

ÇAĞRI ÜZERİNE İŞÇİ ÇALIŞTIRAN ORGANİZASYONLARIN TUR ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ İÇİN KARMA TAMSAYILI PROGRAMLAMA MODELİ

Banu SUNGUR*

ÖZ

Bu çalışmada, klasik tur çizelgeleme problemini çağrı üzerine çalışma boyutunu eklemek suretiyle ele aldık. Vardiya başlama saatlerinde ve uzunluklarında da esneklik gerektiren bu karar problemini çözmek için toplam işgücü maliyetinin minimize edilmesi esasına dayanan karma tamsayılı bir minimizasyon modeli kurduk. Bu modeli bir örnek problem üzerinde uyguladık ve elde ettiğimiz çözümü yorumladık. Uygulamada ele alınan kuruluşun büyüklüğüne ve planlama ufğunun uzunluğuna bağlı olarak modelde ne kadar değişken ve kısıtlayıcı yer alacağını formüle bağladık.

Anahtar Kelimeler: Tur Çizelgeleme, Karma Tamsayılı Programlama, Çağrı Üzerine Çalışma Modeli

A MIXED INTEGER PROGRAMMING MODEL FOR TOUR SCHEDULING PROBLEMS OF ORGANIZATIONS TO EMPLOY LABOURS ON INVITATION

ABSTRACT

In this paper we have studied classical tour scheduling problem by adding working with invitation dimension. We set up a mixed integer model based on the minimization of total work cost to solve this decision problem which needs the flexibility in terms of starting hours and durations of the shifts. We have applied this model on a sample problem and commented on the solution obtained. We have formulated how many variables and restrictions take place in the model depending on the duration of the planning horizon and the size of the organization studied in practice.

Key Words: Tour Scheduling, Mixed Integer Programming, Working With Invitation

GİRİŞ

İşletme yöneticileri mal ve hizmet üretirken, rekabetin güçlü olması, ürünlerin yaşam süresinin her geçen gün daha da kısalması, talebin belirsizliği gibi nedenlerle üretim faktörlerini (insan, makina, malzeme gibi) optimum biçimde planlamak, organize ve kontrol etmek zorundadır. Özellikle pek çok hizmet işletmesi için ise üretim faktörlerinden işgücü faktörü en pahalı olanıdır. Hizmet kalitesinden taviz vermeksizin işgücünün maliyetini düşürebilmek de etkili bir işgücü çizelgeleme ile mümkün olur.

Baker (1976), işgücü çizelgeleme problemlerini üç gruba ayırmıştır. Bunlar: “İzin Günü Çizelgeleme Problemleri” (days-off scheduling), “Vardiya Çizelgeleme Problemleri” (shift scheduling) ve “Tur Çizelgeleme Problemleri” (tour scheduling).

Bu çalışmada “çağrı üzerine çalışma modeli” boyutu getirilmiş tur çizelgeleme problemi ele alınacaktır. Karma tamsayılı bir tur çizelgeleme modeli önerilecek ve bu model örnek bir problem için kurulacaktır. Örnek problem üzerinde kurulacak model çözülecek ve sonuçlar değerlendirilecektir.

I. LİTERATÜR

Literatürde, işgücü çizelgeleme problemleri ile ilgili çok sayıda çalışma mevcuttur. İşgücü çizelgeleme problemlerine matematiksel modellerle çözüm arayan çalışmalar genellikle Dantzig (1954) tarafından önerilen küme-örtüleme formülasyonunu esas alır. Morris ve Showalter (1983) tur çizelgeleme problemlerini çözmek üzere Dantzig’in modelini temel alan ilk karma tamsayılı programlama formülasyonunu geliştirmişlerdir. Jarrah vd. (1994), sürekli olmayan tur çizelgeleme problemleri için tamsayılı programlama modeli önermişlerdir. Modelde, farklı uzunluklardaki vardiyalar ile tam zamanlı ve kısmi zamanlı çalışan işgücü mevcuttur ve önceden belirlenmiş bir mola penceresi içinde esnek mola yerleştirmeleri yapılmaktadır. Brusco ve Jacobs (2000) molalarda ve başlama zamanlarında esnekliğin söz konusu olduğu çizelgeleme problemleri için zımnî (implicit) tamsayılı matematiksel tur çizelgeleme modeli kurmuşlardır. Çezik vd. (2001), çalışmalarında tur çizelgeleme problemlerini çözmek üzere işgücü maliyeti ile karşılanamayan talebin maliyetini minimize eden tamsayılı programlama modeli sunmuşlardır. Rekik vd. (2004), sürekli çalışan organizasyonlar için esnek tur çizelgeleme modeli önermişlerdir.

II. ÇAĞRI ÜZERİNE ÇALIŞAN İŞLETMELER İÇİN TUR ÇİZELGELEME PROBLEMİ

Tur çizelgeleme problemleri, işgücünün hem günlük vardiyalara atanmasının hem de haftalık izin günlerinin belirlenmesinin istendiği problemlerdir. Bu nedenle, izin günü çizelgeleme ve vardiya çizelgeleme problemleri tur çizelgeleme probleminin alt problemleri olarak düşünülebilir. Amaç günün her saatin-

* Arş. Gör. Dr., Erciyes Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü
Makalenin geliş tarihi: Haziran 2007, kabul tarihi: Aralık 2007

deki talebi mümkün olan en düşük sayıda işgücü ya da maliyet ile karşılayabilmek için gerekli işgücünün turlara atanmasıdır.

Tur çizelgeleme problemlerinin karmaşıklığı ve büyüklüğü, işgücünün yapısı ve işin kurallarıyla ilgili çok sayıda faktöre bağlıdır. İşgücü homojen (sadece tam zamanlı çalışan tek tip işçi) ya da karma (tam zamanlı ve kısmi zamanlı çalışan birden çok tip işçi) olabilir. Bu problemlerin karmaşıklığını 15 dakikadan 8 saate kadar değişebilen en küçük planlama periyotlarının süresi de esaslı bir şekilde etkiler. Ayrıca, tur çizelgeleme problemleri günlük çalışma periyodu 24 saat ise sürekli, 24 saatten az ise sürekli olmayan olarak sınıflandırılırlar. (Alfares, 2004:146)

Çalışmamızda, en küçük planlama periyodunun 15 dakika olduğu, sürekli olmayan, tam zamanlı ve kısmi zamanlı çalışan işçilerin söz konusu olduğu tur çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Bu probleme ayrıca, işçilerin bir kısmına çağrı üzerine çalışma özelliği getirilerek, esnek çalışma modellerinden biri olan “çağrı üzerine çalışma modeli” dahil edilmiştir.

Kapasiteye göre ayarlanmış değişken çalışma saati olarak da adlandırılan “çağrı üzerine çalışma modeli”, esnek kısmi zamanlı çalışmanın özel bir şeklidir. Genellikle sınırlı kalifiye olma özelliği gerektiren işlerde tercih edilir. İş görenin ne zaman ve ne kadar süre çalışması gerektiği iş veren tarafından belirlenir. Çağrı üzerine çalışma modeli esas olarak iş verenin planlama hatalarını kapatan, ani talep artışlarında veya dalgalanmalarında talebi karşılamaya yönelik bir uygulama biçimidir. Bu uygulamanın iş veren tarafından olduğu kadar iş gören tarafından da tercih edilebilir olması için, iş görene belirlenmiş bir zaman aralığında (haftalık, aylık, yıllık) ortalama bir sabit ücret ödenir.

