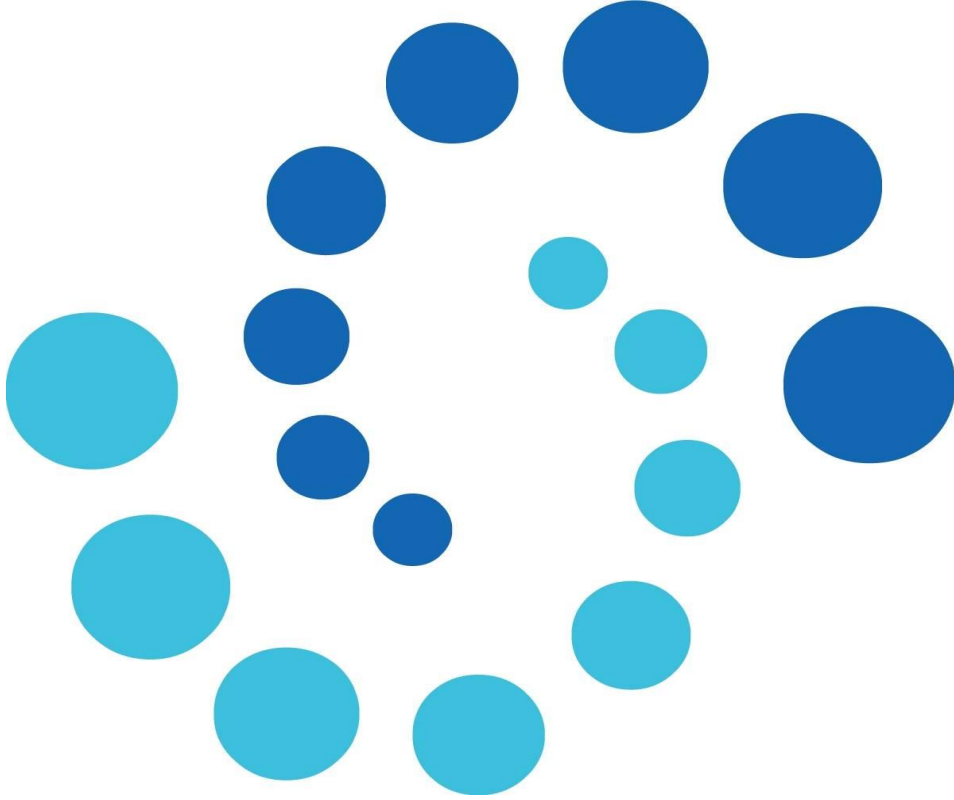




Sınrsız Eğitim ve Araştırma Dergisi



The Journal of Limitless Education and Research

Mart 2019
Cilt 4, Sayı 1

March 2019
Volume 4, Issue 1



Sınırsız Eğitim ve Araştırma Dergisi

Mart 2019, Cilt 4, Sayı 1

The Journal of Limitless Education and Research

March 2019, Volume 4, Issue1

Sahibi

Prof. Dr. Firdevs GÜNEŞ

Owner

Prof. Dr. Firdevs GÜNEŞ

Editör

Doç. Dr. Ayşe Derya IŞIK

Editor in Chief

Assoc. Prof. Dr. Ayşe Derya IŞIK

Editör Kurulu

Prof. Dr. Fatma SUSAR KIRMIZI
Doç. Dr. Burçin GÖKKURT
Doç. Dr. Gülden TÜM
Doç. Dr. Özlem BAŞ
Doç. Dr. Tanju DEVECİ
Doç. Dr. Bilge BAĞCI AYRANCI
Dr. Aysun Nüket ELÇİ
Dr. Ayşe ELİÜŞÜK BÜLBÜL
Dr. Ayşegül TURAL
Dr. Burcu ÇABUK
Dr. Çağın KAMIŞÇIOĞLU
Dr. Gülsün ŞAHAN
Dr. Menekşe ESKİCİ
Dr. Oğuzhan KURU
Dr. Serpil ÖZDEMİR
Dr. Süleyman Erkam SULAK
Dr. Yasemin BÜYÜKŞAHİN

Editorial Board

Prof. Dr. Fatma SUSAR KIRMIZI
Assoc. Prof. Dr. Burçin GÖKKURT
Assoc. Prof. Dr. Gülden TÜM
Assoc. Prof. Dr. Özlem BAŞ
Assoc. Prof. Dr. Tanju DEVECİ
Assoc. Prof. Dr. Bilge BAĞCI AYRANCI
Dr. Aysun Nüket ELÇİ
Dr. Ayşe ELİÜŞÜK BÜLBÜL
Dr. Ayşegül TURAL
Dr. Burcu ÇABUK
Dr. Çağın KAMIŞÇIOĞLU
Dr. Gülsün ŞAHAN
Dr. Menekşe ESKİCİ
Dr. Oğuzhan KURU
Dr. Serpil ÖZDEMİR
Dr. Süleyman Erkam SULAK
Dr. Yasemin BÜYÜKŞAHİN

Dil Uzmanı

Doç. Dr. Bilge BAĞCI AYRANCI
Dr. Arzu ÇEVİK
Dr. İbrahim Halil YURDAKAL
Dr. Serpil ÖZDEMİR

Philologist

Assoc. Prof. Dr. Bilge BAĞCI AYRANCI
Dr. Arzu ÇEVİK
Dr. İbrahim Halil YURDAKAL
Dr. Serpil ÖZDEMİR

Yabancı Dil Sorumlusu

Doç. Dr. Gülden TÜM
Doç. Dr. Tanju DEVECİ
Dr. İhsan Çağatay ULUS
Dr. Çağın KAMIŞÇIOĞLU

Foreign Language Specialist

Assoc. Prof. Dr. Gülden TÜM
Assoc. Prof. Dr. Tanju DEVECİ
Dr. İhsan Çağatay ULUS
Dr. Çağın KAMIŞÇIOĞLU

İletişim

Sınırsız Eğitim ve Araştırma Derneği
06590ANKARA - TÜRKİYE
e-posta: editor@sead.com.tr
sead@sead.com.tr

Contact

Limitless Education and Research Association
06590 ANKARA - TURKEY
e-mail: editor@sead.com.tr
sead@sead.com.tr

Sınırsız Eğitim ve Araştırma Dergisi (SEAD), yılda üç kez yayımlanan uluslararası hakemli bir dergidir. Yazıların sorumluluğu, yazarlarına aittir.

Journal of Limitless Education and Research (J-LERA) is an international refereed journal published three times a year. The responsibility lies with the authors of papers.

İNDEKSLER



Kapak: Doç. Dr. Ayşe Derya IŞIK



Sınrsız Eğitim ve Araştırma Dergisi, Cilt 4, Sayı 1

The Journal of Limitless Education and Research, Volume 4, Issue1

Yayın Danışma Kurulu (Editorial Advisory Board)

- Prof. Dr. Ahmet ATAÇ, Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ahmet GÜNŞEN, Trakya Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ahmet KIRKILIÇ, Ağrı Çeçen Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ali MEYDAN, Nevşehir Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ali Murat GÜLER, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ali Ulvi YILMAZER, Ankara Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Asuman Seda SARACALOĞLU, Adnan Menderes Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ayfer KOCABAŞ, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Efe AKBULUT, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Emine KOLAÇ, Anadolu Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Erika H. GILSON, Princeton University, USA
Prof. Dr. Erkut KONTER, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Ersin KIVRAK, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Fatma SUSAR KIRMIZI, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Firdevs GÜNEŞ, Ankara Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Fredricka L. STOLLER, Northern Arizona University, USA
Prof. Dr. Hüseyin KIRAN, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Jack C. RICHARDS, University of Sidney, Avustralia
Prof. Dr. Liudmila LESCHEVA, Minsk State Linguistics University, Belarus
Prof. Dr. Mehmet Ali AKINCI, Rouen Normandy University, France
Prof. Dr. Mustafa Murat İNCEOĞLU, Ege Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Mustafa Sami TOPÇU, Yıldız Teknik Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Nurettin ŞAHİN, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Perihan YALÇIN, Gazi Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Selma YEL, Gazi Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Serap BUYURGAN, Başkent Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr. Songül ALTINIŞIK, TODAİE, Türkiye
Prof. Dr. Todd Alan PRICE, University National-Louis, USA
Prof. Dr. Thomas R. GİLLPATRİCK, Portland State University, USA
Prof. Dr. William GRABE, Northern Arizona University, USA

Prof. Dr. Turan PAKER, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Assoc. Prof. Dr. Carol GRIFFITHS, University of Leeds, UK
Assoc. Prof. Dr. Elza SEMEDOVA, Khazar University, Azerbaijan
Assoc. Prof. Dr. Galina MİSKİNİENE, Vilnius University, Lithuania
Assoc. Prof. Dr. Jodene GOLDENRING FINE, Michigan State University, USA
Assoc. Prof. Dr. Könül HACIYEVA, Azerbaijan National Academy of Sciences, Azerbaijan
Assoc. Prof. Dr. Salah TROUDİ, University of Exeter, UK
Assoc. Prof. Dr. Sevinc QASİMOVA, Bakü State University, Azerbaijan
Assoc. Prof. Dr. Spartak KARDİU, Tiran University, Albania
Assoc. Prof. Dr. Suzan CANHASI, University of Prishtina, Kosovo
Assoc. Prof. Dr. Şaziye YAMAN, American University of the Middle East (AUM), Kuwait
Assoc. Prof. Dr. Tanju DEVECİ, Khalifa University of Science and Technology, UAE
Assoc. Prof. Dr. Xhemile ABDİU, Tiran University, Albania
Doç. Dr. Abdullah ŞAHİN, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Ayşe Derya IŞIK, Bartın Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Berna Cantürk GÜNHAN, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Bilge BAĞCI AYRANCI, Adnan Menderes Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR, Bartın Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Demet GİRGİN, Balıkesir Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Duygu UÇGUN, Ömer Halis Demir Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Emre ÜNAL, Ömer Halis Demir Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Esin Yağmur ŞAHİN, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Feryal BEYKAL ORHUN, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Fulya ÜNAL TOPÇUOĞLU, Dumlupınar Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Gizem SAYGILI, Karaman Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Gülden TÜM, Çukurova Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Güliz AYDIN, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Hakan UŞAKLI, Sinop Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Hüseyin ANILAN, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. İbrahim COŞKUN, Trakya Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Kamil İŞERİ, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Melek ŞAHAN, Ege Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Meltem DEMİRCİ KATRANCI, Gazi Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Nazan KARAPINAR, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Nevin AKKAYA, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Nil DUBAN, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Orhan KUMRAL, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Özlem BAŞ, Hacettepe Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Pınar GİRMEN, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Türkiye
Doç. Dr. Ruhan KARADAĞ, Adıyaman Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Sabri SİDEKLİ, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Sevgi ÖZGÜNGÖR, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Sibel KAYA, Kocaeli Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Ufuk YAĞCI, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Vesile ALKAN, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Yalçın BAY, Anadolu Üniversitesi, Türkiye

Doç. Dr. Zafer TANGÜLÜ, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Türkiye

Dr. Feride HATİBOĞLU, U-Penn University, USA

Dr. Nader AYİŞH, Khalifa University of Science and Technology, UAE

Dr. Nurcan KÖSE, American University of the Middle East (AUM), Kuwait



Sınrsız Eğitim ve Araştırma Dergisi, Cilt 4, Sayı 1

The Journal of Limitless Education and Research, Volume 4, Issue1

Hakem Kurulu (Review Board)

- Prof. Dr. Firdevs GÜNEŞ, Ankara Üniversitesi
Doç. Dr. Bilge BAĞCI AYRANCI, Adnan Menderes Üniversitesi
Doç. Dr. Gülden TÖM, Çukurova Üniversitesi
Doç. Dr. Güliz AYDIN, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi
Doç. Dr. Nevin AKKAYA, Dokuz Eylül Üniversitesi
Doç. Dr. Sabri SİDEKLİ, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi
Dr. Ahmet Volkan YÖZÜAK, Bartın Üniversitesi
Dr. Aysun Nüket ELÇİ, Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Dr. Beyza AKSU DÖNYA, Bartın Üniversitesi
Dr. Hülya HAMURCU, Dokuz Eylül Üniversitesi
Dr. Sevilay ALKAN, Milli Eğitim Bakanlığı
Dr. Süleyman Erkam SULAK, Ordu Üniversitesi
Dr. Yasemin BÖYÜKŐAHİN, Bartın Üniversitesi
Dr. Yurdağül BOĞAR, Hakkari Üniversitesi

Değerli Okuyucular,

Sınırsız Eğitim ve Araştırma Dergisinin Mart 2019 sayısını sunmaktan mutluluk duyuyoruz. Sınırsız Eğitim ve Araştırma Derneği (SEAD) olarak 2016 yılından bu yana kesintisiz olarak yayınladığımız Dergimizin amacı, eğitim ve araştırma alanına bilimsel katkı sağlamaktır. Bu amaçla kuramsal ve uygulamalı çalışmaları yayınlama, bilimsel bilgileri ulusal ve uluslararası düzeyde paylaşma, yeni bilgiler üretilmesine ortam hazırlama işlemine öncelik verilmektedir.

