



Çelik, Alüminyum ve Titanyum Alaşımlarında Hu2003 Akma Kriteri Performansının Araştırılması

Süleyman KILIC^{1*}, Fahrettin OZTURK^{2,3}, Serkan TOROS⁴

¹Asst. Prof., Ahi Evran University, Faculty of Engineering and Architecture, Department of Mechanical Engineering, Orcid id: 0000-0002-1681-9403

²Prof. Dr., Ankara Yıldırım Beyazıt University, Faculty of Engineering and Natural Sciences, Department of Mechanical Engineering, Orcid id: 0000-0001-9517-7957

³TUSAS- Turkish Aerospace Industries Inc.

⁴Assoc. Prof. Dr., Ankara Nigde Omer Halisdemir University, Department of Mechanical Engineering, Orcid id: 0000-0003-0438-2862

Geliş Tarihi/Received: 22.10.2018
Kabul Tarihi/Accepted: 23.10.2018

Doi: dx.doi.org/10.31200/makuubd.473166
Araştırma Makalesi/Research Article

ÖZET

Sonlu elemanlar analiz programlarının tahminlerinin doğruluğunu arttırmak için malzeme modelinin doğru seçilmesi gerekmektedir. Çünkü her malzeme için her model iyi tahmin yapamamaktadır. Bu çalışma kapsamında izotropik (von Mises, Tresca) ve anizotropik (Hu2003) akma kriterlerinin çeşitli malzemeler için performansları incelenmiştir. Hu2003 akma kriteri 7 parametre ile tahmin yapabilen bir modeldir. Yapılan incelemeler sonucunda Hu2003 akma kriterinin çok başarılı tahminler yaptığı görülmüştür.

Anahtar kelimeler: St14, AA5182-O, AA6181-T4, Ti-6Al-4V, Hu2003.

Investigation of the Performances of Hu2003 Yield Criterion for Steel, Aluminum and Titanium Alloys

ABSTRACT

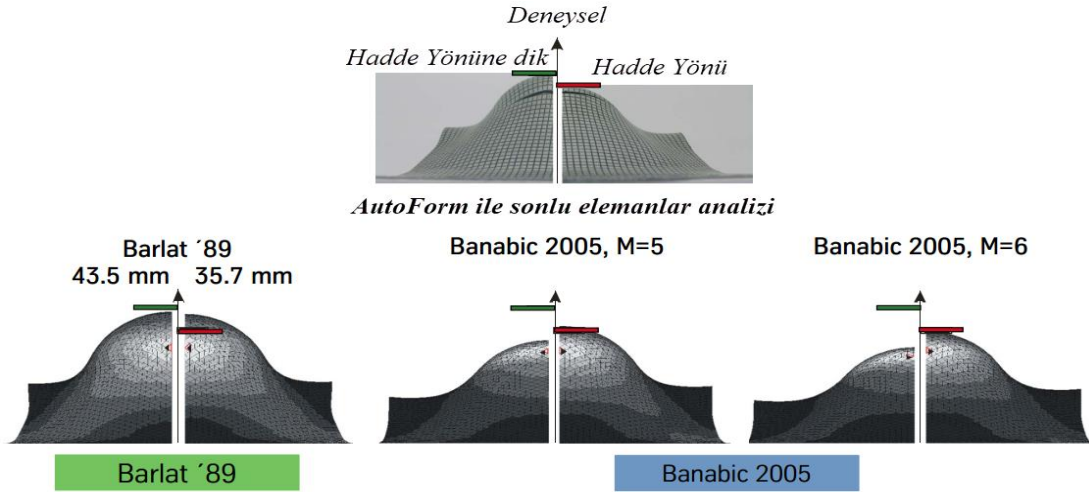
It is necessary to choose an appropriate material model to increase the accuracy of prediction of finite element analysis programs. Because every model cannot give good prediction for every material. In this study, the performances of isotropic (von Mises, Tresca) and anisotropic (Hu2003) yield criteria are examined for various materials. The Hu2003 yield criterion is a model that can estimate the materials' properties with 7 parameters. As a result

of the investigation, it is seen that the Hu2003 yield criterion make very successful predictions.

Keywords: St14, AA5182-O, AA6181-T4, Ti-6Al-4V, Hu2003.

1. GİRİŞ

Gelişen bilgisayar teknolojileri sayesinde nümerik benzetimler ve hesaplamalarda önemli ilerlemeler kaydedilmektedir. Özellikle mühendislik problemlerinin çözümünde nümerik benzetim, maliyet düşürücü etkenlerden biri haline gelmiştir. Örnek olarak deneme yanılma yöntemi kullanılarak seri üretime hazır hale getirilen şekillendirme prosesi oldukça fazla zaman alıcı ve maliyetli bir yöntem olacaktır. Fakat şekillendirme prosesinin nümerik olarak modellenmesiyle çok kısa zamanda çok daha az maliyetle nihai ürünlerde meydana gelebilecek hata/aksaklıklar önceden tahmin edilebilmekte ve gerekli değişiklikler daha tasarım aşamasında yapılabilmektedir. Nümerik benzetimlerde ilgili parçaların şekillendirilmesi noktasında tahminler yaparken programlarda tanımlanmış olan pekleşme, akma kriteri vb. modeller kullanılmaktadır. Yapılan analizlerde tahminlerin doğru sonuç verebilmesi için malzemeye uygun modellerin seçilmesi gerekmektedir. Uygun model seçilmediği takdirde hatalı sonuçlar ortaya çıkmaktadır (Kılıc vd., 2015; Kılıç & Öztürk, 2016; Ozturk vd., 2014). Bu nedenle uygun model seçimi nümerik benzetimlerde önemli etken parametrelerden biridir. Mühendislik problemlerinde yaygın olarak von Mises (Mises, 1913), Tresca (Tresca, 1864) akma kriterleri kullanılmaktadır. Bununla birlikte özellikle sac metal şekillendirme işlemlerinde anizotropik akma kriterlerinden olan Hill-48 ve Barlat-89 akma modelleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Literatürde yer alan diğer akma kriterleri von Mises ve Tresca akma yüzey fonksiyonlarına dayandırılarak, bu kriterler üzerinden geliştirilmiştir. Günümüzde bu alandaki çalışmalar yoğun olarak devam etmektedir (Cazacu, 2018). Malzeme geliştirme süreçlerine paralel olarak yeni malzeme modelleri de ortaya çıkmaktadır. Malzemenin değişik yükleme şartları altında elastik mi yoksa plastik olarak şekil değişimi gerçekleşmesi de bu kriterler yardımıyla elde edilen akma yüzeylerinden kolaylıkla belirlenebilmektedir. Burada önemli olan husus analiz edilecek malzemeyi en iyi tanımlayan pekleşme ve akma kriterinin seçimidir. Şekil 1.'de farklı akma kriterlerinin tahminlerinin deneysel sonuca yakınlığı gösterilmiştir (Lutz Kessler vd., 2012). Analiz sonuçlarında çok net olarak akma kriterinin etkisi görülmektedir.



Şekil 1. Deneysel sonucun farklı akma kriterleri ile karşılaştırılması (Lutz Kessler vd., 2012).

