



Orijinal Araştırma / Original Research

## ENDÜSTRİYEL ELEMENİN SAYISAL MODELLEMESİ (1. BÖLÜM): AEY MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ VE SINANMASI

NUMERICAL MODELLING OF INDUSTRIAL SCREENING (PART 1):  
DEVELOPMENT AND VALIDATION OF DEM MODEL

E. Caner Orhan<sup>a,\*</sup>, Ahad Aghlmandi Harzanagh<sup>a,\*\*</sup>, Ş. Levent Ergün<sup>a,\*\*\*</sup>

<sup>a</sup> Hacettepe Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü, Ankara, TÜRKİYE

**Geliş Tarihi / Received** : 16 Ağustos / August 2018  
**Kabul Tarihi / Accepted** : 23 Kasım / November 2018

### ÖZ

**Anahtar Sözcükler:**  
Modelleme,  
Simülasyon,  
Ayrık elemanlar yöntemi,  
Endüstriyel eleme.

Eleme işlemi cevher hazırlama tesislerinde en yaygın kullanılan birim işlemlerden biridir. Taneli malzemelerin hareketinin modellenmesi ve simülasyonu amacıyla Ayrık Elemanlar Yöntemi'nin (AEY) cevher hazırlama alanında kullanımı özellikle 1990'lı yıllardan itibaren yaygınlaşmaya başlamıştır. Pek çok birim işlemin (öğütme, stoklama, malzeme taşıma, manyetik ayırma vb.) modellenmesinde başarıyla kullanılan AEY, çeşitli tasarım ve işlem değişkenlerinin etkilerini sayısal olarak belirlenmesi ve işlemlerin optimize edilmesi çalışmalarında önemli katkılar sağlamaktadır. Bununla beraber, ülkemizde bu yöntemin kullanıldığı az sayıda çalışmaya rastlanmaktadır.

Bu çalışma kapsamında, AEY kullanılarak eleme işlemi modellenmektedir. Bu sayede, çeşitli işletme ve tasarım değişkenlerinin eleme verimi ve elde edilen ürünlerin özellikleri üzerine etkileri incelenmiştir. Ayrıca, pilot ölçekli bir endüstriyel elek ile eleme testleri gerçekleştirilerek, simülasyonlardan elde edilen veriler ile aynı koşullarda pilot ölçekli testlerden elde edilen verilerin karşılaştırılması sayesinde simülatörün tahmin gücü sınanmıştır. Elde edilen sonuçlar, simülasyon sonuçlarının pilot ölçekli test sonuçları ile oldukça yüksek uyum sergilediğini göstermektedir.

### ABSTRACT

**Keywords:**  
Modelling,  
Simulation,  
Discrete element modelling,  
Industrial screening.

Screening is one of the most widely used unit operations in mineral processing plants. The use of Discrete Element Modelling (DEM) for the modelling and simulation of granular material in the area of mineral processing started to widespread since 1990s. DEM, which has been successfully used in modelling of many unit operations (grinding, storage, material handling, magnetic separation, etc.), provides significant contributions to the studies for the quantification of the effects of various design and operating conditions and optimization of operations. Nevertheless, in Turkey, only a small number of studies are encountered where this method is utilized.

In this study, screening operation is modelled using DEM. By this means, the effects of various design and operating variables on the screening efficiency and on the product characteristics were investigated. Additionally, by conducting screening tests on a pilot scale industrial screen, the predicting capability of the simulator was verified by comparing the data obtained from the simulations with the pilot scale tests at the same conditions. The results show that the simulation results present very good agreement with the pilot-scale test results.

\* Sorumlu yazar / Corresponding author: [eco@hacettepe.edu.tr](mailto:eco@hacettepe.edu.tr) • <https://orcid.org/0000-0003-2741-0782>

\*\* [ahad@hacettepe.edu.tr](mailto:ahad@hacettepe.edu.tr) • <https://orcid.org/0000-0003-3475-7338>

\*\*\* [lerguson@hacettepe.edu.tr](mailto:lerguson@hacettepe.edu.tr) • <https://orcid.org/0000-0002-6500-7540>

## GİRİŞ

Eleme işlemi cevher hazırlama tesislerinde en yaygın uygulanan birim işlemlerden birini oluşturmaktadır. Cevherin maden sahasından üretilmesi ile başlayan ve belirli bir süreç sonucu kullanılmaya uygun hale getirilmesi süreci içinde değişik amaçlarla kullanılmaktadır. Eleklerden, boyuta göre sınıflandırma, kırıcılara girecek malzeme boyut aralığını sınırlandırma, susuzlandırma, şlam temizleme, katı kazanımı, yıkama, vb. pek çok amaç için faydalanılmaktadır (Mular vd., 2002).

Eleme işlemi cevher hazırlama ve diğer pek çok alanda (gıda, tekstil, vb.) yaygın olarak uygulanmaktadır. Eleklerin tasarımı, boyutlandırılması ve ayırım etkinliği, bir cevher hazırlama tesisinde hedef ürünlerin miktar ve özellikleri, toplam güç tüketimi ve kırıcıların etkin olarak çalışması ve sonuç olarak tesisin karlılığına doğrudan etki etmektedir. Bu nedenle, eleklerin modellenmesi ile ilgili geçmişte çok sayıda çalışma yapılmıştır. Ancak, ekipmanın performansını ve ürün özelliklerini etkileyen çok sayıda değişken olması, bazı değişkenlerin birbirleriyle ilişkili olması gibi sebeplerle, büyük bir kısmı ampirik veya yarı-ampirik olan modeller geliştirilebilmiştir. Günümüzde kullanılmakta olan elek modelleri, çok sayıda tesis verisinden elde edilmiş performans verilerinden oluşan bir veri tabanına ihtiyaç duyan ve doğru uygulanması oldukça fazla tecrübe gerektiren modellerdir (Elskamp ve Kruggel-Emden, 2014). Bu nedenle, modelleme tekniklerinin ekipman boyutlandırma ve özellikle elek ürünlerinin boyut dağılımını belirleme amacıyla uygulanması kısıtlı kalmaktadır.

Sayısal bilgisayar destekli simülasyonların kullanımı, eleklerin yanı sıra pek çok proses ekipmanlarında tane davranışlarının modellenmesinde gün geçtikçe yaygınlaşmaktadır (Cleary vd., 2003). Eleklerin modellenmesi için, işlem ve tasarım değişkenlerinin etkisinin ayrıntılı olarak ifade edilmesinde konvansiyonel yaklaşımlar yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, konvansiyonel modellerin yanı sıra sayısal modelleme yöntemleri kullanılmaya başlanmıştır.

Taneli malzemelerin hareketlerini hesaplamaya yönelik olarak yaygın bir kullanım alanına sahip olan Ayrık Elemanlar Yöntemi (AEY); madencilik, cevher hazırlama, gıda, malzeme nakil, metalür-

ji, vb. pek çok alanda; taneli malzemelerin hareketleri, birbirleri ve temas ettiği yapılar üzerindeki etkiler (örn. aşınma), mekanik etkiler (örn. tork), elektrostatik etkileşimler, ısı transferleri, vb. hesaplamaların yapılmasını mümkün kılmaktadır. Bu sayede, işlemlerin optimizasyonu, ekipman tasarımı, etkileşimlerin ayrıntılı incelenmesi, vb. çalışmalarda, yardımcı bir mühendislik aracı olarak kullanılmaktadır.

Cevher hazırlama alanında AEY'in kullanımına yönelik olarak, dünya literatüründe oldukça çok sayıda çalışma bulunmasına karşın, ülkemizde bu konuda yapılan az sayıda çalışmaya rastlanmaktadır.