Dergimizin Bilim Kurulu yurt içi ve yurt dışında görevli akademisyenlerin katkılarıyla giderek güçlenmektedir. Akademik kalitesinden ödün vermeden yayın hayatına devam eden Dergimizin hazırlanmasına emeği geçen bütün editör, yazar ve hakemlere teşekkür ediyoruz.

Yılda üç sayı olarak yayınlanan Dergimiz çeşitli ulusal ve uluslararası düzeydeki indekslerde taranmaktadır. Bu sayıda eğitimle ilgili 5 bilimsel araştırmaya yer verilmiştir. Dergimiz, eğitim ve araştırma alanına yönelik makalelerin yanı sıra disiplinler arası akademik çalışmaların yer aldığı seçkin bir yayın olarak okuyucularla buluşmaya devam edecektir.

Dergimizin eğitim ve araştırma alanına katkıları getirmesini diliyoruz. Saygılarımızla.

SINIRSIZ EĞİTİM VE ARAŞTIRMA DERNEĞİ



Sınırsız Eğitim ve Araştırma Dergisi, Cilt 4, Sayı 1
The Journal of Limitless Education and Research, Volume 4, Issue1

İÇİNDEKİLER

Makale Türü: Araştırma

Firdevs GÜNEŞ

Okuma Yazma Öğrenmede Zihin Açıklığı 1-18
Cognitive Clarity in Reading and Writing

Ümit MURADOĞLU, Ayşe Derya IŞIK

İlkokul Üçüncü Sınıf Türkçe Ders Kitabı Etkinliklerinin Sınıf Öğretmenlerinin Görüşleri 19 - 39
Doğrultusunda İncelenmesi
Investigation of the Activities in the Third Grade Turkish Course Book in Primary
Education through Teacher's Opinions

Ayşegül ERGÜN, Muhammed Doğukan BALÇIN

Probleme Dayalı FeTeMM Uygulamalarının Akademik Başarıya Etkisi 40-63
The Effects of Problem-Based STEM Applications on Academic Success

Emine Gaye ÇONTAY, Asuman DUATEPE-PAKSU

Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının İspatın Doğasına İlişkin Görüşleri 64-89
The Preservice Middle School Mathematics Teachers' Opinions About the Nature of
Proof

Yurdağül BOĞAR

Review of National and International Studies on Scientific Argumentation in 90-120
Education
Eğitimde Bilimsel Argumantasyon Üzerine Ulusal ve Uluslararası Çalışmaların
İncelenmesi



Sınırsız Eğitim ve Araştırma Dergisi
Cilt 4, Sayı 1, 64 - 89
The Journal of Limitless Education and Research
Volume 4, Issue 1, 64 - 89
DOI: 10.29250/sead.485430

Gönderilme Tarihi: 19.11.2018

Makale Türü: Araştırma

Kabul Tarihi: 13.03.2019

Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının İspatın Doğasına İlişkin Görüşleri*

Dr. Öğr. Üyesi Emine Gaye ÇONTAY, Pamukkale Üniversitesi, germec@pau.edu.tr

Prof. Dr. Asuman DUATEPE-PAKSU, Pamukkale Üniversitesi, aduatepe@pau.edu.tr

Özet: Bu çalışma ile ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispatın doğası hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma kapsamında ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilen ve bir devlet üniversitesinin ortaokul matematik öğretmenliği programında öğrenim gören üç öğretmen adayının ispatın doğasına ilişkin görüşleri alınmıştır. Matematik öğretmen adaylarına, araştırmacılar tarafından geliştirilen ve açık uçlu sorulardan oluşan "İspatın Doğasına İlişkin Görüşme Formu" yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla yöneltilmiştir. Görüşme verileri içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. İçerik analizi sonrasında öğretmen adaylarının ispatın doğasına ilişkin "genelleme", "yöntem", "doğruluğa ulaşma", "problem çözme", "biçime odaklanma" temaları altında tepkiler verdikleri belirlenmiştir. Çalışmada en sıklıkla ortaya çıkan tema "doğruluğa ulaşma"; en az sıklıkla ortaya çıkan temalar ise "problem çözme" ve "biçime odaklanma" olarak belirlenmiştir. Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispatın tanımını yapmada, ispatı ispat yapan şeyleri ve başarılı bir ispat için gerekli olan şeyleri belirlemede, kısacası ispatın doğasını anlamada zorluklar yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: İspatın doğası, Ortaokul matematik öğretmeni adayları, Yarı yapılandırılmış görüşme.

The Preservice Middle School Mathematics Teachers' Opinions About the Nature of Proof

Abstract: The aim of this study is to investigate the opinions of the preservice middle school mathematics teachers about the nature of proof. Among the qualitative research methods, case study was used in the study. Three senior preservice teachers who were at the department of mathematics education in a public university were taken to the study via criterion sampling method. Semi-structured interviews were conducted with the participants by using "Interview Questions Form about the Nature of Proof" which was consisted of open-ended questions. The interview data were analyzed by the content analysis method. After the content analysis, it was determined that preservice teachers responded under the basic categories named: "generalizing", "method", "reaching the validity", "problem solving", and "focusing on the form". The results of the study showed that preservice mathematics teachers had problems in giving definitions of the proof, defining the things which constitute the proof, determining the things required for a successful proof; shortly in understanding the nature of proof.

Key Words: The nature of proof, Preservice middle school mathematics teachers, Semi-structured interview.

*Bu çalışma EJER 2017 kongresinde sunulan bildirinin genişletilmiş halidir. Bu çalışma ilk yazarın doktora tez çalışmasının bazı verileri kullanılarak yürütülmüştür ve anılan doktora çalışması PAÜBAP 2016EĞBE001 no'lu proje kapsamında desteklenmiştir.

Künyesi: Çontay, E. G. ve Duatepe-Paksu, A. (2019). Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının İspatın Doğasına İlişkin Görüşleri. *Sınırsız Eğitim ve Araştırma Dergisi*, 4 (1), 64-89. DOI: 10.29250/sead.485430

Bu makale İntihal.net sistemi tarafından taranmış ve orijinal bir makale olduğu tespit edilmiştir.

Birinci Yazar Orcid No: 0000-0002-6446-9217

İkinci Yazar Orcid No: 0000-0003-2504-6294

1. Giriş

Matematik tarihi boyunca, eski Yunanlılardan bu yana, ispat uygulamaları hiçbir zaman tek biçimli olmamıştır ve ispat geleneğinin gelişimiyle farklı biçimlerde ele alınmıştır (Almeida, 2003). İspat ve ispatlama kavramlarının değişimiyle beraber, bu kavramlar günümüzde günlük kullanımda, bilimsel kullanımda ve matematiksel kullanımda farklı şekillerde ele alınmaktadır. İspat ve ispatlamanın günlük kullanımda ikna etme ve test etme gibi işlevleri vardır. İspat ve ispatlamanın bilimsel kullanımdaki ikna etme durumu delillerin özel biçimleri temelinde ortaya çıkmaktadır. (Reid ve Knipping, 2010). Matematiğin temelleri alanında çalışan matematikçiler ispatlarını formel ispat olarak ele alırken; yaygın matematik alanındaki ispatları ise kısmen formel (semi-formal) olan informel (sosyal) ispat olarak görürler (Reid ve Knipping, 2010). Formel ispatın biçimselci doğası ispatı, matematiksel sistemlere uygun olarak tamamen tümdengelimsel olarak dar bir anlamda tanıtmaktadır (Hanna ve Jahnke, 1996). Buna göre ispat açıkça formüle edilmiş tanım ve ifadeler ile bir ifadeden diğerinin doğruluğu üretecek, kabul edilmiş prosedürler gerektirmektedir. Fakat matematik eğitimindeki deneyimler, formel tanımların matematik öğretiminde uygun bir yol olmadığını göstermekte (Tall, 1989) ve ispatı matematik öğretim programının en anlaşılmayan süreçlerinden biri (Healy ve Hoyles, 2000; Schoenfeld, 1994) haline getirmektedir. Bu sıkıntılar ispat teriminin muğlak doğası ile artmaktadır. Matematikçiler arasında bile ispatın rolü ve fonksiyonlarının ne olduğu ve ispatın matematiğin ne derecede anlaşılır kıldığı konusunda birçok görüş farklılıkları mevcutken (Healy ve Hoyles, 2000), öğrencilerin formel ispatın doğasını anlamada güçlük çekmeleri beklenen bir durumdur. Nitekim bir çok araştırma öğrencilerin bir ispatı nelerin oluşturduğunu (Healy ve Hoyles, 2000; Soucy McCrone, ve Martin, 2004; Patkin, 2012) ve ispatın rolünü (Healy ve Hoyles, 2000) anlamada ve formel tümdengelimsel argümanları yapılandırma ya da onları takip etmede veya bunları deneysel sonuçlardan ayırmada (Balacheff, 1988; Chazan, 1993; Harel ve Sowder, 1998) zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Dolayısıyla bir çok matematikçi ve matematik eğitimcisi matematiğin formel sistemlerden çok daha fazlasını kapsadığına işaret etmiştir. Matematikçiler ispatın, içeriğine bakılmadan sadece görünümüyle geçerli kılındığında konunun anlaşılmasına çok az katkıda bulunabileceğine ve ikna ediciliğinin düşük olacağına katılmışlardır (Hanna, 2002). Matematikte ispatın sosyal bir süreç olarak ele alınması ve matematik eğitiminde ispatın formel ispat kavramının ötesinde anlamları olduğu düşüncesi, bir çok araştırmacı tarafından (Davis, 1986; Hanna, 2002; Kitcher, 1984; Lakatos, 1976; Tymoczko, 1986) ortaya konmuştur. Tüm bu çalışmalara bakıldığında; matematiksel ispatın sınıf içi uygulamalarında, özel kuramlardan çok toplumsal kuramlar bağlamında ele alınarak sosyal bir süreç olarak yapılandırılması gerektiği

söylenbilir. Fakat buradan çıkarılan sonuç matematik eğitiminde sınıf uygulamalarında ispatın tamamen formellikten uzak olması anlamına gelmemektedir. Tall'a (1989) göre ispat her ne kadar sosyal bir süreç olarak ele alınsa da, gücü ve genellemesiyle geniş bir bağlamda ele alınmalıdır.