Yapılan bir araştırmada (Revil-Baudard vd., 2018), von Mises, Tresca ve Drucker (Drucker, 1949) akma kriterleri kullanılarak bir çatlağın etrafındaki gerilme dağılımını incelenmiştir. Sonlu elemanlar analiz sonuçlarının teorik sonuçları doğruladığı gösterilmiştir. Çoğun ve Darendeliler (Cogun & Darendeliler, 2017) derin çekme işleminde von Mises, Hill48 (Hill, 1948), BBC2008-8p (Comsa & Banabic, 2008), Yld2003-8p (Aretz, 2005) ve Hu2003 (Hu, 2003) akma kriterlerinin tahminlerini karşılaştırmışlardır. BBC2008, Yld2003 ve Hu2003 akma kriterlerinin diğerlerine göre daha başarılı sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Leacock (Leacock, 2006) yaptığı çalışmada 0, 45 ve 90o dışındaki yönlerde Hu2003 akma kriterinin tahminin kötü olduğunu göstermiş ve akma kriterinde düzenleme yaparak bütün yönlerde daha doğru sonuçlar elde etmiştir. Gotoh (Gotoh, 1977) tarafından anizotropik tabanlı 4. derece akma kriteri düzlem gerilme durumu için detaylı olarak açıklanmıştır. Tong (Tong, 2018) ise 7 parametre ve daha az sayıda parametre ile tahmin yapan modellerin (Hu2003, Hu2007, Tong2016) performansını incelemiş ve Gotoh (Gotoh, 1977) akma kriterinin daha yakın sonuçlar verdiğini belirlemiştir.

Bu çalışma kapsamında von Mises, Tresca ve Hu2003 (Hu, 2003) akma kriterleri kullanılarak beş farklı malzeme için akma yüzeyleri, akma mukavemeti ve anizotropinin açıyla değişim tahminleri incelenmiştir. Gerekli karşılaştırmalar ve değerlendirmeler yapılmıştır.

2. MALZEME VE YÖNTEM

Bu çalışma kapsamında paslanmaz çelik (Choi vd., 2017), St14 çeliği (Alizad-Kamran vd., 2018), 5182-O (Banabic & Siegert, 2004), Ti-6Al-4V (Kotkunde vd., 2014) ve AA6181-T4 (Banabic vd., 2005) malzemeleri çalışılmıştır. Tresca, von Mises ve Hu2003 akma

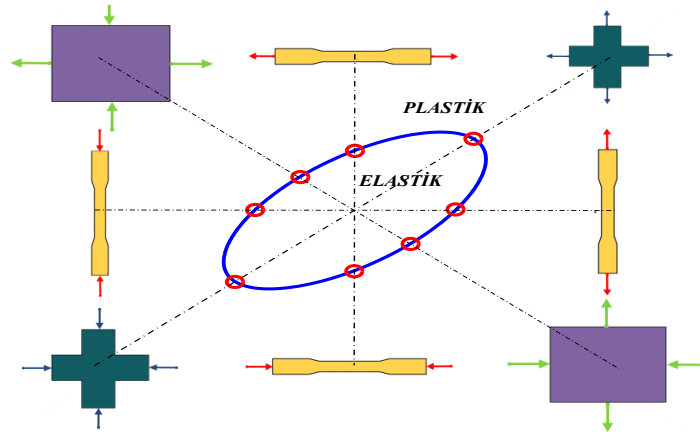
kriterleri kullanılarak akma yüzeyleri elde edilmiştir. Tablo 1-3.' de malzemelerin mekanik özellikleri verilmiştir. İncelenen modeller için malzemelerin belirtilen yönlerdeki akma ve anizotropi değerleri yeterli olmaktadır.

Tablo 1. Malzemelerin mekanik özellikleri

Parametre	Paslanmaz çelik (Choi vd., 2017)	St14 (Alizad- Kamran vd., 2018)	AA5182-O (Banabic & Siegert, 2004)	Ti-6Al-4V (Kotkunde vd., 2014)	AA6181-T4 (Banabic vd., 2005)
σ_0/σ_0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
σ_{45}/σ_0	1,075	1,033	0,968	0,867	0,971
σ_{90}/σ_0	1,035	1,015	0,993	1,014	0,964
σ_b/σ_0	1,127	1,092	1,000	1,093	0,943
r_0	1,425	1,725	0,642	0,600	0,672
r_{45}	0,995	1,625	1,039	1,260	0,606
r_{90}	2,124	2,103	0,829	0,512	0,821

2.1. Akma Kriterleri

Malzemenin farklı yönlerdeki akma davranışını ifade eden matematiksel modellere akma kriterleri denilmektedir. Akma kriterlerinde, malzemenin akma gerilmesi akma kriterinin eşdeğer gerilmesinden büyük olduğu durumlarda akmanın başlayacağı ifade edilir. Geliştirilen bütün akma kriterlerinde de eşdeğer gerilme farklı olarak tanımlandığı için her kriterin tahmini farklı olmaktadır. Her kriter çeşitli yönlerde uygulanan kuvvetler neticesinde oluşan gerilmelerin malzemeyi elastik olarak mı yoksa plastik olarak mı şekillendireceğini tahmin etmektedir.



Şekil 2. Şematik bir akma yüzeyi ve noktaların ifadeleri

Şekil 2.'de de şematik olarak bir akma yüzeyi verilmiştir. Akma yüzeyinin çeşitli noktaları farklı yüklenme durumlarını ifade etmektedir. Sonlu elemanlar analiz programlarında analizler için Tresca, von Mises, Hill48, Barlat89, Yld2000 vb... akma kriterleri seçilebilmektedir. Her yeni versiyonda ise bu kriterlerin yenileri eklenerek daha fazla tercih sunulmaktadır. Bu yüzden ilgili malzeme için en doğru tahmini yapan akma kriteri seçilmelidir.

Akma kriterlerinde akma mukavemeti ve anizotropi tahminleri de aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Banabic vd., 2016). Tek eksenli yük durumunda gerilme tensörleri σ_{11} , σ_{22} ve σ_{12} aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir. θ malzemenin hadde yönüne göre açısını ifade etmektedir.

$$\sigma_{11} = Y_{\theta} \cos^2 \theta, \sigma_{22} = Y_{\theta} \sin^2 \theta, \sigma_{12} = \sigma_{21} = Y_{\theta} \cos \theta \sin \theta \quad (1)$$

2 numaralı eşitlikte ise hadde yönüne bağlı olarak eşdeğer gerilme ifadesi verilmiştir.

$$\bar{\sigma}_{\theta} = Y_{\theta} F_{\theta} \quad (2)$$

2 numaralı denklemdeki F_{θ} tek eksenli gerilme altındaki eşdeğer gerilmenin özel bir fonksiyonudur. Genel olarak akma fonksiyonu ise 3 numaralı eşitlikteki şekildedir. Bu denklemde $\phi(\bar{\sigma}, Y)$ akma fonksiyonunu, $Y(h)$ ise akma mukavemetini ifade etmektedir.

$$\phi(\bar{\sigma}, Y) = \bar{\sigma} - Y(h) = 0 \quad (3)$$

Akma mukavemetini açığa bağlı olarak değişimi 4 numaralı denkleme ile ifade edilir. $Y(h) = \sigma_0$ hadde yönündeki akma mukavemetidir. F_{θ} fonksiyonu her akma kriterine göre değişmektedir.

$$Y_{\theta} = Y(h)/F_{\theta} \quad (4)$$

Benzer şekilde sac malzemeler için plastik anizotropi değişimleri de elde edilebilir. r_{θ} genişliğe bağlı olarak plastik birim deformasyon oranları değişimi 5 numaralı denklemle ifade edilmektedir. 6 numaralı eşitlik hacim sabitliği durumunu ifade etmektedir.

$$r_{\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta+90}/\dot{\epsilon}_{33} \quad (5)$$

