hierarchical linear modeling procedures. In this paper, two-level hierarchical linear models have been introduced and the comparison of the analyses with simple linear regression and hierarchical linear modeling on TIMSS 1999 Turkey data have been provided.

**Keywords:** Hierarchical linear models, multilevel models, TIMSS 1999

Sosyal bilimlerde birçok veri hiyerarşik veya iç içe geçmiş yapıdadır. Örneğin, eğitim alanında öğrenciler sınıflarda, sınıflar okullarda, okullar şehirlerde, şehirler bölgelerde, bölgeler de ülkelerde kümelenirler. Yapılan araştırmalarda birim olarak öğrenciler, sınıflar, okullar, vb. kullanılabilir. Öğrencileri tanımlayan değişkenler olduğu gibi, sınıfları ve okulları tanımlayan değişkenler de vardır. Herbir okul farklı sayıda sınıf, herbir sınıf da farklı sayıda öğrenci içerir. Böyle bir hiyerarşik sistemde, öğrenciler, sınıflar ve okullar farklı düzeylerde tanımlanabilirler. Bu durumda, öğrenciler ve onları tanımlayan değişkenler (öğrencilerin cinsiyetleri, sosyoekonomik durumları, başarıları, vb.) hiyerarşik sistemin birinci düzeyinde yer alırlar. Sınıflar ve onları tanımlayan değişkenler (sınıf mevcudu, sınıf öğretmenin deneyimi, öğretim metodları, vb.) sistemin bir üst düzeyinde yani ikinci düzeyde yer alırlar.

\* Dr., Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitim Bilimleri Bölümü  
[burcua@hacettepe.edu.tr](mailto:burcua@hacettepe.edu.tr)

Okullar ve onları tanımlayan değişkenler (okul mevcudu, okul kaynakları, okul türü, vb.) de sistemin üçüncü düzeyinde yer alırlar.

Benzer şekilde, bir grup öğrenciden belli zamanlarda elde edilen ölçümler de hiyerarşik veya iç içe geçmiş yapıdadırlar. Bu durumda tekrarlayan ölçümler öğrencilerde kümelenmişlerdir. Herbir öğrenci için değişik zamanlarda toplanan ölçümler birinci düzeyde yer alırken, öğrenciler bir üst düzeyde yani ikinci düzeyde yer alırlar.

Çok düzeyli verilere tek düzeyli modellerin uygulanması hem istatistiksel hem de kavramsal problemlere yol açmaktadır (De Leeuw ve Kreft, 1986, Hox, 2002). Hiyerarşik yapıdaki bir veride belli bir sınıftaki öğrenciler aynı öğretmeni, aynı fiziksel koşulları ve benzer deneyimleri paylaştıkları için diğer sınıflardaki öğrencilere göre birbirlerine daha benzer özellikler gösterirler (Osborne, 2002). Belli bir okuldaki öğrenciler de aynı okul kaynakları, eğitimsel uygulamalar ve benzer çevresel koşulları paylaştıkları için diğer okullardaki öğrencilere göre birbirlerine daha benzerdirler. O halde, aynı sosyal birimde yer alan bireylerden elde edilen gözlemlerin birbirinden tamamen bağımsız olması beklenemez. Halbuki doğrusal regresyon analizi gibi geleneksel istatistiksel analiz yöntemlerinin en önemli varsayımlarından biri gözlemlerin birbirinden bağımsız olmasıdır.

Hiyerarşik yapıdaki verilerde ortaya çıkan diğer bir problem de farklı düzeylerdeki değişkenler arasındaki ilişkiler inceleneceği zaman analizde kullanılacak birimin ne olacağı ve bu yapıdaki bir verinin nasıl ele alınacağıdır.