Geliştirdiğimiz modelin uygulandığı karar probleminde, çağrı üzerine çalışma söz konusudur. Bu problemde, sürekli ve çağrı üzerine çalışan işçiler bulunmaktadır. Bütün işçilerin sayıları veridir. Vardiyalar da tam zamanlı ve kısmi zamanlı olmak üzere iki çeşittir. Sürekli çalışan işçiler tam zamanlı vardiyalarda çalışırken, çağrı üzerine çalışan işçiler hem tam zamanlı vardiyalarda hem de kısmi zamanlı vardiyalarda çalışabilmektedir. Çağrı üzerine çalışan işçiler her zaman çalışmaya hazırdırlar. Bu işçiler talebin çok olduğu dönemlerde sırayla çağrılacaklardır. Bu sıra işveren tarafından önceden belirlenir. Bir önceki sırada yer alan işçi çağrılmadan sonraki işçi çağrılmayacaktır. Çağrılan işçinin ise çalışabileceği en az ve en çok saat sayısı bellidir. Çağrı üzerine çalışan işçilere çalışmadıkları dönemlerde de belirli bir ücret verilir. Bu ücret fiilen belirli bir saat çalışmış olmaya denk kabul edilir. Hem tam zamanlı hem de kısmi zamanlı vardiyalara atanacak işçilerin önceden belirlenmiş sayıda ve sürede mola hakları vardır. Planlama periyodu boyunca her günün her bir dönemi için, ihtiyaç duyulan işgücü sayısı veridir. İşçiler, bu ihtiyaca göre vardiyalara atanırken molaları-

nı verecekleri periyotlara da atanacaklardır. Bu atamalar yapılırken amaç ise planlama periyodundaki toplam işgücü maliyetinin minimize edilmesidir.

Problemin geliştirilen model ile çözümü ise aşağıdaki sorulara cevap getirmektedir:

- Çağrı üzerine çalışan işçilerden kaç tanesi çağrılacaktır? Çağrılacak işçiler hangi günler hangi vardiyalara atanacaklardır?
- Sürekli çalışan işçiler hangi günler çalışacaklar hangi günler izinli olacaklardır? Çalıştıkları günlerde hangi vardiyalara atanacaklardır?
- Planlama ufkundaki tüm günler için, her bir vardiyaya kaç kişi atanacaktır?
- Her bir vardiyadaki kaç kişi hangi gün hangi periyotta hangi mola verecektir?

III. ÇAĞRI ÜZERİNE ÇALIŞAN İŞLETMELER İÇİN TUR ÇİZELGELEME MODELİ ÖNERİSİ

Bu bölümde, önerilecek modelin indisleri, parametreleri, kümeleri ve değişkenleri tanımlanacak, örnek bir problem için model kurulacak ve modelin genel hali bütün olarak yazıldıktan sonra örnek problem için kurulan modelin çözümü verilecektir.

A. İNDİSLER, PARAMETRELER, KÜMELER VE DEĞİŞKENLER

İndisler:

i = günler	$i \in L_i$
j =sürekli işçiler	$j \in L_j$
n = çağrı üzerine çalışan işçiler	$n \in L_n$
m =tüm vardiyalar (tam zamanlı vardiyalar (K)+kısmi zamanlı vardiyalar(L))	$M=K+L$ $m \in L_m$
p = bir çalışma günü içindeki periyotlar	$p \in L_p$
a = işçilerin çalışma şablonları	$a \in L_a$

Parametreler:

b_m = m. vardiyanın saat olarak çalışma süresi
c = çağrı üzerine çalışan işçilerin, planlama ufkunda çağrılmamaları durumunda maliyetleri
g = Sürekli işçilerin planlama ufkunda çalışacakları gün sayısı
E = çağrı üzerine çalışan işçilerin çağrılmaları durumunda planlama ufkunda çalışmaları gereken en az saat sayısı

F = çağrı üzerine çalışan işçilerin çağrılmaları durumunda planlama ufkunda çalışmaları gereken en çok saat sayısı

A_p = periyotlar itibariyle ihtiyaç duyulan işgücü sayısı

Kümeler:

L_j = Sürekli işçiler kümesi $L_j = \{1, 2, \dots, J\}$

L_n = Çağrı üzerine çalışan işçiler kümesi $L_n = \{1, 2, \dots, N\}$

L_i = Planlama ufkundaki günler kümesi $L_i = \{1, 2, \dots, I\}$

L_m = K adedi tam zamanlı vardiya, L adedi kısmi zamanlı vardiya olmak üzere M tane ($M=K+L$) elemanlı vardiyalar kümesi

$$L_m = \{1, 2, \dots, K, K+1, \dots, K+L(M)\}$$

$L_{m,ij}$ = a . çalışma şablonunda i . gün j . işçinin çalışacağı tam zamanlı vardiya ($m \leq K$) kümesi

$$L_{m,ij} = \{m\}$$

L_a = j . işçinin çalışma şablonları kümesi $L_a = \{1, 2, \dots, A\}$

L_p = Bir çalışma günündeki periyotlar kümesi $L_p = \{1, 2, \dots, P\}$

$L_{p,md}$ = m . tam zamanlı vardiyanın ($m \leq K$) birinci dinlenme molasının verilebileceği periyotların kümesi $L_{p,md} = \{C+1, C+2, \dots, C+D\}$ $L_{p,md} \subset L_p$

$L_{p,mu}$ = m . tam zamanlı vardiyanın ($m \leq K$) yemek molasının başlayabileceği periyotların kümesi

$$L_{p,mu} = \{T+1, T+2, \dots, T+U\} \quad T > C+D, L_{p,mu} \subset L_p$$

$L_{p,mb}$ = m . tam vardiyanın ($m \leq K$) ikinci dinlenme molasının verilebileceği periyotların kümesi $L_{p,mb} = \{G+1, G+2, \dots, G+B\}$ $G > T+U$

$$L_{p,mb} \subset L_p$$

$L_{p,mv}$ = m . kısmi zamanlı vardiyanın ($m > K+1$) dinlenme molasının verilebileceği periyotların kümesi $L_{p,mv} = \{H+1, H+2, \dots, H+V\}$ $L_{p,mv} \subset L_p$

$L_{m,p}$ = p . periyotta faal olabilecek vardiyaların kümesi $L_{m,p} \subset L_m$

$L_{m,pd}$ = p . periyotta birinci dinlenme molası olan tam zamanlı vardiyaların ($m \leq K$) kümesi $L_{m,pd} \subset L_m$

$L_{m,pu}$ = p . periyotta yemek molasına başlayan tam zamanlı vardiyaların ($m \leq K$) kümesi $L_{m,pu} \subset L_m$

$L_{m,pb}$ = p . periyotta ikinci dinlenme molası olan tam zamanlı vardiyaların ($m \leq K$) kümesi $L_{m,pb} \subset L_m$

$L_{m,pv}$ = p . periyotta dinlenme molası olan kısmi zamanlı vardiyaların ($m > K+1$) kümesi $L_{m,pv} \subset L_m$