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \quad (6)$$

6 numaralı denklemi bir diğer ifadeyle yazacak olursak

$$\dot{\epsilon}_\theta = \dot{\epsilon}_{11}\cos^2\theta + \dot{\epsilon}_{22}\cos^2\theta + \dot{\epsilon}_{12}\cos\theta\sin\theta, \quad \dot{\epsilon}_{33} = -(\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}) \quad (7)$$

elde edilir. 7 numaralı denklem 5 numaralı denklemde yerine yazılırsa anizotropinin açı ile değişimi elde edilir.

$$r_\theta = \frac{\dot{\epsilon}_{11}\cos^2\theta + \dot{\epsilon}_{22}\cos^2\theta + \dot{\epsilon}_{12}\cos\theta\sin\theta}{\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}} - 1 \quad (8)$$

8 numaralı denklem gerilme bileşenleri cinsinden yazılırsa 9 numaralı hali almaktadır.

$$r_\theta = \frac{\left(\sigma_{11}\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{11}} + \sigma_{22}\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{22}} + \sigma_{12}\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{12}}\right)_\theta}{\left(\sigma_{11}\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{11}} + \sigma_{22}\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{22}}\right)_\theta} - 1 \quad (9)$$

Euler dönüşümü kullanarak 10 numaralı denklem şeklinde ifade edilebilir.

$$r_\theta = \frac{\bar{\sigma}_\theta}{Y_\theta\left(\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{11}} + \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{22}}\right)_\theta} - 1 \quad (10)$$

2.1.1. Tresca ve von Mises akma kriterleri

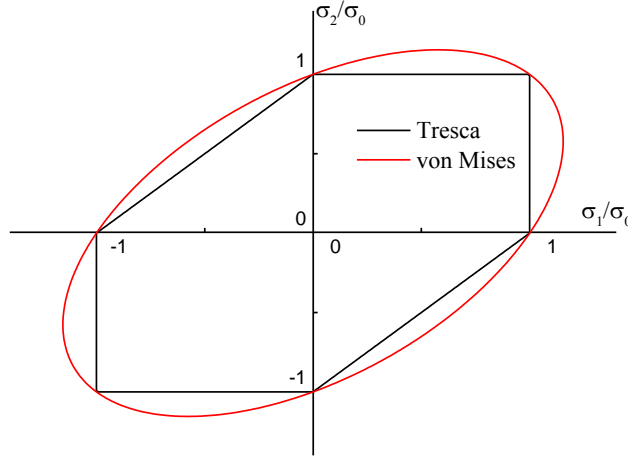
Tresca kriterinde akmanın oluşabilmesi için, o noktadaki maksimum kayma gerilmesinin basit çekme halinde akma sınırındaki kayma gerilmesine eşit veya büyük olması gerekmektedir. 11 numaralı denklemde gösterildiği üzere akmanın tahmini için en büyük ve en küçük asal gerilmelerin farkını dikkate almaktadır.

$$\tau \geq \tau_{mak} \quad , \quad \tau_{mak} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad , \quad \tau_{mak} = \frac{|\sigma_1|}{2} \quad (11)$$

von Mises akma kriterinde ise çok eksenli yükleme durumundaki eşdeğer gerilme, malzemenin akma gerilmesini geçtiğinde akma meydana geleceğini ifade etmektedir. Asal gerilmeler cinsinden 12 numaralı eşitlikle ifade edilmektedir.

$$\sigma_{eş} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (12)$$

11 ve 12 numaralı denklemlerin nümerik olarak çözülmesiyle Şekil 3'deki grafik elde edilmektedir. Bu grafikte iki eksenli gerilme durumlarında modellerin farkları ortaya çıkmaktadır. İki eksenli gerilme durumunda Tresca'ya göre akma daha erken başlamaktadır. Tresca daha az risk almaktadır.



Şekil 3. Tresca ve von Mises akma yüzeyleri

2.1.2. Hill48 akma kriteri

Hill (Hill, 1948) tarafından önerilen bu model von Mises denkleminin geliştirilmesiyle elde edilmiş olup sonlu elemanlar analiz programlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Malzemeye ait üç yöndeki r_0, r_{45}, r_{90} anizotropi değerlerinin modele girilmesiyle farklı açılar için tahminler yapabilmektedir. En genel formu 13 numaralı eşitlikte verilmiştir.

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L(\sigma_{23})^2 + 2M(\sigma_{31})^2 + 2N(\sigma_{12})^2 = 1 \quad (13)$$

Denklemdaki $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}$; gerçek gerilme tensörlerini, F, G, H, L, M, N ise model katsayılarını ifade etmektedir. Düzlem gerilme koşulu altında F, G, H, N parametreleri kalmakta ve 14 numaralı eşitlik yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)}, G = \frac{1}{(1+r_0)}, H = \frac{r_0}{(1+r_0)}, N = \frac{(r_0+r_{90})(2r_{45}+1)}{2r_{90}(1+r_0)} \quad (14)$$

2.1.3. Barlat89 akma kriteri

Barlat (Barlat & Lian, 1989) tarafından geliştirilen bu modelde sonlu elemanlar analiz programlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. En genel formuyla 15 numaralı eşitlikte gösterilmektedir.

$$f = a|k_1 + k_2|^m + a|k_1 - k_2|^m + c|k_2|^m = 2\sigma_y^m \quad (15)$$

Burada k_1 ve k_2 gerilme tensörü invariantlarıdır ve 16 numaralı eşitlikler yardımıyla hesaplanırlar.

$$k_1 = \frac{\sigma_{11} + h\sigma_{22}}{2}, k_2 = \left[\left(\frac{\sigma_{11} - h\sigma_{22}}{2} \right)^2 + p^2 \sigma_{12}^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

a, c, h parametreleri de deneysel olarak elde edilen anizotropi (r_0, r_{90}) değerleri kullanılarak eşitlik 17 yardımıyla belirlenir.

$$a = 2 - c = 2 - 2 \sqrt{\frac{r_0}{(1+r_0)} \frac{r_{90}}{(1+r_{90})}}, h = \sqrt{\frac{r_0}{(1+r_0)} \frac{(1+r_{90})}{r_{90}}} \quad (17)$$

2.1.4. Hu2003 akma kriteri

Anizotropik malzemelerin farklı yönlerde akma mukavemetlerinin değişmesinden dolayı izotropik akma kriterleri iyi sonuç vermemektedir. Bundan dolayı Hu (Hu, 2003) tarafından 2003 yılında Hill48 akma yüzeyinin geliştirilmesiyle bu anizotropik akma kriteri oluşturulmuştur. Bu kriterde düzlem gerilme altında x ve y doğrultularında sac metalin anizotropik davranışı 18 ve 19 numaralı denklemlerle ifade edilmektedir.

$$f_x(\sigma_{ij}) = A_x \sigma_x^2 + B_x \sigma_x^2 + C_x \sigma_x \sigma_y + D_x \tau_{xy}^2 = 1 \quad (18)$$

$$f_y(\sigma_{ij}) = A_y \sigma_x^2 + B_y \sigma_x^2 + C_y \sigma_x \sigma_y + D_y \tau_{xy}^2 = 1 \quad (19)$$

$f_x(\sigma_{ij})f_y(\sigma_{ij})$; x ve y doğrultularındaki eşdeğer yüklerin fonksiyonlarıdır. A, B, C, D ise kayma düzlemlerinin yönlendirilmesi ile ilgili parametrelerdir. Sac metallerin anizotropik davranışını ifade eden x ve y yönlerindeki en genel fonksiyon 20 numaralı denklemde verilmiştir. 18 ve 19 numaralı denklemler 20 numaralı denklemde yerlerine yazıldığında 21 numaralı denklem elde edilir.