Örneğin, öğretmen deneyimi, öğretim metodları, sınıf mevcudu gibi hiyerarşinin üst düzeylerinde yer alan bağımsız değişkenlerin öğrenci başarısı gibi hiyerarşinin alt düzeyinde yer alan bir bağımlı değişken üzerindeki etkisinin inceleneceği bir çalışmada, bağımsız değişkenlere ait gözlemler sınıf düzeyinde toplanırken, bağımlı değişkene ait gözlemler öğrenci düzeyinde toplanır. Bu durumda, çok düzeyli veriler alt düzeye ait değişkenlerin bir üst düzeyde toplanmasıyla (aggregation) veya üst düzeydeki değişkenlerin bir alt düzeye yayılmasıyla (disaggregation) tek bir düzeye indirgenebilirler. Örneğin, öğrenci düzeyindeki öğrenci başarısı değişkeni, sınıf düzeyinde toplanabilir ve analiz sınıf düzeyinde yapılabilir. Bunun için herbir sınıfın ortalama başarısı hesaplanır. Böylece ortalama başarı sınıf düzeyinde bir değişken haline gelmiş olur ve öğretmen deneyimi, öğretim metodları, sınıf mevcudu gibi öğretmen veya sınıf özelliklerinin ortalama sınıf başarısı üzerindeki etkisinden söz edilir. Bu durumda karşılaşılan en büyük problem, sınıf içindeki varyasyonun göz ardı edilmesidir ki bu bilgi kaybı da istatistiksel analizlerde güç kaybedilmesine yol açar (Hox, 2002, Raudenbush ve Byrk, 2002). Ayrıca araştırmacı sonuçların yorumlanmasında yeterince dikkatli olmazsa, sonuçları analizi yaptığı sınıf düzeyinde değil, öğrenci düzeyinde yorumlayabilir (De Leeuw ve Kreft, 1986, Hox, 2002).

Diğer bir örnek, sınıf düzeyindeki öğretmen ve sınıf özelliklerinin öğrenci düzeyine yayılması ve analizin öğrenci düzeyinde yapılmasıdır. Bunun için belli bir sınıftaki bütün öğrencilere öğretmen deneyimi, öğretim metodları, sınıf mevcudu değişkenleri için aynı değerler atanır. Bu durumda karşılaşılan en büyük problem, aynı sınıftaki öğrenciler için öğretmen ve sınıf değişkenlerine ait gözlemlerin birbirine bağımlı olmasıdır.

Çok düzeyli veriler uzun bir zamandır gündemde olmasına rağmen, 1980'li yıllara kadar teknik eksiklikler ve bilgisayar programlarının eksikliği, bu yapıdaki verilerin uygun yöntemlerle analizine olanak sağlamamıştır. 1980'li ve 1990'lı yıllarda Aitkin ve Longford (1986), Goldstein (1986), Longford (1987), Byrk ve Raudenbush (1992) ve diğerlerinin çok düzeyli modellerin teknik tanımlarını yapmaları ve geliştirdikleri bilgisayar programlarıyla beraber çok düzeyli modeller uygulanabilir hale gelmiştir. Literatürde, çok düzeyli verileri tanımlayan tek bir model yoktur ancak mevcut modeller birbirlerine büyük oranda benzerlik gösterirler. Bu çalışmada Byrk ve Raudenbush (1992) tarafından tanımlanan iki düzeyli hiyerarşik doğrusal modeller (two-level hierarchical linear models) ele alınmıştır.

Bu çalışmada, TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) 1999 Türkiye verisi kullanılarak sekizinci sınıf öğrencilerin fene karşı tutumlarının genel fen başarısı üzerindeki etkisi

öncelikle geleneksel yöntemlerden basit doğrusal regresyon yöntemi ile daha sonra bu analiz yöntemine alternatif olan hiyerarşik doğrusal modeller yöntemi ile analiz edilmiştir.

### Veri ve Yöntem

TIMSS 1999 Türkiye verisinde, Türkiye genelindeki devlet okullarından rasgele seçilen 206 okula ait toplam 7841 sekizinci sınıf öğrencisi bulunmaktadır. Bu öğrencilerin %42.1'i kız, % 57.9'u erkektir.

Öğrencilerin genel fen başarıları, fen başarı testi ile ölçülmüş olup elde edilen ham puanlar, dağılımın ağırlıklı ortalaması 50, standard sapması 10 olacak şekilde standard puanlara dönüştürülmüştür. Öğrencilerin fene karşı tutumları ise öğrenci anketindeki 4 noktalı Likert tipindeki (tamamen katılıyorum: 4 puan, katılıyorum: 3 puan, katılmıyorum: 2 puan, hiç katılmıyorum: 1 puan) 10 madde ile ölçülmüş olup madde puanlarının toplamı alınmıştır.