Ayrık elemanlar yöntemi (AEY) ilk olarak Cundall ve Strack (1979) tarafından zemin mekaniği alanında kullanımı amacıyla önerilen sayısal modelleme yöntemlerinden biridir. Taneli malzemelerin hareketlerinin belirlenmesi amacıyla ortaya çıkan bu modelleme yönteminin; boyut küçültme, sınıflandırma, zenginleştirme, vb. konuları kapsayan cevher hazırlama alanında kullanıldığı araştırmalar ise bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak özellikle 90'lı yıllarda hız kazanmıştır. Cevher hazırlamada pek çok ekipmanın ve birim işlemin modellenmesinde bu yöntem kullanılabilir.

Özellikle bilyalı değirmenlerde bilya hareketinin 2 ve 3 boyutta incelenmesi, değirmenin harcadığı gücün hesaplanması ve astarlarda meydana gelen aşınmanın incelenmesine yönelik oldukça çok sayıda çalışma bulunmaktadır (Mishra ve Rajamani, 1992). Bunun yanı sıra literatürde, titreşimli değirmen (Yokoyama vd., 1996), silo (Langston vd., 1995), jig (Mishra ve Mehrotra, 2001), yörüngesel bilyalı değirmen (Mio vd., 2002), yığın (Liffman vd., 2001), Hicom değirmen (Nesbit ve Moys, 1998), tambur (Yang vd., 2003), akışkan yatak (Gera vd., 1998), yüksek alan şiddetli rulo tipi manyetik ayırıcı (Orhan, 2008), kırıcılar (Delaney vd., 2015), diğer değirmen çeşitleri (Sinnott vd., 2011) vb. gibi çeşitli ekipmanlarda tane veya bilya hareketlerinin ayrık elemanlar yöntemi kullanılarak incelendiği çalışmalar bulunmaktadır.

Eleme işlemi, büyük oranda taneli yapılardan oluştuğu için AEY'e oldukça uygundur. AEY eleme prosesinin daha iyi anlaşılmasını sağlayarak, model parametrelerinin uygunluğu doğrulandı-

tan sonra, geniş çaplı deneysel araştırma gerekmeden ekipman ve işlem parametrelerinin optimizasyonunun yapılmasına imkan sağlamaktadır.

Eleklerin AEY kullanılarak modellenmesi konusunda dünya literatüründe çalışmalara rastlanmaktadır. Zhao vd., (2011) dairesel titreşimli eleklerin titreşim genliği, atım indeksi ve elek eğiminin elde edilen ürünler ve eleme verimi üzerine etkilerini incelemiştir. Alkhaldi vd., (2008) ve Tung vd., (2011) AEY yöntemini kullanarak tel örgülü elek yüzeylerinin etkisini incelemiştir. Daha sonraki araştırmalarda elek titreşiminin de etkisinin incelendiği (Aghlmandi Harzanagh vd., 2018), muz eleklerin (Liu vd., 2013; Cleary vd., 2009) ve diğer elek tiplerinin modellendiği çalışmalar bulunmaktadır (Xiao ve Tong, 2012). Bunların yanı sıra, tane sıvı etkileşiminden yararlanılarak diğer sayısal modellerle AEY birleştirilerek yaş eleme ile ilgili çalışmalar yapılmıştır (Fernandez vd., 2011).

Eleme işleminin AEY kullanılarak incelendiği çalışmalar bulunmakla birlikte, simülasyon sonucu elde edilen sonuçların deneysel verilerle karşılaştırıldığı çalışmaların oldukça sınırlı sayıda olması sebebiyle, çalışmaların çoğunluğunda simülasyon sonuçlarının gerçeğe uygunluğundan emin olunamamakta ve elde edilen sonuçların fiili durumu ne ölçüde yansıttığı şüpheli hale gelmektedir.

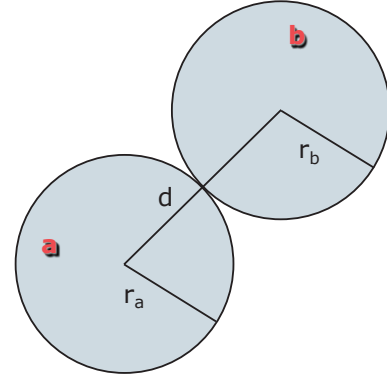
Bu çalışma kapsamında, endüstriyel eleme işlemi AEY model yapısı kullanılarak modellenmekte, çeşitli tasarım ve işlem değişkenlerinin etkileri incelenmekte ve elde edilen simülasyon sonuçları, pilot ölçekli bir elekten elde edilen veriler ile karşılaştırılarak, simülasyon sonuçlarının doğruluğu sınanmaktadır. Gerçekleştirilen çalışmaların ayrıntıları Orhan (2018) tarafından verilmektedir.

## 1. AYRIK ELEMANLAR YÖNTEMİ (AEY)

### 1.1. AEY Model Yapısı

Ayrık elemanlar yöntemi, tane hareketinin tahmin edilmesi amacıyla, zamana bağlı olarak yer değiştiren tanelerin üzerine etkiyen kuvvetleri ve hareketlerini belirlemek için kullanılan nümerik bir model ailesidir. Bunun için ilk olarak sistemde bulunan tanelerin arasındaki uzaklıklar hesaplanarak temas halindeki taneler belirlenmektedir. Üç boyutlu uzayda (3D)  $r_a$  ve  $r_b$  yarıçaplarına sahip

iki küresel tanenin (Şekil 1) temas etmesi Eşitlik 1'de verilen koşulun sağlanması ile mümkündür.



Şekil 1. Tanelerin temas denetimi

$$r_a + r_b > d_{ab} \quad (1)$$

Üç boyutlu uzayda iki tanenin merkezleri arasındaki uzaklık ise;

$$d_{ab} = \sqrt{(x_{b,1} - x_{a,1})^2 + (x_{b,2} - x_{a,2})^2 + (x_{b,3} - x_{a,3})^2} \quad (2)$$

ile hesaplanmaktadır. Eşitlik 2'de,  $d_{ab}$  tanelerin merkezleri arasındaki uzaklığı, ise tanelerin merkezlerinin kartezyen koordinat sistemindeki konumunu göstermektedir. Daha sonra, tanelerin üzerine etkiyen normal ve teğetsel yöndeki kuvvetler hesaplanmaktadır.

Normal yönde yay ve tampon mekanizmalarından kaynaklanan kuvvet;

$$F_n = -k_n \Delta x + C_n v_n + m_n \frac{d^2 x_n}{dt^2} \quad (3)$$

ile hesaplanır. Burada  $k_n$  normal yöndeki katılık değeri (N/m) ve  $\Delta x [= d_{ab} - (r_a + r_b)]$  temas mesafesidir (m). Eşitlik 3'te verilen  $k_n \Delta x$  ifadesi yay mekanizmasını temsil etmekte ve çarpışmanın elastik bileşenini oluşturmaktadır.  $C_n v_n$  ifadesi ise tampon mekanizmasını temsil etmekte ve çarpışma sırasında enerjinin absorbe edildiği viskoz bileşeni oluşturmaktadır. Eşitlik 4'te,  $C_n$  tampon katsayısıdır (Ting ve Corkum, 1992).

$$C_n = -2 \ln \varepsilon \sqrt{\frac{m_{ab} k_n}{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} \quad (4)$$

$$m_{ab} = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b} \quad (5)$$

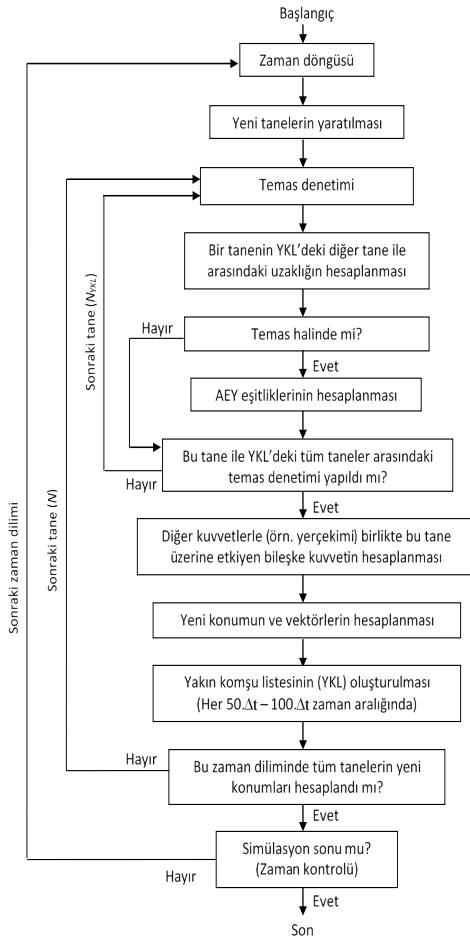
Eşitlik 5'te,  $m_{ab}$  indirgenmiş kütle (kg) ve  $\varepsilon$  geri sıçrama katsayısı (restitution coefficient) olup çarpışma sonrası ve öncesi görece hızların oranı şeklinde tanımlanmaktadır (Kuwabara ve Kono, 1987).