$$f(\sigma_{ij}) = f_x(\sigma_{ij})f_y(\sigma_{ij}) \quad (20)$$

$$f(\sigma_{ij}) = (A_x \sigma_x^2 + B_x \sigma_x^2 + C_x \sigma_x \sigma_y + D_x \tau_{xy}^2)(A_y \sigma_x^2 + B_y \sigma_x^2 + C_y \sigma_x \sigma_y + D_y \tau_{xy}^2) = 1 \quad (21)$$

22-27 numaralı sadeleştirme eşitlikleri 21 numaralı denklemde yerlerine yazılırsa 28 numaralı denklem elde edilmektedir. Hu (Hu, 2003) tarafından önerilen 28 numaralı eşitlik, anizotropik akma kriterini ifade eden en genel en genel denklemdir.

$$A_x A_y = \frac{1}{\sigma_0^4} \quad (22)$$

$$A_x C_y + A_y C_x = \frac{4r_0}{(1+r_0)\sigma_0^4} \quad (23)$$

$$A_x B_y + A_y B_x + C_y C_x = \frac{1}{\sigma_b^4} + \frac{1}{\sigma_0^4} + \frac{1}{\sigma_{90}^4} + \frac{4r_0}{(1+r_0)\sigma_0^4} + \frac{4r_{90}}{(1+r_{90})\sigma_{90}^4} \quad (24)$$

$$B_x C_y + B_y C_x = -\frac{4r_{90}}{(1+r_{90})\sigma_{90}^4} \quad (25)$$

$$B_x B_y = \frac{1}{\sigma_{90}^4} \quad (26)$$

$$D_x D_y = \frac{1}{\sigma_b^4} + \frac{16r_{45}}{(1+r_{45})\sigma_{45}^4} \quad (27)$$

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{\sigma_0^4} \sigma_x^4 - \frac{4r_0}{(1+r_0)\sigma_0^4} \sigma_x^3 \sigma_y + \left(\frac{1}{\sigma_b^4} + \frac{1}{\sigma_0^4} + \frac{1}{\sigma_{90}^4} + \frac{4r_0}{(1+r_0)\sigma_0^4} + \frac{4r_{90}}{(1+r_{90})\sigma_{90}^4} \right) \sigma_x^2 \sigma_y^2 \quad (28)$$

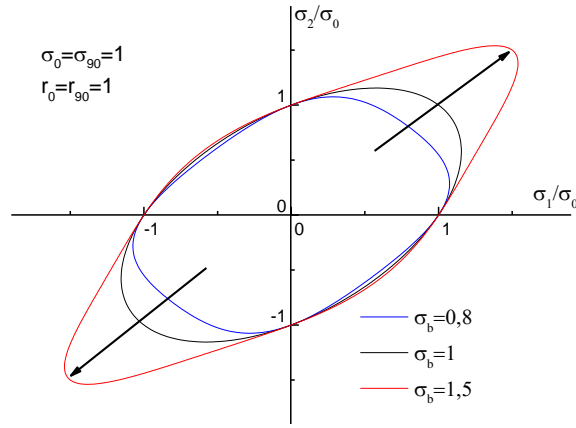
$$- \frac{4r_{90}}{(1+r_{90})\sigma_{90}^4} \sigma_x \sigma_y^3 + \frac{1}{\sigma_{90}^4} \sigma_y^4 + \left(\frac{16r_{45}}{(1+r_{45})\sigma_{45}^4} - \frac{2}{\sigma_b^4} \right) (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y) \tau_{xy}^2 + \left(\frac{1}{\sigma_b^4} + \frac{16r_{45}}{(1+r_{45})\sigma_{45}^4} \right) \tau_{xy}^4 = 1$$

Geliştirilen akma kriterinin malzemenin şekillendirilmesi esnasındaki anizotropik davranışını anlayabilmek için üretimde kullanılabilirliğinin kontrol edilmesi çok önemlidir. Dolayısıyla hadde ve hadde yönüne dik olarak asal gerilmeler cinsinden ifade edilirse 29 numaralı eşitlikteki halini alır.

$$f(\bar{\sigma}) = \frac{1}{\sigma_0^4} \sigma_1^4 - \frac{4r_0}{(1+r_0)\sigma_0^4} \sigma_1^3 \sigma_2 + \left(\frac{1}{\sigma_b^4} + \frac{1}{\sigma_0^4} + \frac{1}{\sigma_{90}^4} + \frac{4r_0}{(1+r_0)\sigma_0^4} + \frac{4r_{90}}{(1+r_{90})\sigma_{90}^4} \right) \sigma_1^2 \sigma_2^2 \quad (29)$$

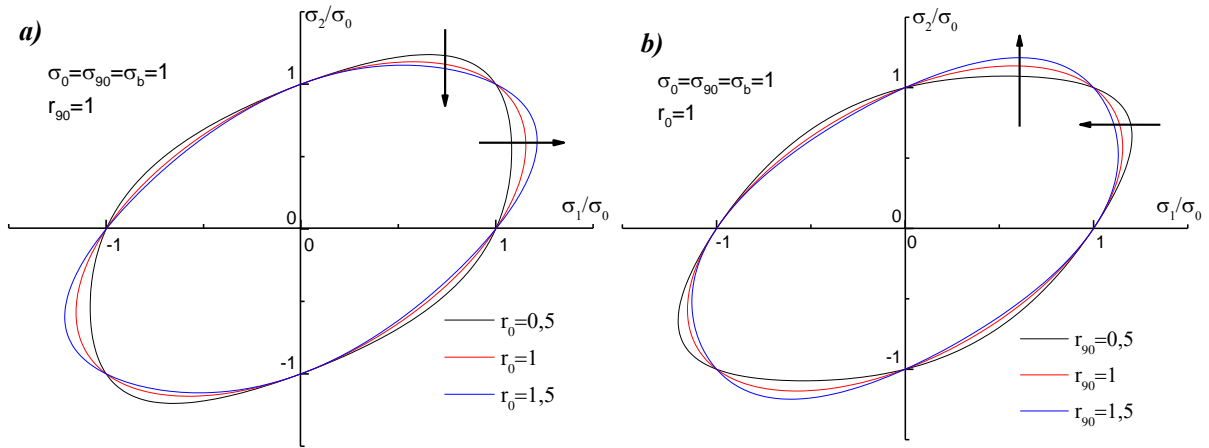
$$- \frac{4r_{90}}{(1+r_{90})\sigma_{90}^4} \sigma_1 \sigma_2^3 + \frac{1}{\sigma_{90}^4} \sigma_2^4 + \left(\frac{16r_{45}}{(1+r_{45})\sigma_{45}^4} - \frac{2}{\sigma_b^4} \right) (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2) \sigma_{12}^2 + \left(\frac{1}{\sigma_b^4} + \frac{16r_{45}}{(1+r_{45})\sigma_{45}^4} \right) \sigma_{12}^4 = 1$$

Bu denkleme göre malzemenin hadde yönünde (0°), hadde yönüne 45° ve hadde yönünde dik (90°) doğrultularda anizotropi r_0, r_{45}, r_{90} ve akma mukavemetleri ($\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$) deneysel olarak elde edilmesiyle bu akma kriteri tahmin yapabilmektedir. Şekil 4-5.'de Hu2003 akma kriterinde parametrelerin akma yüzeyine nasıl etki ettiği gösterilmektedir. İki eksenli gerilme değeri arttıkça akma yüzeyinin iki eksenli gerilme bölümü genişlemektedir.