### Basit Doğrusal Regresyon Analizi ve Bulguları

Sekizinci sınıf öğrencilerin fen başarısında öğrencilerin fene karşı tutumlarının etkisini incelemek için aşağıdaki basit doğrusal regresyon modeli kullanılabilir:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1(X_i - \bar{X}) + \varepsilon_i$$

Bu modelde  $Y_i$  bağımlı değişken olup  $i$  öğrencisinin fen başarı puanı,  $X_i$  bağımsız değişken olup  $i$  öğrencisinin fene karşı tutum puanı olup bu değişken ortalaması etrafında merkezlenmiştir. Değişken merkezlenmeden modele alındığında modeldeki kesişim katsayısı olan  $\beta_0$  fen tutum puanı sıfıra eşit olduğunda fen başarı puanının eşit olacağı tahmini değer şeklinde yorumlanır. Halbuki fen tutum puanı 10 ile 40 arasında değişmektedir ve sıfır değeri almadığından kesişim katsayısı için yapılan yorum anlamlı olmamaktadır. Değişken ortalaması etrafında merkezlendiğinde kesişim katsayısı olan  $\beta_0$  tahmini fen başarı puanı ortalaması, eğim katsayısı olan  $\beta_1$  fene karşı tutumun fen başarısı üzerindeki tahmini etkisi, modeldeki hata terimi olan  $\varepsilon_i$  ise fene karşı tutum değişkeni kontrol altına alındıktan sonra  $i$  öğrencisinin fen başarı puanının ortalamadan farkı şeklinde yorumlanır. Bu modelde hata terimlerinin birbirinden bağımsız olduğu, normal dağılım gösterdiği ve bu dağılımın ortalamasının 0, varyansının  $\sigma^2$  olduğu varsayılır.

Basit doğrusal regresyon analizi sonucu elde edilen parametre tahminleri Tablo 1'de verilmiştir. Bu tabloya göre ortalama fen başarısı 50.52 puan olarak tahmin edilmiştir. Fene karşı tutumun fen başarısı üzerindeki etkisi ise 0.37 puan olarak tahmin edilmiştir. Bu etki, fene karşı tutum puanındaki 1 birimlik artışın fen başarı puanında ortalama olarak 0.37 puanlık artışa neden olduğu şeklinde yorumlanabilir. Analiz sonucunda fen karşı tutumun sekizinci sınıfların fen başarısı üzerindeki etkisinin istatistiksel olarak 0.05 alfa düzeyinde anlamlı olduğu bulunmuştur ( $p$ -değeri  $< 0.001$ ).

**Tablo 1.** Basit Doğrusal Regresyon Analizi Sonuçları

Model Parametresi	Tahmin	Standart Hata	$p$ -değeri
$\beta_0$ (Ortalama Fen Başarısı)	50.52	0.12	$< 0.001$
$\beta_1$ (Fen Tutumunun Etkisi)	0.37	0.02	$< 0.001$
$\sigma^2$ (Hata Varyansı)	96.13		

Bu modelde öğrencilerin fen başarısının ve fen tutumunun etkisinin okuldan okula değişmediği varsayılmıştır. Bu varsayımı kontrol etmek için basit doğrusal modeller çalışmadaki her okul için tek tek uygulanmıştır. İlk 15 okula ait basit doğrusal regresyon analizi sonuçları Tablo 2’de verilmiştir. Bu tabloya göre bazı okulların ortalama fen başarısı genel ortalamaya yakın olsa da ortalama fen başarısı okuldan okula farklılık göstermektedir. Benzer şekilde fen tutumunun fen başarısı üzerindeki etkisinin de okuldan okula farklılık gösterdiği bazı okullarda negatif etkisinin olduğu gözlenmektedir. Diğer bir ifadeyle, modeldeki kesişim ve eğim katsayıları dolayısıyla da regresyon eğrisi okuldan okula farklılık göstermektedir.

Bu sonuçlar, öğrencilerin içinde buldukları okul ortamının öğrencilerin davranışlarında etkili olduğunu göstermektedir. Bu durumda, öğrencilerin fen başarısı hem öğrenci, hem de okul özelliklerinin bir fonksiyonu olarak modellenilebilir.

