TOPLAM ÜRETİM PLANLAMASI PROBLEMİ İÇİN BİR BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA YAKLAŞIMI

Tuba Yakıcı AYAN*

ÖZ

Bu çalışmanın amacı toplam üretim planlaması problemi için bir bulanık hedef programlama modeli geliştirmektir. Bulanık amaçlar ve kısıtlar üyelik fonksiyonları kullanılarak mutlak amaç ve kısıtlara dönüştürülmektedir. Daha sonra bulanık modelin denk mutlak modeli oluşturulmaktadır. Modelin amaçları çeşitli maliyet bileşenlerinin ağırlıklı bir fonksiyonunu minimum yapmak ve iş merkezlerinde düzgün bir iş yükü dağılımı gerçekleştirmektir. Yaklaşım bir sayısal örnek problem üzerinde açıklanmaktadır. Sonuçlar, bu yaklaşımın etkin bir çözüm stratejisi olduğunu ve periyodik üretimi, kapasiteyi ve envanteri planlamada karar vericiye yol gösterici ve yardımcı olabileceğini ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Toplam Üretim Planlaması, Hedef Programlama, Bulanıklık, Üyelik Fonksiyonu, Tatmin Derecesi.

A FUZZY GOAL PROGRAMMING APPROACH FOR AGGREGATE PRODUCTION PLANNING

ABSTRACT

The objective of this study is to develop a fuzzy goal programming model for the aggregate production problem. Fuzzy goals and constraints of the model are converted into crisp goals and constraints using their corresponding membership function values. Then the crisp equivalent of the fuzzy model is derived. The goals of the model are to minimize a weighted function of various cost components and achieve a smooth workload on work stations. The approach is illustrated by means of an illustrative problem. The results suggest that this approach is an effective solution strategy and can guide and assist the decision maker for planning periodic production, capacity and inventory.

Keywords: Aggregate Production Planning, Goal Programming, Fuzziness, Membership Function, Degree of Satisfaction.

---

*Yrd. Doç. Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü.
Makalenin kabul tarihi: Mart 2010

GİRİŞ

Günümüz modern işletmelerinde toplam üretim planlaması birbiri ile çelişen pek çok amaca yönelik olarak yerine getirilmesi gereken zor bir görevdir. Genellikle zaman içindeki talep dalgalanmalarından kaynaklanan toplam üretim planlaması problemini çözmek için, her bir dönemin ayrı ayrı planlanması gerekir. Buna göre, genellikle 3-18 ay arası alınan bir planlama döneminin her bir periyotunda her bir üründen ne kadar üretileceği ve bunun için gerekli işgücü miktarının ne olması gerektiği sorularına cevap aranırken, çeşitli maliyetleri minimize etmenin yanı sıra işletmeye özgü diğer amaçlar da gerçekleştirilmeye çalışılır. Söz konusu maliyet unsurları, üretim maliyetleri, stok bulundurma veya stoksuzluk maliyetleri, işe alma veya işten çıkarma maliyetleri, fazla mesai veya boş zaman maliyetleri biçiminde özetlenebilir.

Toplam üretim planlaması problemi genellikle hiyerarşik olarak ele alınarak çözülmektedir. Ancak hiyerarşik yapı üretim birimlerine ilişkin alınan kararların birbirleriyle etkileşimini göz ardı etmektedir. Bu nedenle çalışmada problem eşzamanlı bir kararlar ağı şeklinde ele alınmaktadır. Literatürde bu problemin çözümüne yönelik olarak bazı yöntemler geliştirilmiş olmakla birlikte, problemin birbirleri ile çelişen çok amaçlı yapısı gereği Charnes ve Cooper (1961) tarafından geliştirilmiş olan hedef programlama yaklaşımı en etkin yöntem olarak görülmektedir. Hedef programlama modeli, hedeflerin tamamının aynı anda maksimize ya da minimize edilemediği durumlarda hedeflere en çok yaklaşan çözümü aramaktadır. Bu yönü ile hedef programlama modeli gerçek yaşam problemlerine son derece uygun bir yöntem olarak kabul görmektedir. Geçmişte bu konuda yapılmış olan çalışmaların büyük çoğunluğunda talepler deterministiktir. Oysa gerçek yaşamda pek çok öğe gibi talep tahminlerinde de belirsizlik söz konusudur. Bu tür belirsizlik durumları ilk kez Zadeh (1965) tarafından önerilen bulanık küme teorisi ile sayısal olarak ifade edilebilir ve çözülebilir hale gelmiştir. Bulanık küme teorisine göre bulanık değerler üyelik fonksiyonları ile tanımlanmaktadırlar. Bir üyelik fonksiyonu ait olduğu değişkenin belli bir değeri alma derecesini tanımlayarak söz konusu değişkeni mutlak (crisp) hale dönüştürmektedir.

Bu çalışmanın amacı bulanık ortamda toplam üretim planlaması problemi için farklı bir hedef programlama modeli geliştirmektir. Bu amaçla problemin ana yönlendiricisi konumundaki periyodik talep tahminleri bulanık olarak tanımlanmıştır. Diğer bir deyişle talep tahminleri net rakamlarla değil belli bir aralıkta değişebilen rakamlarla ifade edilmektedir. Ayrıca benzer çalışmalardan farklı yapıda amaç fonksiyonları oluşturulmuştur. Oluşturulan iki ayrı amaç arasından daha önemli olan birinci amaç, yukarıda sözü edilen çeşitli maliyet bileşenlerinin ağırlıklı toplamını minimize etmektir. İkinci amaç ise her bir iş merkezindeki işgücü çalışma sürelerinin zamana göre değişkenliğini minimize etmektir. Çalışmanın birinci bölümünde toplam üretim planlaması ve bulanık hedef programlama ile ilgili kısa bir literatür araştırması sunulmaktadır. İkinci bölüm toplam üretim planlaması problemini açıklamakta ve üçüncü bölümde bir bulanık hedef programlama modeli geliştirilmektedir. Geliştirilen model dördüncü bölümde bir örnek probleme uygulanmakta ve çözüm sonuçları sunulmaktadır. Son bölüm çalışmadan elde edilen bulguları ve önerileri içermektedir.

I. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Toplam üretim planlaması problemi ilk olarak Holt vd. (1955) tarafından ele alınmış ve doğrusal karar kurallarına dayanan bir çözüm yöntemi önerilmiştir. Daha sonra problemin çözümü için her biri kendi avantaj ve dezavantajlarına sahip olan pek çok farklı algoritma geliştirilmiştir. Saad (1982) bu algoritmaları 6 kategoride sınıflandırmaktadır: 1) doğrusal programlama (Charnes ve Cooper, 1961), 2) doğrusal karar kuralı (Holt vd., 1955), 3) ulaştırma modeli (Bowman, 1956), 4) yönetim katsayısı yaklaşımı (Bowman, 1963), (5) araştırma karar kuralı (Taubert, 1968), ve (6) simülasyon (Jones, 1967). Ayrıca Nam ve Logendran (1992) toplam üretim planlaması için kullanılan model ve yöntemlerin 140 makale ve 14 kitaptan oluşan çok geniş bir araştırmasını sunmaktadır. Masud ve Hwang (1980) tek iş merkezinde üretilen iki üründen, 8 periyottan ve dört amaçtan ibaret olan bir planlama problemini çözmek için üç ayrı çözüm yönteminin bir mukayesesini sunmaktadır. Bu çalışmada amaçlar kar maksimizasyonu, işgücü düzeyindeki değişkenliğin minimizasyonu, stok yatırımlarının minimizasyonu ve karşılanamayan talebin minimizasyonudur. Söz konusu çözüm yöntemleri ise hedef programlama, adım metodu ve ardışık çok amaçlı problem çözme yöntemidir. Hung ve Hu (1998) problemi bir karışık tamsayılı programlama modeli olarak formüle ederek modelin çözümü için bir sezgisel algoritma geliştirmiştir. Byrne ve Bakır (1999) tarafından toplam üretim planlama problemi için matematiksel programlama ve simülasyon modellerinden oluşan bir melez algoritma önerilmiştir. Baykaşoğlu (2001), taşeron seçimi ve makine ayarlama kararlarını da dikkate alan bir öncelikli hedef programlama problemini çözmek için bir tabu arama algoritması geliştirmiştir. Çok yeni bir çalışma olan Mezghani vd. (2008) toplam üretim planlaması problemi için bir hedef programlama yaklaşımı sunmaktadır. Dikkate değer diğer bazı çalışmalar, Shi ve Haase (1996), Buxey (2003), Dobos (2003), Gnoni vd. (2003), Stephen vd. (2003), Jolayemi ve Olorunniwo (2004). olarak özetlenebilir. Ayrıca evrimsel algoritmalar (Hung vd., 1999), genetik algoritmalar (Wang ve Fang, 1997, Fahimnia vd., 2006), ve karar destek sistemleri (Özdamar vd., 1998) gibi yapay zeka teknikleri ilave kısıtlar ve sınırlamalara sahip olan problemleri çözmek için yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Gerçek yaşam problemleri pek çok belirsizliği içermektedir. Bu belirsizlikleri modele dahil edebilmek için bazı matematiksel programlama modelleri geliştirilmiştir. Bunlar stokastik programlama (Dantzig, 1955, Kall ve Wallace, 1994), ve bulanık programlamadır (Zimmermann, 1978). Stephen vd. (2004) farklı ekonomik gelişme senaryoları altında çeşitli maliyet bileşenlerini minimize etmek için optimal üretim ve işgücü planlamayı içeren optimal bir toplam üretim planı belirlemek için stokastik programlamanın özel bir türü olan bir robust optimizasyon modeli geliştirmiştir.

