



Multi-category assortment planning problem and an application in Turkey

Ebru Angün

Department of Industrial Engineering, Galatasaray University, Istanbul, 34349, Turkey

Highlights:

- Utility maximization under capacity constraints that consider products' dimensions
- Nested multivariate logit shopping basket model
- Application in Turkey with real shopping basket data

Keywords:

- Nested multivariate logit model
- Retail sector
- Constrained integer global optimization
- Heterogeneous consumers
- Shopping basket model

Article Info:

Research Article
Received: 25.06.17
Accepted: 01.12.17

DOI:

10.17341/gazimmfd.416502

Acknowledgement:

This research has been supported by Galatasaray University Research Fund (project number: 16.402.008)

Correspondence:

Author: Ebru Angün
e-mail: eangun@gsu.edu.tr
phone: +90 212 227 4480/633

Graphical/Tabular Abstract

The goal of assortment planning for a retailer is to determine the products to display in the shop so as to maximize the total sales or gross margin under several constraints such as the limited budget and the limited display area. In the assortment planning, cross-category effects have been considered only for substitutable or complementary categories. This paper, however, considers the cross-category effects between every two categories that are caused by product dependencies (complementary or substitutable), display proximity, and consumer characteristics. This is achieved by deriving a nested multivariate logit model, used as the shopping basket model, for any number of categories and brands under these categories. The shopping basket model is consumer specific, and it shows the utility of each category and brand to that consumer. A combined utility function for the shop can be obtained by adding the weighted sum of shopping baskets for a number of consumers. To determine the assortment, this utility function is maximized under shelf space constraints



Figure A. Steps of the methodology

Purpose: This research shows the importance of shopping basket model that accounts for cross-category effects for the assortment planning problem.

Theory and Methods: The shopping basket model is derived as a nested multivariate logit model. Constrained global integer optimization is used to determine the assortment.

Results: The problem is solved by considering cross-category effects, and then it is resolved by ignoring the cross-category effects. A significant improvement is observed in the optimal objective value when the cross-category effects are considered.

Conclusion: The numerical results show the importance of using the shopping basket model, which considers cross-category effects, in the assortment planning. This consideration improves the optimal objective value significantly. Further studies should consider tailor-made algorithms to handle large-scale problems.



Çok kategorili ürün çeşidi belirleme problemi ve Türkiye’de bir uygulaması

Ebru Angün*

Galatasaray Üniversitesi, Mühendislik ve Teknoloji Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Marka boyutlarını dikkate alan kapasite kısıtları altında fayda en büyükleme
- İç içe çok değişkenli logit alışveriş sepeti modeli
- Gerçek alışveriş sepeti verileriyle Türkiye’de uygulama

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 25.06.2017

Kabul: 01.12.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.416502

Anahtar Kelimeler:

İç içe çok değişkenli logit modeli,
perakende sektörü,
tamsayı ve kısıtlı global eniyileme,
türdeş olmayan tüketiciler

ÖZET

Bu çalışma, kategoriler arasındaki çapraz etkileri çok kategorili ürün seçimi probleminde dikkate alan bir eniyileme modeli oluşturmayı hedeflemektedir. Kategoriler arasındaki çapraz etkiler, kategorilerin tümler ya da ikame olmasından, teşhir yakınlığından ya da tüketici özelliklerinden kaynaklanır. Çalışmada bu sebeplerin tamamını formüle eden ve istenilen sayıda kategori ve markaya uygulanabilecek iç içe çok değişkenli logit alışveriş sepeti modeli çıkarılmıştır. Elde edilen kısıtlı, tamsayı, global eniyileme problemi türdeş olmayan tüketicilerin birleşik fayda fonksiyonunu en büyükler. Eniyileme problemi karesel ve içbükey olmayan amaç fonksiyonu ve diğer kısıtlar yanında çok sayıda sırt çantası kısıtı benzeri kısıtlara sahiptir; bu kısıtlar, teknik yazımdan farklı olarak, ürünlerin boyutlarını dikkate almaktadır. Alışveriş sepeti analizi ve eniyileme Türkiye’nin en büyük süpermarket zincirlerinden birinin tüketici sepet verilerine uygulanmıştır. Özel olarak, eniyileme problemi çapraz kategori etkilerini göz ardı eden problem için tekrar çözülmüştür. Bu şekilde elde edilen en büyük fayda çapraz etkileri dikkate alan problemin en büyük faydasının yalnızca %5,72’sine eşittir. Bu sonuç, daha önce teknik yazımda iki kategori için elde edilen sonuçla aynı yöndedir.