Şekil 4. Hu2003 akma kriterinde iki eksenli gerilmenin akma yüzeyine etkisi

Hadde yönündeki anizotropi (r_0) değerinin artması akma yüzeyinin iki eksenli gerilme bölgesinde değişikliğe sebep olmaktadır. r_0 değerinin artmasıyla bu bölge σ_1 eksenine doğru genişlemektedir (Şekil 5a). Hadde yönüne dik anizotropi (r_{90}) değerinin artması ise σ_2 eksenine doğru genişlemesine sebep olmaktadır (Şekil 5b).



Şekil 5. Hu2003 akma kriterinde anizotropinin akma yüzeyine etkisi, a) Hadde yönü, b) Hadde yönüne dik

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

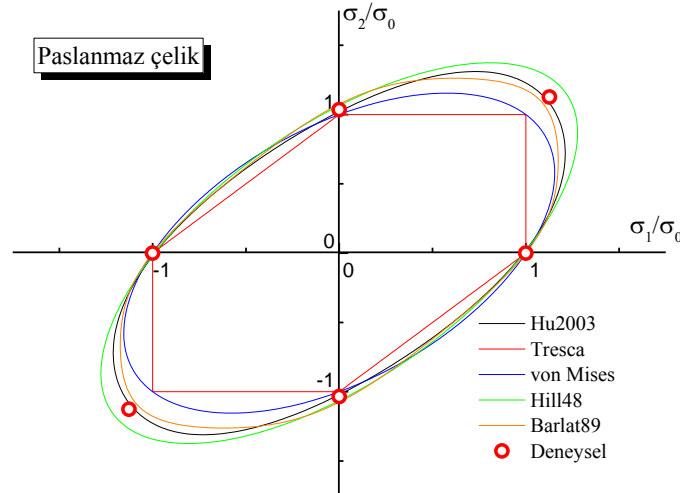
13 ve 15 numaralı eşitliklerde verilen Hill48 ve Barlat89 akma kriterlerine ait denklemler çözülerek Tablo 2.'deki model katsayıları elde edilmiştir. Aynı şekilde 29 numaralı denklemde verilen Hu2003 akma kriterini 4 ve 10 numaralı denklemlerde kullanarak akma mukavemetinin ve anizotropinin açığa göre değişim tahminleri elde edilmiştir.

Tablo 2. Elde edilen model katsayıları

Malzeme	Barlat91 katsayılar				Hill48 katsayılar			
	a	c	h	p	F	G	H	N
Paslanmaz çelik	0,7358	1,2642	0,9297	0,8450	1,1753	0,4124	0,5876	1,0301
St14	0,6900	1,3100	0,9665	0,9450	1,2661	0,3670	0,6330	1,4195
AA5182-O	1,1581	0,8419	0,9288	1,0550	0,7820	0,6090	0,3910	1,6631
Ti-6Al-4V	1,2873	0,7127	1,0523	1,2740	0,7500	0,6250	0,3750	2,3891
AA6181-T4	1,1486	0,8514	0,9442	0,9280	0,8038	0,5981	0,4019	1,2029

3.1. Paslanmaz Çelik

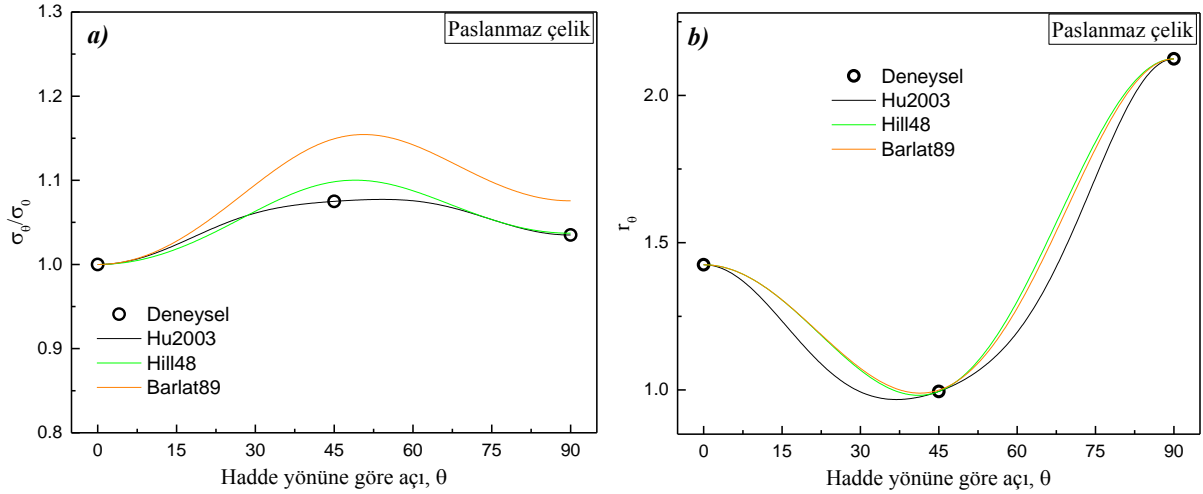
Şekil 6.' da von Mises, Tresca, Hill48, Barlat89 ve Hu2003 akma kriterleri kullanılarak elde edilen akma yüzeyleri gösterilmiştir. Literatürdeki bir çalışmadan (Choi vd., 2017) elde edilen deneysel verilerle karşılaştırıldığında Hu2003 akma kriterinin tahminlerinin doğruluğu görülmektedir. Hu2003 akma kriteri hem Hill48 hem de Barlat89 akma kriterinden daha yakın sonuçlar vermiştir. Özellikle fark iki eksenli gerilme noktasında daha belirgin hale gelmektedir. Tresca ve von Mises akma kriterleri tahminlerine bakıldığı zaman ise akmanın her durumda Hu2003 akma kriterinden daha önce başlayacağı görülmektedir. Buda yapılan analizlerin deneysel sonuçlarla özellikle plastik deformasyonun yoğun olduğu işlemlerde uyumlu olmamasına neden olmaktadır.



Şekil 6. Farklı akma kriterlerinin paslanmaz çelikteki akma yüzeyleri

Şekil 7a'da ise Hill48, Barlat89 ve Hu2003 akma kriterlerinde, akma mukavemetinin açıyla değişim tahmini görülmektedir. Elde edilen sonuçların oldukça başarılı olduğu görülmektedir. Hill48 akma kriterinde sadece üç anizotropi parametresi, Barlat89 akma

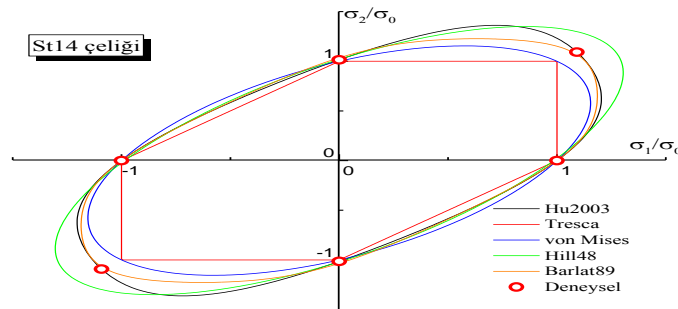
kriterinde ise sadece iki anizotropi değeriyle tahmin yapmasından dolayı sonuçlar yeterli yakınlıkta elde edilememiştir. Hill48 ile Barlat89 karşılaştırıldığında ise Hill48'in daha yakın akma mukavemeti tahminleri verdiği görülmektedir. Hu2003 akma kriterinde daha fazla deneysel parametre girildiğinden sonuçların doğruluğu daha yüksektir. Aynı şekilde anizotropinin açıyla değişimine bakıldığında da sonuçların aynı oranda başarılı olduğu görülmektedir (Şekil 7b).