Bulanık küme teorisi ilk kez Zadeh (1965) tarafından geliştirilmiştir. Bulanık ortamda karar verme kavramı ise ilk kez Bellman ve Zadeh (1970) in bulanık amaç ve sınırlamalara dayalı bir karar teorisi ile literatüre girmiştir. Daha sonra birçok araştırmacı gerçek yaşamdaki karar verme problemleri için bulanık mantık yöntemini kullanmışlardır. Zimmermann (1978, 1981) birden fazla amaç fonksiyonuna sahip olan problemi çözmek için bulanık doğrusal programlama modelini geliştirmiştir. Yager (1979), amaçlar üzerinde bulanık sınırlamalı ve tercihli matematiksel programlamayı geliştirmiştir. Feng (1983) ve Ying-Yung (1983) vektör maksimum problemlerini bulanık matematiksel programlama yöntemi ile çözmüşlerdir. Hedef programlamada bulanık küme tekniği ilk olarak Narasimhan (1980), tarafından kullanılmıştır. Daha sonra çeşitli araştırmacılar bulanık hedef programlama için farklı çözüm yöntemleri önermişlerdir. (Narasimhan ve Rubin, 1984, Tiwari vd., 1987, Ramik, 2000, Wang ve Fu, 1997, Mohamed, 1997, Chen ve Tsai, 2000, Yaghoobi, 2008). Literatürde bulanık ortamda üretim planlama problemine yönelik pek çok çalışma mevcuttur. Örneğin, Wang ve Fang (2000) toplam üretim planlaması problemindeki bulanık amaç katsayıları ve bulanık karar değişkenleri için bir model önermiş ve bulanık sayılarla gösterilen çözümlerin belirsizlik ortamındaki yöneticilere daha fazla esneklik sağladığını ortaya koymuştur. Fung vd. (2003) parametrik programlama, en iyi denge ve interaktif yöntemleri birlikte kullanarak bir bulanık toplam üretim planlaması modeli sunmuştur. Wang ve Fang (2001) ve Wang ve Liang (2004) bir çok amaçlı toplam üretim planlaması problemi için bir bulanık lineer programlama modeli geliştirmiştir. Bulanık toplam üretim planlaması problemini çözmek için yapılmış olan ilave bazı çalışmalar içinde Lee (1990), Wang ve Fang (1997), Tang vd. (2000), ve Tang vd. (2003) dikkat çekmektedir.

II. TOPLAM ÜRETİM PLANLAMASI

Toplam üretim planlaması beklenen müşteri taleplerindeki artış ve azalışlara cevap verebilmek için uygun üretim kapasitesi oluşturma ve bu kapasitenin düzgün çalışmasını sağlama, üretim kaynaklarının aşırı veya eksik yüklenmesini önleme ve mevcut kaynaklarla en fazla çıktıyı elde etme amaçları ile yürütülen faaliyetlerdir. Orta dönemli planlama olarak da adlandırılabilen bu faaliyetler işletmenin stratejik planını üretim süreci için operasyonel bir plana dönüştürmede önemli rol oynamaktadır.

İşletmeler toplam üretim planlamalarını yaparken farklı amaçlara önem verebilir ve dolayısı ile farklı stratejileri benimseyebilirler. Ancak çok büyük kısmında ortak olan bir hedef maliyet minimizasyonudur. Toplam üretim planlamasında dikkate alınması gereken maliyet öğeleri, üretim maliyeti, montaj maliyeti, üretilemeyen kısmın dışarıdan sağlanma maliyeti (satın alma, eğer varsa fason üretim ya da taşeron maliyeti), üretim araçlarının normal kapasite üzerinde veya altında çalıştırılmalarından kaynaklanan maliyetler, talep fazlasının elde bulundurulma maliyeti, talebi karşılayamama maliyeti olarak sıralanabilir. Sözü edilen maliyetlere dair açıklamalar herhangi bir üretim yönetimi kitabında kolayca bulunabilir (Chase, vd., 1998). Ancak burada birkaç noktanın aydınlatılması yerinde olacaktır. Öncelikle kapasite kavramının farklı tanımları olmasına karşın bu çalışma kapsamında normal kapasiteden kasıt sadece işletmenin elindeki mevcut işgücü süreleridir. Bu tanımdan hareketle normal kapasite altı çalışma, mevcut işgücü saatinin tamamının kullanılmama durumunu ifade etmektedir. Herhangi bir dönemde planlanmış üretim için gerekenden fazla işgücünün varlığı durumunda iki tür maliyet ortaya çıkabilir. Bunlardan birincisi fazla işçinin işten çıkartılması durumunda tazminat ve diğer yasal ödemelerden kaynaklanan maliyetlerdir. Bir diğer maliyet ise gerekenden fazla işçinin üretken olmadıkları süre için yapılan ödemelerden kaynaklanmaktadır. Burada açıklanması gereken bir diğer maliyet bileşeni ise normal kapasite üstü çalışma maliyetidir. İşletmenin elindeki mevcut işgücü kapasitesinin planlanan üretimi gerçekleştirmede yetersiz kalması halinde çeşitli yollarla kapasite artırımı sağlanabilir. Fazla mesai veya fazla vardiya sistemi uygulanabilir veya yeni işçi alınabilir. Fazla mesai ya da fazla vardiya maliyetleri daima normal mesai maliyetlerinden daha yüksektir. Yeni işçi alma maliyetleri ise ayrıca eğitim giderlerini de içerebilir. İşletmenin planlama dönemi için tercih ettiği politikalara bağlı olarak kapasite altı ve kapasite üstü çalışma maliyetleri üretim yönetimi bölümü tarafından ilgili maliyet bileşenlerinden bir ya da birkaçı dikkate alınarak belirlenebilir. Toplam üretim planlamasında maliyeti minimize etme amacının yanı sıra üretim yönetimi tarafından belirlenen ve çoğunlukla iş istasyonlarında ya da istasyonlar arasında iş yükü dengeleme şeklinde ortaya çıkan ilave amaçlar söz konusu olabilir. Bu çalışmada maliyet amacındaki her bir maliyet öğesi her iki yöndeki sapma değişkenleri ile temsil edilmektedir.

Toplam üretim planlamasının temel yönlendiricisi planlama dönemi boyunca ortaya çıkabilecek tahmini değişken müşteri talepleridir. Literatürde gerek üretim planlaması alanında ve gerekse müşteri taleplerini kullanan diğer çalışmalarda talep miktarları çoğunlukla deterministik olarak alınmaktadır. Ancak gerçek yaşamda müşteri talepleri konusunda belirsizlikler vardır. Yani talep miktarları kesin değil yaklaşık rakamlardır. Örneğin, talep miktarının bir kısmının karşılanmaması durumunda çok önemli bir sakınca ortaya çıkmayacak fakat önemli bir maliyet azalması sağlanacaksa herhangi bir müşterinin herhangi bir dönemdeki talebinin bir kısmı karşılanmayabilir. Bu karşılanmayan miktar bulanık olarak dikkate alınabilir. Geleneksel modellerde belirsizliklere rasgele davranılır ve olasılık teorisi kullanılır. Ancak kesin değerlerden küçük sapmalar herhangi bir olasılık dağılımının kullanımına imkan vermeyebilir veya geçmiş veri eksikliğinden dolayı talep yapısına dair olasılık dağılımı elde edilemeyebilir. Buna en iyi örnek yeni ürünlerdir. Bu şartlar altında tahmini taleplerin kesin rakamlar yerine uzmanlar tarafından sübjektif olarak belirlenen bir miktara "yaklaşık olarak eşit" gibi sözel ifadelerle tanımlanması daha uygundur. Bu durumda müşteri talebi söz konusu miktarın belli bir düzey altında veya üstünde gerçekleşebilecektir. Bu özellikteki yapılar bulanık mantıkla açıklanmaktadır. (Zadeh, L.A. 1965; Zimmermann, 1978).