Alanyazın incelendiğinde; birçok çalışma öğrencilerin (Healy ve Hoyles, 2000, Moore, 1994), matematik öğretmenlerinin (Knuth 2002a, Oehrtman ve Lawson, 2008) ve matematik öğretmeni adaylarının (Doruk ve Kaplan, 2013, Gökkurt ve Soylu, 2012, Güler, 2013, Güler, Özdemir ve Dikici, 2012, Stylianides, Stylianides ve Philippou, 2007, Güner, 2012, Köğce ve Yıldız, 2011, Moralı, Uğurel, Türnüklü, ve Yeşildere, 2006, Uygan, Tanışlı, ve Köse, 2014, Zaimoğlu, 2012) ispatın doğasını anlama ile ilgili sıkıntılar yaşadıklarına işaret etmektedir.

Yukarıdaki çalışmaların bazıları öğretmen adaylarının (Güner, 2012, Moralı ve diğerleri, 2006) ve öğretmenlerin (Knuth, 2002a) görüşlerini ve düşüncelerini inceleyerek; bazı çalışmalar ise lisans öğrencilerini (Moore, 1994) ve öğretmenlerin (Oehrtman ve Lawson, 2008) ispat yaparken anlayışlarını değerlendirerek, onların ispatın doğasını anlamada problemler yaşadıklarını belirlemişlerdir. Aşağıda anılan çalışmalara ilişkin kısa bir özet yer almaktadır:

Güner (2012) çalışmasını ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören birinci ve son sınıfta okuyan 98 matematik öğretmeni adayının ispat şemalarını, kullandıkları düşünme şekillerini ve ispata yönelik görüşleri ortaya çıkarma amacıyla gerçekleştirmiştir. Nitel ve nicel araştırma yöntemlerini birlikte kullandığı çalışmasında öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerinin tam oluşmadığı sonucuna varmıştır. Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere (2006) tarafından yapılan başka bir çalışma ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümlerinin birinci ve son sınıflarında öğrenim gören 337 öğretmen adayının ispata ilişkin görüşlerini tespit etmeyi amaçlamıştır. Nicel yöntemlerle analiz edilen çalışmanın sonuçları, öğretmen adaylarının ispat yapmaya ilişkin kavramsal yeterliliklerinin düşük olduğunu ve ispat yapmaya yönelik görüşlerinin tam oluşmadığını göstermiştir. Knuth (2002a) iki ortaokul ve 15 lise öğretmeni ile gerçekleştirdiği çalışmasında öğretmenlerin ispata ilişkin düşüncelerini ortaokul matematiği bağlamında incelemeyi amaçlamıştır. Nitel yöntemlerle yürütülen her iki çalışmanın sonuçlarına göre matematik öğretmenlerinin ispatlamanın ve yanlışlığını göstermede veya rollerini anlamada problemler yaşadıkları ve hatta ispatın okul matematiği boyunca merkezi fikir olmaması gerektiğini vurguladıkları ortaya konmuştur.

Moore (1994) ise 16 matematik lisans öğrencisi ile gerçekleştirdiği çalışmasında öğrencilerin ispat dersinde ispat öğrenirken problemlerini gözlemleyerek kuram oluşturma çabası içine girmiştir. Nitel olarak yürütülen çalışmada öğrencilerin ispatın tanımı bilmeme ve ifade edememe; kavramlar hakkında çok az sezgisel anlayışa sahip olma, ispatın tüm yapısını ortaya koyacak tanımları nasıl kullanacaklarını bilmeme, matematiksel dili ve simgeleri anlayamama ve kullanamama gibi problemler yaşadıklarını belirlemiştir. Oehrtman ve Lawson (2008) 45 lise matematik öğretmeni ile yürüttükleri çalışmalarında öğretmenlerinin ispat ve ispatın yanlışlığını gösterme içeren birçok anahtar terim hakkındaki anlayışlarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Çalışma öğretmenlerin ispatlamanın ve ispatın yanlışlığını göstermenin anlamları veya rolleri hakkındaki anlayışlarında problemler yaşadıklarını ortaya koymuştur.

Bazı çalışmalar öğretmen adaylarının ispatın doğruluğunu herkesin kabul etmesine yönelik olarak değerlendirdiklerini (Uygan ve diğerleri, 2014), ispatı bir tür problem çözme yaklaşımı (Uygan ve diğerleri, 2014, Güler, 2013, Doruk ve Kaplan, 2013), matematiksel işlemler süreci (Köğce ve Yıldız, 2011) ve doğruluğu gösterme (Güler ve Dikici, 2012) olarak değerlendirdiklerini ve ispat yöntemlerini yanlış ifade ettiklerini (Güler ve diğerleri, 2012, Stylianides ve diğerleri, 2007, Zaimoğlu, 2012) raporlamışlardır. Bunun yanında bir çalışma (Healy ve Hoyles, 2000) ise lise öğrencilerinin ispatı görünüşüne göre değerlendirdiklerini belirlemiştir. Aşağıda anılan çalışmalara ilişkin kısa özet yer almaktadır.

Uygan ve diğerleri (2014) yürüttükleri çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispatın anlamına ve özelliklerine yönelik inançlarını incelemişlerdir. Nitel yöntemlerle analiz edilen ve üç öğretmen adayıyla gerçekleştirilen çalışmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının ispatı; anlamına yönelik olarak bir tür problem çözümü ve problem çözümü için kurallar oluşturma olarak gördükleri ortaya konmuştur. Öğretmen adayları ispatın özelliklerini ispatın doğruluğunun herkesçe kabul edilmesine, ispatın genellenebilirliğine ve tümdengelsel oluşuna yönelik olarak açıklamışlardır. Healy ve Hoyles'un (2000) 2500 lise öğrencisinin öğretim programının onlara kattığı ispat anlayışlarını ortaya çıkarmak amacıyla yürüttükleri, nitel ve nicel yöntemler kullandıkları çalışmanın sonuçları ise öğrencilerin karmaşık cebirsel ifadeler içeren ispatların kullanımının öğretmenlerden yüksek not almalarını sağlayacağına inandıklarını ortaya koymuştur. Çalışmada öğrencilerin, ispatın mutlaka cebirsel semboller içermesi gerektiğine inandıkları ve hikâye anlatımı tarzı kullanılan geçerli ispatların öğretmenlerden yüksek not alamayacağını düşündüklerinin gözlemlendiği belirtilmiştir. Güler (2013), 10 ortaöğretim matematik öğretmeni adayı ile yürüttüğü çalışmasında öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanındaki matematiksel ispat süreçlerini incelemeyi hedeflemiştir.

Nitel yöntemlerle veri analizi yapılan çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel ispat ve matematiksel problem çözme arasındaki ilişki ile ilgili görüşleri alınmıştır. Öğretmen adaylarına matematikte yapılan her ispatın bir problem çözme aktivitesi olduğu görüşü hakkında neler söyleyebilecekleri sorulmuştur. Çalışmada öğretmen adaylarının, problemlerin ispat şeklinde de çözülebileceği, problemlerin ve ispatların süreç olarak aynı olduğu ve her ikisinde de problemin ortadan kalkacağı gibi yanıtlar verdikleri belirtilmiştir. Köğçe ve Yıldız (2011) çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ispat kavramı hakkındaki görüşlerini belirlemeyi ve farklı sınıf düzeyinde bu kavrama ilişkin görüşlerini karşılaştırmayı amaçlamışlardır. 170 birinci ve son sınıf öğretmen adayı üzerinde gerçekleştirilen çalışma nitel yöntemlerle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının ispatın tanımına ve ispatın gerekliliğine ilişkin olarak ispatı matematiksel işlemler süreci olarak değerlendirdikleri belirtilmiştir. Çalışmada birinci sınıf matematik öğretmeni adaylarının büyük bölümü ispatlamayı bir ifadenin doğruluğunu gösterme olarak açıklarken son sınıf öğretmen adaylarının büyük bölümü ispatlamayı tüm durumlara uygulanabilir olarak bir ifadenin hem doğruluğunu hem yanlışlığını gösterme ve neden sonuç ilişkisi ile bilgi aktarma olarak tanımlamışlardır. Son sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel ispatlamaya ilişkin daha geniş bir bakış açıları olabileceği belirtilmiştir. Güler ve Dikici'nin (2012) 12 ortaöğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel ispat hakkındaki görüşlerini incelediği nitel yöntemlerle yürütülen çalışmalarında öğretmen adaylarının çoğunluğunun matematiksel ispatı ifadelerin doğruluğu olarak gördükleri belirlenmiştir. Doruk ve Kaplan (2013) altı ilköğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel ispat hakkındaki görüşlerini nitel yöntemlerle inceledikleri çalışmalarında öğretmen adaylarının problem çözme ile ispat arasındaki ilişkiye yönelik yanığı içinde olduklarını belirlemiştir. Bir diğer çalışma (Gökkurt ve Soylu, 2012) ise 94 ilköğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel ispata yönelik görüşlerini incelediği nitel araştırmalarında öğretmen adaylarının çoğunluğunun ispat yapmayı problem çözme olarak değerlendirmediklerini belirtmişlerdir. Güler ve diğerlerinin (2012) yürüttükleri çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel tümevarım yöntemiyle ispat becerilerini, matematiksel ispat hakkındaki görüşlerini ve bunlar arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmaktır. Nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin birlikte kullanıldığı ve 76 öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel tümevarım adımları arası ilişkiyi tam olarak kavramadıkları ve bu yöntemin takip edilmesi gereken bir prosedür olarak gördükleri ortaya konmuştur. Görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının doğrulama basamağını kontrol edilmeye gerek olmayacak bir basamak olarak gördükleri belirlenmiştir. Stylianides ve diğerleri (2007) 70

İlköğretim matematik öğretmeni adayı ve 25 lise matematik öğretmeni adayı ile yürüttükleri çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel tümevarım yoluyla ispat bilgilerini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Verilerinin nitel yöntemlerle analiz edildiği çalışmanın sonuçları öğretmen adaylarının birçok tümevarımsal zorlukla karşılaştığını göstermiştir. Temel ve tümevarımsal adımlar hakkındaki zorluklar ilköğretim matematik öğretmeni adaylarında, lise öğretmen adaylarından daha belirgin olarak ortaya çıkmıştır. Zaimoğlu (2012) çalışmasında ilköğretim öğrencilerinin geometrik ispat, akıl yürütme süreçlerini, ispat temsil şekillerine eğilimlerini tümevarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütme açısından incelemeyi amaçlamıştır. 154 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin büyük bölümünün geçerli bir ifadenin doğrulanmasını az da olsa yapabildiklerini fakat geçersiz ifadeyi çürütmeyi bilmediklerini göstermiştir. Öğrencilerin çoğu tümevarımsal akıl yürütme yapmaya eğilimli olmuş fakat ispatın altında yatan mantığı kavrayamamışlardır.