Şekil 7. Paslanmaz çeliğin farklı akma kriteri ile tahmin edilen a) Akma mukavemetinin açıya değişimi, b) Anizotropi'nin açıyla değişimi

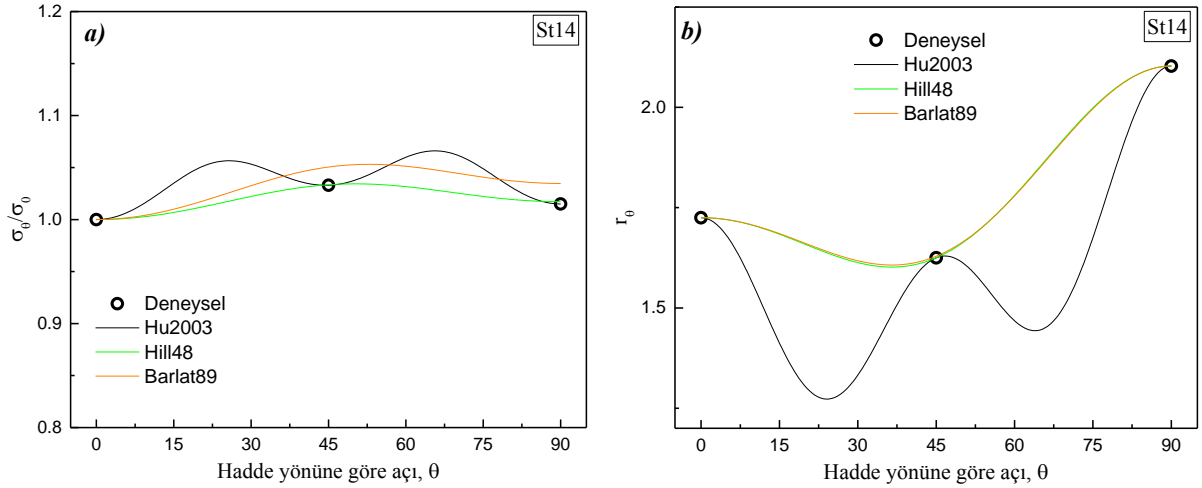
3.2. St14 Düşük Karbonlu Çelik

Şekil 8.'de von Mises, Tresca, Hill48, Barlat89 ve Hu2003 akma kriteri ile elde edilen akma yüzeyleri verilmiştir. Deneysel olarak elde edilen verilerle (Alizad-Kamran vd., 2018), Hu2003 akma kriteri karşılaştırıldığında başarılı sonuçlar verdiği görülmektedir. Şekilden görüleceği üzere Tresca ve von Mises akma kriterleri iki eksenli gerilme durumları için yanlış tahminler vermektedir. Özellikle iki eksenli gerilme noktasında Hill48 daha dışarda kalırken Barlat89 ve Hu2003 akma kriterleri deneysel veriyle uyum içerisindedir.



Şekil 8. Farklı akma kriterlerinin St14 çeliğindeki akma yüzeyleri

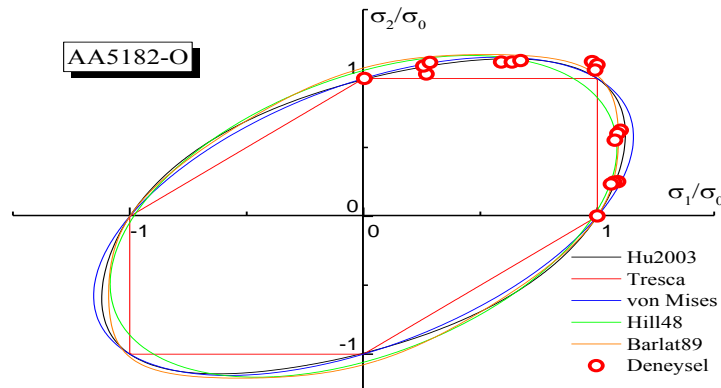
Şekil 9.'da St14 düşük karbonlu çeliğine ait Hill48, Barlat89 ve Hu2003 akma kriterlerinin akma mukavemeti ve anizotropi tahminleri verilmiştir. Bu malzemede de Hill48 ve Hu2003 modelleri doğru sonuç bulurken Barlat89 modeli 45° ve 90° yönlerinde hatalı tahmin yapmıştır. Fakat anizotropi değişim tahminleri incelendiğinde bütün modellerin deneysel sonuçlarla aynı olduğu görülmektedir. Buradaki fark Hu2003 akma kriterinin ara değerleri diğerlerinden farklı tahmin etmesidir.



Şekil 9. St14 düşük karbonlu çeliğinin farklı akma kriteri ile tahmin edilen, a) Akma mukavemetinin açığa değişimi, b) Anizotropi'nin açıyla değişimi

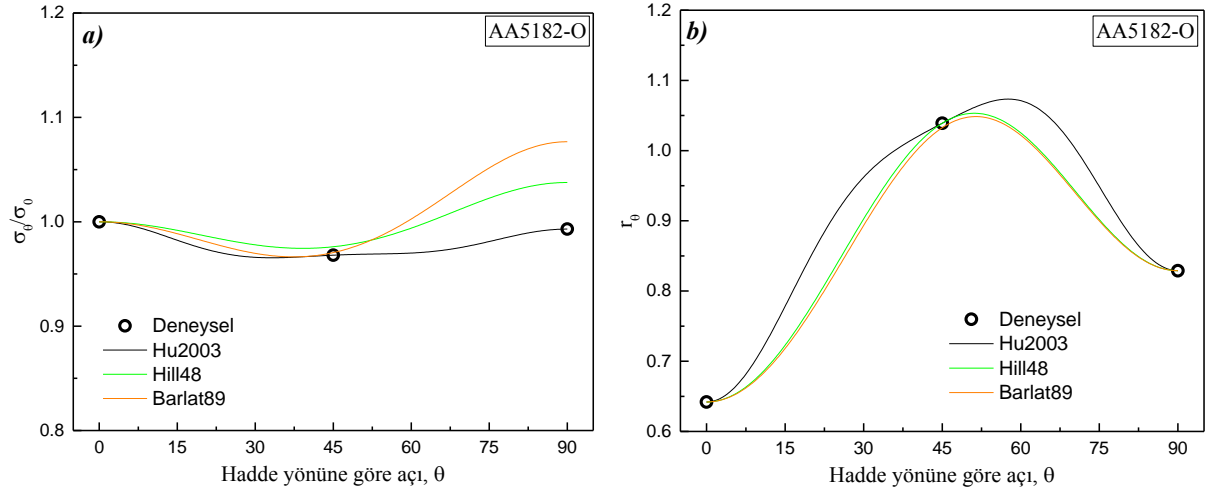
3.3. 5182-O Alüminyum Alaşımı

Şekil 10.'da 5182-O alüminyum alaşımına ait akma yüzeyleri tahminleri incelendiğinde von Mises, Barlat89 ve Hu2003 modellerinin deneysel değerlere (Banabic & Siegert, 2004) daha yakın olduğu görülmektedir. Hill48 özellikle iki eksenli gerilme noktasında akmanın daha erken başlayacağını tahmin etmektedir.