**Tablo 2.** Okullara Göre Basit Doğrusal Regresyon Analizi Sonuçları

Okul No	Okul Mevcudu	$\beta_{0j}$	$\beta_{1j}$
		(Ortalama Fen Başarısı)	(Fen Tutumunun Etkisi)
		Tahmin (S.H.)	Tahmin (S.H.)
1	48	49.73 (1.46)	-0.20 (0.34)
2	42	53.84 (1.61)	-0.04 (0.30)
3	38	47.73 (1.32)	0.38 (0.30)
4	42	43.49 (1.22)	0.44 (0.22)
5	40	43.26 (1.45)	0.72 (0.32)
6	31	46.34 (1.35)	1.09 (0.39)
7	46	58.82 (1.35)	0.91 (0.35)
8	32	54.38 (1.78)	0.77 (0.37)
9	22	50.10 (1.68)	-0.11 (0.37)
10	33	51.44 (1.29)	0.52 (0.30)
11	40	46.01 (1.42)	-0.04 (0.37)
12	50	52.08 (1.26)	-0.07 (0.23)
13	38	47.60 (1.70)	-0.01 (0.31)
14	39	48.23 (1.63)	0.46 (0.38)
15	44	53.08 (1.63)	0.20 (0.31)

### Hiyerarşik Doğrusal Modeller Analizi ve Bulguları

Aynı okulda bulunan öğrenciler gerek fene karşı tutumları gerekse fen başarılarında, farklı okullarda bulunan öğrencilere göre daha homojen bir yapı gösterdiklerinden ve dolayısıyla bu öğrencilerden elde edilen gözlemler birbirinden tamamen bağımsız olmadığından basit doğrusal regresyon analizi yöntemine göre daha esnek varsayımları olan iki düzeyli hiyerarşik doğrusal modeller yöntemi kullanılabilir. Böyle bir modelde birinci düzey öğrenci düzeyi olup öğrenci özellikleri bu düzeyde tanımlanırken, ikinci düzey ise okul düzeyidir ve okul özellikleri bu düzeyde tanımlanır.

#### Rastlantısal Katsayılar Modeli (Random-Coefficients Model)

Rastlantısal katsayılar modelinin birinci düzey modeli basit doğrusal regresyon modeline oldukça benzemektedir. Basit doğrusal regresyon modelinde olduğu gibi çalışmadaki bağımlı değişken bağımsız bir değişkenin doğrusal kombinasyonu olarak modellenir.

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(X_{ij} - \bar{X}_{.j}) + \varepsilon_{ij}$$

Bu modelde  $Y_{ij}$   $j$  okulundaki  $i$  öğrencisinin fen başarı puanı,  $X_{ij}$   $j$  okulundaki  $i$  öğrencisinin fene karşı tutum puanı olup okul ortalaması etrafında merkezlenmiştir. Modelde kesişim katsayısı olan  $\beta_{0j}$   $j$  okulundaki tahmini fen başarı puanı ortalaması, eğim katsayısı olan  $\beta_{1j}$   $j$  okulundaki fene karşı tutumun fen başarısı üzerindeki tahmini etkisi, hata terimi olan  $\varepsilon_i$  ise fene karşı tutum değişkeni kontrol altına alındıktan sonra  $j$  okulundaki  $i$  öğrencisinin fen başarı puanının okul ortalamasından farkıdır. Bu modelde hata terimlerinin birbirinden bağımsız olduğu, normal dağılım gösterdiği ve bu dağılımın ortalamasının 0, varyansının  $\sigma^2$  olduğu varsayılır.

Birinci düzey modelindeki kesişim ve eğim katsayıları ikinci düzey modelinde bağımlı değişken olarak ele alınır. Rastlantısal katsayılar modelinde bu değişkenlerin okullar arasında rastlantısal olarak dağılmasına izin verilir ancak bu dağılımı açıklayabilecek okul düzeyindeki bağımlı değişkenler modele eklenmez. Bu değişkenlerin rastlantısal olarak dağılmadığı diğer bir ifade ile okuldan okula değişim göstermeyip değerlerinin sabit olduğunun varsayıldığı durumda model basit doğrusal regresyon modeline indirgenir.