1.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

İlgili alanyazından da anlaşılacağı gibi; öğretmenlerin çoğunun matematiksel ispat hakkındaki bilgileri sınırlıdır (Knuth, 2002b) ve eğitim reformlarının tavsiye ettiği yolla matematiksel ispatları öğretmek için yetiştirilmemişlerdir (Yoo, 2008). Öğretmenler ispata ilişkin uygun olmayan pedagojik görüşe sahip olarak (Yoo, 2008) geleneksel yaklaşımlarla derslerini yürütmekte ve yeniliklere uyum sağlayamamaktadırlar (Knuth, 2002b; Yoo, 2008). Çalışmalar öğretmen ve öğrencilerin ispatı anlamalarında yetersizlikleri ve kavram yanılgıları olduğunu göstermektedir (Güner, 2012; Knuth, 2002b; Morali ve diğerleri, 2006; Norby, 2013; Riley, 2003). Öğretmen adayları, Ortak Temel Standartlar (2010) (Common Core Standards, 2010) ve NCTM (2000) standartları ve ülkemizde Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2017) tarafından önerilen alanlarda akıl yürütmeyi anlayabilmeli ve öğretebilmelidir. Norby'e (2013) göre öğretmen adayları ispatın, akıl yürütmenin ve argümantasyonun önemini kavrarlarsa hem bu konuda kendi bilgilerini geliştirmiş olurlar hem de öğrencilerin ispat, akıl yürütme ve argümantasyon becerilerini değerlendirmek ve öğrenci argümanlarını geliştirmek için fırsat yakalarlar.

Matematik öğretmeni adaylarının ispatın doğasına ilişkin görüşlerinin belirlenmesi, ileride öğretmen olacak bu adayların öğrencilere vereceği ispat eğitimi hakkında bilgiler verebilir, öğretmen adaylarının ispat hakkındaki bilgi eksikliklerinin tespit edilmesi ve konuyla ilgili öneriler sunulması için ortam sağlayabilir. Dolayısıyla bu çalışmanın ilgili alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmen adaylarının ispatın doğası hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmaktır. Bu amaçla çalışmanın problemi: “Matematik öğretmeni adaylarının ispatın doğası hakkındaki görüşleri nelerdir?” olarak belirlenmiştir.

2. Yöntem

2.1. Araştırma Deseni

Çalışmanın doğasına nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının uygun olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın analiz birimi öğretmen adaylarının ispatın doğasına ilişkin görüşleridir ve bütüncül olarak ele alınmaktadır. Bu çalışmadaki durumlar farklı başarı düzeylerindeki ortaokul matematik öğretmeni adaylarıdır. Çalışmadaki yüksek, orta ve düşük düzeyde başarılı olan ortaokul matematik öğretmeni adayları çoklu durumları oluşturmuştur. Dolayısıyla bu çalışmanın deseni bütüncül çoklu durum deseni olarak tanımlanmaktadır (Yin, 2003).

Öğretmen adaylarının ispatın doğasına ilişkin görüşlerinin belirlenebilmesi için yarı yapılandırılmış görüşmeler düzenlenmiştir.

2.2. Katılımcılar

Çalışma bir devlet üniversitesinin ortaokul matematik öğretmenliği programında öğrenim gören üç ortaokul matematik öğretmeni adayını ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada amaçlı örnekleme çeşitlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile örneklem seçilme yoluna gidilmiştir. Öğretmen adaylarının üniversite genel not ortalamalarına ilişkin yüksek, orta ve düşük başarı düzeylerinde olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının hepsiyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Çalışma raporlaştırılırken katılan öğretmen adaylarının gerçek isimleri kullanılmamıştır. Bu öğretmen adaylarının isimleri çalışmada Semiha, Derya ve Hamra olarak belirlenmiştir. Öğretmen adayları, üniversite dönem sonu not ortalamaları yukarıdan aşağıya doğru sıralandığında en yüksek, en düşük ve tam ortada kalan notları alan üç öğretmen adayının seçilmesi yoluyla belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından Semiha ve Derya, Ege’de özel bir Anadolu lisesinden, Hamra ise Ege’de bir Anadolu öğretmen lisesinden mezun olmuştur. Semiha, Derya ve Hamra’nın lise not ortalamaları sırasıyla 90.92; 73.91 ve 83.19’dur. Semiha ve Derya 2015-2016 yılında ilgili bölümden mezun olmuştur. Hamra ise henüz mezun olamamıştır. Öğretmen adaylarının üniversite genel not ortalamaları sırasıyla, 3.78; 3.05 ve 2.63’tür. Dolayısıyla başarı düzeyi en yüksek olan öğretmen adayı Semiha, en düşük olan ise Hamra’dır.

2.3. Veri Toplama Aracı ve Uygulama

Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından ilgili alanyazın incelenerek geliştirilmiş olan ve açık uçlu biçimde hazırlanan “İspatın Doğasına İlişkin Görüşme Formu” (İDGF) pilot uygulama ile yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla öğretmen adaylarına yöneltilmiştir. İDGF'nin geçerliliği ve güvenilirliği uzman görüşü alınarak pilot uygulama öncesi test edilmiştir. Lisans ve lisanüstü öğrenimini matematik alanında yapmış bir matematik eğitimi doçentinden, lisans ve lisanüstü öğrenimlerini matematik eğitimi alanında yapmış iki matematik eğitimi doçentinden, lisans ve yüksek lisans eğitimini matematik bölümünde yapmış ve matematik eğitimi ABD 'da görev yapan bir öğretim görevlisinden, resmi okullarda görev yapan iki ortaokul matematik öğretmeninden uzman görüş formu aracılığı ile uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşlerine göre İDGF'nin tüm sorulara ilişkin amaca uygunluk düzeyi (5 üzerinden) 4,93; soruların kolaylık/zorluk düzeyi 3,4; soruların açıklık, netlik ve anlaşılabilirlik düzeyi ise 4,69 olarak belirlenmiştir. Uzman görüşü sonrasında uzmanların birbirlerine uyumlu yorumlar ve önerilerde buldukları tespit edilmiştir. İDGF'de öğretmen adaylarına sorulan sorular aşağıdaki gibidir:

1) İspat nedir?

2) Bir ispatı ispat yapan şey nedir? Ne yaparsak matematiksel olarak doğru bir ifade yazmış oluruz?

3) Başarılı bir ispat için neler gereklidir? İspat nelerden oluşur?

Görüşmeler 2015-2016 eğitim öğretim yılının bahar döneminde şubat ayının ilk haftasında öğretmen adaylarının öğrenim gördükleri bölüme ait iki derslikte her öğretmen adayı için tek oturumda gerçekleştirilmiştir. Tüm oturumlar ses ve kamera kaydına alınmıştır. Ses kayıtları ses kayıt cihazıyla video kayıtları video kamera yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Ses ve video kayıtlarının deşifresi aynı zamanda görüşmeci olan birinci araştırmacı tarafından yapılmıştır.

2.4. Veri Analizi

Öğretmen adaylarının ispatın doğasına ilişkin görüşlerinin ortaya çıkarılması amacıyla İDGF'ye verdikleri yanıtlar içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Yapılan içerik analizinde iki kişiden yardım alınmıştır. Verilerin analizinde görev alan kişilerden biri aynı şehrin kırsal kesimindeki bir ilçenin Anadolu lisesinde matematik öğretmeni olarak görev yapmakta olup, diğeri aynı şehrin merkezindeki bir ortaokulda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır ve

aynı zamanda matematik eğitimi alanında doktora öğrencileridir. Deşifreler 2015-2016 Eğitim Öğretim Yılı Mart ayının ikinci haftasında incelenerek analize başlanmıştır. Bir sonraki buluşmaya kadar deşifreler incelenmiş, görüşmelerin analizleri birbirlerinden bağımsız olarak yapılmıştır. Verilerin analizine soru bazında başlanmıştır. Öncelikle deşifrelerden her öğretmen adayı için birinci sorulara verilen tepkiler okunmuş, daha sonra birinci soru için her öğretmen adayının yanıtları ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Daha sonra aynı işlem ikinci soru ve üçüncü soru için tekrarlanmıştır. Parçalanmış veriler ortak olan noktalar dikkate alınarak incelenmiş, birbirleriyle karşılaştırılmış, kavramsallaştırılarak sınıflandırılmıştır. Böylelikle öğretmen adaylarının tepkileri belirli bir kod listesi ile sınıflandırılmıştır. Daha sonra veri setindeki anlamlı veri birimleri başlangıç (geçici) kodlar olarak sınıflandırılmıştır. Bu işlem farklı oturumlarda gerçekleştirilmiştir. Belirli aralıklarla bir araya gelinmiş ve belirlenen kodlar paylaşarak başlangıç kodları son haline getirilmiştir. Daha sonra başlangıç kodları birbirlerinden bağımsız olarak belirli sınıflamalar altında toplanmıştır. Bu sınıflama, çalışmada ortaya çıkan kodları oluşturmuştur. Daha sonra; belirlenen ortak kodlar paylaşmış ve son haline getirilmiştir. Son haline getirilen kodlar birbirlerinden ayrı olarak temalar altında birleştirilmiştir. En son olarak nihai temalar oluşturulmuştur. Farklı düşünceler ortaya çıktığında bunlar nedenleriyle tartışılmış ve ortak bir karara varılmıştır. İçerik analizleri 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Mart ayının dördüncü haftasında tamamlanmıştır. Veri setindeki analizler karşılaştırıldığında yüzde yüz tutarlık olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın sonuçları bu temalar ışığında yorumlanıp tartışılmıştır. Çalışmanın temaları “genelleme”, “yöntem”, “doğruluğa ulaşma”, “problem çözme”, “biçime odaklanma” olarak belirlenmiştir.

3. Bulgular

Bu bölümde veri analizinde elde edilen temalara ilişkin detaylar ortaya konmuştur. Tablo 1’den de görülebileceği üzere, öğretmen adaylarının ispatın doğasına ilişkin görüşleri “genelleme”, “yöntem”, “doğruluğa ulaşma”, “problem çözme”, “biçime odaklanma”, temaları altında gruplandırılmıştır. Bulgular anılan tema başlıkları altında ele alınarak görüşmelerden elde edilen doğrudan alıntılarla desteklenmiştir. Tablo 1’de, öğretmen adaylarının yanıtlarının hangi temalar altında toplandığına ilişkin ayrıntıları göstermektedir.