Şekil 10. Farklı akma kriterlerinin 5182-O alüminyum alaşımındaki akma yüzeyleri

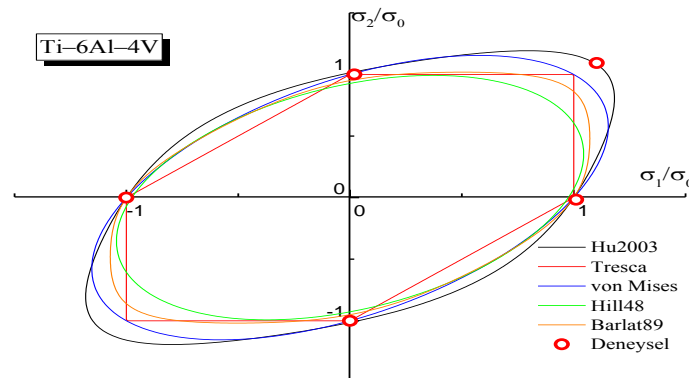
Akma mukavemeti ve anizotropinin açıyla değişim tahminlerine bakıldığı zaman ise yine Hu2003 modelinin sonuçlarının çok başarılı olduğu görülmektedir (Şekil 11a-b). Hill48 ve Barlat89 90° yönünde yanlış sonuçlar vermekteyken Hu2003 tam olarak deneysel verileri tahmin edebilmektedir.



Şekil 11. 5182-O alüminyum alaşımının farklı akma kriteri ile tahmin edilen a) Akma mukavemetinin açıya değişimi, b) Anizotropi'nin açıyla değişimi

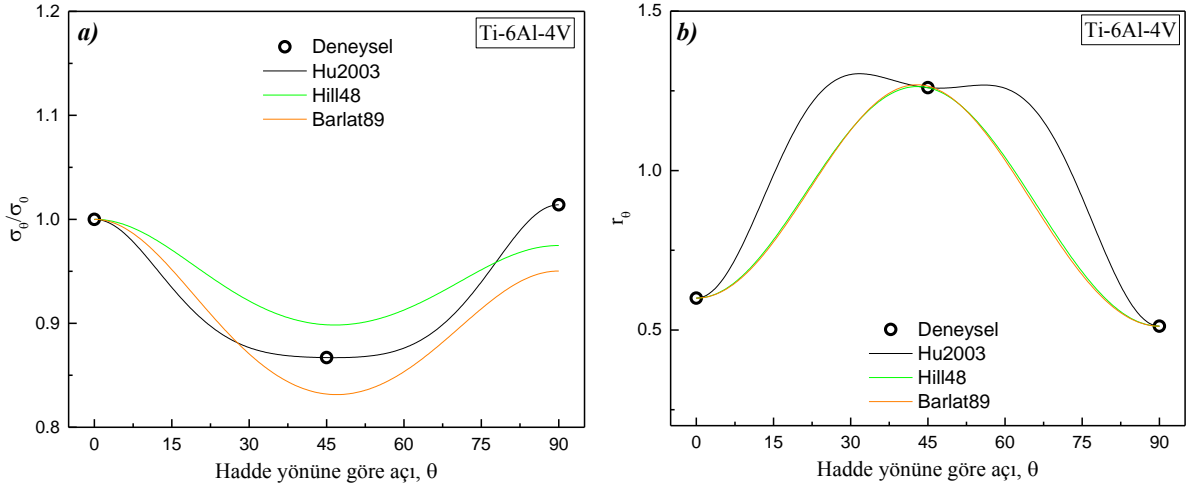
3.4. Ti-6Al-4V Titanyum Alaşımı

Şekil 12.'de titanyum alaşımına ait akma kriterlerinin akma yüzeyleri tahminleri verilmiştir. Literatürden alınan deneysel verilerle (Kotkunde vd., 2014) karşılaştırıldığında Hu2003 akma kriterinin deneysel verilere çok yakın tahmin yaptığı görülmektedir. Diğer modellerin tahminleri ise başarılı değildir. Özellikle iki eksenli gerilme noktasında çok büyük farklar ortaya çıkmaktadır.



Şekil 12. Farklı akma kriterlerinin Ti-6Al-4V titanyum alaşımındaki akma yüzeyleri

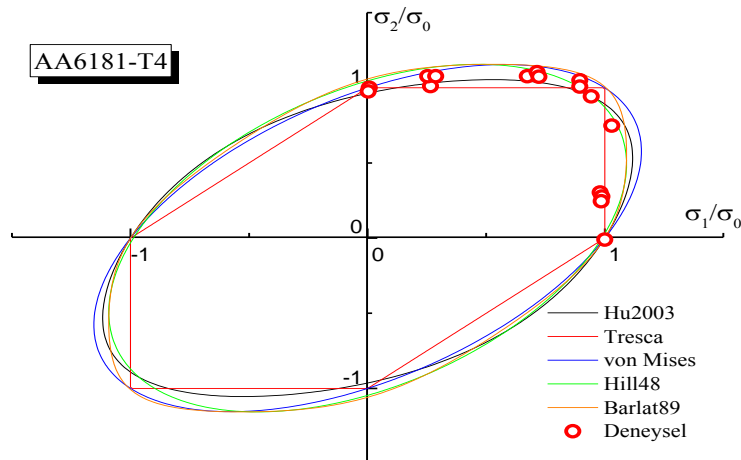
Akma mukavemeti ve anizotropinin açıyla değişim tahminlerine baktığımızda ise Hu2003 akma kriterinin deneysel sonuçları doğru tahmin ettiği görülmektedir (Şekil 16-17). Bu alışımda 45° ve 90° yönlerinde akma mukavemetlerini hatalı tahmin ettikleri fakat bütün yönlerde anizotropi değişimlerini doğru tahmin ettikleri görülmektedir.



Şekil 13. Ti-6Al-4V titanyum alaşıımının farklı akma kriteri ile tahmin edilen a) Akma mukavemetinin açıya değişimi, b) Anizotropi'nin açıya değişimi

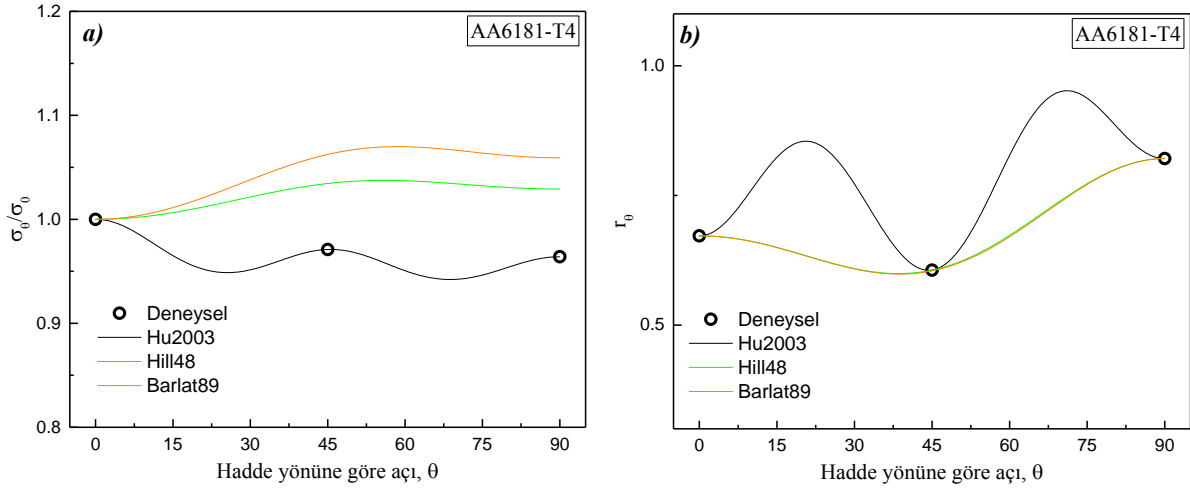
3.5. 6181-T4 Alüminyum Alaşımı

Şekil 14.'de 6181-T4 alüminyum alaşıımına ait farklı modellerin akma yüzeyleri tahminleri verilmiştir. Literatürden alınan deneysel verilerle (Banabic vd., 2005) karşılaştırıldığında Hu2003 modelinin daha yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Diğer akma kriterlerine göre akma daha geç başlayacağı tahmin edilirken Hu2003 akma kriterinin tahminleri tam olarak deneysel verilerle benzeştiği görülmektedir.