Teğet yöndeki kuvvet ise Eşitlik 6'daki gibi hesaplanmaktadır (P.W. Cleary, 1998);

$$F_s = \min \left\{ k_s \int v_s dt + C_s v_s \right\} / \mu F_n \quad (6)$$

Tane üzerine etkiyen AEY mekanizmalarından kaynaklanan bileşke kuvvetlerin hesaplanmasından sonra Newton'un ikinci yasasından sırasıyla yeni ivme ( $\ddot{x}$ ), hız ( $\dot{x}$ ), yer değiştirme ( $x$ ), moment ( $M$ ), açılma hız ( $\dot{\theta}$ ) ve açılma yer değiştirme ( $\theta$ ) değerleri hesaplanmaktadır.

AEY'in bir sistemdeki kullanımı Şekil 2'de verilen genel adımları kapsamaktadır (Balevičius vd., 2006).



Şekil 2. Tipik bir AEY simülasyonu algoritması (Orhan, 2008)

## 1.2. AEY Yazılımları

AEY yazılımları, genel olarak, ticari yazılımlar ve ücretsiz yazılımlar olarak iki grupta değerlendirilebilmektedir. Ticari yazılımların alınması veya kiralanması yüksek maliyetler gerektirmesinin yanı sıra, kullanıcının kaynak koduna erişememesi, model yapılarında değişiklikler yapılamaması, vb. sebeplerle yeterli esnekliğe sahip olamamaktadır. Ancak bu uygulamaların çoğunluğu kolay kullanıma sahip, AEY model yapısı hakkında ayrıntılı bilgi ve tecrübe gerektirmeyen ve genellikle Windows tabanlı yazılımlardır. Ücretsiz yazılımlar ise, genelde serbest ve ücretsiz bir şekilde ulaşılabilen ve çoğunlukla Linux tabanlı işletim sistemlerinde çalışan uygulamalardır. Her ne kadar, bu yazılımlarla çalışmak ticari yazılımlar kadar kolay olmasa da, açık kaynak kodlu olmaları ve kullanıcının model yapılarında arzu ettiği değişiklikleri yapabilmesi, açık kaynak kodlu uygulamaları cazip hale getirmektedir.

Bu çalışma kapsamında, LIGGGHTS (LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulations) yazılımının 3.6.0 ve 3.7.0 versiyonları kullanılmıştır. LIGGGHTS, taneli sistemlerin simülasyonu için geliştirilen açık kaynak kodlu bir yazılımdır (Goniva vd., 2012). LIGGGHTS; sıvı, katı veya gaz halindeki atom ve moleküllerin hareketlerinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen LAMMPS (Large Atomic and Molecular Massively Parallel Simulator) yazılımı temel alınarak geliştirilmiştir. LAMMPS başlangıçta ABD Enerji Bakanlığı'nın (DOE) CRADA (Kooperatif Araştırma ve Geliştirme Anlaşması) kapsamında iki DOE laboratuvarı ve 3 kuruluşun ortak çalışması sonucunda geliştirilmiş ve daha sonra Sandia National Labs tarafından geliştirilmeye devam edilmiştir (LAMMPS, 2017).

## 2. YÖNTEM

### 2.1. Ayrık Elemanlar Yöntemi Model Yapısının Geliştirilmesi

Eleme işlemi, cevher hazırlama tesislerinde, bir malzemeden, çeşitli amaçlarla belirli bir boyuttan ince ya da iri malzemelerin ayrılması amacını gütmektedir. Eleklerin, üç boyutta hassas olarak ifade edilebilen bir geometriye sahip olması ve besleme malzemesini oluşturan tanelerin elek üze-

rinde çoğunlukla temel fiziksel prensiplerle (Newton'un hareket kanunları) hareket ediyor olması, eleme işleminin ayırık elemanlar yöntemi (AEY) ile modellenebilmesini mümkün kılmaktadır.

Eleme işleminin AEY ile modellenmesi ve elde edilecek ürünlerin özelliklerinin belirlenmesini hedefleyen bu çalışma kapsamında, LIGGGHTS yazılımı kullanılmıştır.

Bu çalışma kapsamında LIGGGHTS yazılımı hem Windows hem de Linux işletim sistemlerine uygun şekilde derlenmiştir. LIGGGHTS yazılımının kendi veri tabanında barındırdığı farklı fiziksel modeller ve çarpışma modellerini bir simülasyon kapsamında kullanabilmek için, LIGGGHTS'a özel bir kod dili ile model ve simülasyon parametrelerinin tanımlanması gerekmektedir. Bir simülasyonu uygulamak için aşağıda özetlenen bilgilerin belirtilmesi gerekmektedir.

- Yaratılan tanelerin şeklinin belirlenmesi
- İşlemci sayısının belirlenmesi
- Birim sisteminin belirlenmesi (SI, cgs, vb.)
- Simülasyonun gerçekleştiği üç boyutlu hacmin belirlenmesi
- Tanelerin fiziksel özelliklerinin belirlenmesi (Elastisite modülü, Poisson oranı, sürtünme katsayısı, yoğunluk vb.)
- Çarpışma modelinin seçilmesi
- Temas denetiminin zaman aralığının belirlenmesi
- Duvarları oluşturan üç boyutlu çizim dosyasının belirlenmesi
- Üç boyutlu çizimin hareket şeklinin belirlenmesi
- Yaratılan tanelerin, çapı ve tane boyu dağılımının belirlenmesi
- Tanelerin yaratıldığı bölgenin belirlenmesi
- Tanelerin akış hızının belirlenmesi
- Simülasyon süresince oluşturulması istenilen verilerin belirlenmesi (tanelerin konumu, hızı, çapı vb.).
- Verilerin hangi zaman sıklığında yazılmasının belirlenmesi
- Simülasyon süresinin belirlenmesi

Bu bilgiler, LIGGGHTS'ın öngördüğü şekilde metin bazlı olarak, kendi özel yazım dili ile tanımlanmasını takiben simülasyon başlatılır.

Bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen simülasyonlarda, LIGGGHTS'ta bulunan ve gerçeğe daha yakın sonuçlar vermesi sebebiyle önerilen (Zhang ve Whiten, 1996) oldukça gerçekçi simülasyonların yapılmasını sağlayan bir temas modeli olan, Hertz modeli kullanılmıştır (Eşitlik 7).

$$F = (K_n \delta n_{ij} - \gamma_n V n_{ij}) + (K_t \delta t_{ij} - \gamma_t V t_{ij}) \quad (7)$$

Burada;

$\delta n$  : tanelerin normal yönde örtüşme mesafesi

$\delta t$  : tanelerin teğet yönde örtüşme mesafesi

$K_n$  : normal yönde elastik katılık sabiti

$K_t$  : teğet yönde elastik katılık sabiti

$\gamma_n$  : normal yönde viskoelastik tampon katsayısı

$\gamma_t$  : teğet yönde viskoelastik tampon katsayısı

$\gamma_t$  : iki tanenin görece hızının normal yöndeki bileşeni

$Vt$  : iki tanenin görece hızının teğet yöndeki bileşeni

$K_n, K_t, \gamma_n$  ve  $\gamma_t$  katsayıları malzeme özelliklerine göre aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Eşitlik 8-18).

$$K_n = \frac{4}{3} Y^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad (8)$$

$$\gamma_n = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} \geq 0 \quad (9)$$

$$K_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad (10)$$

$$\gamma_t = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^*} \geq 0 \quad (11)$$

$$S_n = 2Y^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad (12)$$

$$S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad (13)$$

$$\beta = \frac{\ln(\varepsilon)}{\sqrt{\ln^2(\varepsilon) + \pi^2}} \quad (14)$$

$$\frac{1}{Y^*} = \frac{(1 - v_1^2)}{Y_1} + \frac{(1 - v_2^2)}{Y_2} \quad (15)$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 - \bar{v}_1)(1 + \bar{v}_1)}{Y_1} + \frac{2(2 - \bar{v}_2)(1 + \bar{v}_2)}{Y_2} \quad (16)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (17)$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad (18)$$

Burada,

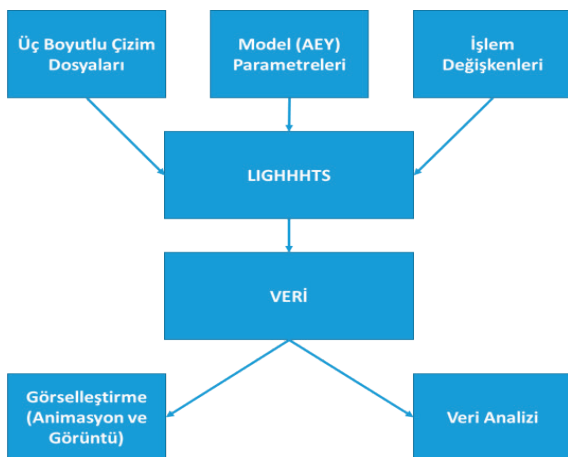
$Y^*$  : Young modülü

$G^*$  : makaslama modülü

$\nu$  : Poisson oranı

$\varepsilon$  : geri sıçrama katsayısı

LIGGGHTS, her bir simülasyon zaman aralığında her bir tanenin yarıçapı, konumu, hızı, ivmesi, açısal hızı, vb. verileri üretmektedir. Bu çalışma kapsamında, eleme işlemi için gerçekleştirilen simülasyonlarda üretilen verilerin ve veri dosyalarının değerlendirilmesi gerekmektedir. Örneğin, 10 saniyelik bir simülasyon işleminin  $10^{-5}$  saniye mertebesinde simülasyon zaman aralığında yapılması ve her 100 adımda veri dosyasının oluşturulması durumunda 10.000 adet veri dosyasının değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu değerlendirme sırasında, her bir tanenin eleğin hangi ürününe (elek-altı veya elek-üstü akışa) gittiğinin belirlenmesi, elek üzerinde durma zamanının hesaplanması ve elek ürünlerinin tane boyu dağılımlarının belirlenmesi amacıyla bu veri dosyalarının taranması gereklidir. Bu amaçla MS Visual Studio proğrı kullanılarak ek bir proğrı yazılmıştır. Bu sayede, simülasyon sonuç dosyalarından yukarıdaki veriler elde edilebilmektedir (Şekil 3).



Şekil 3. LIGGGHTS ile yapılan bir simülasyonun girdi ve çıktı verileri

## 2.2. Üç Boyutlu Elek Modellerinin Hazırlanması

Herhangi bir AEY simülatöründe olduğu gibi, LIGGGHTS'ta da simülasyonların gerçekleştirilmesi için, üç boyutlu çizimlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu aşamada, herhangi bir CAD çizim yazılımı kullanılarak öncelikle belirlenen ölçülere sahip eleğin çiziminin yapılması ve daha sonra bu çizimin STL (Stereo-Lithography) dosyası olarak LIGGGHTS yazılımına tanıtılması gerekmektedir.

Bu şekilde, farklı tasarım değişkenlerine (elek boyutları, elek açıklığı, elek eğimi, vb.) sahip olacak şekilde elek çizimleri gerçekleştirilmiştir. Hedeflenen çizimin ağ (mesh) yapısı, sistemin tüm ayrıntılarını içermelidir. Bununla beraber ağ yapısındaki hücre sayısının mümkün olduğu kadar düşük olması, simülasyon süresi açısından önem taşımaktadır. Çünkü simülatör, tanelerin birbiri ile çarpışmasının yanı sıra, tanelerin ve elek yüzeyinin çarpışmasını da kontrol etmekte ve gereğinden fazla hücre sayısı simülasyonun tamamlanması için gereken süreyi oldukça uzatabilmektedir.

AEY ile gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarının gerçeğe uygunluğunun sınanabilmesi amacıyla gerçekleştirilen laboratuvar çalışmalarında, Hacettepe Üniversitesi Maden Mühendisliği Laboratuvarları'nda bulunan 90×30 cm boyutlarında pilot ölçekli elek kullanılmıştır. AEY simülasyonlarında da bu eleğin birebir eşdeğerinin üç boyutlu çizimleri hazırlanmıştır. Farklı elek açıklıklarında doğrulama deneylerinin gerçekleştirilmesi amacıyla farklı açıklıklara sahip poliüretan elek yüzeyleri Panel A.Ş.'den temin edilmiştir.

Pilot eleğin mevcut besleme sistemi, bir bunker ve bir titreşimli besleyiciden oluşmaktadır ve saatte 20 tona kadar kuru besleme sağlayabilmektedir. Şekil 4'te pilot ölçekli elek ve besleme sistemi verilmektedir. Şekil 5'te ise bu pilot eleğin ölçülerinde hazırlanan üç boyutlu çizim gösterilmektedir.

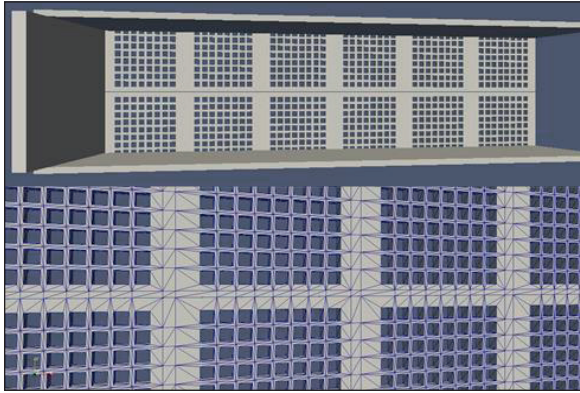
## 2.3. Simülasyon Koşullarının Belirlenmesi ve Sonuçların Değerlendirilmesi

Üç boyutlu elek tasarımlarının hazırlanmasını takiben, simülasyonlarda kullanılacak malzeme özelliklerinin ve model parametrelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda belirlenen tane şekli, boyut dağılımı, tanelerin fiziksel özellikleri (yoğunluk, sürtünme katsayısı vd.), zaman

aralığı, eleğin titreşim şekli vb. bilgiler Çizelge 1’de verilmektedir. Gerçekleştirilen simülasyonlarda taneler arasında mevcut olabilecek kohezyon ihmal edilmiştir.