Tablo 1.
Çalışmada Elde Edilen Temaların İDGF Sorularına ve Öğretmen Adaylarına Göre Dağılımı

	Öğretmen Adayları			ARAŞTIRMA TEMALARI
	Semiha	Derya	Hamra	
1) İspat nedir?		Genelleme	Genelleme Yöntem	
	Doğruluğa ulaşma	Doğruluğa ulaşma Problem çözme	Doğruluğa ulaşma	
2) Bir ispatı ispat yapan şey nedir? Ne yaparsak matematiksel olarak doğru bir ifade yazmış oluruz?	Yöntem	Problem çözme	Biçime odaklanma	
3) Başarılı bir ispat için neler gereklidir? İspat nelerden oluşur?	Genelleme	Yöntem Doğruluğa ulaşma	Biçime odaklanma	

Veri analizinde ortaya çıkan tüm temalar, öğretmen adaylarının ispatın doğasını anlamada problem yaşadıklarını ortaya koyan tepkilerden oluştuğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından hiçbiri ispatın ne olduğunu doğru biçimde tam olarak tanımlayamamıştır. Öğretmen adayları ispatın bir tür genelleme olduğuna, önermelerin doğruluğunu gösterme; belirli adımlar sonrasında ulaşılan bir çeşit sonuç; uygulanan yollar ve yöntemler; gerekli adımlar uygulandığında sonuca ulaştıran bir tür etkinlik olduğuna ilişkin açıklamalar yapmışlardır. Çalışmada başarılı bir ispat için genelleştirilmiş ifadelerin, çeşitli ispat yöntemlerinin kullanılmasının, daha önce kimsenin yapmadığı bir ispat yapmanın yeterli olduğuna ilişkin tepkiler mevcuttur. Öğretmen adayları ispatın sayılardan, harflerden, cebirsel ifadelerden oluştuğuna ilişkin açıklamalar yapmışlardır. Öğretmen adayları ispatı ispat yapan şeylerin ne olduğu sorusuna verdikleri yanıtlarda; gereken adımların uygulanmasının ve bu adımların önermeyi karşılamasının yeterli olacağına ilişkin ifadelerde bulunmuşlardır. Yine öğretmen adayları matematiğin her özelliğinden ve farklı konularından yararlandığında matematiksel olarak doğru ifade yazmış olacıklarına ilişkin açıklamalar yapmışlardır.

Bunun yanında ispatı ispat yapan şeyler tanımlanırken yöntemler hakkında eksik bilgilerle yapılan açıklamalara rastlanmıştır. Öğretmen adaylarının bu ve buna benzer tepkileri, çalışmanın temaları altında sınıflandırılmıştır. Tablo 2' den de görülebileceği üzere, en sıklıkla ortaya çıkan tema "doğruluğa ulaşma" teması olmuştur. Tüm öğretmen adayları ispatın tanımına ilişkin ifadelerinde bu temaya ilişkin açıklamalarda bulunmuşlardır. Bunun yanında orta başarı düzeyindeki Derya başarılı bir ispata ilişkin açıklamalarında bu temaya ilişkin ifadelerde bulunmuştur. Dolayısıyla bu çalışmada ispatın tüm öğretmen adayları tarafından doğruluğa ulaşma çabası olarak görüldüğü söylenebilir.

Bu çalışmada en az sıklıkla ortaya çıkan temalar ise “problem çözme” ile “biçime odaklanma” olmuştur. Problem çözme temasına vurgu yapan ifadeler çalışmada sadece orta başarı düzeyindeki Derya tarafından ispatın tanımını yaparken ve ispatı ispat yapan şeyleri açıklarken ortaya konmuştur. İspat biçime odaklanma temasına ilişkin ifadelerle ortaya koyma durumu ise sadece en alt başarı düzeyindeki öğretmen adayı olan Hamra tarafından başarılı bir ispatı ve ispatı ispat yapan şeyleri açıklarken görülmüştür. Dolayısıyla ispatı yüzeysel biçimde görünümü ile şekline odaklı olarak açıklamanın ve ispatı bir çeşit problem çözme etkinliği olarak görmenin bu çalışmada en az sıklıkla ortaya çıktığı söylenebilir. Çalışmada elde edilen temaların İDGF sorularına göre dağılımı Tablo 2’den görülebilir:

Tablo 2.*Çalışmada Elde Edilen Temaların İDGF Sorularına Göre Dağılımı*

	Semiha (Soru no)	Derya (Soru no)	Hamra (Soru no)
Genelleme	3	1	1
Yöntem	2	3	1
Doğruluğa ulaşma	1	1,3	1
Problem çözme		1,2	
Biçime odaklanma			2,3

İspatın doğasına ilişkin olumsuz tepkiler olarak nitelendirilebilecek bu temaların öğretmen adaylarına göre dağılımları incelendiğinde; Tablo 2’den de görülebileceği üzere, en düşük başarı düzeyindeki Hamra’nın beş tepkisinde, orta başarı düzeyindeki Derya’nın altı tepkisinde, en başarılı öğretmen adayı olarak nitelendirilebilecek Semiha’nın ise üç tepkisinde ispatın doğasını anlamada sıkıntılar yaşadıklarını gösteren ifadeleri olduğu söylenebilir. Buradan, en yüksek başarı düzeyindeki Semiha’nın ispatın doğasına ilişkin görüşlerinin daha düşük başarı düzeyindeki öğretmen adaylarına göre daha geniş bir bakış açısı içerdiği söylenebilir. Başka deyişle, en yüksek başarı düzeyindeki Semiha’nın ispatın doğasını anlamada daha düşük başarı düzeyindeki öğretmen adaylarına göre daha az sıkıntı yaşadığı söylenebilir.

Aşağıdaki bölümlerde, anılan temalar ayrıntılı olarak incelenmiştir:

3.1. Genelleme

Öğretmen adaylarından Hamra ve Derya ispatı tanımlarken, Semiha ise başarılı bir ispat için gerekli olan şeyleri açıklarken genellemeye vurgu yapan ifadelerde bulunmuşlardır.

Hamra ispatı herkesin kabul ettiği ve genel ifadelerden oluşan bir kavram olarak gördüğünü belirten ifadelerle başvurmuştur. Derya ispatı tanımlarken örneklerden yola çıktığına ve genelleştirme yapılmasına vurgu yapan ifadelerde bulunmuştur. Semiha ise ispatı

tanımlarken değil, fakat ispat için gerekli olan şeyleri açıklarken genelleştirilmiş ifadelerden bahsetmiştir. Öğretmen adaylarının ilgili ifadeleri aşağıdaki gibidir:

A(Araştırmacı): İspat nedir?

H (Hamra): **Herkesin kabul ettiği şeyler**

H: Herkes için... immm... şey olan... **herkesin kabul ettiği şeyler** bence kanıttır yani herkes onu kabul ediyorsa... o mes... o ifadeyi ya da işte o sayıyı ya **genel olan ifadeler** ben kanıt olduğunu düşünüyorum herkes için aynı olan şeyler.

D (Derya): Aslında örnek ya... ııı... **bu örnekten yola çıkarak genelleştiriyorum** aslında her seferinde her zaman için aslında genelleştiriyorum da biraz.

A: Başarılı bir ispat için neler gereklidir? İspat nelerden oluşur?

S (Semiha): İspat için **genelleştirilmiş ifadeler** gerekiyor bence ama mesela bir tek sayı $2n+1$ şeklinde **genelleştirilmiş bir şey yazmam gerekiyor** o sayı için

G: İspata başlamak için mi bu gerekiyor? Ne için gerekiyor?

S: İspata başlamak için... **genelleşmiş bir şey yani herkesin kabulünce olan... $2n$ Tek sayı diyor... n yerine ne verirsem vereyim tek sayıları üretmem gerekiyor bütün tek sayıları bulması gerekiyor.**

Yukarıdaki açıklamalardan da görülebileceği üzere, öğretmen adaylarının ispata ilişkin yanıtlarında en sıklıkla “genel/ genelleştirilmiş ifadeler”, “herkesin kabul ettiği/herkesin kabulünde olan” gibi ifadelerle başvurdukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının herkesin kabul ettiği şeyleri genelleştirilmiş ifadeler olarak gördüğü, bu ifadelerin ise belirli formlardaki sayı ve sembollerden oluşan ifadeler olduğu düşünülmüştür. Örneğin Semiha, açıklamalarında başarılı bir ispatı oluşturmak için (örneğin tek sayı gösterimlerinde) $2n+1$ gibi genelleştirilmiş bir ifade yazması gerektiğini söylemiş, Derya ise ispatı tanımlarken örneklerden yola çıkılarak genelleştirilme yapıldığına ilişkin açıklamalarda bulunmuştur. Hamra da ispatın ne olduğunu tanımlarken herkes için aynı olan genelleştirilmiş ifadelerin (sayı ya da ifadelerin) ispat olduğuna yönelik açıklamalar yapmıştır. Bu açıklamalardan, öğretmen adaylarının ispatın ne olduğu hakkında derin ve doğru bir kavrayışa sahip olmadıkları, ispatın önlerine sunulan ya da kendilerinin oluşturacağı belirli sembol ya da sayılardan oluşan genel ifadeler olarak gördükleri söylenebilir.

3.2. Yöntem

Öğretmen adaylarından Hamra ispatı tanımlarken ispatın kullanılan yöntemler olduğundan, Derya başarılı bir ispat için gerekli olan şeyin doğru bir yöntem olduğundan bahsetmiştir. Semiha ise ispatı ispat yapan şeyleri ve matematiksel olarak doğru bir ifadeyi tanımlarken yöntemleri yanlış ifade ederek açıklamalar yapmıştır. Öğretmen adaylarının ilgili ifadeleri aşağıdaki gibidir:

A: İspat nedir?

H: Ne olmuş oluyor... kanıt zaten ispatsa... immm.... doğruluğuna... ulaşmak için **uyguladığımız bence yollar... yöntemler... bunların hepsi ispattır.**

A: Başarılı bir ispat için ne gerekli? Neler gerekli sence?

D: Başarılı bir ispat için.... **doğru bir yöntem...** yani.... başarılı bir ispat....

A: Bir ispatı ispat yapan şey nedir? Ne yaparsak matematiksel olarak doğru bir ifade yazmış oluruz?

S: Yaptığım ispatta onu çelişkiye düşürecek hiçbir şey olmaması gerekiyor ispat yapmak istiyorsam

G: Ne demek bu çelişkiye düşürecek hiçbir şey olmaması?

S: Hmm... **çelişkiye düşürecek hiçbir şey olmaması yani herhangi bir olumsuz örnek verdiğimde verememem lazım** yani olumsuz hiçbir şey verememem lazım

G: Olumsuz...

S: Örnek evet... **onu sağlamayan hiçbir örnek verememem lazım**

G: Ama az önce mesela sağlamayan bir tane olursa bile ispat olur dedin

S: Tabi ki olur o olmayana ergi o farklı yoluyla ama mesela normalde bir ispat yaparken o da bir ispat yoludur ama.... aaa... doğru olduğunu gösterdiğim bir ispatta kesinlikle bu doğrudur dediğim ispatta onun yanlış olduğunu gösteren hiç bir şey olmaması gerekiyor ama bir ispatta mesela aksine bir şey gösterdiğimde o da ispattır.

Yukarıdaki açıklamalardan, Hamra'nın ispatı sadece yol ve yöntem olarak gördüğü anlaşılmaktadır. Bu durum, onun ispat hakkında doğru bir kavrayışa sahip olmadığını göstergelerinden biri olabilir. Derya ise ispatın başarılı bir ispat olarak görülmesinin koşulunun doğru yöntemler kullanmak olduğunu savunmuştur. Derya, başarılı ispat hakkındaki açıklamalarında yöntemler haricinde ispatı geçerli kılan başka hiçbir şeyden söz etmemiştir. Semiha ise ispatı ispat yapan şeyleri anlatırken "çelişki" sözcüğünü olumsuz örnek verme yerine kullanmıştır. Devam eden ifadelerinde de uyguladığı yöntemler ve bu yöntemlerdeki kavramlar hakkında yanlışlar yaşadığı görülmüştür. Dolayısıyla en yüksek başarı düzeyindeki Semiha'nın ispatın doğası hakkındaki bazı açıklamalarında yöntemler hakkında yanlış bilgilere sahip olduğu söylenebilir. Buradan öğretmen adaylarının ispatı yöntemler aracılığıyla tanımladıkları bu açıklamalarında ispat ile ilgili yetersiz bir kavrayışa sahip oldukları söylenebilir.