Değişkenler

x_{ijm} = 1 i . gün j . işçi m . tam zamanlı vardiyaya çalışmak üzere atanırsa; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad j \in L_j \quad m \in L_m, m \leq K$$

y_{inn} = 1 i . gün n . işçi m . vardiyaya çalışmak üzere atanırsa; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad n \in L_n \quad m \in L_m$$

r_{ja} = 1 j . işçi planlama ufkunda a . çalışma şablonuna göre çalışırsa; 0 aksi takdirde

$$j \in L_j \quad a \in L_a$$

y_n = 1 n . işçi planlama ufkunda çalışmak üzere çağrılırsa; 0 aksi takdirde

$$n \in L_n$$

z_n = 1 n . işçi planlama ufkunda çalışmak üzere çağrılmazsa; 0 aksi takdirde

$$n \in L_n$$

y_{in} = 1 i . gün n . işçi çalışmak üzere çağrılırsa; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad n \in L_n$$

s_n = n . işçinin planlama ufkunda toplam çalıştığı saat sayısı

$$n \in L_n$$

x_{im} = i . gün m . vardiyada çalışmak üzere atanmış işgücü sayısı

$$i \in L_i \quad m \in L_m$$

d_{imp} = i . gün m . tam zamanlı vardiyada çalışıp p . periyotta birinci dinlenme molalarını veren işgücü sayısı

$$i \in L_i \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p,md}$$

u_{imp} = i . gün m . tam vardiyada çalışıp p . periyotta yemek molalarına başlayan işgücü sayısı

$$i \in L_i \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p,mu}$$

b_{imp} = i . gün m . tam vardiyada çalışıp p . periyotta ikinci dinlenme molalarını veren işgücü sayısı

$$i \in L_i \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p,mb}$$

v_{imp} = i . gün m . kısmi zamanlı vardiyada çalışıp p . periyotta tek dinlenme molalarını veren çağrı üzerine çalışan işgücü sayısı

$$i \in L_i \quad m \in L_m \quad m > K+1 \quad p \in L_{p,mv}$$

ds_{ijmp} = 1 i . gün j . işçi m . tam zamanlı vardiyada çalışıp birinci dinlenme molasını p . periyotta verirse; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad j \in L_j \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p,md}$$

dc_{inmp} = 1 i . gün n . işçi m . tam zamanlı vardiyada çalışıp birinci dinlenme molasını p . periyotta verirse; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p_{md}}$$

$u_{s_{ijmp}} = 1$ i. gün j. işçi m. tam zamanlı vardiyada çalışıp yemek molasına p. periyotta başlarsa; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad j \in L_j \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p_{mu}}$$

$u_{c_{inmp}} = 1$ i. gün n. işçi m. tam zamanlı vardiyada çalışıp yemek molasını p. periyotta başlarsa; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p_{mu}}$$

$b_{s_{ijmp}} = 1$ i. gün j. işçi m. tam vardiyada çalışıp ikinci dinlenme molasını p. periyotta verirse; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad j \in L_j \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p_{mb}}$$

$b_{c_{inmp}} = 1$ i. gün n. işçi m. tam vardiyada çalışıp ikinci dinlenme molasını p. periyotta verirse; 0 aksi takdirde

$$i \in L_i \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad p \in L_{p_{mb}}$$

$v_{inmp} = 1$ i. gün n. işçi m. kısmi zamanlı vardiyada çalışıp p. periyotta tek dinlenme molasını verirse; 0 aksi halde

$$i \in L_i \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \geq K+1 \quad p \in L_{p_{mv}}$$

B. ÖRNEK PROBLEM

Modelimizi anlatmak için planlama ufkunun üç gün ($L_i = \{1,2,3\}$) olduğu bir örnek problem düşünelim.

Örneğimizde söz konusu olan işletmenin çalışma günleri saat 8.00'da başlıyor ve on saat sonra bitiyor. Dolayısıyla bir çalışma gününde 40 tane 15'er dakikalık periyotlar bulunuyor ($L_p = \{1,2,\dots,40\}$).

İşletmede, iki tip de çalışma şekli var. Birinci tip çalışma şekli sekiz saat sürüyor ve tam zamanlı vardiya olarak adlandırılıyor. İki tane tam zamanlı vardiya bulunuyor ($k=1,2 \quad K=2$). Bu vardiyalardan ilki saat 8.00'da, ikincisi ise çalışma gününün üçüncü saati olan saat 10.00'da başlıyor. İkinci tip çalışma şekli ise dört saat sürüyor ve kısmi zamanlı vardiya olarak adlandırılıyor. Üç tane de kısmi zamanlı vardiya bulunuyor ($l=3,4,5 \quad L=3$). Bu vardiyaların ilki çalışma gününün ilk saati olan saat 8.00'da, ikincisi saat 11.00'da ve üçüncüsü saat 14.00'da başlıyor. Böylelikle toplam vardiya sayısı beş oluyor ($L_m = \{1,2,3,4,5\}$).

İşletmenin sürekli çalışan dört işçisi bulunuyor ($L_j = \{1,2,3,4\}$). Bu dört işçi her gün tam zamanlı yani sekiz saat çalışıyor. Sekiz saat çalışanlar, üç gün boyunca ardışık günlerde aynı saatte çalışmaya başlayamıyorlar. İlk gün çalışmaya saat 8.00'da başlamışlarsa, bir sonraki gün saat 10.00'da, daha sonraki gün de saat 8.00'da başlıyorlar. Eğer ilk gün çalışmaya saat 10.00'da başlamışlarsa da

bir sonraki gün saat 8.00'da, daha sonraki gün de saat 10.00'da başlıyorlar. Üç gün boyunca üç defa ve sekizer saat çalışıyorlar. Planlama ufkü üç gün olduğundan izinli oldukları gün olmuyor.

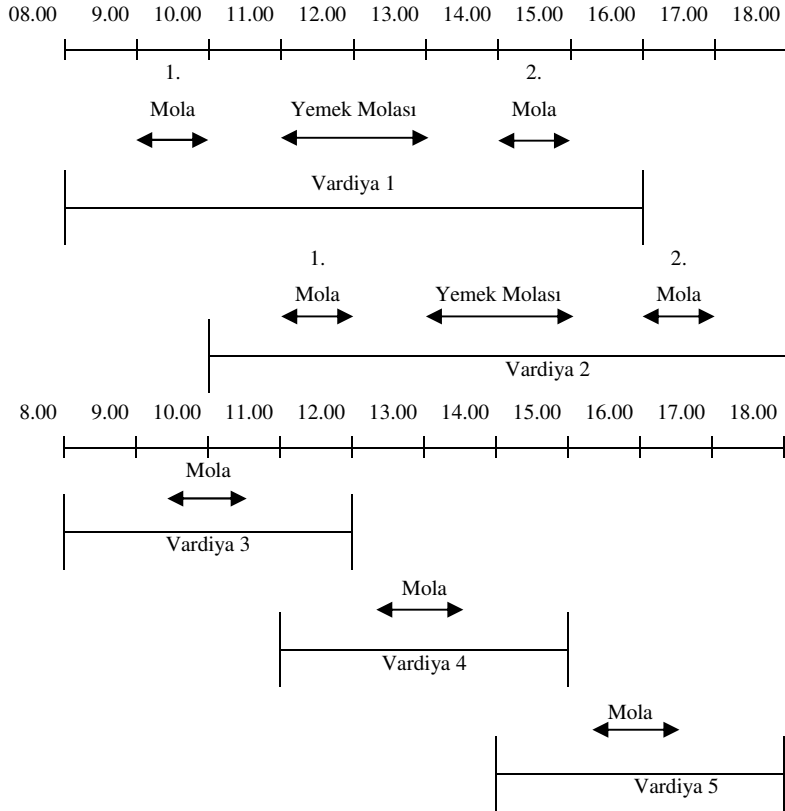
Ayrıca, işletmenin talebin arttığı günlerde çağrı üzerine çalışan altı işçisi daha bulunuyor ($L_n = \{1,2,3,4,5,6\}$). Onlar ihtiyaç olduğu günlerde numara sıralarına göre çağırılıyorlar. Yani çağrı üzerine çalışan işçilerden birinin çağrılabilmesi için, kendinden bir ön sıradaki işçinin daha önce çağrılmış olması gerekiyor. Bu altı işçinin, eğer çağrılırlarsa üç günlük planlama ufkunda en az 12 ($E=12$), en çok 20 ($F=20$) saat çalışma zorunlulukları bulunuyor. Çağrı üzerine çalışan işçiler üç gün boyunca en fazla üç defa (bir gün de en fazla bir defa) olmak üzere ihtiyaca göre hem sekiz saat hem de dört saat çalışabiliyorlar. Bu işçilerin üç günlük planlama ufkunda çağrılırlarsa çalıştıkları saat sayısı kadar, çağrılmazlarsa da dört saat çalışmış gibi maliyetleri söz konusu oluyor.