Multi-category assortment planning problem and an application in Turkey

H I G H L I G H T S

- Utility maximization under capacity constraints that consider products’ dimensions
- Nested multivariate logit shopping basket model
- Application in Turkey with real shopping basket data

Article Info

Research Article

Received: 25.06.2017

Accepted: 01.12.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.416502

Keywords:

Nested multivariate logit model,
retail sector,
constrained integer global optimization,
heterogeneous consumers

ABSTRACT

This study aims at formulating an optimization problem for multi-category assortment planning that considers cross-category effects. Cross-category effects are mainly due to complementary or substitute categories, display proximity, and consumer characteristics. Therefore, this study derives a nested multivariate logit model, namely shopping basket model, for any number of categories and brands. Furthermore, this shopping basket model accounts for all main factors that cause cross-category effects. The resulting constrained, integer, global optimization problem maximizes a combined utility function of heterogeneous consumers. This problem has a quadratic and non-concave objective function with several knapsack-like constraints and other constraints; different from the literature, these knapsack constraints consider widths of products. Shopping basket analysis and optimization are applied to real basket data of consumers obtained from one of the biggest supermarket chain in Turkey. In particular, optimization problem is resolved ignoring cross-category effects. The maximum utility of the problem without cross-category effects is only 5.72% of the one with cross-category effects. This result is similar to the current results in the literature with only two categories.

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: eangun@gsu.edu.tr / Tel: +90 212 227 4480 / 633

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Perakende sektöründe çalışanlar için ürün çeşidi belirleme stratejik bir problemdir. Ürün çeşidi belirleme problemi, bulundurulacak farklı kategori sayısını belirleme, her kategori içinde bulundurulacak stok birimleri sayısını belirleme ve her stok birimi için envanter düzeyini belirleme kararlarını almayı gerektirir [1]. 1990'dan sonra ürün ve marka sayısındaki hızlı artış ve süpermarket hacimlerinin aynı hızla artmaması bu problemin çözümünü karmaşıktırıştır [2]. Örnek olarak, sadece şekerleme kategorisindeki marka sayısı %40'tan fazla artmış, aynı dönemde süpermarket hacimleri yalnızca %0,8 genişlemiştir [3]. Bir diğer örnekte Food Marketing Institute (FMI), ABD'deki süpermarket alanlarının ortanca değerinin 2000-2014 yılları arasında 44600 birimden 46000 birime çıktığını ve böyle bir süpermarketin 15000'den 60000'e kadar farklı stok birimi bulundurması gerektiğini bildirmektedir [4].

Yakın zamanda Alman perakendeciler, "eniye ürün portföyü seçimi ve kategori yönetimini" performans kriterlerini sağlayabilmek için en önemli görev olarak belirlemiştir [5]. Başarılı bir kategori yönetimi, perakendecinin kategoriler arasındaki çapraz kategori etkilerini anlamasını gerektirir. Pazarlama teknik yazımında Niraj vd. [6], Manchanda vd. [7], Song vd. [8] ve Rooderkerk vd. [9] tüm kategoriler arasındaki çapraz etkileri ve Wedel ve Zhang [10] ikame kategoriler arasındaki çapraz etkileri incelemiştir. Yakın zamanda yapılan çalışmalar birbiriyle ilgisiz gibi görünen kategoriler arasında da çapraz kategori etkisi bulunabileceğini göstermektedir; bu çapraz kategori etkilerinin teşhir yakınlığı [11], reklam ve promosyonla gelen tüketici sayısının artması ve dolayısıyla diğer kategorilerde daha fazla satış gerçekleşmesi [12] ve bir kategoriye ayrılan bütçenin azaltılması sebebiyle tüketicinin artan bütçeyi diğer kategoriler için harcaması [13] gibi sebeplerden kaynaklandığı belirlenmiştir.