3.3. Doğruluğa Ulaşma

Tüm öğretmen adayları ispatın tanımını yaparken "doğruluğa ulaşma" ifadesine vurgu yaptıkları tespit edilmiştir. Derya ise hem ispatı tanımlarken hem de başarılı bir ispat için gerekli olan şeyleri açıklarken bu temaya ilişkin açıklamalar yapmıştır.

A: İspat nedir?

S: İspat nedir... **doğruluğunu göstermektir**

A: Neyin doğruluğunu?

S: Doğruluğunu veya yanlışlığını göstermektir ifade etmektir

A: Neyin?

S: **Önermenin**

H: **Doğruluğuna... ulaşmak için** uyguladığımız bence yollar... yöntemler... bunların hepsi ispattır

A: İspat nedir?

D: Şey.... verilen bir önermenin **doğruluğunu bulmak** için yaptığımız işlemler diyebiliriz doğruluğunu, kanıtlamak adına yani **doğruluğunu göstermek için** yaptığımız işlemler

A: Başarılı bir ispat için neler gereklidir? İspat nelerden oluşur?

D: Yani **gerekli ispat yöntemlerini kullanarak** bizden o istenen sonuca ulaşmamızdır... **bunun çeşitli ispat yöntemleri var ya... onları kullanarak** immm... bizim ulaşmayı hedeflediğimiz sonuca ulaşmamızdır.

Yukarıdaki açıklamalarından da anlaşılacağı üzere, Semiha ispatı bir önermenin doğruluğunu göstermek olarak açıklamıştır. Hamra, ispatı doğruluğa ulaşmak için uygulanan yollar ve yöntemler olarak tanımlamıştır. Derya, ispatı önermenin doğruluğunu bulmak için yapılan işlemler olarak gördüğünü belirtmiştir. Derya başarılı bir ispatı çeşitli ispat yöntemlerini kullanarak hedeflenen sonuca ulaşmak olarak açıklamıştır. En başarılı öğrenci olan Semiha'nın açıklamasının ispatı doğru olarak tanımlamaya en yakın açıklama olduğu söylenebilir. Fakat Semiha ispatı tanımlarken öncüllerin varlığından veya önermenin yanlışlığını göstermekten bahsetmemiştir. Orta başarı düzeyindeki Derya ise önermenin doğruluğunu göstermekten bahsetse de ispatı bir tür "yol", "yöntem" ya da "işlem" olarak gördüğüne yönelik ifadelerde bulunmuştur. En düşük başarı düzeyindeki Hamra da benzer şekilde açıklamalar yapmıştır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının ispatı tanımlarken ve başarılı ispat hakkındaki fikirlerini anlatırken ispatın doğruluğa ulaşma işlevini anlamada problemler yaşadıkları sonucuna ulaşılabilir. Tablo 1 ve Tablo 2'den de görülebileceği üzere, öğretmen adaylarının tümü ispatın doğası hakkındaki görüşlerinde "doğruluğa ulaşma" teması altında tepkiler vermişlerdir ve bu tema çalışmada en sıklıkla ortaya çıkan tema olmuştur. Dolayısıyla çalışmaya katılan öğretmen adaylarının en sıklıkla doğruluğa ulaşmaya vurgu yapan ifadelerle başvurdukları söylenebilir.

3.4. Problem Çözme

Öğretmen adaylarından Derya ispatın tanımını yaparken ve ispatı ispat yapan şeyleri tanımlayarak matematiksel olarak doğru bir ifadeyi açıklarken ispatı bir tür problem çözme etkinliği gibi gördüğüne yönelik açıklamalar yapmıştır. Aşağıda, Derya'nın ilgili ifadeleri yer almaktadır:

A: İspat nedir?

D: Eee... **elimizdeki verilerden yola çıkarak**... **immm... bizden istenen şeye ulaşmaya...** denir...

D: Şey... verilen bir önermenin doğruluğunu bulmak **için yaptığımız işlemler** diyebiliriz doğruluğunu kanıtlamak adına yani doğruluğunu göstermek için yaptığımız işlemler

A: Bir ispatı ispat yapan şey nedir? Ne yaparsak matematiksel olarak doğru bir ifade yazmış oluruz?

D: Ya bize zaten bir önerme veriliyor eğer o önermenin **gerektiği adımları** yaptıktan sonra önermeyi karşılıyorsa doğruluğunu karşılıyorsa bunu ispatlamış oluyoruz

A: Doğruluğunu karşılamak ne demek?

D:Hmmm... şöyle diyim... ya önermede **şu şöyleyse şu şudur** şeklinde verdiğimde o **sonucu bulmamızdır** aslında bizden o olmasını beklediği şeyi bulduğumuzda aslında ispatlamış oluyoruz

Yukarıdaki açıklamalarından da görüldüğü üzere, Derya'nın ispatı belirli adımların uygulandığı elimizdeki verilen şeylerden yola çıkarak istenen şeye ulaşılacak bir tür etkinlik olarak gördüğü söylenebilir. Devam eden ifadelerinde Derya istenen şeylere ilişkin adımları uyguladığında sonucu bulmayı ispat yapmak olarak nitelendirmiştir. Buradan Derya'nın ispat yapmayı bir tür problem çözme etkinliği olarak gördüğü; ispatı süreç odaklı değil, sonuç odaklı bir etkinlik olarak dar bir bağlamda ele aldığı söylenebilir. Problem çözme temasına vurgu yapan ifadeler çalışmada sadece orta başarı düzeyindeki Derya tarafından ispatın tanımını yaparken ve ispatı ispat yapan şeyleri açıklarken ortaya konmuştur.

3.5. Biçime odaklanma

Öğretmen adaylarından Hamra ispatı ispat yapan ve başarılı bir ispat için gerekli olan şeyleri açıklarken bu temaya ilişkin ifadelerde bulunmuştur. Hamra ispatı ispat yapan şeyleri ve ispatın nelerden oluştuğunu açıklarken genelde yüzeysel ve anlam içermeyen ifadeler kullanmıştır. Aşağıda Hamra'nın ilgili ifadeleri bulunmaktadır:

A: Bir ispatı ispat yapan şey nedir? Ne yaparsak matematiksel olarak doğru bir ifade yazmış oluruz?

H: **Matematiği bence en.... güzel şekilde kullanırsak matematiği doğ... yani o ifadeyi doğru ispat yapmış oluruz yani matematiğin her özelliğinden yararlanarak onu ispat edersek...**

A: Her özelliğini... mesela?

H: Hmmm... mesela... yani bütün... imm.... **Konulardan yararlanarak ispat etmeye çalışmak... yani o konuyla alakalı olan diğer konularla... mesela o... biraz önce mesela 3'e bölünebilme diyordu ya... mesela orada... mesela mod kullanmış modan yararlanmış matematiğin sadece bir şeyle değil diğerleriyle de faydalanarak yapabilmek...**

A: Başarılı bir ispat için neler gereklidir? İspat nelerden oluşur?

H: Başarılı bir ispat için... doğru bir yöntem... yani... başarılı bir ispat... Bence başarılı bir ispat **daha önce kimsenin yapmadığı** bir ispat yöntemi bence başarılı bir ispattır... daha önce hiç kimsenin denemediği ama doğru olan bir ispat...

G: İspat nelerden oluşur sence?

H: Nelerden oluşur... sayılardan... ııı... harflerden... ı... matematiksel immmm... konulardan diyeyim ya da matematiksel konuların içine giren... matematiksel konulardan... ve cebirsel ifadelerden oluşur. **Sayı, harf cebirsel ifade, matematik... ten oluştuğunu düşünüyorum**

Yukarıdaki ifadelerinden de görülebileceği üzere, Hamra ispatı ispat yapan şeyleri açıklarken "her özelliğinden faydalanılması", "en güzel şekilde kullanılması" gibi ispatın görünümüne odaklı yorumlar yapmıştır. Bunun yanında "mod kullanılması" gibi farklı gösterim şekillerinin ispatı zenginleştireceğini belirten ifadelerde bulunmuştur. Bu açıklamalarının ispat hakkında yüzeysel ve dar bir bakış açısını yansıttığı söylenebilir. Hamra başarılı ispatı tanımlarken "hiç kimsenin yapmadığı" ispatın başarılı bir ispat olacağına yönelik düşünceler sergilemiştir. Hamra "sayı", "harf", "cebirsel ifadeler" gibi ispatın görünümüne vurgu yapan elemanların kullanılmasının ispatı zenginleştireceğini düşünmüştür. Buradan Hamra'nın başarılı bir ispatı

tanımlarken ispatın içeriğinden ve anlamından çok görünümüne odaklandığı yorumu yapılabilir. Biçime odaklanma temasına vurgu yapan ifadeler çalışmada sadece en düşük başarı düzeyindeki Hamra tarafından ispatı ispat yapan şeyleri açıklarken ve başarılı bir ispatı tanımlarken açıklarken ortaya konmuştur.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispatın doğasına ilişkin görüşleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Çalışmada ortaya çıkan temaların, öğretmen adaylarının ispatın doğasını anlamada sıkıntılar yaşadıklarını ortaya koyan tepkilerden oluştuğu belirlenmiştir. Bu bulgu, matematik öğretmeni adaylarının ispata ilişkin görüşlerinin tam oturmadığını (Güner, 2012) ve ispat yapmaya ilişkin becerilerine ilişkin kavramsal yeterliliklerinin düşük olduğunu (Moralı ve diğerleri, 2006) söyleyen çalışmalar ile tutarlıdır. (Moore, 1994) matematik lisans öğrencilerinin ispat tanımlarını bilmeme ve ifade edememe; kavramlar hakkında çok az sezgisel anlayışa sahip olma, ispatın tüm yapısını ortaya koyacak tanımları nasıl kullanacaklarını bilmeme, matematiksel dili ve simgeleri anlayamama ve kullanamama gibi ispatın doğasına ilişkin zorluklar yaşadıklarını belirtmiştir. Bazı çalışmalar ise matematik öğretmenlerinin (Knuth, 2002a; Oehrtman ve Lawson, 2008) ispatlamanın ve yanlışlığını göstermenin anlamları hakkındaki anlayışlarında problemler yaşadıklarını belirtmişlerdir. Anılan çalışmalardaki lisans öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispatın doğasına ilişkin bu tür anlayışları, bu çalışmanın bulgularıyla tutarlık göstermektedir. Dolayısıyla, ispatın doğası hakkındaki gelişmemiş fikirlerin hem öğretmen hem öğrenci hem de öğretmen adayları tarafından ortaya konduğu ve geliştirilmesi gerektiği söylenebilir.

İspatın genelleştirilmiş ve herkes tarafından kabul edilmiş ifadeler olduğuna ve bu ifadelerin başarılı bir ispat için gerekli olduğuna yönelik ispatın yüzeysel olarak açıklandığı ifadeler rastlanmıştır. Bu ifadeler “genelleme” teması altında toplanmıştır. Uygun ve diğerleri (2014) çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ispatın doğruluğunu herkesin kabul etmesine ve genel olarak kabul edilmiş olmasına yönelik olarak açıkladıklarını belirtmişlerdir. Bu bulgu; bu çalışmada ispatın öğretmen adayları tarafından yüzeysel ve önceden edinilmiş bilgilerle herkesin kabul ettiği biçimde genelleştirildiği bulgusuyla tutarlık göstermektedir.