Şekil 4. Pilot ölçekli elek ve besleme sistemi



Şekil 5. Pilot ölçekli eleğin üç boyutlu çizimi (üst), elek yüzeyindeki ağ (mesh) yapısı (alt)

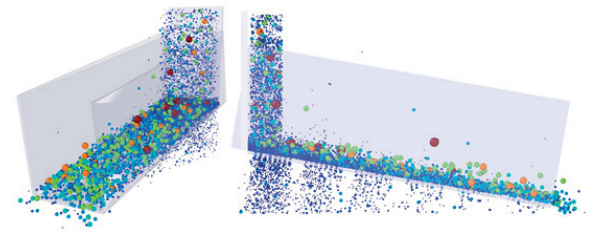
Bir simülasyon, tanelerin besleyicide yaratılması ve eleğe beslenmesi ile başlamaktadır. Elek yüzeyine ulaşan taneler ya elek yüzeyini geçerek elek-altı ürüne ya da elek boyunca ilerleyerek elek-üstü ürüne gitmektedir. Tanelerin hareket verilerinin değerlendirilmesi için sistemin dengeye gelmesi önem taşımaktadır. Denge durumunda, sisteme beslenen tanelerin sayısı ve kütlesi, sistemden çıkan tanelerin (alt akımdan çıkan taneler + üst akımdan çıkan taneler) sayısı ve kütlesine eşit olmalıdır.

Simülasyonlar sonucunda sağlanan veriler, simülasyonun her zaman adımında her tanenin konu-

mu, hızı, açılma hızı, vb. büyük miktarda verinin elde edilmesini sağlar ve bu veriler uygun yazılımlar vasıtasıyla görselleştirilebilmektedir. Bu çalışma kapsamında, bu amaçla OVITO ve PARAVIEW yazılımları kullanılmıştır. Bu yazılımlar, ayrık elemanlar yöntemi, hesaplamalı akışkanlar dinamiği, vb. yöntemlerle gerçekleştirilen simülasyonlardan elde edilen verilerin değerlendirilmesi amacıyla kullanılabilir. Şekil 6’da, gerçekleştirilen simülasyonların sonucunda üretilen bir animasyonun görüntüsü verilmektedir.

Çizelge 1. Simülasyonlarda kullanılan ortak veriler

Besleme yüksekliği (mm)	275
Titreşim tipi	Doğrusal
Elek açıklığı (mm)	10,5 ve 13,0
Elek yüzeyinin boyutları (mm)	300×900
Tanelerin yoğunluğu (kg/m <sup>3</sup> )	2700
Tanelerin şekli	Küresel ve küresel olmayan
Elastisite modülü (N/m <sup>2</sup> )	5×10 <sup>7</sup>
Poisson oranı	0,45
Geri sıçrama katsayısı	0,3
Sürtünme katsayısı	0,5
Sürtünme katsayısı (yuvarlanma)	0,01
Zaman aralığı (s)	5×10 <sup>-6</sup>
Simülasyon süresi (s)	25-35 s aralığında



Şekil 6. Simülasyon sonucu üretilen bir animasyon

AEY ile gerçekleştirilen simülasyonlar sonucunda üretilen zamansal verilerden elek-altı ve elek-üstüne giden ürünlerin tane boyu dağılımları ve konumlarına ait verilerin üretilmesi için MS Visual Studio yazılımı kullanılarak bir progr kodu hazırlanmıştır. Bu progr sayesinde, simülasyonda üretilen veriler kullanarak sistemin kararlı duruma gelip gelmediği, bir tanenin alt akıma mı yoksa üst

akıma mı gittiği, alt akım ve üst akımlarının tane boyu dağılımları ve her bir tanenin elek üzerinde kalma süresi gibi ayrıntılı bilgiler elde edilmektedir.

Elde edilen bu veriler değerlendirilirken, eleme işleminin genel verimliliği Eşitlik 19 kullanılarak hesaplanmıştır.

$$E = \frac{c - f}{c(1 - f)} \quad (19)$$

Burada,  $f$ , beslemede bulunan kesme boyundan iri malzeme miktarını, ve  $c$ , üst akımda bulunan kesme boyundan iri malzeme miktarını göstermektedir. Ayrıca, fraksiyonel bazda eleme işleminin değerlendirilmesi amacıyla, her koşul için partiyon eğrileri oluşturulmuştur. Partiyon katsayısı, beslemedeki belirli bir boyuttaki tanelerin üst akıma giden kısmının yüzdesi olarak belirlenir ve partiyon eğrisi eleğin kesme boyunun yanı sıra eleme işleminin verimliliğini de göstermektedir.

Buna ek olarak, alt akıma geçen tanelerin elek yüzeyinde ortalama kalma süreleri (OKS) de hesaplanmıştır.

Simülasyon çalışmalarının ilk aşamasında, küresel tanelerle simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. (Şekil 6). Küresel taneler, simülasyon süresi açısından oldukça önemli avantajlar sağlamaktadır. İlerleyen aşamalarda ise, küresel olmayan taneler ile simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Eleme işleminde iri ve ince tanelerin ayırımında önemli parametrelerden birinin tane şekli olduğu düşünüldüğünde, bu simülasyonlar sayesinde, hem eleme işleminin daha gerçekçi bir simülasyonunun yapılması, hem de küresel ve şekilsiz tanelerin simülasyon sonuçlarının karşılaştırılması mümkün olmuştur. Elde edilen sonuçlar, literatürde rastlanılan ve küresel tanelerin kullanıldığı simülasyon sonuçlarının doğruluğu hakkında da fikir edinilmesini sağlamaktadır.

### 3. Simülasyonların Doğrulanması

Çeşitli tasarım ve işlem değişkenlerinin eleme performansındaki etkilerini simülasyon yardımıyla incelemeye önce, simülatörün tahmin gücünün sınanması amacıyla pilot ölçekli eğimli titreşimli bir elek (Şekil 4) kullanılarak testler ya-

pılmıştır. 10° yüzey eğimine sahip olan bu eleğin yüzey boyutları (en x boy) 30×90 cm'dir. Farklı elek yüzeyleri kullanımına uygun olan bu elekte 10,5 ve 13mm (kare) açıklıklara sahip olan poliüretan elek yüzeyleri kullanılmıştır. Doğrusal titreşim şekline sahip olan bu eleğin titreşim genliği, titreşim frekansı ve titreşim yönü (yatay yöne göre) sırayla 5mm, 25Hz ve 110° olarak ölçülmüştür. Bu elekte titreşim özelliklerinden sadece titreşim frekansının kontrol edilmesi mümkün olmaktadır. Eleğin güç girişine eklenen frekans dönüştürücü sayesinde titreşim frekansının 0 ve 25 Hz aralığında değiştirilmesi mümkün olmaktadır.

Eleğin besleme sisteminde kullanılan titreşimli besleyicinin akış hızı kontrolü mümkün olduğundan dolayı eleme işleminin farklı tonajlarla yapılması mümkün olmaktadır (maksimum 20 t/saat). Deneysel çalışmalar için bir agrega ocağından -30mm agrega ürünü tedarik edilmiş ve bütün numune elenerek 8 farklı boyut fraksiyonuna (+22,6, -22,6+19, -19+13, -13+11,2, -11,2+8, -8+5,6, -5,6+4, -4+2mm) ayrılmıştır. Elde edilen fraksiyonların orantılı karıştırılması sonucunda istenilen tane boyu dağılımına sahip olan yeterli besleme elde edilmiştir. Bu sayede simülasyonlarda kullanılan aynı tane boyu dağılımına sahip malzeme oluşturulmuş ve simülasyon sonuçları ile karşılaştırılabilmesi amacıyla pilot ölçekli testler yapılmıştır.