İşçilerin kullanacakları mola sayıları da gün içinde çalışacakları saat sayısına bağlı olarak değişiyor. Tam zamanlı çalışanlar yarım saat yemek molası ile iki tane 15'er dakikalık dinlenme molası, kısmi zamanlı çalışanlar ise 15 dakikalık tek dinlenme molası verme hakkına sahip oluyorlar. Dinlenme molaları için bir saatlik, yemek molaları için ise iki saatlik mola pencereleri bulunuyor. Çalışanlar bu mola pencereleri içinde 15 dakikalık dinlenme, yarım saatlik yemek mola haklarını kullanıyorlar.

Saat sekizde başlayıp sekiz saat süren birinci vardiyanın ilk 15 dakikalık mola için belirlenmiş mola penceresi 9.00- 10.00 saatleri arasındaki ($L_{p_{1d}} = \{5,6,7,8\}$) ve ikinci 15 dakikalık mola için belirlenmiş mola penceresi ise 14.00-15.00 saatleri arasındaki ($L_{p_{1b}} = \{25,26,27,28,29\}$) periyotları kapsıyor. Bu vardiyanın yemek molası penceresi ise 11.00- 13.00 saatleri arasında bulunuyor. Birinci vardiyaya atanan işçiler yemek molalarına, bu penceredeki molaya başlama periyotlarından birinde ($L_{p_{1u}} = \{13,14,15,16,17,18,19\}$) başlıyorlar ve izleyen periyotta da molalarına devam ediyorlar. Yemek molası iki periyot sürdüğünden, bu mola penceresindeki son periyot başlama periyodu olamıyor. Saat 10.00'da başlayıp sekiz saat sonra biten ikinci vardiya için ise ilk 15 dakikalık molanın penceresi 11.00- 12.00 saatleri arasındaki ($L_{p_{2d}} = \{13,14,15,16\}$), ikinci 15 dakikalık molanın penceresi ise 16.00-17.00 saatleri arasındaki ($L_{p_{2b}} = \{33,34,35,36\}$) periyotları kapsıyor. Bu vardiyanın yemek molası penceresi de 13.00-15.00 saatleri arasında yer alıyor. İkinci vardiyaya atanan işçiler, bu penceredeki molaya başlama periyotlarından birinde ($L_{p_{2u}} = \{21,22,23,24,25,26,27\}$) yemek molalarına başlıyorlar ve bir sonraki periyotta da molalarına devam ediyorlar. Dört saatlik vardiyaların 15 dakikalık tek molalarının pencereleri ise çalışma saatlerinin tam ortasında bulunuyor. Saat sekizde çalışmaya başlayıp dört saat çalışanların 9.30'dan 10.30'a kadarki ($L_{p_{3v}} = \{7,8,9,10\}$), saat 11.00 da çalışmaya başlayıp dört saat çalışanların 12.30'dan

13.30'a kadarki ($Lp_{4v} = \{19,20,21,22\}$), saat 14.00'da çalışmaya başlayıp dört saat çalışanların 15.30'dan 16.30'a kadarki ($Lp_{5v} = \{31,32,33,34\}$) periyotlarda mola pencereleri yer alıyor. Vardiyalar ve mola pencereleri Şekil 1'de gösterilmiştir.

Şekil 1: Örnek Problem İçin Alternatif Vardiyalar ve Mola Pencereleri



İşletmenin, planlama ufkundaki üç gün için saat başına ihtiyaç duyduğu iş-gücü sayısı biliniyor. Birinci saatten onuncu saate kadar ilk gün için 4,4,4,4,4,4,4,3,3; ikinci gün için 3,3,4,4,4,3,3,3,3; üçüncü gün için ise 3,3,4,4,4,3,3,4,4 işçiye ihtiyaç duyuluyor.

İstenen: Problemden anlatılan organizasyon için, üç günlük planlama ufkunda toplam işgücü maliyetinin minimize edileceği tur çizelgesinin yapılması isteniyor.

C. ÖRNEK PROBLEM İÇİN MODELİN KURULMASI

Önerilen tur çizelgeleme modelinin amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıları önce genel modeldeki sonra da örnek problem için kurulan modeldeki yazılımlarıyla tek tek verilecektir.

Amaç Fonksiyonu:

$$MinC = \sum_{n \in Ln} s_n + \sum_{n \in Ln} cz_n \quad (1)$$

Önerilen modelin amaç fonksiyonu (1) toplam işgücü maliyetinin minimize edilmesi esasına göre yazılmıştır. Hiçbir işçi arasında verimlilik ve yetenek farkı olmadığı varsayıldığından, işçilerin çalışacakları saat başına maliyetleri aynıdır. Bu nedenle çalışılacak toplam saat sayısının minimize edilmesi toplam işgücü maliyetinin minimize edilmesi anlamına gelecektir.

Sürekli işçilerin planlama ufkunda çalışacakları toplam saat sayıları sabittir. Bu nedenle, bu işçilerin çalışma saatleri amaç fonksiyonuna katılmayacaktır. Amaç fonksiyonunda, sadece çağrı üzerine çalışan işçilerin çağrılacakları dönemlerde çalışacakları ve çağrılmayacakları dönemlerde çalışmış kabul edilecekleri saat sayıları (c) toplanacaktır.

Örnek problemimize göre çağrı üzerine çalışan işçiler çağrılmayacakları üç günlük dönemde dörder saat ($c=4$) çalışmış kabul edileceklerdir. Bu veri kullanılarak yazılan örnek problem için kurulmuş modelin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\text{Minimize } s_1+s_2+s_3+s_4+s_5+s_6+ 4z_1+ 4z_2+ 4z_3+ 4z_4 + 4z_5 + 4z_6$$

Kısıtlayıcılar:

Önerilen modelde 15 tane kısıtlayıcılar kümesi vardır. Örnek problem için kurulan modelin işçiler, vardiyalar, periyotlar vb. için yazılan bu kısıtlayıcılar kümelerinden her biri için tek bir kısıtlayıcı örnek olsun diye verilecektir. Diğer işçiler, vardiyalar periyotlar vb. için de aynı şablon uygulanacaktır.

I. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$\sum_{m \in Lm_{aij}} x_{ijm} = gr_{ja} \quad a \in La_j, j \in L_j \quad (2)$$

$$\sum_{a \in La_j} r_{ja} = 1 \quad j \in L_j$$

Birinci kısıtlayıcılar kümesi (2), sürekli çalışan işçiler için yazılır. Bu kısıtlayıcılar kümesi, sürekli işçilerin planlama ufkunda g gün ve önceden belirlen-

miş çalışma şablonlarından birine göre çalışmalarını ve diğer günler izinli olmalarını sağlamaktadır.