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

Bu modelde  $\gamma_{00}$  genel fen başarı puanı ortalaması,  $u_{0j}$   $j$  okulunun ortalama fen başarı puanının genel ortalamadan farkıdır.  $\gamma_{10}$  fen tutumunun fen başarısı üzerindeki ortalama etkisi,  $u_{1j}$   $j$  okulunun fen tutumu etkisinin ortalama fen tutumu etkisinden farkıdır.  $u_{0j}$  ve  $u_{1j}$  ikinci düzey hata terimlerinin normal dağıldığı ve bu dağılımın ortalamasının 0, varyansının sırasıyla  $\tau_{00}$  ve  $\tau_{11}$  olduğu varsayılır.

Rastlantısal katsayılar modeline göre yapılan analiz sonucu elde edilen parametre tahminleri Tablo 3'de verilmiştir. Bu tabloya göre genel fen başarı ortalaması 50.35 puan olarak tahmin edilmiştir. Fene karşı tutumun fen başarısı üzerindeki ortalama etkisi ise 0.39 puan olarak tahmin edilmiştir. Ortalama okul başarısı ile ortalama fen tutumu etkisinin varyansının 0.05 alfa düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunması ( $p$ -değerleri sırasıyla  $< 0.001$  ve  $0.009$ ) fen başarısının ve fen tutumunun fen başarısı üzerindeki etkisinin okuldan okula değiştiğini göstermektedir.

**Tablo 3.** Rastlantısal Katsayılar Modeli Analiz Sonuçları

Model Parametreleri	Tahmin	Standart Hata	$p$ -değeri
$\gamma_{00}$ (Genel Fen Başarı Ortalaması)	50.35	0.35	$< .001$
$\gamma_{10}$ (Ortalama Fen Tutumu Etkisi)	0.39	0.03	$< .001$
$\tau_{00}$ (Ortalama Okul Başarısı Varyansı)	19.17		$< .001$
$\tau_{10}$ (Ortalama Fen Tutumu Etkisi Varyansı)	0.03		0.009
$\sigma^2$ (Birinci Düzey Hata Varyansı)	8.68		

### ***Kesişim ve Eğimlerin Bağımlı Değişken Olduğu Model (Intercept-and-Slopes-as-Outcomes Model)***

Rastlantısal katsayılar modelinin analizi sonucu ortalama fen başarısı ile fene karşı tutumun etkilerinin okuldan okula değiştiği bulunmuştur. Bu değişkenlerin okuldan okula neden değiştiğini açıklayabilecek bağımsız değişken veya değişkenlerin modelin ikinci düzeyine eklenmesi ile kesişim ve eğimlerin bağımlı değişken olduğu model elde edilir. Bu çalışmada okul kaynaklarının yeterliği değişkeni hem kesişim, hem de eğim modeline eklenmiştir.

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(W_j - \bar{W}) + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}(W_j - \bar{W}) + u_{1j}$$

Bu modelde  $W_j$   $j$  okulundaki okul kaynaklarının yeterliği olup ortalaması etrafında merkezlenmiştir.  $\gamma_{01}$  okul kaynaklarındaki yeterliğin ortalama fen başarısı üzerindeki tahmini etkisi,  $u_{0j}$  okul kaynaklarının yeterliği değişkeni kontrol altına alındıktan sonra  $j$  okulunun ortalama fen başarı puanının genel ortalamadan farkıdır.  $\gamma_{11}$  okul kaynaklarındaki yeterliğin fen tutumunun fen başarısı üzerindeki ortalama etkisi üzerindeki tahmini etkisidir,  $u_{1j}$  okul kaynaklarının yeterliği değişkeni kontrol altına alındıktan sonra  $j$  okulunun fen tutumu etkisinin ortalama fen tutumu etkisinden farkıdır.  $u_{0j}$  ve  $u_{1j}$  ikinci düzey hata terimlerinin normal dağıldığı ve bu dağılımın ortalamasının 0, varyansının sırasıyla  $\tau_{00}$  ve  $\tau_{11}$  olduğu varsayılır.