En düşük başarı düzeyindeki öğretmen adayının ispatı yollar ve yöntemler olarak gördüğüne ilişkin ifadeler rastlanılmıştır. Orta başarı düzeyindeki öğretmen adayı ispatın başarılı bir ispat olarak görülmesinin koşulunun doğru yöntemler kullanmak olduğunu

savunmuştur. En yüksek başarı düzeyindeki öğretmen adayı ise ispatı ispat yapan şeyler ve matematiksel olarak doğru ifadelerin nasıl olacağı hakkındaki açıklamalarında yöntemlerden bahsetmiştir; fakat bu açıklamalarında bahsettiği yöntemler ve bu yöntemlerdeki kavramlar hakkında eksik veya yanlış bilgilere sahip olarak açıklamalar yapmıştır. Bu ifadeler “yöntem” teması altında toplanmıştır. Bazı çalışmalar öğretmen adaylarının (Güler, ve diğerleri, 2012, Stylianides ve diğerleri, 2007) ve öğrencilerin (Zaimoğlu, 2012) özellikle tümevarımsal akıl yürütme yoluyla ispat hakkında yanlış ya da eksik bilgilere sahip olduklarını göstermişlerdir. Güler ve diğerleri (2012) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel tümevarım adımları arası ilişkiyi tam olarak kavramadıklarını ve bu yöntemi takip edilmesi gereken bir prosedür olarak gördüklerini ortaya koymuştur. Görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının doğrulama basamağını kontrol edilmeye gerek olmayacak bir basamak olarak gördüklerini göstermiştir. Buradan anılan çalışma bulgularının bu çalışmadaki ispat yöntemleri hakkında eksik ya da yanlış kavramaların olduğu bulgusuyla tutarlık gösterdiği söylenebilir. Stylianides ve diğerleri (2007) çalışmalarında matematik öğretmeni adaylarının tümevarım yöntemi hakkında sıkıntılar yaşadıklarını ve bu sıkıntıların ilköğretim matematik öğretmeni adaylarında, lise matematik öğretmeni adaylarından daha sık ortaya çıktığını belirlemişlerdir. Zaimoğlu (2012) ilköğretim öğrencilerinin büyük bölümünün geçerli bir ifadenin doğrulanmasını az da olsa yapabildiklerini fakat geçersiz ifadeyi çürütmeyi bilmediklerini belirlemiştir. Bunun yanında öğrencilerin çoğunun tümevarımsal akıl yürütme yapmaya eğilimli olmuş fakat ispatın altında yatan mantığı kavrayamadıklarını belirtmiştir. Dolayısıyla anılan çalışmaların ispat yöntemlerini yanlış ifade etme durumlarının bu çalışmada orta başarı düzeyindeki öğretmen adayının yöntemler hakkında eksik kavrayışlara sahip olma durumu ile tutarlık gösterdiği söylenebilir.

İspatın ne olduğu ve başarılı bir ispat için nelerin gerekli olduğu açıklanırken “doğruluğa ulaşma” teması altında belirli tepkilere rastlanmıştır. Bu tema tüm öğretmen adaylarının ispatın ne olduğuna ilişkin açıklamalarında ve orta başarı düzeyindeki öğretmen adayının başarılı bir ispat hakkındaki açıklamalarında bulunduğu için çalışmanın en sıklıkla ortaya çıkan teması olarak görülmüştür. En yüksek başarı düzeyindeki Semiha ispatın bir önermenin doğruluğunu veya yanlışlığını göstermek olduğuna ilişkin açıklamalar yaparken, orta başarı düzeyindeki Derya ispatın önermenin doğruluğunu bulmak/göstermek adına yapılan işlemler olduğuna ilişkin tepkiler göstermiştir. En düşük başarı düzeyindeki Hamra ise ispatı doğruluğa ulaşmak için kullanılan yöntemler olarak tanımlamıştır. Bu çalışmada daha yüksek başarı düzeyindeki öğretmen adayının (Semiha), daha düşük başarı düzeyindeki öğretmen adaylarına (Derya ve Hamra) göre ispat tanımlamasında biraz daha geniş bir bakış açısına sahip olduğu söylenebilir.

Çalışmanın bulgular kısmında da ele alındığı üzere, Semiha'nın ispat tanımının tam olarak doğru olduğu söylenemese de, diğer öğretmen adaylarıyla kıyaslandığında doğruya en yakın tanım olduğu söylenebilir. Köğce ve Yıldız (2011) çalışmalarında birinci sınıf matematik öğretmeni adaylarının büyük bölümünün ispatlamayı bir ifadenin doğruluğunu gösterme olarak açıkladıklarını, son sınıf öğretmen adaylarının büyük bölümünün ise ispatlamayı tüm durumlara uygulanabilir olarak bir ifadenin hem doğruluğunu hem yanlışlığını gösterme ve neden sonuç ilişkisi ile bilgi aktarma olarak belirtmişlerdir. Çalışmada son sınıf öğretmen adaylarının matematiksel ispatlamaya ilişkin daha geniş bir bakış açıları olabileceği belirtilmiştir. Köğce ve Yıldız (2011) sınıf düzeyi arttıkça öğretmen adaylarının ispata ilişkin bakış açılarının daha geniş olabileceğini belirtmişlerdir. İki çalışmanın sonuçları arasındaki farklılığın nedenlerinden biri Köğce ve Yıldız'ın (2011) çalışmalarının sınıf öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirilmiş olması olabilir. Güler ve Dikici (2012) ise ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının çoğunluğunun matematiksel ispatı ifadelerin doğruluğu olarak gördüklerini belirlemişlerdir. Çalışmanın bulgularının, bu çalışmanın bulguları ile tutarlı olduğu söylenebilir.

İspatın önceden edinilen bir takım yüzeysel bilgilerle bir problem gibi tanımlanmasına yönelik ifadeler rastlanmıştır. Bu ifadeler "problem çözme" teması altında toplanmıştır. Bu temaya ilişkin ifadeler sadece orta başarı düzeyindeki öğretmen adayı tarafından ortaya konmuştur. Bu ifadelerde ispatın eldeki verilerden yola çıkılarak belirli adımlar sonucunda istenen şeye ulaşılabilecek bir tür problem çözme gibi görüldüğüne ilişkin açıklamalara rastlanmıştır. Benzer olarak Uygan ve diğerleri (2014) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ispatı bir tür problem çözümü, problem çözümü için kurallar oluşturma olarak gördüklerini belirtmiştir. Güler (2013) de çalışmasında ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının problemlerin ispat şeklinde de çözülebileceği, süreç olarak aynı oldukları ve ispatların ve problemlerin her ikisinde de problemin ortadan kalkacağına ilişkin açıklamalar yaptıklarını belirlemiştir. Köğce ve Yıldız (2011) ise çalışmalarında bazı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispatın tanımına ilişkin yanıtlarında ispatı "matematiksel işlemler süreci" sınıflaması altında açıklayan ifadelerde bulduklarını belirtmişlerdir. Doruk ve Kaplan (2013) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözme ile ispat arasındaki ilişkiye yönelik yanılgılar yaşadıklarını belirtmişlerdir. Buradan anılan çalışma bulgularının bu çalışmadaki ispatı bir problem gibi görerek yüzeysel bilgilerle açıklamalar yapma bulgusuyla tutarlı olduğu söylenebilir. Alanyazın incelendiğinde sadece bir çalışmanın (Gökkurt ve Soylu, 2012) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının büyük çoğunluğunun ispat yapmayı problem çözme olarak değerlendirmediklerini raporladığı görülmüştür. Buradan ispatın matematik

öğretmeni adayları tarafından bir tür problem çözme olarak görülmesinin ülkemizde yapılan çalışmalarda yaygın olarak görüldüğü söylenebilir.

İspatı ispat yapan ve başarılı bir ispat için gerekli olan şeylerin tanımlanmasında ispatın “biçime odaklanma” teması altında ispatın sayılardan, harflerden, matematiksel konulardan ve cebirsel ifadelerden oluştuğuna dair açıklamalara rastlanmıştır. Bu açıklamalar en düşük başarı düzeyindeki öğretmen adayı tarafından yapılmıştır. Benzer olarak Healy ve Hoyles (2000) çalışmalarında lise öğrencilerinin, karmaşık cebirsel ifadeler içeren ispatların kullanımının öğretmenlerden yüksek not almalarını sağlayacağına inandıklarını ortaya koymuştur. Çalışmada ispatın mutlaka cebirsel semboller içermesi gerektiğine inandıklarını anlatıma dayalı olarak hazırlanan geçerli ispatların öğretmenlerden yüksek not alamayacaklarını düşündükleri belirlenmiştir. Buradan, ispatın doğruluğunu ispatın görünümüne vurgu yaparak açıklama çabalarının bu çalışma ile Healy ve Hoyles’un (2000) çalışmalarında tutarlık gösterdiği söylenebilir. Fakat Healy ve Hoyles (2000) çalışmalarını lise öğrencileriyle yürütmüşlerdir. Buradan, ispatı görüntüsüne odaklanarak yargılama tepkisinin lise öğrencilerinde ve düşük başarı düzeyindeki matematik öğretmen adaylarında görülebileceği söylenebilir.

Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispatın tanımını yapmada, ispatı ispat yapan şeyleri tanımlamada, başarılı bir ispat için gerekli olan şeyleri belirlemede, diğer deyişle ispatın doğasını anlamada zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. İlgili alanyazın incelendiğinde öğretmen adaylarının, öğrencilerin ve hatta öğretmenlerin de ispatın doğasını anlamada benzer sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının ispatın doğası hakkındaki fikirlerin gelişmesini sağlayacak öğretim etkinliklerine dâhil olmaları önerilebilir. Bu öğretim etkinlikleri, matematik alan derslerinin ispat uygulamalarına geçmeden önce onların ispatın doğası hakkında düşünmelerini sağlayacak soru ve projelerden oluşabilecek şekilde hazırlanabilir.

Çalışma, öğretmen adaylarının ispatın doğası hakkındaki görüşlerinin belirlenebilmesi amacıyla öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Araştırmacılara, ilkokul, ortaokul ve lise öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispatın doğasına ilişkin görüşlerinin belirlenebilmesine yönelik nitel çalışmalar yapmaları önerilebilir.

Bu çalışma üç öğretmen adayıyla yapılmıştır. Daha geniş gruplarla, farklı örneklem ve yöntemlerle tekrarlanabilir.