Bu çalışmada ele alınan problemde işletme çeşitli bileşenlerden oluşan birden fazla ürün üretmektedir. Ürüne olan müşteri talebi planlama döneminin aylık periyotları boyunca dalgalı bir yapı sergilemektedir. Bulanık yapıda olan talep miktarları planlama döneminin başlangıcında pazarlama departmanınca her ay için tahmin edilmekte ve üretim departmanına ana girdi olarak sunulmaktadır. Her bir ürün bileşeni birden fazla iş merkezinde işlem görerek üretilebilir. Talebi karşılamakta iş merkezlerinin normal kapasitelerinin yetersiz kalması durumunda yeni işçi alma, vardiya sayısını artırma veya fazla mesai gibi yollarla kapasite belli bir miktarda artırılabilmektedir. Bu miktar normal kapasitenin belli bir oranıdır. Ancak her periyotta aynı olması gerekmemektedir. Normal kapasite üstü çalışmanın da yetersiz kalması durumunda ürün bileşenlerinin eksik kalan kısmı dışarıdan satın alınabilir. Üretilen ve dışarıdan satın alınan bileşenler montaj merkezinde birleştirilerek müşteriye sunuma hazır hale gelmektedir. İşletme toplam maliyetlerini minimum yapmak ve her bir iş istasyonunda planlama dönemi boyunca iş yükünün her periyotta mümkün olduğunca sabit kalmasını sağlamak istemektedir. Aşağıda bu problemi çözmek üzere bir bulanık hedef programlama modeli geliştirilmiştir.

III. BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

Çok amaçlı problemlerin çözülmesinde kullanılabilen hedef programlama modelinde hedeflerden sapmaların toplamı minimize edilmeye çalışılır. Model sapmaların ağırlıklı veya ağırlıksız toplamından oluşan bir amaç fonksiyonu ile sapma değişkenlerini içeren hedefsel kısıtlardan ve ilave sistem kısıtlarından ibarettir. Bulanık ortamda ise bulanık hedef ya da kısıtlar 0-1 arasında değer alabilen üyelik fonksiyonları ile temsil edilmektedir. Bir üyelik fonksiyonu ait olduğu hedef ya da kısıtın gerçekleşme derecesini göstermektedir. Problemin çözümü mutlak kısıtlara uygun olarak hedeflerin ve bulanık kısıtların en fazla tatmin edilmiş oldukları noktada ortaya çıkacaktır. Üyelik fonksiyonları ait oldukları hedef ya da kısıtlara ulaşılma derecesini, diğer bir deyişle tatmin derecelerini gösterdiğine göre bu fonksiyonların maksimize edilmeleri gerekmekte ve dolayısı ile çok amaçlı bir problem ortaya çıkmaktadır. Aralarındaki çelişkili yapıdan dolayı bütün amaçların aynı anda gerçekleştirilmeleri mümkün değildir. Bu durumda problem iki farklı şekilde ortaya çıkabilmektedir: Bütün hedeflerin aynı derecede önemli oldukları önceliksiz hedef programlama problemi ve bazı hedeflerin diğerlerinden daha önemli oldukları öncelikli hedef programlama problemi. Öncelikli problem için çok kullanışlı ve yaygın olarak kullanılan bir yöntem Zimmerman'ın (1978) bir tek ortak tatmin dereceli yaklaşımıdır. Söz konusu yaklaşımda gerçekleştirilmesi en zor olan hedefe ulaşılmaya çalışılırken diğer hedefler de otomatikman mümkün olduğunca gerçekleşmiş olmakta ve çözümde bütün hedef ve kısıtların tatmin dereceleri birbirine ve zor hedefin tatmin derecesine eşit olmaktadır. Gene önceliksiz hedeflerle kullanılabilecek bir diğer yöntem toplamsal yöntemdir. Bu yöntemde her bir hedef ve kısıt için farklı bir tatmin düzeyi belirlenmekte ve hedeflerin tatmin dereceleri toplamının maksimum olması amaçlanmaktadır. (Narasimhan, 1980, Tiwari vd., 1987) Toplamsal yöntem mutlak hedef programlama problemindeki hedeflerden sapmalar toplamının minimize edilmesi mantığı ile tam bir uyum içinde olduğu için anlaşılması kolaydır ve gerçekçidir. Öncelikli hedef programlama probleminde ya hangi hedeflerin hangilerinden daha önemli olduğu sözel olarak ifade edilmekte (Chen ve Tsai, 2000) ya da hedeflere öncelik derecelerine göre [0,1] aralığında değişen ve toplamları 1 e eşit olan ağırlıklar verilmektedir (Tiwari vd., 1986; Yaghoobi, 2008). Aşağıda birden fazla ürün ve bileşenin mevcut olduğu bir toplam planlama problemi için mutlak ve bulanık ortam için bulanıklık işareti (~) dışında aynı olan hedef programlama modeli geliştirilmekte ve sonra model üyelik fonksiyonları ile bulanıklaştırılmaktadır.

A. MODEL

Aşağıda modelde kullanılan değişkenler verilmekte ve model kısıtları ile amaç fonksiyonları oluşturulmaktadır

Notasyon:

t: periyot indisi, (t = 1,2,..,T)

i: ürün indisi, (i = 1,2,..,m)

j: bileşen indisi, (j = 1,2,..,n_i)

l: iş merkezi indisi, (l = 1,2,..,L)

T: planlama döneminin uzunluğu

I_{i0}: i ürününün başlangıç envanteri

q_{it} : t periyodunda i ürününün üretim miktarı

D_{it}: t periyodunda i ürününün talep miktarı

I_{iT}: planlama döneminin sonunda elde bulunması istenen i ürünü envanteri

I_{ij0}: i ürününün j bileşeninin başlangıç envanteri

q_{ijt}: t periyodunda i ürününün j bileşeninin üretim miktarı

r_{ijt}: t periyodunda i ürününün j bileşeninin dışarıdan sağlanan miktarı

C_{lt}: t periyodunda l iş merkezinin normal kapasitesi

O_{lt}: t periyodunda l iş merkezinin kapasite artırım üst limiti

R_{ijt}: t periyodunda i ürününün j bileşeninin dışarıdan sağlanabilecek maksimum miktarı

I_{ijT}: i ürününün j bileşeni için planlama döneminin sonunda elde bulunması istenen envanter

a_{ij}: bir birim i ürünü için gerekli j bileşeni miktarı

c_{ijl}: l iş merkezinde i ürününün j bileşeninden bir birim üretmek için gerekli kapasite

y_{it}^{+} : t periyodunun sonunda i ürününün kapanış envanteri

y_{it}^{-} : t periyodunda i ürününün karşılanamayan talep miktarı

y_{iT}^{++} : Planlama döneminin sonunda i ürünü için müşteri talebinin (D_T) karşılanamayan kısmı

y_{iT}^{--} : Planlama döneminin sonunda i ürünü için istenen kapanış envanterinin (I_{iT}) karşılanamayan kısmı

y_{ijt}^{+} : t periyodunun sonunda i ürününün j bileşeninin kapanış envanteri

y_{ijT}^{++} : Planlama döneminin sonunda i ürünün üretimi için gerekli j bileşen miktarının (q_T) karşılanamayan kısmı

y_{ijT}^{--} : Planlama döneminin sonunda i ürününün j bileşeni için istenen kapanış envanterinin (I_{ijT}) karşılanamayan kısmı

c_{lt}^{+} : normal kapasite üstünde çalışma süresi

c_{lt}^{-} : normal kapasite altında çalışma süresi

h_{lt}^{+} : ortalamanın üzerinde iş yükü

h_{lt}^{-} : ortalamanın altında iş yükü

Birim maliyetler:

$g1_i$: i ürününün birim elde tutma maliyeti

$g2_{ij}$: i ürününün j bileşeninin birim elde tutma maliyeti

$g3_i$: i ürününe müşteri talebinden bir birimi karşılayamama maliyeti

$g4_i$: i ürününün birim montaj maliyeti

$g5_{ij}$: i ürününün j bileşeninin birim üretim maliyeti

$g6_{ij}$: i ürününün j bileşeninin birim dışarıdan sağlanma maliyeti

$g7_l$: normal kapasite üstü çalışmanın birim zaman maliyeti

$g8_l$: normal kapasite altı çalışmanın birim zaman maliyeti

Geleneksel hedef programlama problemlerinde hedefler önce açık uçlu (≤, ≥, =) veya kapalı uçlu (ulaşılmak istenen hedef değer) olarak tanımlanır ve sonra hedeflerden sapma değişkenleri amaç fonksiyonunda ve kısıtlarda yer alır. Burada bu yöntem uygun olmayacaktır. Çünkü bir periyoda ilişkin herhangi bir kısıttaki bir sapma değişkeni bir sonraki periyottaki bir kısıtta karar değişkeni olarak yer alabilmektedir. Bu nedenle bu modellemede en başta hedefler yerine sapma değişkenli kısıtlar kullanılmaktadır. Ayrıca bulanık talepleri içerenler dışında kalan kısıtlar mutlak olarak alınmaktadır.