Doğrulama çalışmalarını gerçekleştirmek amacıyla kontrol edilebilen parametrelerin (besleme akış hızı, elek açıklığı boyu ve titreşim frekansı) farklı değerlerinde deneyler yapılmıştır. Deneylerde kullanılan bütün parametreler ve malzeme özellikleri birebir kullanılarak her pilot teste eşdeğer olan simülasyonlar gerçekleştirilerek, elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

#### 3.1. Besleme Akış Hızı

Simülasyonların tahmin gücünü incelemek amacıyla pilot ölçekli elekte farklı besleme akış hızlarına sahip deneyler gerçekleştirilmiştir. Voltaj regülatörü sayesinde titreşimli besleyicinin besleme hızı değiştirilebilmektedir. Çizelge 2, deneylerde kullanılan besleme akış hızlarını göstermektedir.



Çizelge 2. Doğrulama deneylerinde kullanılan besleme akış hızları

	Deney 1	Deney 2	Deney 3	Deney 4
Besleme akış hızı (ton/saat)	0,24	3,99	5,33	8,96

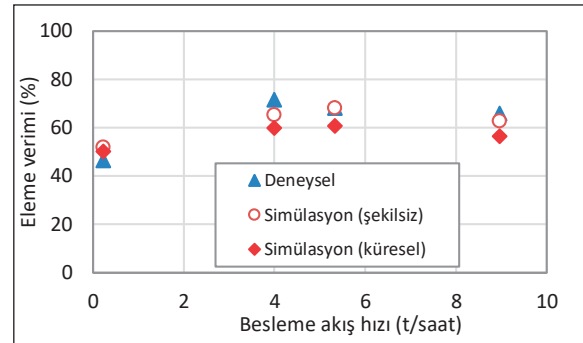
Sistem dengeye geldikten sonra, aynı zamanda alt ve üst akımlardan numuneler alınarak, alınan numunelerin ağırlıkları kaydedildikten sonra bu ürünlerin tane boyu dağılımları belirlenmiştir. Numune alma işleminin süre tutularak yapılması sayesinde ürün akışlarının akış hızları hesaplanmıştır. Elde edilen veriler kullanılarak geri hesaplanmış beslemenin tonajı ve tane boyu dağılımı, eleme işleminin verimliliği ve partiyon katsayıları hesaplanmıştır.

Deneylerde kullanılan besleme akış hızı, besleme tane boyu dağılımı, malzeme özellikleri, titreşim özellikleri, elek yüzeyi boyutları ve eğimi ve elek açıklığı gibi parametrelerin değerleri birebir olarak simülasyon koduna girilerek simülasyonlar gerçekleştirilmiştir.

Farklı tane şekillerinin (küresel ya da küresel olmayan) simülasyon sonuçlarının gerçeğe yakınlığını ne ölçüde etkilediğini belirlemek amacıyla, simülasyonlar hem küresel tanelerle hem de şekilsiz (12 ve 5 küreden oluşan küresel olmayan tane şablonları, "küre kümeleri") tanelerle gerçekleştirilmiştir. Şekil 7'da pilot testler ve simülasyonlar sonucunda elde edilen verilerle hesaplanan eleme verimleri sunulmaktadır.

Şekil 7'ye göre, pilot eleklerle gerçekleştirilen deneylerin eleme verimleri küresel ve şekilsiz tanelerle yapılan simülasyonların sonuçlarına oldukça yakındır. Tüm sonuçlar benzer bir eğilim göstermektedir. Verimlilik en düşük besleme hızında (0,24 t/saat) en düşük değere sahiptir. Pilot test sırasında da, bu besleme hızında bir yatak oluşumunun elde edilemediği gözlenmiştir. Ancak besleme hızının artışıyla eleme verimliliği de artmakta ve yaklaşık 4 t/saat'lik besleme hızında bir tepe değerine ulaşmaktadır. Daha yüksek besleme akış hızlarında eleme verimliliği azalmaktadır. Öte yandan, şekilsiz tanelerle yapılan simülasyon sonuçlarının, pilot ölçekli eleme sonuçlarına çok daha yakın olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu durum,

şekilsiz tanelerin AEY simülasyonlarında kullanımının daha başarılı tahminler sağladığını ortaya koymaktadır.



Şekil 7. Çeşitli besleme akış hızlarında gerçekleştirilen pilot test ve simülasyonların eleme verimlilikleri

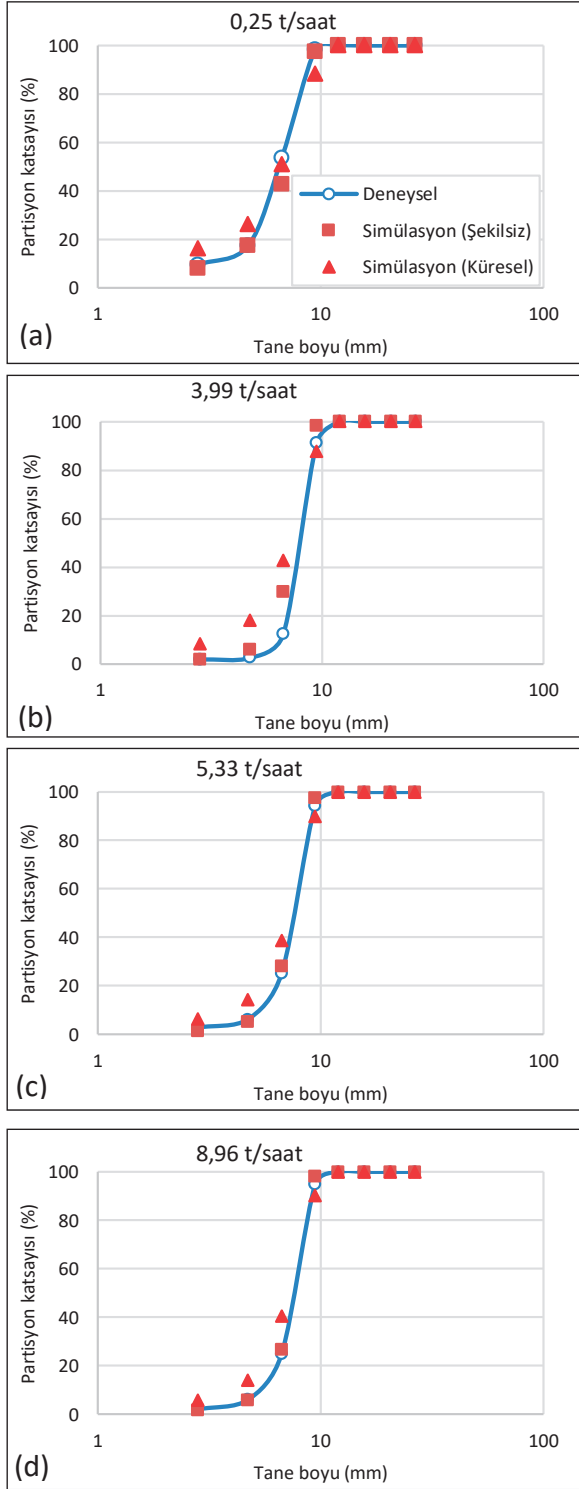
Deneylerde gözlemlendiği üzere, en düşük besleme hızında (0,24 ton/saat) elek yüzeyinde herhangi bir malzeme yatağı oluşmamaktadır. Besleme hızının artışıyla birlikte elek yüzeyinde oluşan malzeme yatağının kalınlığı artmaktadır. Bu durum, tanelerin elek yüzeyi boyunca taşınmasını ve ayrılmasını sağlayan optimum yatak kalınlığının önemini göstermektedir. Simülasyon sonuçlarının da aynı eğilimi takip etmesi, AEY simülasyonun, eleme işlemi ile ilişkili dinamik süreçleri hassas olarak belirleyebildiğini ortaya koymaktadır.

Şekil 8, farklı besleme hızlarında yapılan pilot test ve simülasyonların performans eğrilerini göstermektedir. Verimlilik eğrilerine benzer bir şekilde, partiyon eğrilerinde de, pilot test ve simülasyonların sonuçları arasında oldukça yüksek bir uyum gözlenmektedir. Ayrıca şekilsiz tanelerle yapılan simülasyonların performans eğrilerinin de pilot test sonuçlarına daha yakın olduğu görülmektedir.