Örnek problemimizde, sürekli işçiler üç gün olan planlama ufku içinde her üç günde de çalışacaklardır. Onlar için ikişer tane çalışma şablonu belirlenmiştir. İlk şablona göre bir işçi ilk gün birinci vardiyada çalışacaksa ikinci gün ikinci vardiyada ve üçüncü gün tekrar birinci vardiyada; ikinci şablona göre ilk gün ikinci vardiyada çalışacaksa ikinci gün birinci vardiyada ve üçüncü gün tekrar ikinci vardiyada çalışacaktır. Bu şablonlardan biri seçilmelidir. Kısıtlayıcılar kümesi (2), sürekli çalışan birinci işçi için aşağıdaki gibi yazılır:

$$x_{111} + x_{212} + x_{311} = 3r_{11}$$

$$x_{112} + x_{211} + x_{312} = 3r_{12}$$

$$r_{11} + r_{12} = 1$$

II. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$\sum_{i \in Li} y_{in} \leq Iy_n \quad n \in Ln$$

(3)

$$\sum_{i \in Li} y_{in} \geq y_n \quad n \in Ln$$

$$y_n + z_n = 1 \quad n \in Ln$$

İkinci kısıtlayıcılar kümesi (3), çağrı üzerine çalışan işçilerin planlama ufku içinde çağrılıp çağrılmayacaklarını ve çağrılacaklarsa çalışacakları günleri tespit eder.

Örnek problemde, çağrı üzerine çalışan işçiler üç gün süresince talebe göre ya hiç çağrılmazlar ya da çağrılırlarsa üç ya da daha az gün çalışırlar. Kısıtlayıcılar kümesi (3), çağrı üzerine çalışan ilk işçi için aşağıdaki gibi yazılır:

$$y_{11} + y_{21} + y_{31} \leq 3y_1$$

$$y_{11} + y_{21} + y_{31} \geq y_1$$

$$y_1 + z_1 = 1$$

III. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$y_{n+1} \leq y_n \quad n \in Ln \quad n \leq N-1 \quad (4)$$

Kısıtlayıcılar kümesi (4), çağrı üzerine çalışan işçilerin belirli bir sıraya göre çağrılmalarını garantilemektedir.

Örnek problemimizdeki çağrı üzerine çalışan işçilerden birinci ve ikinci sıradaki işçiler için kısıtlayıcılar kümesi (4) aşağıdaki gibi yazılır:

$$y_2 \leq y_1$$

IV. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$\sum_{m \in Lm} y_{inm} = y_{in} \quad n \in Ln \quad i \in Li \quad (5)$$

Kısıtlayıcılar kümesi (5) çağrı üzerine çalışan işçiler için yazılır. Bu kısıtlayıcılar planlama ufku içinde çağrılacak işçilerin bir gün de en fazla bir vardiyaya atanmalarına izin verir.

Kısıtlayıcılar kümesi (5), birinci gün ve çağrı üzerine çalışan birinci işçi için aşağıdaki gibi yazılır:

$$y_{111} + y_{112} + y_{113} + y_{114} + y_{115} = y_{11}$$

V. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$\sum_{i \in Li} \sum_{m \in Lm} b_m y_{inm} = s_n \quad n \in Ln$$

(6)

$$s_n \geq Ey_n \quad n \in Ln$$

$$s_n \leq Fy_n \quad n \in Ln$$

Kısıtlayıcılar seti (6) çağrı üzerine çalışan işçilerin planlama ufku içinde çalışacakları toplam saat sayısını hesaplar. Bu sayının önceden belirlenmiş en az ve en çok çalışma saatleri arasında olmasını sağlar.

Örneğimizde çağrı üzerine çalışan işçilerin, eğer çağrılırlarsa, üç günlük toplam çalışma saatlerinin en az 12 en çok 20 olması istenmiştir. Bunu sağlamak için kısıtlayıcılar kümesi (6), çağrı üzerine çalışan birinci işçi için aşağıdaki gibi yazılır:

$$8y_{111} + 8y_{112} + 4y_{113} + 4y_{114} + 4y_{115} + 8y_{211} + 8y_{212} + 4y_{213} + 4y_{214} + 4y_{215} + 8y_{311} + 8y_{312} + 4y_{313} + 4y_{314} + 4y_{315} = s_1$$

$$s_1 \geq 12y_1$$

$$s_1 \leq 20y_1$$

VI. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$\sum_{j \in L_j} x_{ijm} + \sum_{n \in L_n} y_{inn} = x_{im} \quad m \in L_{mm} \leq K \quad i \in L_i \quad (7)$$

$$\sum_{n \in L_n} y_{inn} = x_{im} \quad m \in L_{mm} \geq K+1 \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar kümesi (7), hem tam zamanlı hem de kısmi zamanlı olmak üzere bütün vardiyalara atanacak işgücü sayısını günler itibariyle tespit eder. Bu kümedeki kısıtlayıcılardan ilki tam zamanlı, ikincisi ise kısmi zamanlı vardiyalar için yazılır.

Bu kısıtlayıcılar kümesi, örnek problemimizdeki tam zamanlı olan birinci ve kısmi zamanlı olan üçüncü vardiyaya birinci gün atanacak işçilerin sayılarını hesaplamak için aşağıdaki gibi yazılır:

$$x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + y_{111} + y_{121} + y_{131} + y_{141} + y_{151} + y_{161} = x_{11}$$

$$y_{113} + y_{123} + y_{133} + y_{143} + y_{153} + y_{163} = x_{13}$$

VII. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$x_{ijm} - \sum_{p \in L_{pmd}} ds_{ijmp} = 0 \quad j \in L_j \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i \quad (8)$$

$$y_{inn} - \sum_{p \in L_{pmd}} dc_{inmp} = 0 \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar kümesi (8), tam zamanlı vardiyalarda çalışacak işçilerin hem birinci dinlenme molalarını vermelerini garantiler hem de bu molayı hangi periyotlarda vereceklerini tespit eder. Bu kümedeki kısıtlayıcılardan ilki sürekli, ikincisi ise çağrı üzerine çalışan işçiler için yazılır.

Örnek problemimizde, hem sürekli hem de çağrı üzerine çalışan işçilerin birincileri, birinci gün birinci vardiyada çalışırsa beşinci, altıncı, yedinci ya da sekizinci periyotlardan birinde mola vermelidir. Bu veri kullanılarak kısıtlayıcılar kümesi (8), birinci gün, birinci vardiyada çalışması muhtemel sürekli ve çağrı üzerine çalışan birinci işçiler için aşağıdaki gibi yazılır:

$$x_{111} - ds_{1115} - ds_{1116} - ds_{1117} - ds_{1118} = 0$$

$$y_{111} - dc_{1115} - dc_{1116} - dc_{1117} - dc_{1118} = 0$$

VIII. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$d_{imp} - \sum_{j \in L_j} ds_{ijmp} - \sum_{n \in L_n} ds_{inmp} = 0 \quad p \in L_{pmd} \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i \quad (9)$$

Kısıtlayıcılar kümesi (9) ile tam zamanlı vardiyaların birinci dinlenme molalarına denk gelen periyotların hangisinde kaç kişinin mola vereceği belirlenir.

Örnek problemimiz için kurulan modelde, bu kısıtlayıcının, birinci gün birinci vardiyaya birinci dinlenme molası ve bu molanın ilk periyodu olan beşinci periyot için yazımı aşağıda verilmiştir:

$$d_{115} - ds_{1115} - ds_{1215} - ds_{1315} - ds_{1415} - dc_{1115} - dc_{1215} - dc_{1315} - dc_{1415} - dc_{1515} - dc_{1615} = 0$$

IX. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$x_{ijm} - \sum_{p \in L_{pmu}} us_{ijmp} = 0 \quad j \in L_j \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i \quad (10)$$

$$y_{inn} - \sum_{p \in L_{pmu}} uc_{inmp} = 0 \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar kümesi (10) tam zamanlı vardiyalarda çalışacak işçilerin yemek molalarını vermelerini garantiler. Bu işçilerin yemek molalarına başlayacakları periyotları tespit eder. Yemek molası iki periyot olduğundan, molanın başladığı periyodu izleyen periyotta da işçiler molalarına devam ederler. Bu kümedeki kısıtlayıcılardan ilki sürekli, ikincisi ise çağrı üzerine çalışan işçiler için yazılır.