Kısıtlar:

Toplam üretim planlaması probleminde en önemli amaçlardan biri dönemsel müşteri taleplerini zamanında karşılayabilmektir. Bu amaç gerçekleştirilmeye çalışılırken gerektiğinden fazla üretmekten de kaçınılması gerekmektedir. Çünkü envanter önemli bir maliyet öğesi oluşturmaktadır. Gerçek yaşamda bir periyodun sonunda talebin tam olarak karşılanması, karşılanamaması veya gerektiğinden fazla üretim yapılmış olması şeklinde farklı durumlar ortaya çıkabilir. Talebin bulanık yapısı dikkate alınarak kısıt (1) - (3) bu gerçeği ifade etmektedir.

$$I_{i0}+q_{i1}-D_{i1} \cong y_{i1}^{+}-y_{i1}^{-} \qquad (i=1,2,..,m) \qquad (1)$$

$$y_{i(t-1)}^{+}+q_{it}-D_{it} \cong y_{it}^{+}-y_{it}^{-} \qquad (i=1,2,..,m,\ t=2,..,T-1) \qquad (2)$$

$$y_{i(T-1)}^{+}+q_{iT}-D_{iT} \cong I_{iT}-y_{iT}^{-} \qquad (i=1,2,..,m) \qquad (3)$$

Kısıt (3) de görülen I_{iT} yönetim tarafından önceden 0 veya pozitif bir değerle belirlenmekte ve son periyotta eğer karşılanamayan bir talep varsa bunu telafi etmek veya aksi halde bir sonraki planlama dönemine aktarılmak üzere kullanılabilmektedir. Eğer son periyotta karşılanamayan talep I_{iT} 'den küçükse, bu fark I_{iT}'den karşılanmakta ve karşılanamayan talep sıfır olmaktadır (y_{iT}^{++} = 0). Karşılanamayan talebin I_{iT}'den büyük olması durumunda ise son periyot talebi karşılanamamış olmaktadır (y_{iT}^{++} > 0). Bu açıklama ışığında modele kısıt (4) ün ilave edilmesi gerekmektedir.

$$y_{iT}^{-}-I_{iT}=y_{iT}^{++}-y_{iT}^{--} \qquad (i=1,2,..,m) \qquad (4)$$

Yukarıda sunulmuş olan kısıtların aynı mantıkla ürün bileşenlerine uyarlanmaları ile kısıt (5)-(8) ortaya çıkmaktadır.

$$I_{ij0}+q_{ij1}-a_{ij}*q_{i1}=y_{ij1}^{+}-r_{ij1} \qquad (i=1,2,..,m,\ j=1,2,..,n_i) \qquad (5)$$

$$y_{ij(t-1)}^{+}+q_{ijt}-a_{ij}*q_{it}=y_{ijt}^{+}-r_{ijt} \qquad (i=1,2,..,m,\ j=1,2,..,n_i,\ t=2,..,T-1) \qquad (6)$$

$$y_{ij(T-1)}^{+}+q_{ijT}-a_{ij}*q_{iT}=I_{ijT}-r_{ijT} \qquad (i=1,2,..,m,\ j=1,2,..,n_i) \qquad (7)$$

$$r_{ijT}-I_{ijT}=y_{ijT}^{++}-y_{ijT}^{--} \qquad (i=1,2,..,m,\ j=1,2,..,n_i) \qquad (8)$$

Aşağıda iş merkezlerinin kapasitelerine ve dışarıdan bileşen sağlanmasına dair kısıtlar sunulmaktadır.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} c_{ijl}*q_{ijt}-C_{lt}=c_{lt}^{+}-c_{lt}^{-} \qquad (l=1,2,..,L,\ t=1,..,T) \qquad (9)$$

$$c_{lt}^{+}\leq O_{lt} \qquad (l=1,2,..,L,\ t=1,..,T) \qquad (10)$$

$$r_{ijt}\leq R_{ijt} \qquad (i=1,2,..,m,\ j=1,2,..,n_i,\ t=1,..,T) \qquad (11)$$

Yukarıda sunulan kısıtlarda yer alan ve her biri birer maliyet öğesini gösteren sapma değişkenleri ile ilk hedef olarak minimize edilecek toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

Hedef 1:

$$Z_{1\min}=\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{m} g1_i*y_{it}^{+}+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} g2_{ij}*y_{ijt}^{+}+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{m} g3_i*y_{it}^{-}+$$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} g4_i * q_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} g5_{ij} * q_{ijt} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} g6_{ij} * r_{ijt} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L} g7_l * c_{lt}^{+} +$$
$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L} g8_l * c_{lt}^{-} \qquad (12)$$

Amaç fonksiyonu (12) de maliyet öğeleri arasında öncelik ilişkileri yer almamaktadır. Gerçek yaşamda ise işletmeler için bazı hedefler diğerlerinden daha önemli olabilmekte ve bu durum amaç fonksiyonunda yüksek önemdeki hedefler için daha büyük olmak üzere ağırlıklar kullanılarak ifade edilebilmektedir.

İşletme ikinci amaç olarak (13) de formüle edilmiş olan iş yüklerinin periyotlara göre dengelenmesini benimsemiştir. Söz konusu dengeleme herhangi bir iş merkezindeki periyodik iş yükünün birbirine ve iş merkezinin ortalama yüküne eşit olması ile başarılmaktadır.
Hedef 2:

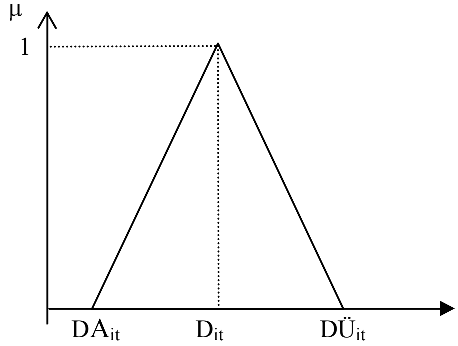
$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} q_{ijt} * c_{ijl} - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} q_{ijt} * c_{ijl} = h_{lt}^{+} - h_{lt}^{-} \quad (l = 1,2,..,L,\ t = 1,..,T) \qquad (13)$$

bütün değişkenler ≥ 0 (14)

B. BULANIKLIĞIN GİDERİLMESİ

Bulanık değişken ya da bulanık kısıtlarda bulanıklığın giderilmesi için üyelik fonksiyonları (μ) kullanılır. Üyelik fonksiyonları 0 ile 1 arasında değer alabilirler ve üçgen, trapez, üstel vb. çeşitli formlarda olabilirler. Bu çalışmada bulanık kısıtlar (1)-(3) şekil (1) de gösterilen üçgen üyelik fonksiyonları ile temsil edilmektedir. Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi için kısıt (1)-(3) bulanık değişken (D_{it}) sağ tarafa alınarak yeniden düzenlenmiştir. Bu durumda kısıtların sağ tarafları alt (DA_{it}), orta (D_{it}) ve üst ($DÜ_{it}$) olmak üzere 3 ayrı değer alabilmektedir. Burada orta değerden kasıt en çok istenen değer olmasıdır.

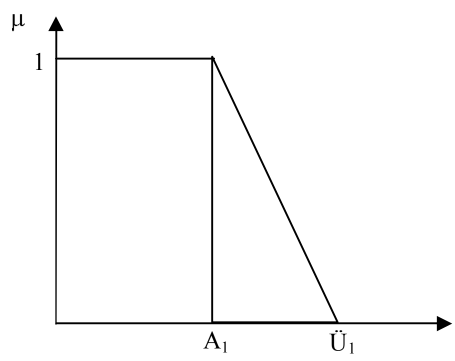
Şekil 1: Bulanık Kısıtların Üçgen Üyelik Fonksiyonları



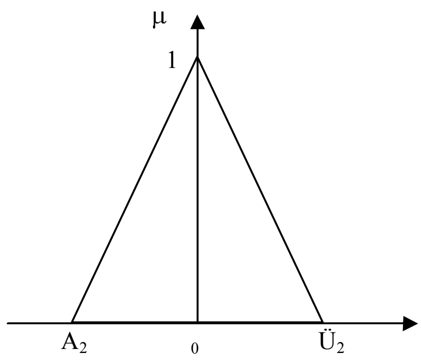
Şekil 1 e göre herhangi bir kısıtın sağ tarafı en çok istenen değere eşit olduğunda üyelik derecesi 1 olmakta, alt ve üst sınırlara yaklaştıkça sıfıra yaklaşmaktadır. Zimmerman (1978) e göre kısıtların bulanık olduğu durumda amaçlar da bulanıktır. Bu durumda hedef fonksiyonların önce bulanıklaştırılması ve sonra bunlara dair üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. Hedef fonksiyonlar için de üçgen üyelik fonksiyonu kullanılmaktadır. Açık uçlu hedeflerin bulanıklaştırılmasında kabul edilebilir alt(A) ve üst(Ü) sınırların belirlenmesi gerekir. Bir minimizasyon (maksimizasyon) hedefi için alt sınır (üst sınır) diğer hedeflerin göz ardı edildiği durumda kısıtlara uygun olarak alabileceği optimal değerdir. Herhangi bir hedefin optimal olduğu nokta diğer bir hedef için en kötümser değeri oluşturmaktadır. Dolayısıyla, hedef (12)'nin en kötümser değerini bulmak için hedef (13)'den her iki yöndeki sapmalar toplamını minimize edecek bir problemin çözülmesi gerekmektedir. Şekil 2 hedef (12) için bu şekilde oluşturulmuş olan üyelik fonksiyonunu göstermektedir. İkinci hedef (13) ise kapalı uçlu bir hedeftir ve en çok istenen değer 0 dır. Buradaki alt ve üst sınırları bulmak için hedef (12)'nin optimum sonuçları hedef (13)'de yerine konulmaktadır. Şekil 3 de bu şekilde elde edilecek üyelik fonksiyonu gösterilmektedir.