Kaynaklar

- Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: Can the genesis of mathematical knowledge teach us anything, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(4), 479-488. <https://doi.org/10.1080/0020739031000108574>
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. İçinde En Pimm D. (Ed.), *Mathematics, teachers and children*. (216-235). London: Hodder and Stoughton.
- Chazan, D. (1993). High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof, *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 359-387. <https://doi.org/10.1007/BF01273371>
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. İnternet adresinden 5.11.2017 tarihinde elde edildi.
- Cyr, S. (2004, October). Conceptions of proof among preservice high school mathematics teachers. İçinde D.E. McDougall, & J. A. Ross (Ed.), *Proceedings of The Twenty-sixth Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (570-576). Toronto: OISE/UT.
- Davis, P. (1986). The nature of proof. İçinde M. Carss (Ed.), *Proceedings of The Fifth International Congress on Mathematical Education* (352-358). Boston: Springer Science+Business Media: Birkhäuser.
- Doruk, M., ve Kaplan, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşleri, *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 241-252.
- Godino, J. D., ve Recio A. M. (1997, July). Meanings of proof in mathematics education. İçinde E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21th International Conference of PME (Vol. 2)* (313-321), Lahti, Finland.
- Gökkurt, B., ve Soylu, Y. (2012). Üniversite öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri, *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(4), 56-64.
- Güler, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Güler, G., ve Dikici, R. (2012). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(2), 571-590.
- Güler, G., Özdemir, E., ve Dikici, R. (2012). Öğretmen adaylarının matematiksel tümevarım yoluyla ispat becerileri ve matematiksel ispat hakkındaki görüşleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(1), 219-236.
- Güner, S. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma süreçlerinde DNR tabanlı öğretime göre anlama ve düşünme yollarının incelenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Hanna, G. (2002). Mathematical Proof. İçinde D.Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. (54-64). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Hanna, G., ve Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. İçinde A.J. Bishop, K.Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Ed.), *International handbook of mathematics education*, Volume 4 (877-908) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Harel, G., ve Sowder, L. (1998). Students proof schemes: Results from exploratory studies, *CBMS Issues in Mathematics education*, 7, 234-283.
- Healy, L., ve Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra, *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428. DOI: 10.2307/749651
- Kitcher, P. (1984). *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York: Oxford University Press.
- Köğçe, D., ve Yıldız, C. (2011). A comparison of freshman and senior mathematics student teachers' views of proof concept, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 1266-1270. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.03.274>
- Knuth, E. J. (2002a). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.
- Knuth, E. J. (2002b). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405. DOI: 10.2307/4149959
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. İçinde J. Worrall, & E. Zahar (Ed). Cambridge: Cambridge University Press.
- MEB (2017). T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in mathematics*, 27(3), 249-266.
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147-160.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston.VA: NCTM.
- Norby, K. (2013). *Investigating viable arguments: pre-service mathematics teachers' construction and evaluation of arguments* (Unpublished Doctoral Dissertation ezi). Montana State University, Bozeman, Montana.
- Oehrtman, M., ve Lawson, A. E. (2008). Connecting science and mathematics: The nature of proof and disproof in science and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(2), 377-403.
- Patkin, D. (2012). High school students' perceptions of geometrical proofs proving and refuting geometrical claims of the "for every..." and "there exists" type, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(8), 985-998. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2012.662301>
- Reid, D. A. (2005, February). The meaning of proof in mathematics education. *European Research in Mathematics Education IV. Proceedings of CERME4, San Feliu de Guíxols, Spain*.
- Reid, D. A. (2001, July). Proof, proofs, proving and probing: Research related to proof, *Twentieth-Fifth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Utrecht, Netherlands.
- Reid, D.A., ve Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education. Research, Learning and Teaching*, Rotterdam: Sense Publishers.

- Riley, K.J. (2003). *An investigation of prospective secondary mathematics teachers' conceptions of proof and refutations*. (Unpublished Doctoral Dissertation) Montana State Univesity, Bozeman, Montana.
- Schoenfeld, A. H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior*, 13(1), 55-80. [https://doi.org/10.1016/0732-3123\(94\)90035-3](https://doi.org/10.1016/0732-3123(94)90035-3)
- Soucy Mccrone, S. M., ve Martin, T. S. (2004, October). The impact of teacher actions on student proof schemes in geometry, *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Toronto, Ontario, Canada.
- Stylianides,G.J., Stylianides,A.J.,ve Philippou,G.N.(2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 145-166.
- Tall, D. (1989). The nature of mathematical proof. *Mathematics Teaching*, 127, 28-32.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilir nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 6(4), 543-559
- Tymoczko, T. (1986). Making room for mathematicians in the philosophy of mathematics. *The Mathematical Intelligencer*, 8(3), 44-50.
- Uygan, C., Tanışlı, D., ve Köse, N.Y. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıt bağlamındaki inançlarının, kanıtlama süreçlerinin ve örnek kanıtları değerlendirme süreçlerinin incelenmesi, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(2), 137-157.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Yoo, S. (2008). *Effects of Traditional and Problem-Based Instruction on Conceptions of Proof and Pedagogy in Undergraduates and Prospective Mathematics Teachers* (Unpublished Doctoral Dissertation). The University of Texas, Austin, USA.
- Zaimoğlu, Ş. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

The Preservice Middle School Mathematics Teachers' Opinions About the Nature of Proof

EXTENDED SUMMARY

Throughout the history of mathematics, since ancient Greeks, the practice of proof has never been uniform and has been dealt with in different ways by the development of proof tradition (Almeida, 2003). In the foundation of mathematics, the correctness of a theory is based on the validity of the logic rules used in proof and the theorem emerges as a logical and necessary result of the premises and is acceptable if it has universal validity (Godino ve Recio, 1997; Fischbein ve Kedem, 1982, cited by: Reid, 2001, Reid, 2005). But, the formalist nature of the formal proof introduces the proof in accordance with mathematical systems in a totally deductive narrow sense (Hanna ve Jahnke, 1993). But experience in mathematics education shows that formal definitions are not a suitable way to teach mathematics (Tall, 1989) and makes proof to be one of the least understood processes of the mathematics teaching program (Healy ve Hoyles, 2000, Schoenfeld, 1994). These troubles increase with the vague nature of the term of proof. There are many differences among mathematicians' opinions about the role and functions of proof (Healy ve Hoyles, 2000), it is expected that students will have difficulty in understanding the nature of formal proof. Thus, a lot of research shows that learners have difficulties in understanding what constitutes a proof (Healy ve Hoyles, 2000; Soucy McCrone, ve Martin, 2004; Patkin, 2012), understanding the role of the proof (Healy ve Hoyles, 2000) constructing or following formative deductive arguments or separating them from experimental outcomes (Balacheff, 1988; Chazan, 1993; Harel ve Sowder, 1998).

The nature of the proof involves looking for examples by developing intuition to know what is right and why, and then trying to prove the result (Schoenfeld, 1994).Cyr (2004) reported that the nature of proof refers to a certain type of mathematics culture and it can be associated with a global, philosophical, or pedagogic view of the process of validation.

The majority of teachers have limited knowledge about mathematical proof (Knuth, 2002b) and they have not been trained to teach mathematical proofs in the way recommended by educational reforms (Yoo, 2008). Studies show that teachers and students have inadequacies and misconceptions in understanding proof (Güner, 2012; Knuth, 2002b; Moralı ve diğerleri, 2006; Norby, 2013; Riley, 2003). Preservice teachers have to understand and teach reasoning in the areas suggested by Common Core Standards (2010), NCTM (2000) and Mathematics

Teaching Program (MEB, 2017) in our country. According to Norby (2013), preservice teachers must understand the importance of proof, reasoning and argumentation.

The aim of this study is to reveal preservice middle school mathematics teachers' opinions about the nature of the proof. For this purpose, the problem of the study was determined as: "What are the opinions of preservice middle school mathematics teachers about the nature of proof?".

The case study method was used in the study. Three senior preservice teachers who were at the department of mathematics education of faculty of education in a public university were taken to the study via the criterion sampling method. Semi-structured interviews were conducted with the participants by using "Interview Questions Form about the Nature of Proof" which was consisted of open-ended questions. The interview data were analyzed by the content analysis method.

After the content analysis, preservice teachers responses were categorized under five basic groups named: "generalizing", "method", "reaching the validity", "problem solving", "focusing on the form". It has been determined that all the themes consisted of reactions containing problematic information about the nature of the proof. This finding is consistent with studies that suggest preservice mathematics teachers do not have a good understanding of proof according to their views (Güner, 2012) and that their conceptual competencies of proof skills are low (Moralı and others, 2006).

The results of the study showed that preservice mathematics teachers had problems in giving definitions of the proof, defining the things which constitute the proof, determining the things required for a successful proof; shortly in understanding the nature of proof. None of the preservice teachers accurately defined what the proof was. Our findings are similar with Moore's (1994) study in which undergraduate mathematics students have difficulty in knowing and expressing the definitions of proofs, having the intuitive understanding of concepts, knowing how to use the definitions that will reveal the whole structure of the proof which expresses the problems of understanding the nature of proof. Moreover, Knuth (2002a) and Oehrtman ve Lawson (2008) had parallel findings with our study that mathematics teachers have an insufficient understanding of the meanings and roles of proving and disproving.

There were explanations about the fact that the proof was a kind of generalization and these expressions were necessary for successful proof, in the study. These expressions were grouped under the theme: "generalization". Uygan and others (2014) pointed out that

preservice primary school mathematics teachers explained the correctness of the proof towards its acceptance by everybody and its general acceptance. These findings are thought to be consistent with each other.

In the study, while defining proof and explaining what were necessary for a successful proof, there were reactions under the theme: “reaching the validity”. This theme emerged in the expressions of all of the preservice teachers and in the expressions of the preservice teacher of medium success level while explaining proof successfully. In this study, it was found that the preservice teacher with a higher success level had a somewhat broader view of the definition of proof than the less successful preservice teachers. Although it cannot be said that Semiha’s definition of proof was exactly correct, it can be said that it was the closest definition to the true definition when compared to others. In their study, Köğçe and Yıldız (2011) concluded that the higher the grade level, the more likely the preservice teachers’ views of the proof could be higher. One of the reasons for the difference between the results of the two studies may be the fact that the studies of Köğçe and Yıldız (2011) were carried out with preservice class teachers. Güler and Dikici (2012) in their study determined that the majority of the preservice secondary school mathematics teachers regarded proof as correctnesses of expressions. It can be said that the findings are consistent with the findings of this study.

In the study, there were explanations such as “using various proof methods”, “using generalized expressions”, “making a proof that nobody has done before” were thought to be sufficient for a successful proof and these were grouped under the theme: “focusing on the form”. There were explanations that proofs consisted of numbers, letters and algebraic expressions. These explanations were made by the lowest achieving preservice teacher. Similarly, Healy and Hoyle (2000) found that high school students believed that the use of proofs with complex algebraic expressions would lead to high marks and valid proofs prepared on the basis of narration would not lead to high marks from teachers. So, it can be mentioned that judging the proofs according to their appearance can be seen in the high school students and preservice teachers with low success level.

In this study, there were expressions which were used to describe the proof as a problem solving activity with a number of superficial information previously acquired (Uygan and others, 2014, Güler, 2013, Köğçe and Yıldız, 2011). These expressions were grouped under the theme of “problem solving”. These expressions were put forward by the teacher at the middle level of success. Similarly, Doruk and Kaplan (2013) expressed preservice primary school mathematics

teachers had experienced misconceptions about the relationships between problem solving and proof.

Besides, there were explanations made with incomplete information about the methods while identifying what constitutes proof. These and similar reactions of the preservice teachers were classified under the theme: “method”. Some studies (Güler and others, , 2012, Stylianides and others, 2007, Zaimoğlu, 2012) have shown that preservice teachers and students had inaccurate or incomplete knowledge of proof, in particular through inductive reasoning. Therefore, it can be said that the cases of misrepresentation of the proof methods of the mentioned studies are consistent with the lack of understanding about the methods of the middle-level success level teacher in this study.

In this study, it was determined that there were difficulties in defining the proof, identifying what constitutes proof, identifying what was necessary for a successful proof, in other words, in expressing in the sense of the nature of proof. When the related literature was examined, it was seen that preservice teachers, students and even teachers experienced similar problems in the sense of identifying and understanding the nature of the proof. Preservice teachers may be required to be involved in teaching activities that will help them develop ideas about the nature of proof. These teaching activities can be prepared in such a way that mathematics courses can consist of questions and projects which allow them to think about the nature of the proof.