Şekil 14. Farklı akma kriterlerinin 6182-T4 alüminyum alaşıımındaki akma yüzeyleri

Şekil 15a-b.'de akma mukavemeti ve anizotropinin açıyla değişim tahminleri verilmiştir. Hu2003 akma kriterinin deneysel verilerle, tahmin sonuçlarının aynı olduğu görülmektedir. Bu alaşım içinde 45° ve 90° yönlerinde akma mukavemetlerini hatalı tahmin ettikleri fakat bütün anizotropi açılarında doğru tahmin yapmışlardır.



Şekil 15. 6181-T4 alüminyum alaşımının Hu2003 akma kriteri ile tahmin edilen a) Akma mukavemetinin açıya değişimi, b) Anizotropi'nin açıya değişimi

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada farklı malzemeler için izotropik akma kriterleri olarak von Mises ve Tresca, anizotropik akma kriterinden Hill48, Barlat89 ve Hu2003 incelenmiştir. Performans kapsamında akma yüzeyleri, akma mukavemeti ve anizotropinin açıyla değişim tahminleri deneysel verilerle bire bir karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak Hu2003 akma kriterinin bütün malzeme grupları için çok başarılı tahminler yaptığı tespit edilmiştir. Karmaşık davranışlara sahip malzemelerin davranışlarının hassas tahmin edilebilmesi için karmaşıklığa paralel olarak girilen parametre sayıları da artmaktadır.

REFERENCES / KAYNAKLAR

- Alizad-Kamran, M. vd. (2018). Determination of critical pressure in analyzing of rupture instability for hydromechanical deep drawing using advanced yield criterion. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, (18), 103-113 doi:<https://doi.org/10.1016/j.acme.2017.05.008>
- Aretz, H. (2005). A non-quadratic plane stress yield function for orthotropic sheet metals. *Journal of Materials Processing Technology*, (168), 1-9 doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2004.10.008>
- Banabic, D. vd. (2005). An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets. *International Journal of Plasticity*, (21), 493-512 doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2004.04.003>

- Banabic, D. vd. (2016) Plastic Behaviour of Sheet Metals. In: Multiscale Modelling in Sheet Metal Forming. Springer, pp 1-46
- Banabic, D. & Siegert, K. (2004). Anisotropy and formability of AA5182-0 aluminium alloy sheets. *CIRP Annals*, (53), 219-222 doi:[https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60683-0](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60683-0)
- Barlat, F. & Lian, K. (1989). Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *International Journal of Plasticity*, (5), 51-66 doi:[http://dx.doi.org/10.1016/0749-6419\(89\)90019-3](http://dx.doi.org/10.1016/0749-6419(89)90019-3)
- Cazacu, O. (2018). New yield criteria for isotropic and textured metallic materials. *International Journal of Solids and Structures*, (139-140), 200-210 doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.01.036>
- Choi, H. J. vd. (2017). Effect of Evolutionary Anisotropy on Earing Prediction in Cylindrical Cup Drawing. *JOM*, (69), 915-921 doi:<https://doi.org/10.1007/s11837-016-2241-2>
- Cogun, F. & Darendeliler, H. (2017). Comparison of different yield criteria in various deep drawn cups. *Int J Mater Form*, (10), 85-98 doi:<https://doi.org/10.1007/s12289-015-1258-3>
- Comsa, D.-S. & Banabic, D. (2008). Plane-stress yield criterion for highly-anisotropic sheet metals. In: Proceedings of the 7th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, NUMISHEET. pp 43-48
- Drucker, D. C. (1949). Relation of experiments to mathematical theories of plasticity. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, (16), 349-357
- Gotoh, M. (1977). A theory of plastic anisotropy based on a yield function of fourth order (plane stress state)—I. *International Journal of Mechanical Sciences*, (19), 505-512 doi:[https://doi.org/10.1016/0020-7403\(77\)90043-1](https://doi.org/10.1016/0020-7403(77)90043-1)
- Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, (193), 281-297 doi:<https://doi.org/10.1098/rspa.1948.0045>
- Hu, W. (2003). Characterized behaviors and corresponding yield criterion of anisotropic sheet metals. *Materials Science and Engineering: A*, (345), 139-144 doi:[https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(02\)00453-7](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(02)00453-7)
- Kilic, S. vd. (2015). Effects of Pre-strain and Temperature on Bake Hardening of TWIP900CR Steel. *Journal of Iron and Steel Research, International*, (22), 361-365 doi:[https://doi.org/10.1016/S1006-706X\(15\)30012-1](https://doi.org/10.1016/S1006-706X(15)30012-1)
- Kılıç, S. & Öztürk, F. (2016). Comparison of performances of commercial TWIP900 and DP600 advanced high strength steels in automotive industry. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, (31), 567-578 doi:<https://doi.org/10.17341/gummfd.81389>
- Kotkunde, N. vd. (2014). Experimental and numerical investigation of anisotropic yield criteria for warm deep drawing of Ti-6Al-4V alloy. *Materials & Design*, (63), 336-344 doi:<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.06.017>
- Leacock, A. G. (2006). A mathematical description of orthotropy in sheet metals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (54), 425-444 doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmps.2005.08.008>
- Lutz Kessler vd. (2012) Challenges in Material Model Selection for Forming Simulation. Erişim tarihi: 01.01.2018, <https://www.autosteel.org/-/media/files/autosteel/great-designs-in-steel/gdis-2012/challenges-in-material-model-selection-for-forming-simulation.ashx>.
- Mises, R. v. (1913). Mechanics of solid bodies in the plastically-deformable state. *Göttingen Nachrichten Math Phys*, (1), 582-592
- Ozturk, F. vd. (2014) Effects of anisotropic yield functions on prediction of forming limit diagrams of DP600 advanced high strength steel. In: Ishikawa T., Mori K. I. (eds) 11th International Conference on Technology of Plasticity, Ictp 2014, vol 81. Procedia Engineering. pp 760-765. doi:<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.10.073>

Revil-Baudard, B. *vd.* (2018). Effect of the yield stresses in uniaxial tension and pure shear on the size of the plastic zone near a crack. *International Journal of Plasticity*, (102), 101-117
doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2017.12.006>

Tong, W. (2018). An Improved Method of Determining Gotoh's Nine Material Constants for a Sheet Metal with only Seven or Less Experimental Inputs. *International Journal of Mechanical Sciences*,
doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.03.018>

Tresca, H. (1864). Memoir on the flow of solid bodies under strong pressure. *Comptes-rendus de l'académie des sciences*, (59), 754-758.