Üyelik fonksiyonlarının üçgenlerin benzerliğinden yararlanarak oluşturulan matematiksel formülasyonları (1)-(5) ile sunulmaktadır. Formülerden ilk üçü sırasıyla kısıt (1), (2), (3) e ve son ikisi ise hedef (12) ve (13) e aittir.

Şekil 2: Hedef (12) nin Üyelik Fonksiyonu



Şekil 3: Hedef (13) ün Üyelik Fonksiyonu



$$\mu_1 = \begin{cases} 0, \quad I_{i0}+q_{i1}-y_{i1}^{+}+y_{i1}^{-} \leq DA_{i1} \text{ veya} \geq D\text{Ü}_{i1} \text{ için} \\ \dfrac{I_{i0}+q_{i1}-y_{i1}^{+}+y_{i1}^{-}-DA_{i1}}{D_{i1}-DA_{i1}}, \quad DA_{i1} \prec I_{i0}+q_{i1}-y_{i1}^{+}+y_{i1}^{-} \prec D_{i1} \text{ için} \\ \dfrac{D\text{Ü}_{i1}-I_{i0}-q_{i1}+y_{i1}^{+}-y_{i1}^{-}}{D\text{Ü}_{i1}-D_{i1}}, \quad D_{i1} \leq I_{i0}+q_{i1}-y_{i1}^{+}+y_{i1}^{-} \prec D\text{Ü}_{i1} \text{ için} \end{cases} \tag{15}$$

$$\mu_2 = \begin{cases} 0, \quad y_{i(t-1)}^{+}+q_{it}-y_{it}^{+}+y_{it}^{-} \leq DA_{it} \text{ veya} \geq D\text{Ü}_{it} \text{ için} \qquad (t=2,3,..,T-1) \\ \dfrac{y_{i(t-1)}^{+}+q_{it}-y_{it}^{+}+y_{it}^{-}-DA_{it}}{D_{it}-DA_{it}}, \quad DA_{it} \prec y_{i(t-1)}^{+}+q_{it}-y_{it}^{+}+y_{it}^{-} \prec D_{it} \text{ için} \\ \dfrac{D\text{Ü}_{it}-y_{i(t-1)}^{+}-q_{it}+y_{it}^{+}-y_{it}^{-}}{D\text{Ü}_{it}-D_{it}}, \quad D_{it} \leq y_{i(t-1)}^{+}+q_{it}-y_{it}^{+}+y_{it}^{-} \prec D\text{Ü}_{it} \text{ için} \end{cases} \tag{16}$$

$$\mu_3 = \begin{cases} 0, \quad y_{i(T-1)}^{+}+q_{iT}-I_{iT}+y_{iT}^{-} \leq DA_{iT} \text{ veya} \geq D\text{Ü}_{iT} \text{ için} \\ \dfrac{y_{i(T-1)}^{+}+q_{iT}-I_{iT}+y_{iT}^{-}-DA_{iT}}{D_{iT}-DA_{iT}}, \quad DA_{iT} \prec y_{i(T-1)}^{+}+q_{iT}-I_{iT}+y_{iT}^{-} \prec D_{iT} \text{ için} \\ \dfrac{D\text{Ü}_{iT}-y_{i(T-1)}^{+}-q_{iT}+I_{iT}-y_{iT}^{-}}{D\text{Ü}_{iT}-D_{iT}}, \quad D_{iT} \leq y_{i(T-1)}^{+}+q_{iT}-I_{iT}+y_{iT}^{-} \prec D\text{Ü}_{iT} \text{ için} \end{cases} \tag{17}$$

$$\mu_4 = \begin{cases} 0, \quad Z_{1\min} \geq \text{Ü}_1 \text{ için} \\ \dfrac{\text{Ü}_1 - Z_{1\min}}{\text{Ü}_1 - A_1}, \quad A_1 \prec Z_{1\min} \prec \text{Ü}_1 \text{ için} \\ 1, \quad Z_{1\min} \leq A_1 \text{ için} \end{cases} \tag{18}$$

$$\mu_5=\begin{cases} 0, & \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n_i} q_{ijt}*c_{ijl}-\frac{1}{T}\sum\limits_{t=1}^{T}\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n_i} q_{ijt}*c_{ijl}-h^{+}_{lt}+h^{-}_{lt}\leq A_2 \text{ veya } \geq Ü_2 \text{ için} \\ \dfrac{A_2-\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n_i} q_{ijt}*c_{ijl}+\frac{1}{T}\sum\limits_{t=1}^{T}\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n_i} q_{ijt}*c_{ijl}+h^{+}_{lt}-h^{-}_{lt}}{A_2}, & (A_2\text{-}0) \text{ aralığı için} \\ \dfrac{Ü_2-\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n_i} q_{ijt}*c_{ijl}+\frac{1}{T}\sum\limits_{t=1}^{T}\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n_i} q_{ijt}*c_{ijl}+h^{+}_{lt}-h^{-}_{lt}}{Ü_2}, & (0\text{-}Ü_2) \text{ aralığı için} \end{cases} \quad (19)$$

IV. ÖRNEK PROBLEM VE ÇÖZÜM

Oluşturulan modelin çözüm aşamalarını açıklamak amacıyla oluşturulan problemde, işletme iki bileşenin bileşiminden oluşan bir tek ürün üretmektedir. Bir birim ürün ortaya koyabilmek için birinci bileşenden iki ve ikinci bileşenden dört birim kullanmak gerekmektedir. Ürün bileşenleri işletme içinde iki ayrı iş merkezinde işlenerek üretilebilecekleri gibi gerekli görülmesi halinde dışarıdan hazır olarak da temin edilebilmektedirler. İşletme yukarıda ayrıntılı olarak açıklanmış olan hedeflerine ulaşabileceği şekilde altı aylık bir üretim planlaması yapmak istemektedir. Probleme dair bütün bilgiler tablo 1 de sunulmaktadır. Bu örnek problemde maliyet minimizasyonu hedefi (hedef 12) işyükü dengeleme hedefinden (hedef 13) daha önemli görülmekle birlikte ne derece önemli olduğu konusunda bir bilgi yoktur. Bu nedenle problemi çözmek için en uygun yöntem olarak Chen ve Tsai (2000) toplamsal yöntemi tercih edilmektedir. Bu yöntemde öncelik ilişkileri modele kısıtlar şeklinde ilave edilmekte (11) ve toplam üretim planlaması problemi aşağıdaki doğrusal programlama problemine dönüşmektedir.

Tablo 1: ProblemVerileri

Dönem	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
Talep Miktarı	10640, 10822, 11004	10607, 10786, 10965	10603, 10781, 10959	10642, 10825, 11008	10710, 10900, 11090	10453, 10615, 10777
C_{1t} (saat)	7440	6720	7440	7200	7440	7200
C_{2t}(saat)	14880	13440	14880	14400	14880	14400
O_{1t}(saat)	1488	1344	1488	1440	1488	1440
O_{2t}(saat)	2976	2688	2976	2880	2976	2880
R_{11t}(adet)	800	800	800	800	800	800
R_{12}(adet)	850	850	850	850	850	850
$I_{10} = 250$	$I_{110} = 200$	$I_{120} = 400$	$I_{16} = 300$	$c_{111} = 90$ dk	$c_{112} = 160$	$c_{121} = 60$
$c_{122} = 115$	$g1_1 = 0.5$ TL	$g2_{11} = 0.10$	$g2_{12} = 0.0625$	$g3_1 = 6$	$g4_1 = 3.75$	$g5_{11} = 5$
$g5_{12} = 2.5$	$g6_{11} = 7$	$g6_{12} = 3.5$	$g7_1 = 4$	$g7_2 = 4$	$g8_1 = 30$	$g8_2 = 30$

$$Z_{max} = \lambda_1 + \lambda_{22} + \ldots + \lambda_{25} + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_{511} + \ldots + \lambda_{5116} + \lambda_{521} + \ldots + \lambda_{526} \qquad (20)$$

$$\frac{I_{i0} + q_{i1} - y^+_{i1} + y^-_{i1} - DA_{i1}}{D_{i1} - DA_{i1}} - \lambda_1 \geq 0 \qquad (i = 1,2,..,m) \qquad (21)$$

$$\frac{\text{DÜ}_{i1} - I_{i0} - q_{i1} + y^+_{i1} - y^-_{i1}}{\text{DÜ}_{i1} - D_{i1}} - \lambda_1 \geq 0 \qquad (i = 1,2,..,m) \qquad (22)$$

$$\frac{y^+_{i(t-1)} + q_{it} - y^+_{it} + y^-_{it} - DA_{it}}{D_{it} - DA_{it}} - \lambda_{2t} \geq 0 \, (i = 1,2,..,m,\ t = 2,..,T-1) \qquad (23)$$

$$\frac{\text{DÜ}_{it} - y^+_{i(t-1)} - q_{it} + y^+_{it} - y^-_{it}}{\text{DÜ}_{it} - D_{it}} - \lambda_{2t} \geq 0 \, (i = 1,2,..,m,\ t = 2,..,T-1) \qquad (24)$$