Birinci gün, birinci vardiyada çalışması muhtemel sürekli ve çağrı üzerine çalışan birinci işçiler için kısıtlayıcılar kümesi (10) aşağıdaki gibidir:

$$x_{111} - us_{1113} - us_{1114} - us_{1115} - us_{1116} - us_{1117} - us_{1118} - us_{1119} = 0$$

$$y_{111} - uc_{1113} - uc_{1114} - uc_{1115} - uc_{1116} - uc_{1117} - uc_{1118} - uc_{1119} = 0$$

X. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$u_{imp} - \sum_{j \in L_j} us_{ijmp} - \sum_{n \in L_n} uc_{inmp} = 0 \quad p \in L_{pmu} \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i \quad (11)$$

Kısıtlayıcılar kümesi (11), tam zamanlı vardiyaların yemek molalarının başlangıcına denk gelen periyotların her birinde kaç işçinin yemek molasına başladığını belirler.

Birinci günün birinci vardiyası ve 13. periyodu için kısıtlayıcı aşağıdaki gibi yazılır:

$$u_{1113} - u_{S11113} - u_{S12113} - u_{S13113} - u_{S14113} - u_{C11113} - u_{C12113} - u_{C13113} - u_{C14113} - u_{C15113} - u_{C16113} = 0$$

XI. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$x_{ijm} - \sum_{p \in Lp_{mb}} bs_{ijmp} = 0 \quad j \in L_j \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i \quad (12)$$

$$y_{inm} - \sum_{p \in Lp_{mb}} bc_{inmp} = 0 \quad n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar seti (12) tam zamanlı vardiyalarda çalışacak sürekli ve çağrı üzerine çalışan işçilerin hem ikinci dinlenme molalarını vermelerini garantiler hem de bu molayı hangi periyotlarda vereceklerini belirler. Sürekli ve çağrı üzerine çalışan işçiler için ayrı ayrı kısıtlayıcılar yazılır.

Birinci gün, birinci vardiyada çalışması muhtemel sürekli ve çağrı üzerine çalışan işçilerin birincileri için yazılan kısıtlayıcılar aşağıdaki gibidir:

$$x_{111} - bs_{11125} - bs_{11126} - bs_{11127} - bs_{11128} = 0$$

$$y_{111} - bc_{11125} - bc_{11126} - bc_{11127} - bc_{11128} = 0$$

XII. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$b_{imp} - \sum_{j \in L_j} bs_{ijmp} - \sum_{n \in L_n} bc_{inmp} = 0 \quad (13)$$

$$p \in Lp_{mb} \quad m \in L_m \quad m \leq K \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar seti (13), tam zamanlı vardiyaların ikinci dinlenme molalarının denk geldiği periyotların hangisinde kaç kişinin mola vereceğini bulur.

Birinci gün, birinci vardiya ve 25. periyot için kısıtlayıcı aşağıdaki gibi yazılır:

$$b_{1125} - bs_{11125} - bs_{12125} - bs_{13125} - bs_{14125} - bc_{11125} - bc_{12125} - bc_{13125} - bc_{14125} - bc_{15125} - bc_{16125} = 0$$

XIII. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$y_{inm} - \sum_{p \in Lp_{mv}} v_{inmp} = 0 \quad (14)$$

$$n \in L_n \quad m \in L_m \quad m \geq K+1 \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar seti (14) kısmi zamanlı vardiyalarda çağrı üzerine çalışacak işçilerin molalarını vermelerini sağlar. Bu işçilerin molalarını hangi periyotlarda vereceklerini de tespit eder.

Birinci gün, çağrı üzerine çalışan birinci işçi ve ilk kısmi zamanlı vardiya olan üçüncü vardiya için kısıtlayıcı aşağıdaki gibi yazılır:

$$y_{113} - v_{1137} - v_{1138} - v_{1139} - v_{11310} = 0$$

XIV. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$v_{imp} - \sum_{n \in L_n} v_{inmp} = 0 \quad (15)$$

$$p \in Lp_{mv} \quad m \in L_m \quad m \geq K+1 \quad i \in L_i$$

Kısıtlayıcılar seti (15), kısmi zamanlı vardiyaların molalarına denk gelen periyotların hangisinde kaç işçinin mola vereceğini bulur.

Birinci gün üçüncü vardiya ve yedinci periyot için kısıtlayıcı aşağıdaki gibidir:

$$v_{137} - v_{1137} - v_{1237} - v_{1337} - v_{1437} - v_{1537} - v_{1637} = 0$$

XV. Kısıtlayıcılar Kümesi

$$\sum_{m \in Lm_p} x_{im} - \sum_{m \in Lm_{pd}} d_{imp} - \sum_{m \in Lm_{pu}} u_{imp} - \sum_{m \in Lm_{p-1u}} u_{im(p-1)} - \sum_{m \in Lm_{pb}} b_{imp} - \sum_{m \in Lm_{pv}} v_{imp} \geq A_p \quad (16)$$

Kısıtlayıcılar kümesi (16) planlama ufkundaki her günün her bir periyodunda yeteri kadar işçinin çalıştırılmasını garantiler. Bu kısıtlayıcılar kümesi her bir periyot için yazılmaktadır. İlgili periyot mola pencerelerine denk geliyorsa; o periyotta çalışan toplam işgücünden mola veren işgücü çıkarılır. Geriye kalanların, en az ihtiyaç duyulan kadar olması sağlanmalıdır. Bu kısıtlayıcılar kümesi, Aykin (1996) tarafından vardiya çizelgelemesi için geliştirilen tamsayılı matematiksel modelden esinlenilerek oluşturulmuştur.

Örnek problemimizde planlama ufkunun birinci gününün 14. periyodunda ihtiyaç duyulan işgücü sayısı üçtür. Birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü vardiyaların faal olduğu bu periyot, ayrıca birinci vardiyanın yemek molasına ve ikinci vardiyanın birinci dinlenme molasına denk gelmektedir

Bu bilgi kullanılarak, 15. kısıtlayıcılar kümesinin birinci günün 14. periyodu için yazılan kısıtlayıcısı aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
 & x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}-u_{1113}-u_{1114}-d_{1214} \geq 3 \\
 & x_{ijm}, y_{inm}, r_{ja}, y_n, z_n, y_{in}, ds_{ijmp}, dc_{inmp}, us_{ijmp}, uc_{inmp}, bs_{ijmp}, bc_{inmp}, v_{inmp} = 0,1 \\
 & s_n, x_{im}, d_{imp}, u_{imp}, b_{imp}, v_{imp} = 1,2,\dots
 \end{aligned} \tag{17}$$

Son olarak da kısıtlayıcılar kümesi (17) ile bazı değişkenlere sıfır-birlik, bazı değişkenlere de tam sayıllık şartı getirilerek model tamamlanmıştır.

Bütünü yazmadığımız bu modelin 1415 tane değişkeni ve 566 tane de kısıtlayıcısı vardır. Dökümü ektedir.