### 3.2. Elek Açıklığı

AEY ile geliştirilen modelin tahmin gücünün sınanması amacıyla 10,5 ve 13mm açıklıklarına sahip olan elek yüzeyleri ile pilot testler gerçekleştirilmiştir. Besleme akış hızı, besleme tane boyu dağılımı ve diğer parametreler bu deneylerde sabit tutularak yapılan pilot testlerde, sistem dengeye geldikten sonra alt ve üst akımlardan numuneler alınmıştır. Bu numunelerin tane boyu

dağılımları belirlenerek, besleme tane boyu dağılımı, elek verimliliği ve partiyon katsayısı verileri hesaplanmıştır.

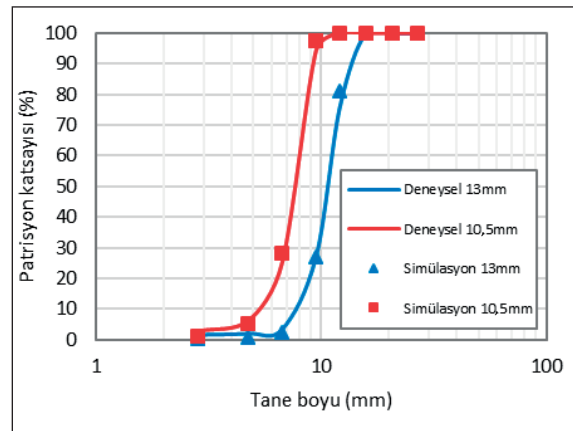


Şekil 8. Çeşitli besleme hızlarında yapılan pilot testler ve simülasyonların partiyon eğrileri

Deneylerde kullanılan koşullar bire bir olarak AEY modeline girilerek simülasyonlar yapılmıştır. Bu simülasyonlarda da, pilot testlere benzer şekilde, besleme tane boyu dağılımı, elek verimliliği ve partiyon katsayıları hesaplanmıştır. Simülasyonların gerçeklik payını artırmak amacıyla şekilsiz taneler (küre-kümelere) kullanılmıştır.

Elek açıklığının 10,5mm'den 13mm'ye artmasıyla, pilot test sonuçlarına göre eleme verimliliği %68,13'ten %80,50'ye yükselmektedir. Simülasyon sonuçlarında ise, eleme verimliliği sırasıyla %67,11 ve %78,38 olarak belirlenmiştir.

Farklı elek açıklıklarında yapılan pilot test ve simülasyonların partiyon eğrileri Şekil 9'da verilmektedir. Görüleceği üzere, pilot test ve simülasyon sonuçlarından hesaplanan partiyon katsayıları arasında çok iyi bir uyum ortaya çıkmaktadır.



Şekil 9. Farklı elek açıklıklarında yapılan deneyler ve simülasyonların partiyon eğrileri

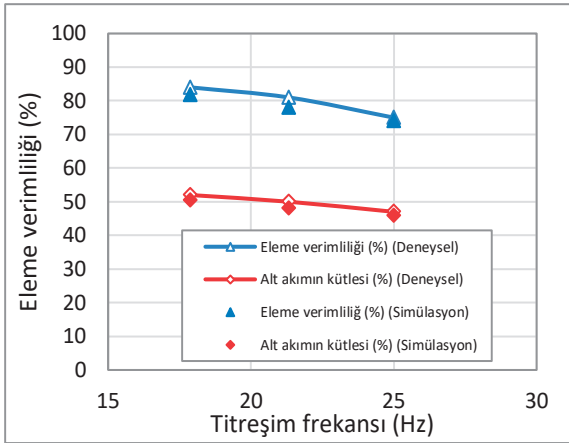
Elek açıklığının artışıyla beklendiği üzere kesme boyu ( $d_{50}$ ) da artmakta ve partiyon eğrisi sağ tarafa kaymaktadır. Yapılan pilot testlerde 10,5mm'lik eleğin kesme boyu 7,65mm ve 13mm'lik eleğin kesme boyu 10,70mm olarak hesaplanmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre, 10,5 ve 13mm'lik eleklerin kesme boyları sırasıyla 7,5 ve 10,30mm olarak hesaplanmıştır.

### 3.3. Titreşim Frekansı

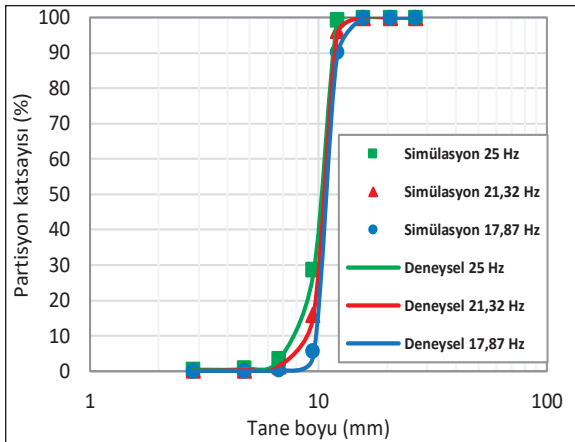
AEY temel alınarak yapılan simülasyonların tahmin gücünün sınanması amacıyla, bir frekans dönüştürücüsü kullanarak 17,87, 21,32 ve 25Hz

titreşim frekanslarında pilot ölçekli testler gerçekleştirilmiştir. Tane boyu dağılımı, besleme akış hızı ve elek açıklığı (13mm), vb. değişkenler sabit tutularak yapılan pilot testlerin ardından, aynı koşullarda simülasyonlar yapılarak pilot ölçekli testler ile simülasyon sonuçları arasındaki uyum incelenmiştir.

Deneysel çalışmalar ve simülasyonların sonucunda elde edilen bilgilere göre, hem pilot ölçekli deneylerde hem de simülasyonlarda, titreşim frekansının artmasıyla elek verimliliği ve alt akımın kütlesi azaldığı belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar pilot testler ve simülasyon sonuçlarının birbirine oldukça yakın olduğunu göstermektedir (Şekil 10).



Şekil 10. Çeşitli titreşim frekanslarında pilot ölçekli testler ve simülasyonlar için hesaplanan eleme verimliliği ve alt akım kütlesi



Şekil 11. Pilot testler ve simülasyonların çeşitli titreşim frekanslarındaki partiyon eğrileri

Şekil 11, deneysel testler ve simülasyonların çeşitli titreşim frekanslarındaki partiyon eğrilerini göstermektedir. Şekil 10'da görüleceği üzere, titreşim frekansının artmasıyla birlikte partiyon eğrilerinin keskinliğinin hem deneysel hem de simülasyon sonuçlarında azaldığı belirlenmiştir. Ayrıca pilot ölçekli ve simülasyon sonuçları arasında oldukça yüksek bir uyum bulunmaktadır.

Çeşitli besleme akış hızı, elek açıklığı ve titreşim frekanslarında yapılan pilot ölçekli doğrulama deneylerin sonucu, AEY'in gerçek eleme işlemini yüksek doğrulukla tahmin edebildiğini göstermektedir. Küresel tanelerle yapılan simülasyon sonuçları gerçek eleme sonuçlarına yakın olmakla birlikte, küresel olmayan tanelerle yapılan simülasyon sonuçlarının gerçek eleme işlemi sonuçlarına daha da yakın olduğu görülmektedir.

## SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında sayısal bir modelleme tekniği olan ayrık elemanlar yöntemi (AEY) ile endüstriyel eleme işleminin modellemesi amacıyla pilot testler ve simülasyonlar gerçekleştirilmiştir.