$$\frac{y^+_{i(T-1)} + q_{iT} - I_{iT} + y^-_{iT} - DA_{iT}}{D_{iT} - DA_{iT}} - \lambda_3 \geq 0 \qquad (i = 1,2,..,m) \qquad (25)$$

$$\frac{\text{DÜ}_{iT} - y^+_{i(T-1)} - q_{iT} + I_{iT} - y^-_{iT}}{\text{DÜ}_{iT} - D_{iT}} - \lambda_3 \geq 0 \qquad (i = 1,2,..,m) \qquad (26)$$

$$\frac{\text{Ü}_1 - Z_{1min}}{\text{Ü}_1 - A_1} - \lambda_4 \geq 0 \qquad (27)$$

$$\frac{A_2 - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} q_{ijt} * c_{ijl} + \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} q_{ijt} * c_{ijl} + h_{lt}^{+} - h_{lt}^{-}}{A_2} - \lambda_{5lt} \geq 0$$

$$(l = 1,..,L,\ t = 1,..,T) \qquad (28)$$

$$\frac{Ü_2 - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} q_{ijt} * c_{ijl} + \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} q_{ijt} * c_{ijl} + h_{lt}^{+} - h_{lt}^{-}}{Ü_2} - \lambda_{5lt} \geq 0$$

$$(l = 1,2,..,L,\ t = 1,..,T) \qquad (29)$$

$\lambda_4 - \lambda_{5lt} \geq 0 \quad (l = 1,2,..,L,\ t = 1,..,T)$ (30)

$\lambda_k \leq 1 \quad (k = 1,3,4)$ (31)

$\lambda_{2t} \leq 1 \quad (t = 2,..,T-1)$ (32)

$\lambda_{5lt} \leq 1 \quad (l = 1,2,..,L,\ t = 1,..,T)$ (33)

$y_{iT}^{-} - I_{iT} - y_{iT}^{++} + y_{iT}^{--} = 0 \quad (i = 1,2,..,m)$ (34)

$I_{ij0} + q_{ij1} - a_{ij} * q_{i1} - y_{ij1}^{+} + r_{ij1} = 0 \quad (i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n_i)$ (35)

$y_{ij(t-1)}^{+} + q_{ijt} - a_{ij} * q_{it} - y_{ijt}^{+} + r_{ijt} = 0 \quad (i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n_i,\ t = 2,..,T-1)$ (36)

$y_{ij(T-1)}^{+} + q_{ijT} - a_{ij} * q_{iT} - I_{ijT} + r_{ijT} = 0 \quad (i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n_i)$ (37)

$r_{ijT} - I_{ijT} - y_{ijT}^{++} + y_{ijT}^{--} = 0 \quad (i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n_i)$ (38)

$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} c_{ijl} * q_{ijt} - C_{lt} - c_{lt}^{+} + c_{lt}^{-} = 0 \quad (l = 1,2,..,L,\ t = 1,..,T)$ (39)

$c_{lt}^{+} - O_{lt} \leq 0 \quad (l = 1,2,..,L,\ t = 1,..,T)$ (40)

$r_{ijt} - R_{ijt} \leq 0 \quad (i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n_i,\ t = 1,..,T)$ (41)

$q_{it},\ q_{ijt},\ r_{ijt},\ y_{it}^{+},\ y_{it}^{-},\ y_{iT}^{++},\ y_{iT}^{--},\ y_{ijt}^{+},\ y_{ijT}^{++},\ y_{ijT}^{--},\ c_{lt}^{+},\ c_{lt}^{-},\ \lambda_k \geq 0$

$(i = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n_i,\ t = 1,..,T,\ l = 1,2,..,L,\ k = 1,2,..,5)$ (42)

Model (20)-(42) de λ_1, λ_2 ve λ_3 bulanık kısıtların tatmin derecelerini, λ_4 ve λ_5 ise hedeflerin tatmin derecelerini gösteren karar değişkenleridir. Burada kısıt (30) hedef (12)'nin, hedef (13)'den daha önemli olduğunu ifade etmektedir. Model katsayılarını ve sabitlerini yerlerine yerleştirmeden önce hedeflerin alt ve üst sınırları belirlenmelidir. Bunun için iki ayrı mutlak doğrusal programlama probleminin çözülmesi gerekir. A_1 için çözülecek problemde amaç fonksiyonu olarak (12), bütün mutlak kısıtlar ((4)-(11)) ve izin verilen en küçük sağ yan değerleri ile bütün bulanık kısıtlar ((1)-(3)) yer almaktadır. Bu problemin çözümünden elde edilen değerlerin (13) de yerine konulması sonucunda elde edilen negatif değerler A_2'yi, pozitif değerler ise $Ü_2$'yi temsil etmektedir.$Ü_1$ lerin belirlenmesi için çözülecek problemde amaç, diğer hedef dikkate alınmaksızın hedef (13) den sapmalar toplamının minimum olmasıdır. Problem gene bütün mutlak kısıtlar ve en küçük sağ yan değerleri ile bulanık kısıtları içermelidir. Bu problemin çözümünden elde edilen değerlerin (12) de yerine konması ile $Ü_1$ elde edilmektedir. Bu şekilde hedef sınırlar A_1=455401.6 ve $Ü_1$= 690701.1353 olarak hesaplanmıştır. Diğer sınırlar ise Tablo 2 de gösterilmektedir.

Tablo 2: İş Yükü Denge Kısıtları İçin Bulanık Sağ Taraf Değerleri

	1. İş Merkezi			2. İş Merkezi		
Dönem	**A_2**	**O**	**$Ü_2$**	**A_2**	**O**	**$Ü_2$**
1	0	0	213.9783	0	0	400.0020
2	-560.2144	0	0	-1040.0012	0	0
3	0	0	213.9783	0	0	399.9997
4	-44.0857	0	0	-79.9994	0	0
5	0	0	213.9783	0	0	399.9997
6	-37.6337	0	0	-79.9986	0	0

Tablo 1 deki verilere göre toplam üretim planlaması probleminin Lindo 6.1 ile hesaplanan çözüm sonuçları Tablo 3 de özetlenmektedir. λ_4 = 0.994745 için toplam maliyet değeri 456638.099058 bulunmuştur. İş yükü denge hedeflerinin ise $\lambda_{511} = \lambda_{512} = \lambda_{513} = \lambda_{514} = \lambda_{515} = \lambda_{516} = \lambda_{521} = \lambda_{522} = \lambda_{523} = \lambda_{524} = \lambda_{525} = \lambda_{526} =$ 0.982725 ile çok yüksek düzeyde gerçekleşmiş oldukları görülmektedir. λ değerlerinin bu kadar yüksek çıkmış olmaları kuşkusuz problem verilerinden kaynaklanmaktadır. Bu sonuçlar modelin iyi kurulmuş olup olmamasının veya çözüm yönteminin güçlülüğünün bir göstergesi değildir. λ değerlerinin yüksek veya düşük olmaları sadece bulunan çözümde bulanık değişkenlerin alacakları değerlerin bir belirleyicisidir.

q_{11} … q_{16} değişkenlerinin hiçbiri sıfır değerini almamıştır. Buna göre son ürün için her dönem belli bir miktarda üretim yapılmalıdır. Karşılanamayan müşteri talep miktarlarını gösteren y^-_{11}.. y^-_{16} değişkenlerinin değerleri çok yüksek çıkmıştır. Bu durum firmanın sahip olduğu üretim olanaklarının taleplere cevap vermede yetersiz kaldığını göstermektedir. Dolayısı ile bu bilgi firmaya kısa ve orta dönemde müşterilerle anlaşmalarını yaparken, uzun dönemde ise mevcut kapasitesini artırmada yol gösterici olacaktır. Aynı şekilde firmanın planlama dönemi içinde gerçekleştirebileceği üretim için gerekli bileşenlerin üretim miktarlarını gösteren q_{111}… q_{126} değişkenlerinin hepsi sıfırdan büyük değerler almışlardır. Dolayısı ile ürün bileşenlerinden her dönem belli miktarlarda üretilmelidir. r_{ijt} değişkenlerinden sadece r_{126} nın sıfırdan büyük (3199.436523). çıkmış olması, firmanın mevcut olanakları ile üretebileceği son ürün miktarları için gerekli bileşenler açısından sadece son dönemde bir miktar sorun yaşayabileceğini ve ikinci bileşenin bir miktarını dışarıdan sağlaması gerektiğini göstermektedir. c^+_{ij} ve c^-_{ij} değişkenlerinin almış oldukları değerler incelendiğinde birinci iş merkezi için, ikinci periyot dışında kalan periyotlarda normal kapasitenin yetersiz kaldığı ikinci periyotta ise bir miktar fazla kapasite bulunduğu ortaya çıkmaktadır. Aynı şekilde ikinci iş merkezi için kapasitenin birinci, üçüncü ve beşinci periyotlarda yetersiz olduğu diğer periyotlarda ise kısa veya orta dönemde gerekenden fazla olduğu görülmektedir. Bu bilgiler firmaya uzun dönem iş gücü planlamasını yapmada ışık tutacaktır.