D. MODELİN GENEL FORMÜLASYONU

$$\text{Min}C = \sum_{n \in Ln} s_n + \sum_{n \in Ln} cz_n \tag{1}$$

Subject To

$$\sum_{m \in Lm_{aij}} x_{ijm} = gr_{ja} \quad a \in La_j \quad j \in L_j \tag{2}$$

$$\sum_{a \in La_j} r_{ja} = 1 \quad j \in L_j$$

$$\sum_{i \in Li} y_{in} \leq Iy_n \quad n \in Ln \tag{3}$$

$$\sum_{i \in Li} y_{in} \geq y_n \quad n \in Ln$$

$$y_n + z_n = 1 \quad n \in Ln$$

$$y_{n+1} \leq y_n \quad n \in Ln \quad n \leq N-1 \tag{4}$$

$$\sum_{m \in Lm} y_{inm} = y_{in} \quad n \in Ln \quad i \in Li \tag{5}$$

$$\sum_{i \in Li} \sum_{m \in Lm} b_m y_{inm} = s_n \quad n \in Ln \tag{6}$$

$$s_n \geq Ey_n \quad n \in Ln$$

$$s_n \leq Fy_n \quad n \in Ln$$

$$\sum_{j \in L_j} x_{ijm} + \sum_{n \in Ln} y_{inm} = x_{im} \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li \tag{7}$$

$$\sum_{n \in Ln} y_{inm} = x_{im} \quad m \in Lm \quad m \geq K+1 \quad i \in Li$$

$$x_{ijm} - \sum_{p \in Lp_{md}} ds_{ijmp} = 0 \quad j \in L_j \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li \tag{8}$$

$$y_{inm} - \sum_{p \in Lp_{md}} dc_{inmp} = 0 \quad n \in Ln \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li$$

$$d_{imp} - \sum_{j \in L_j} ds_{ijmp} - \sum_{n \in Ln} ds_{inmp} = 0 \tag{9}$$

$$p \in Lp_{md} \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li$$

$$x_{ijm} - \sum_{p \in Lp_{mu}} us_{ijmp} = 0 \quad j \in L_j \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li \tag{10}$$

$$y_{inm} - \sum_{p \in Lp_{mu}} uc_{inmp} = 0 \quad n \in Ln \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li$$

$$u_{imp} - \sum_{j \in L_j} us_{ijmp} - \sum_{n \in Ln} uc_{inmp} = 0 \tag{11}$$

$$p \in Lp_{mu} \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li$$

$$x_{ijm} - \sum_{p \in Lp_{mb}} bs_{ijmp} = 0 \quad j \in L_j \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li \tag{12}$$

$$y_{inm} - \sum_{p \in Lp_{mb}} bc_{inmp} = 0 \quad n \in Ln \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li$$

$$b_{imp} - \sum_{j \in L_j} bs_{ijmp} - \sum_{n \in Ln} bc_{inmp} = 0 \tag{13}$$

$$p \in Lp_{mb} \quad m \in Lm \quad m \leq K \quad i \in Li$$

$$y_{inm} - \sum_{p \in Lp_{mv}} v_{inmp} = 0 \quad n \in Ln \quad m \in Lm \quad m \geq K+1 \quad i \in Li \quad (14)$$

$$v_{imp} - \sum_{n \in Ln} v_{inmp} = 0 \quad (15)$$

$$p \in Lp_{mb} \quad m \in Lm \quad m \geq K+1 \quad i \in Li$$

$$\sum_{m \in Lm_p} x_{im} - \sum_{m \in Lm_{pd}} d_{imp} - \sum_{m \in Lm_{pu}} u_{imp} - \sum_{m \in Lm_{p-lu}} u_{im(p-1)} - \sum_{m \in Lm_{pb}} b_{imp} - \sum_{m \in Lm_{pv}} v_{imp} \geq A_p \quad p \in Lp \quad i \in Li \quad (16)$$

$$x_{ijm}, y_{inm}, r_{ja}, y_n, z_n, y_{in}, ds_{ijmp}, dc_{inmp}, us_{ijmp}, uc_{inmp}, bs_{ijmp}, bc_{inmp}, v_{inmp} = 0, 1$$

$$s_n, x_{im}, d_{imp}, u_{imp}, b_{imp}, v_{imp} = 1, 2, \dots \quad (17)$$

IV. ÖRNEK PROBLEM İÇİN KURULAN MODEL'İN ÇÖZÜMÜ VE ÇÖZÜMÜN DEĞERLENDİRİLMESİ

Örnek problem için kurulan model LINDO paket programı kullanılarak çözülmüştür. Optimal çözüm tablo 1'dedir.

Sürekli çalışan dört işçi istendiği gibi üç günün her birinde sekizer saat olmak üzere toplam 24'er saat çalışacaktır. Her bir sürekli işçi her gün bir önceki vardiyadan farklı vardiyaya olmak üzere birinci ve ikinci vardiyalara atanmıştır.

Çağrı üzerine çalışan işçilerden ise ilk beşi çağrılmıştır. Altıncı işçi çağrılmamıştır. Çağrılan işçilerden sadece dördüncü işçi üç gün içinde iki gün çalışacaktır. Bu işçi birinci gün tam zamanlı bir vardiya olan ikinci vardiyaya atanmış, ikinci gün çağrılmamış ve üçüncü gün kısmi zamanlı bir vardiya olan üçüncü vardiyaya atanmıştır. Çağrı üzerine çalışan dördüncü işçi, ilk gün tam zamanlı vardiyaya atandığı için mola hakkını da tam zamanlı vardiya çalışanları gibi kullanacak ve iki dinlenme bir yemek molası olmak üzere toplam üç mola verecektir. Çağrı üzerine çalışan ve çağrılan diğer işçiler üç günün her birinde de çağrılarak kısmi zamanlı vardiyalara atanmışlar ve birer dinlenme molası hakkı kazanmışlardır.

Problemin optimal çözümünde, amaç fonksiyonunun değeri 64 çıkmıştır. Çağrı üzerine çalışan birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci işçiler üç gün boyunca 12'şer saat çalışacaklardır. Bu işçilerin çalışacakları toplam saat sayısı 60'tur. Çağrılmayan altıncı işçinin dört saatlik maliyetiyle birlikte toplam olarak 64 saatlik işgücü maliyeti söz konusudur.

Sürekli çalışan dört işçinin üç günde çalışacakları saat sayıları toplamı ise 96'dır. Bu işçilerin planlama ufku içinde çalışacakları saat sayıları toplamı, sabit olduğundan, amaç fonksiyonunda yer almamaktadır. Üç gün boyunca, işletmenin talebinin karşılanabilmesi için sürekli ve çağrı üzerine çalışan işçilerin çalışmaları gereken toplam saat sayısı da (60+96) 156'dır.

İşçilerin hangi gün hangi vardiyaya, ve hangi molalarda hangi periyotlara atandıkları tablo 1'de gösterilmiştir.

Örnek problem için kurulan modelin çoklu çözümü söz konusudur. Bu çözümlerden tesadüfî olarak seçilen bir tanesi sunulmuştur. Verilen çözüm sonucunda yukarıda anlatıldığı gibi dördüncü işçi iki gün çağrılmıştır. Bir başka çözümde iki gün çağrılan dördüncü işçi değil de çağrı üzerine çalıştırılan başka bir işçi olabilmektedir. Ayrıca işçilerin mola vermek üzere atandıkları periyotların da değiştiği aynı amaç fonksiyonu değerini veren farklı çözümler çıkabilmektedir.