Geliştirilen simülatörün geçerliliğini sınamak amacıyla yapılan pilot ölçekli testlerde, besleme akış hızı, elek açıklığı ve titreşim frekansı gibi parametrelerin etkileri, aynı koşullarda gerçekleştirilen simülasyon sonuçları ile karşılaştırıldığında, simülasyon sonuçlarının pilot test sonuçlarına yüksek uyum sergilediği belirlenmiştir. Özellikle, küresel olmayan taneler ile gerçekleştirilen simülasyon sonuçlarının, küresel tanelere kıyasla gerçeğe daha yakın sonuçlar ürettiği ortaya çıkmaktadır.

Geliştirilen bu sayısal modelleme yönteminin gerçek deneylerle gösterdiği uyumluluk, sonraki çalışmalarda sadece simülasyon yöntemi ile çeşitli tasarımsal ve işletme parametrelerinin eleme işlemindeki etkilerinin incelenmesini mümkün kılmıştır.

## TEŞEKKÜR

Yazarlar, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TUBİTAK), "Endüstriyel Elemanın Sayısal Modellemesi" (215M368) başlıklı projeye desteğinden dolayı teşekkür eder.

## KAYNAKLAR

- Aghlmandi Harzanagh, A., Orhan, E.C., Ergun, S.L., 2018. Discrete Element Modelling of Vibrating Screens. *Miner. Eng.*, 121, 107-121.
- Alkhalidi, H., Ergenzinger, C., Fleißner, F., Eberhard, P., 2008. Comparison Between Two Different Mesh Descriptions Used for Simulation of Sieving Processes. *Granular Matter.*, 10 (3), 223-229.
- Balevičius, R., Džiugys, A., Kačianauskas, R., Maknickas, A., Vislavičius, K., 2006. Investigation of Performance of Programming Approaches and Languages used for Numerical Simulation of Granular Material by the Discrete Element Method. *Computer Physics Communications*, 175 (6), 404–415.
- Cleary, P.W., 1998. Predicting Charge Motion, Power Draw, Segregation and Wear in Ball Mills Using Discrete Element Methods. *Miner. Eng.*, 11, 1061–1080.
- Cleary, P.W., Morrison, R., Morrell, S., 2003. Comparison of DEM and Experiment for a Scale Model SAG Mill. *Int. J. Miner. Process.*, 68, 129–165.
- Cleary, P.W., Sinnott, M.D., Morrison, R.D., 2009. Separation Performance of Double Deck Banana Screens - Part 1: Flow and Separation for Different Accelerations. *Miner. Eng.*, 22, 1218–1229.
- Cundall, P.A., Strack, O.D.L., 1979. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. *Géotechnique*, 29, 47–65.
- Delaney, G.W., Morrison, R.D., Sinnott, M.D., Cummins, S., Cleary, P.W., 2015. DEM Modelling of Non-Spherical Particle Breakage and Flow in an Industrial Scale Cone Crusher. *Miner. Eng.*, 74, 112–122.
- Elskamp, F., Kruggel-Emden, H., 2014. Review and Benchmarking of Process Models for Batch Screening Based on Discrete Element Simulations. *Adv. Powder Technol.*, 1–19.
- Fernandez, J.W., Cleary, P.W., Sinnott, M.D., Morrison, R.D., 2011. Using SPH One-Way Coupled to DEM to Model Wet Industrial Banana Screens. *Miner. Eng.*, 24, 741–753.
- Gera, D., Gautam, M., Tsuji, Y., Kawaguchi, T., Tanaka, T., 1998. Computer Simulation of Bubbles in Large-Particle Fluidized Beds. *Powder Technol.*, 98, 38–47.
- Goniva, C., Kloss, C., Deen, N., Kuipers, J., Pirker, S., 2012. Influence of Rolling Friction on Single Spout Fluidized Bed Simulation. *Particuology*, 10 (5), 582-591.
- Kuwabara, G., Kono, K., 1987. Restitution Coefficient in a Collision Between Two Spheres. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 26, 1230–1233.
- LAMMPS, 2017. Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator Documentation. Bağlantı adresi: <http://lammps.sandia.gov/doc/Manual.html> (erişim tarihi: 10.04.2017).
- Langston, P.A., Tüzün, U., Heyes, D.M., 1995. Discrete Element Simulation of Granular Flow in 2d and 3d Hoppers: Dependence of Discharge Rate and Wall Stress on Particle Interactions. *Chem. Eng. Sci.*, 50, 967–987.
- Liffman, K., Nguyen, M., Metcalfe, G., Cleary, P., 2001. Forces in Piles of Granular Material: An Analytic and 3D DEM Study. *Granul. Matter*, 3, 165–176.
- Liu, C., Wang, H., Zhao, Y., Zhao, L., Dong, H., 2013. DEM Simulation of Particle Flow on a Single Deck Banana Screen. *Int. J. Min. Sci. Technol.*, 23, 273–277.
- Mio, H., Kano, J., Saito, F., Kaneko, K., 2002. Effects of Rotational Direction and Rotation-to-Revolution Speed Ratio in Planetary Ball Milling. *Mater. Sci. Eng.*, 332, 75–80.
- Mishra, B.K., Mehrotra, S.P., 2001. A Jig Model Based on the Discrete Element Method and its Experimental Validation. *Int. J. Miner. Process.*, 63, 177–189.
- Mishra, B.K., Rajamani, R.K., 1992. The Discrete Element Method for the Simulation of Ball Mills. *Appl. Math. Model.*, 16, 598–604.
- Mular, A.L., Halbe, D.N., Barratt, D.J., 2002. Mineral Processing Plant Design, Practice, and Control. SME, Vancouver, British Columbia.
- Nesbit, P.Q., Moys, M.H., 1998. Load Behaviour in the Hicom Nutating Mill. *Miner. Eng.*, 11, 979–988.
- Orhan, E.C., 2008. Yüksek Alan Şiddetli Kalıncı Miknatıslı Rulo Tipi Kuru Manyetik Ayırıcıların Ayırık Elemanlar Yöntemi ile Modellenmesi. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Maden Mühendisliği Bölümü.
- Orhan, E.C., 2018. Endüstriyel Elemanın Sayısal Modellemesi. TÜBİTAK, Proje No: 215M368, Ankara.
- Sinnott, M.D., Cleary, P.W., Morrison, R.D., 2011. Is Media Shape Important for Grinding Performance in Stirred Mills?. *Miner. Eng.*, 24, 138–151.
- Ting, J.M., Corkum, B.T., 1992. Computational Laboratory for Discrete Element Geomechanics. *J. Comput. Civ. Eng.*, 6, 129–146.

Tung, K.L., Chang, T.H., Lin, Y.-F., Chyang, C.-S., 2011. DEM Simulation of a 3D Vertical Vibratory Screening Process: The Study of a Simulated Woven-Mesh Structure. *AIChE J.*, 57, 918–928.

Xiao, J., Tong, X., 2012. Particle Stratification and Penetration of a Linear Vibrating Screen by the Discrete Element Method. *Int. J. Min. Sci. Technol.*, 22, 357–362.

Yang, R.Y., Zou, R.P., Yu, A.B., 2003. Microdynamic Analysis of Particle Flow in a Horizontal Rotating Drum. *Powder Technol.*, 130, 138–146.

Yokoyama, T., Tamura, K., Usui, H., Jimbo, G., 1996. Simulation of Ball Behavior in a Vibration Mill in Relation With its Grinding Rate: Effects of Fractional Ball Filling and Liquid Viscosity. *Int. J. Miner. Process.*, 44–45, 413–424.

Zhang, D., Whiten, W. J., 1996. The Calculation of Contact Forces Between Particles Using Spring and Damping Models. *Powder Technology*, 88 (1), 59-64.

Zhao, L., Zhao, Y., Liu, C., Li, J., Dong, H., 2011. Simulation of the Screening Process on a Circularly Vibrating Screen Using 3D-DEM. *Min. Sci. Technol.*, 21, 677–680.