Tablo 3: Lindo 6.1 Çözüm Sonuçları

$\lambda_{1} = 1.000000$	$\lambda_{22} = 1.000000$	$\lambda_{23} = 1.000000$	$\lambda_{24} = 1.000000$
$\lambda_{25} = 1.000000$	$\lambda_{3} = 1.000000$	$\lambda_{4} = 0.994745$	$\lambda_{511} = 0.982725$
$\lambda_{512} = 0.982725$	$\lambda_{513} = 0.982725$	$\lambda_{514} = 0.982725$	$\lambda_{515} = 0.982725$
$\lambda_{516} = 0.982725$	$\lambda_{521} = 0.982725$	$\lambda_{522} = 0.982725$	$\lambda_{523} = 0.982725$
$\lambda_{524} = 0.982725$	$\lambda_{525} = 0.982725$	$\lambda_{526} = 0.982725$	$y^{+}_{11} = 0.000000$
$y^{-}_{11} = 9330.320312$	$q_{11} = 1241.679810$	$y^{+}_{12} = 0.000000$	$y^{-}_{12} = 9803.988281$
$q_{12} = 982.011475$	$y^{+}_{13} = 0.000000$	$y^{-}_{13} = 9608.555664$	$q_{13} = 1172.444702$
$y^{+}_{14} = 0.000000$	$y^{-}_{14} = 10333.367188$	$q_{14} = 491.632904$	$y^{+}_{15} = 0.000000$
$q_{15} = 1543.261353$	$y^{-}_{15} = 0.000000$	$y^{-}_{16} = 9511.476562$	$q_{16} = 1403.522949$
$y^{+}_{111} = 0.000000$	$y^{+}_{112} = 0.000000$	$y^{+}_{113} = 0.000000$	$y^{+}_{114} = 0.000000$
$y^{+}_{115} = 0.000000$	$y^{+}_{121} = 208.624756$	$y^{+}_{122} = 0.000000$	$y^{+}_{123} = 0.000000$
$y^{+}_{124} = 5229.255371$	$y^{+}_{125} = 2714.655518$	$q_{111} = 2283.359619$	$q_{112} = 1964.022949$
$q_{113} = 2344.889404$	$q_{114} = 183.265823$	$q_{115} = 3086.522705$	$q_{116} = 3057.045898$
$q_{121} = 4775.343750$	$q_{122} = 3719.421143$	$q_{123} = 4689.778809$	$q_{124} = 7195.786621$
$q_{125} = 3658.445557$	$q_{126} = 3199.436523$	$h^{+}_{11} = 213.978351$	$h^{-}_{11} = 0.000000$
$h^{+}_{12} =0.000000$	$h^{-}_{12} = 560.214463$	$h^{+}_{13} = 213.978351$	$h^{-}_{13} = 0.000000$
$h^{+}_{14} = 0.000000$	$h^{-}_{14} = 44.085726$	$h^{+}_{15} = 213.978351$	$h^{-}_{15} = 0.000000$
$h^{+}_{16} = 0.000000$	$h^{-}_{16} = 37.633719$	$h^{+}_{21} = 400.002088$	$h^{-}_{21} = 0.000000$
$h^{+}_{22} =0.000000$	$h^{-}_{22} = 1040.001258$	$h^{+}_{23} = 399.999715$	$h^{-}_{23} = 0.000000$
$h^{+}_{24} = 0.000000$	$h^{-}_{24} = 79.999464$	$h^{+}_{25} = 399.999715$	$h^{-}_{25} = 0.000000$
$h^{+}_{26} = 0.000000$	$h^{-}_{26} = 79.998639$	$r_{111} = 0.000000$	$r_{112} = 0.000000$
$r_{113} = 0.000000$	$r_{114} = 800.000000$	$r_{115} = 0.000000$	$r_{116} = 0.000000$
$r_{121} = 0.000000$	$r_{122} = 0.000000$	$r_{123} = 0.000000$	$r_{124} = 0.000000$
$r_{125} = 0.000000$	$r_{126} = 0.000000$	$c^{+}_{11} = 760.383423$	$c^{+}_{12} = 0.000000$
$c^{+}_{13} = 767.113220$	$c^{+}_{14} = 270.685547$	$c^{+}_{15} = 848.229431$	$c^{+}_{16} = 585.005371$
$c^{+}_{21} = 385.230621$	$c^{+}_{22} = 0.000000$	$c^{+}_{23} = 385.230621$	$c^{+}_{24} = 0.000000$
$c^{+}_{25} = 385.230713$	$c^{+}_{26} = 0.000000$	$c^{-}_{11} = 0.000000$	$c^{-}_{12} = 54.544456$
$c^{-}_{13} = 0.000000$	$c^{-}_{14} = 0.000000$	$c^{-}_{15} = 0.000000$	$c^{-}_{16} = 0.000000$
$c^{-}_{21} = 0.000000$	$c^{-}_{22} = 1054.770142$	$c^{-}_{23} = 0.000000$	$c^{-}_{24} = 94.769585$
$c^{-}_{25} = 0.000000$	$c^{-}_{26} = 94.769295$	$y^{++}_{16} = 9211.476562$	$y^{--}_{16} = 0.000000$
$y^{+}_{116} = 0.000000$	$y^{++}_{116} = 0.000000$	$y^{--}_{116} = 250.000000$	$y^{++}_{126} = 0.000000$
$y^{--}_{126} = 300.000000$		İterasyon sayısı = 174	

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu makalede bulanık taleplerle toplam üretim planlaması problemi için iki ayrı amaçlı bir hedef programlama modeli kurulmuş ve örnek problem verileri için Lindo 6.1 ile çözülmüştür. Yaklaşık 3 saniyede elde edilen çözüm optimaldir. Bu yönü ile modelin etkin olduğu görülmüştür.

Problem amaçlarından birincisi ve daha önemli olanı toplam maliyetin minimum olmasıdır. Bu amaç hem temel değişkenleri hem de hedeflerden sapma değişkenlerini içermekte ve bu yönü ile diğer çalışmalardan ayrılmaktadır. Amaç fonksiyonunun bu genişletilmiş yapısı, problem çözüldüğünde bir çok maliyet bileşenindeki hareketlerin aynı anda gözlemlenmesini sağlamakta ve sonuçları yorumlamada ve incelenen sistemi revize etmede esneklik sunmaktadır. Problemdeki ikinci amaç iş merkezlerindeki iş yükü dengesinin sağlanmasıdır.

Gerçek yaşamda hedeflere dair erişim değerlerinin, hedeflerin önem derecelerinin ve sisteme dair kısıtların belirlenmesi çoğu zaman karar vericinin sübjektif yargılarına bağlıdır. Bu durum problemde bir belirsizlik yaratmaktadır. Söz konusu belirsizlik bulanık küme teorisi ile çözümlenebilmektedir. Bu çalışmada belirsizliği modele dahil ederek daha gerçekçi bir problem oluşturmak amacı ile talepler bulanık olarak alınmıştır. Doğaldır ki bulanıklık sadece taleplerde değil ayrıca birim maliyet değerlerinde veya diğer problem sabitlerinde de ortaya çıkabilir. Ancak makalenin hacmini çok fazla büyütmemek amacı ile talep dışındaki değerlerin mutlak oldukları varsayılmıştır.

Modelin uygulanabilirliğini ve etkinliğini ortaya koymak amacı ile oluşturulan örnek problem tek ürün, iki bileşen ve 6 aylık planlama dönemi ile sınırlandırılmıştır. Ancak model büyük gerçek yaşam problemlerine kolayca uyarlanabilir. Modelin hacmi problem hacmi ile hızla büyümesine karşın, değişkenlere ve bireysel hedeflerden sapmalara dair verdiği eş zamanlı ve çok ayrıntılı bilgi bunun bir sorun olarak algılanmasını engellemektedir. Ayrıca çözüm süresinin kısalığı, problemdeki büyümenin çözüm süresini kabul edilebilir bir düzeyin üzerine çıkartmayacağını göstermektedir.

Gelecek araştırmalarda yapılabilecek iyileştirmelerden biri bulanık değerlerin simetrik yerine asimetrik alınması olabilir. Bu hem daha gerçekçi olabilir hem de sonuçlar daha anlamlı şekilde yorumlanabilir. Gerçek yaşamda nadiren geçerli olmasına rağmen bu çalışmada üretim miktarları sürekli değişken olarak alınmıştır. Ancak çok basit bir değişiklikle değişkenlere tamsayı olma kısıtı eklenerek model bu anlamda daha gerçekçi hale getirilebilir. Bunlara ilaveten her bir hedefin yanı sıra her bir maliyet öğesi için öncelik derecelerini temsil edecek ağırlık faktörlerinin belirlenmesi ve modelde kullanılması uygun olacaktır. Bunun için etkin araçlardan biri analitik hiyerarşi prosesi (AHP) dir.

KAYNAKÇA

BAYKASOGLU, A.; (2001), "Moapps 1.0: Aggregate Production Planning Using the Multiple-Objective Tabu Search", **International Journal of Production Research**, 39, ss. 3685–3702.