Tablo 1: Örnek Problemi Çözmek Üzere Kurulmuş Tur Çizelgeleme Modelinin Çözüm Sonuçları

İşçiler	Gün	Atandıkları Vardiyalar	Üç Günlük Toplam Çalışma Saati	Molaların Başlama Periyotları			
				Birinci Dinlenme Molası	Yemek Molası	İkinci Dinlenme Molası	
Sürekli İşçiler	1	1	2	24	16	23	35
		2	1		5	13	25
		3	2		15	24	36
	2	1	2	24	16	21	33
2		1	6		15	26	
3		2	16		21	35	
3	1	1	24	5	17	28	
	2	2		15	21	35	
	3	1		7	13	26	
4	1	1	24	6	14	27	
	2	2		16	23	36	
	3	1		8	13	28	
Çağrı Üzerine Çalışan İşçiler	1	1	3	12	8	-	-
		2	5		32	-	-
		3	5		32	-	-
	2	1	3	12	10	-	-
		2	5		34	-	-
		3	5		32	-	-
	3	1	5	12	31	-	-
		2	3		9	-	-
		3	3		9	-	-
	4	1	2	12	16	25	36
		2	-		9	-	-
		3	3		9	-	-
5	1	3	12	10	-	-	
	2	3		8	-	-	
	3	5		32	-	-	
6	1	-	-	-	-	-	
	2	-		-	-	-	
	3	-		-	-	-	

SONUÇ

Bu çalışmada klasik tur çizelgeleme problemine çağrı üzerine çalışma boyutunun eklenmesiyle elde edilen, deyim yerindeyse daha ileri seviyedeki karar problemi çerçevesinde tur çizelgelemesi yapmak üzere bir karma tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir.

Geliştirilen model ikinci başlıkta verilen tanımlamalara uygun bir örnek problem üzerinde uygulanmıştır. Kurulan model çözülmüş ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

Dört numaralı başlıkta açıklandığı gibi geliştirilen model çoklu çözüm veren nitelikte bir modeldir.

Bu modelde, $I(N + K + L + 3JK + 3NK + KD + KU + KB + LN + LV + P) + J(A + 1) + (7N - 1)$ adet kısıtlayıcı, $I(JK + NM + N + M + KD + KU + KB + LV + JKD + NKD + JKU + NKU + JKB + NKB + NLV) + 3N + JA$ adet değişken bulunmaktadır. Bu formüllerin elde edilmesi için yapılan hesaplamalar ekteydir.

Bu modelin, on tane sürekli, on tane de çağrı üzerine çalışan işçisi ve ele aldığımız örnek problemdeki kadar vardiyaları, molaları bulunan ve günde on saat çalışan bir işletmeye yedi gün üzerinden uygulandığında yaklaşık 1828 adet kısıtlayıcısı ve 5.979 adet değişkeni olur.

Gelecekte konuyla ilgili olarak çağrı üzere çalışan işçilerin aralarındaki yetenek ve verimlilik farklarının dikkate alınmasının zorunlu olduğu durumlar incelenebilir. Bu durumlar ile ilgili modeller geliştirilebilir. Geliştirilen model, bu farkları dikkate alarak verimliliğin artırılmasını amaçlayan bir maksimizasyon modeli haline getirilebilir.

Ek: Önerilen Genel Modelin ve Örnek Problemi Çözmek Üzere Kurulmuş Modelin Kısıtlayıcı Ve Değişken Sayılarının Elde Edilmesi İçin Yapılan Hesaplamalar

Tablo 2: Önerilen Genel Modelin ve Örnek Problemi Çözmek Üzere Kurulmuş Modelin Kısıtlayıcı Sayılarının Elde Edilmesi İçin Yapılan Hesaplamaların Sonuçları

Kısıtlayıcılar Kümesi	Genel Modelin Kısıtlayıcı Sayıları	Örnek Problem için Kurulan Modelin Kısıtlayıcı Sayıları
(2)	$(A*J)+J$	$(2*4)+4=12$
(3)	$3N$	$3*6=18$
(4)	$N-1$	5
(5)	$N*I$	$6*3=18$
(6)	$3N$	$3*6=18$
(7)	$(K*I)+(L*I)$	$(2*3)+(3*3)=15$
(8)	$(J*K*I)+(N*K*I)$	$(4*2*3)+(6*2*3)=60$
(9)	$D*K*I$	$4*2*3=24$
(10)	$(J*K*I)+(N*K*I)$	$(4*2*3)+(6*2*3)=60$
(11)	$U*K*I$	$7*2*3=42$
(12)	$(J*K*I)+(N*K*I)$	$(4*2*3)+(6*2*3)=60$
(13)	$B*K*I$	$4*2*3=24$
(14)	$N*L*I$	$6*3*3=54$
(15)	$B*L*I$	$4*3*3=36$
(16)	$P*I$	$40*3=120$
TOPLAM	$I(N+K+L+3JK+3NK+KD+KU+K$ $B+LN+LV+P)+J(A+1)+(7N-1)$	566

Tablo 3: Önerilen Genel Modelin ve Örnek Problemi Çözmek Üzere Kurulmuş Modelin Değişken Sayılarının Elde Edilmesi İçin Yapılan Hesaplamaların Sonuçları

Değişkenler	Genel Modelin Değişken Sayıları	Örnek Problem için Kurulan Modelin Değişken Sayıları
x_{ijm}	$I*J*K$	$3*4*2=24$
y_{inm}	$I*N*M$	$3*6*5=90$
r_{ja}	$J*A$	$4*2=8$
y_n	N	6
z_n	N	6
y_{in}	$I*N$	$3*6=18$
s_n	N	6
x_{im}	$I* M$	$3*5=15$
d_{imp}	$I* K*D$	$3*2*4=24$
u_{imp}	$I* K*U$	$3*2*7=42$
b_{imp}	$I* K*B$	$3*2*4=24$
v_{imp}	$I* L*V$	$3*3*4=36$
ds_{ijmp}	$I* J*K*D$	$3*4*2*4=96$
dc_{inmp}	$I* N*K*D$	$3*6*2*4=144$
us_{ijmp}	$I* J*K*U$	$3*4*2*7=168$
uc_{inmp}	$I* N*K*U$	$3*6*2*7=252$
bs_{ijmp}	$I* J*K*B$	$3*4*2*4=96$
bc_{inmp}	$I* N*K*B$	$3*6*2*4=144$
v_{inmp}	$I* N*L*V$	$3*6*3*4=216$
TOPLAM	$I(JK+NM+N+M+KD+KU+KB+LV+JKD+NKD+JKU+NKU+JKB+NKB+NLV)+3N+JA$	1415

KAYNAKÇA

- ALFARES, Hesham K.; (2004), “Survey, Categorization, and Comparison of Recent Tour Scheduling Literature”, **Annals of Operations Research**, 127, ss.145-175.
- AYKİN, Turgut; (1996), “Optimal Shift Scheduling with Multiple Break Windows”, **Management Science**, 42(4), ss.591-602.
- BAKER, Keith.R.; (1976), “ Workforce Allocation in Cyclic Scheduling Problems: A Survey” **Operational Research Quarterly**, 27, ss.155-167.
- BRUSCO, Michael J. ve Larry W. JACOBS; (2000), “Optimal Models for Meal-Break and Start-Time Flexibility in Continuous Tour Scheduling”, **Management Science**, 46 (12), ss.1630-1641.
- ÇEZİK, Tolga; Oktay GÜNLÜK ve Hanan LUSS; (2001), “An Integer Programming Model for the Weekly Tour Scheduling Problem”, **Naval Research Logistics**, 48, ss.607-624.
- DANTZIG, George B.; (1954), “ A Comment On Edie’s Traffic Delays At Tool Booths” **Operations Research**, 2(3), ss.339-341.
- JARRAH, Ahmad I.Z.; Jonathan F. BARD ve Anura H. DESILVA; (1994) “Solving Large-scale Tour Scheduling Problems”, **Management Science**, 40(9), ss.1124-1144.
- REKİK, Monia; Jean François CORDEAU ve François SOUMIS; (2004), “Using Benders Decomposition to Implicitly Model Tour Scheduling”, **Annals of Operations Research**, 128, ss.111-133.
- MORRIS, James G. ve Michael J. SHOWALTER; (1983), “Simple Approaches to Shift, Days-Off and Tour Scheduling Problems”, **Management Science**, 29 (8), ss. 942-950.