Kesişim ve eğimlerin bağımlı değişken olduğu modele göre yapılan analiz sonucu elde edilen parametre tahminleri Tablo 4'de verilmiştir. Bu tabloya göre okul kaynaklarındaki yeterliğin okulların ortalama fen başarısı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı ve negatif bir etkisi söz konusudur ( $p$ -değeri = 0.012). Okul kaynaklarındaki yeterlik değişkeni okullar arasındaki ortalama fen başarısındaki dağılımın varyansının bir kısmını açıklamış olmakla beraber, bu varyansın hala açıklanamayan önemli bir kısmı bulunmaktadır ( $p$ -değeri < 0.001). Okul kaynaklarındaki yeterliğin okullardaki fen tutumu etkisi üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisi yoktur ( $p$ -değeri = 0.766). Fene karşı tutum etkilerinde okuldan okula gözlenen değişiklikler okul kaynaklarındaki yeterlikle açıklanamamaktadır.

**Tablo 4.** Kesişim ve Eğimlerin Bağımlı Değişken Olduğu Model Analiz Sonuçları

Model Parametreleri	Tahmin	Standart Hata	$p$ -değeri
$\gamma_{00}$ (Genel Fen Başarı Ortalaması)	50.36	0.34	< .001
$\gamma_{01}$ (Kesişimde Kaynak Yeterliği Etkisi)	-0.15	0.06	0.012
$\gamma_{10}$ (Ortalama Fen Tutumu Etkisi)	0.39	0.03	< .001
$\gamma_{11}$ (Eğimde Kaynak Yeterliği Etkisi)	-0.001	0.005	0.766
$\tau_{00}$ (Ortalama Okul Başarısı Varyansı)	18.54		< .001
$\tau_{10}$ (Ortalama Fen Tutumu Etkisi Varyansı)	0.03		0.008
$\sigma^2$ (Birinci Düzey Hata Varyansı)	75.32		

### Tartışma ve Yorum

Hiyerarşik yapıdaki verilerde doğrusal regresyon modeli ile analiz yapıldığında çeşitli problemler ortaya çıkmaktadır. Bunlardan bir tanesi gözlemlerin birbirinden bağımsız olduğu varsayımının ihlalidir. Hiyerarşik yapıdaki verilerde bireyler içinde buldukları grupların özelliklerinden etkilenirler. Bireyler kendi grupları içinde paylaştıkları benzer özellikler ve koşullardan dolayı diğer gruplardaki bireylere göre birbirlerine daha çok benzerler. Sonuç olarak aynı grup içindeki bireylerden elde edilen gözlemlerin tamamen bağımsız olduğu söylenemez. Bu problem hiyerarşik doğrusal modellerle ele alınabilir. Bu modellerle yapılan analizlerde gözlemlerin bağımsızlığı varsayımı bulunmamaktadır.

Ayrıca hiyerarşik doğrusal modeller birey özelliklerine etki eden grup özelliklerinin de doğru bir şekilde modellenmesine olanak verir. Birey özelliklerinin gruptan gruba farklılık göstermesi durumunda regresyon analizi kullanılması, bireylerin özellikleri üzerinde grup özelliklerinin etkisinin ihmal edilmesine yol açar. Bireyler arasında incelenen özellikler bakımından grup farklılıkları olmadığı varsayılır. Hiyerarşik doğrusal modeller ile yapılan analizlerde grup özelliklerinin birey özellikleri

üzerindeki etkisi ele alınarak regresyon analizi ile elde edilen regresyon katsayılarının gruptan gruba anlamlı fark gösterip göstermediği belirlenebilir.

### Kaynaklar

- Aitkin, M. ve Logford, N. (1986). Statistical modeling issues in school effectiveness studies. *Journal of the Royal Statistical Society* (Series A), 149(1), 1-43.
- Bryk, A. S. ve Raudenbush, S. W. (1992). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. Newbury Park, CA: Sage.
- De Leeuw, J. ve Kreft, I. (1986). Random coefficient models for multilevel analysis. *Journal of Educational Statistics*, 11, 57-85.
- Goldstein, H. (1986). Multilevel mixed linear model analysis using iterative generalized least squares., *Biometrika*, 73(1), 43-56.
- Hox J. (2002). *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Longford, N. T. (1987). A fast scoring algorithm for maximum likelihood estimation in unbalanced mixed models with nested random effects. *Biometrika*, 74(4), 817-827.
- Osborne, J. W. (2002). The advantages of hierarchical linear modeling. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 7(1), 1-4.
- Raudenbush, S. W. ve Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. London: Sage.
- TIMSS 1999 Publications (1999). User Guide for the TIMSS 1999 International Database. Online Available at <http://timss.bc.edu/timss1999i/database.html>