BELLMAN, R.E. ve L.A. ZADEH; (1970), "Decision Making in a Fuzzy Environment", **International Journal of Management Science**, 17,ss. 141-164.

BUXEY,G.; (2003), "Strategy not Tactics Drives Aggregate Planning", **International Journal of Production Economics** 85(3), ss. 331–346.

BYRNE, M. D. ve M. A BAKIR.; (1999), "Production Planning Using a Hybrid Simulation–Analytical Approach" **International Journal of Production Economics**, 59, ss. 305–311.

BOWMAN, E. H.; (1956), "Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming", **Operations Research**, 4, ss. 100–103

BOWMAN, E. H.; (1963) "Consistency and Optimality in Managerial Decision Making", **Management Science** 9, ss. 310–321.

CHARNES, A. ve W. W. COOPER; (1961), **Management Models and Industrial Application of Linear Programming**, Vol. 1, Wiley, New York, 467s

CHASE, B., N.J. AQUİLANO ve F.R. JACOBS; (1998), **Production and Operations Management**, Eight Edition, McGraw-Hill,Boston,USA, 880s

CHEN, L. H. ve F. C. TSAİ; (2001), "Fuzzy Goal Programming with Different Importance and Priorities", **European Journal of Operational Research**, 1333, ss. 548-556.

DANTZIG, G. B.; (1955), "Linear Programming Under Uncertainty", **Management Science**, 1, ss. 197–206.

DOBOS, I.; (2003), "Optimal Production–Inventory Strategies for a HMMS-Type Reverse Logistics System", **International Journal of Production Economics** 81–82, ss. 351–360

FAHİMNİA, B., ,L.H.S. LUONG ve R. M. MARİAN; (2006), "Modeling and Optimization of Aggregate Production Planning - A Genetic Algorithm Approach" **Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology**, 15, ss. 169-174.

FENG, Y.J.; (1983) "A Method Using Fuzzy Mathematical Programming to Solve the Vector Maximum Problem", **Fuzzy Sets and Systems**, 9, ss. 129-136.

FUNG, R.Y.K., J. TANG ve D. WANG; (2003), "Multiproduct Aggregate Production Planning with Fuzzy Demands and Fuzzy Capacities", **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans,** 33(3), ss. 302–313.

GNONİ, M.G., R. IAVAGNİLİO, G. MOSSA, G. MUMMOLO ve A.D. LEVA; (2003), "Production Planning of a Multi-Site Manufacturing System by Hybrid Modelling: A Case Study from the Automotive Industry", **International Journal of Production Economics**, 85(2), ss. 251–262.

HOLT, C., F. MODIGLIANI ve H. A. SIMON; (1955), "A Linear Decision Rule for Production Employment Scheduling", **Management Science**, 2, ss. 1-30.

JONES, C.H.; (1967) "Parametric Production Planning", **Management Science**, 13, ss. 843–866.

HUNG, Y. F. ve Y. C. HU; (1998), "Solving Mixed Integershadow Price Information", **Computers and Operations Research**, 25, ss. 1027–1042.

HUNG, Y. F., C. C. SHIH, ve C. P. CHEN; (1999), "Evolutionary Algorithms for Production Planning Problems with Setup Decisions", **Journal of the Operational Research Society**, 50, ss. 857–866.

JOLAYEMİ, J.K. ve F.O. OLORUNNİWO; (2004), "A Deterministic Model for Planning Production Quantities in a Multi-Plant, Multi-Warehouse Environment with Extensible Capacities", **International Journal of Production Economics**, 87(2), ss. 99–113.

KALL, P. ve S. W. WALLACE; (1994), **Stochastic Programming** Wiley - John &Sons, 320s.

LEE, Y.Y.; (1990), **Fuzzy Set Theory Approach to Aggregate Production Planning and Inventory Control**, Ph.D. Dissertation, Department of I.E., Kansas State University.

MASUD, S.M. ve C.L. HWANG; (1980), "An Aggregate Production Planning Model and Application of Three Multiple Objective Decision Methods", **International Journal of Production Research**, 18, ss. 741–752.

MEZGHANI, M., REBAI, A., DAMMAK ve A., LOUKIL, T.; (2008), "A Goal Programming Model for Aggregate Production Planning Pproblem", **International Journal of Operational Research**, 4(1), ss. 23-34

MOHAMED, R.H.; (1997), The Relationship Between Goal Programming and Fuzzy Programming, **Fuzzy Sets and Systems**, 89, ss. 215–222.

NAM, S. J. ve R. LOGENDRAN; (1992), "Aggregate Production Planning–A Survey of Models and Methodologies" **European Journal of Operational Research**, 61, ss. 255–272.

NARASİMHAN, R.; (1980), "Goal Programming in Fuzzy Environment", **Decision Science**, 11, ss. 326-335.

NARASİMHAN, R. ve P.A. RUBİN; (1984) "Fuzzy Goal Programming with Nested Priorities", **Fuzzy Sets and Systems**, 14, ss. 115–129.

OZDAMAR, L., M. A., BOZYEL ve S. I. BIRBIL; (1998), "A Hierarchical Decision Support System for Production Planning (With Case Study)", **European Journal of Operational Research**, 104, ss. 403–422.

RAMIK, J.; (2000), "Fuzzy Goals and Fuzzy Alternatives in Goal Programming Problems", **Fuzzy Sets and Systems**, 111, ss. 81–86.

SAAD, G.; (1982), "An Overview Of Production Planning Model: Structure Classification and Empirical Assessment", **International Journal of Production Research**, 20, ss. 105–114.

SHİ, Y. ve C. HAASE; (1996), "Optimal Trade-Offs of Aggregate Production Planning with Multi-Objective and Multi-Capacity-Demand Levels", **International Journal of Operations and Quantitative Management**, 2(2), ss. 127–143.

STEPHEN, C.H.L., Y. WU ve K.K. LAİ; (2003), "Multi-Site Aggregate Production Planning with Multiple Objectives: A Goal Programming Approach", **Production Planning and Control**, 14(5), ss. 425–436.

STEPHEN, C. H., LEUNG ve YUE WU; (2004), "A Robust Optimization Model for Stochastic Aggregate Production Planning", **Production Planning and Control**, 15(5), ss. 502–514.

TANG, J., R.Y.K. FUNG ve K.L. YONG; (2003), "Fuzzy Modelling and Simulation for Aggregate Production Planning", **International Journal of Systems Science**, 34(12), ss. 661–673.

TANG, J., D. WANG ve R.Y.K. FUNG;(2000) "Fuzzy Formulation for Multi-Product Aggregate Production Planning", **Production Planning and Control**, 11, ss. 670–676.

TAUBERT, W.H.; (1968), "A Search Decision Rule for the Aggregate Scheduling Problem", **Management Science**, 14, ss. 343–359.

TİWARİ R.N, S. DHARMAR ve J.R. RAO; (1986), "Priority Structure in Fuzzy Goal Programming", **Fuzzy Sets and Systems**,19, ss. 251–259.

TIWARI, R. N., S. DHARMAR ve J.R. RAO; (1987), "Fuzzy Goal Programming: An Additive Model", **Fuzzy Sets and Systems**, 24, ss. 27-34.

WANG, R. C. ve H. H. FANG; (2000), "Aggregate Production Planning in A Fuzzy Environment. **International Journal of Industrial Engineering–Theory, Applications, and Practice**, 7, ss. 5–14.

WANG H.F. ve C.C. FU; (1997) "A Generalization of Fuzzy Goal Programming with Preemptive Structure, **Computers & Operations Research**, 24, ss. 819–828.

WANG, D. ve S. C. FANG; (1997), "A Genetics-Based Approach for Aggregated Production Planning in a Fuzzy Environment", **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part A: Systems and Human**, 27, ss. 636–645.

WANG, R.C. ve T.F. LIANG; (2001), "Aggregate Production Planning with Multiple Objectives in a Fuzzy Environment", **European Journal of Operational Research**, 133, ss. 521–536.

WANG, R.C. ve T.F. LIANG; (2004), "Application of Fuzzy Multi-Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning", **Computers and Industrial Engineering**, 46(1), ss. 17–41.

YAGER, R.R.; (1979), "Mathematical Programming with Fuzzy Constraints and Preference on the Objectives", **Kybernetes**, 8, ss. 285-291.

YAGHOOBl, M. A., D. F. JONES ve TAMIZ, M.; (2008), "Weighted Additive Models for Solving Fuzzy Goal Programming Problems" **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, 25, ss. 715-733.

YİNG-YUNG, F.; (1983), "A Method Using Fuzzy Mathematics to Solve Vector Maximum Problem", **Fuzzy Sets and Systems**, 9, ss. 142-149.

ZADEH, L. A.; (1965), "Fuzzy Sets", **Information and Control**, 8, ss. 338-353.

ZIMMERMANN, H. J.; (1978), "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions", **Fuzzy Sets and System**, 1, ss. 45–55.

ZİMMERMANN, H.J.; (1981), "Fuzzy Mathematical Programming", **Computers and Operations Research**, 4, ss. 291-298.