Pazarlama teknik yazımında kategoriler arasındaki çapraz etkileri modellemek için, elde edilen veri tipine bağlı olarak, ekonometrik modellerden ya da tüketici fayda fonksiyonunu en büyükleyen alışveriş sepeti modellerinden faydalanılmıştır. Analizlerinde, Niraj vd. [6], Manchanda vd. [7], Russell ve Petersen [14] ve Chib vd. [15] alışveriş sepeti modeli, Song vd. [8], Rooderkerk vd. [9], Wedel ve Zhang [10] ve Hong vd. [11] ekonometrik model kullanmışlardır. Ayrıca, ekonometrik modeller ve alışveriş sepeti modelleri, modeldeki rastlantısal hatanın dağılımına göre, çok değişkenli probit ve çok değişkenli logit olarak ikiye ayrılır. Manchanda vd. [7], Rooderkerk vd. [9], Hong vd. [11] ve Chib vd. [15] çok değişkenli probit, Niraj vd. [6] ve Russell ve Petersen [14] çok değişkenli logit model kullanmıştır. Bu çalışmalardan yalnızca Rooderkerk vd. [9] elde edilen satış tahmin modelini ürün çeşidi belirleme probleminde kullanmıştır. İşlemler yönetimi teknik yazımında birden fazla kategoriye dikkate alan ve ürün çeşidi belirleme problemini inceleyen çalışmalar aşağıda tartışılmıştır. Çalışmalar öncelikle dikkate alınan kategorilerin cinsi ve

çapraz kategori etkilerini açıklamak için kullanılan yöntemler açısından gruplandırılmıştır. Bai vd. [16] endüstriyel ürün kategorilerini dikkate almış ve çapraz etkileri veri madenciliği teknikleriyle ortaya çıkarmıştır. Cachon ve Kök [17] ve Ghoniem vd. [18] yalnızca iki ticari ürün kategorisi dikkate almıştır. Cachon ve Kök [17] her iki kategorinin talebini iç içe çok terimli logit model olarak belirlemiş ve iki logit modelin çarpımı olan bir alışveriş sepeti modeli oluşturmuştur. Ancak bu model, Russell ve Petersen [14] tarafından tanımlanan alışveriş sepeti kavramına uymamaktadır. Ghoniem vd. [18] talep modelini belirgin bir en büyük artık modeli olarak tanımlamıştır.

Çalışmaları gruplamada kullanılan bir diğer faktör, oluşturulan matematiksel eniyileme modelidir. Bai vd. [16] ürün çeşidi belirleme problemini doğrusal tamsayılı bir eniyileme problemi olarak çözmüştür. Rooderkerk vd. [9], Cachon ve Kök [17] ve Ghoniem vd. [18] ortak bir ürün çeşidi ve ürün fiyatı belirleme problemi çözmüştür. Ortak eniyileme problemini, Rooderkerk vd. [9] ve Ghoniem vd. [18] doğrusal olmayan karma tamsayılı eniyileme problemi olarak modellemiştir. Cachon ve Kök [17] ise merkezi karar almada doğrusal olmayan bir eniyileme modeli, merkezileşmemiş karar almada ise iki oyunculu işbirliksiz oyun problemi modeli kullanmıştır.

Tsafarakis vd. [19] ve Kök ve Fisher [20] birden fazla kategoriye dikkate almakla birlikte kategoriler arasındaki çapraz etkileri göz ardı etmiştir.

Ürün çeşidi belirleme problemi teknik yazın taraması dikkate alındığında, bu çalışmanın teknik yazıma katkıları şu şekildedir. Bu çalışmada, çok kategorili ürün seçimi probleminde birbiriyle ilgisiz gibi görünen kategoriler arasındaki çapraz etkilerin eniyileme problemi sonucu üzerindeki etkileri incelenmiştir. Kategoriler arasındaki çapraz etkilerin sebeplerini incelemek ve bu etkileri sayısallaştırmak için Russell ve Petersen [14] tarafından tanımlanan alışveriş sepeti modeli kavramı uygulanmıştır. Ancak bu çalışmada elde edilen alışveriş sepeti modeli Russell ve Petersen [14]'teki alışveriş sepeti modelinden daha geneldir; Russell ve Petersen [14] sadece kategorileri dikkate alan çok değişkenli logit model tanımlamıştır. Bu çalışmada Russell ve Petersen [14]'teki modeli kategoriler ve kategoriler altındaki markaları dikkate alacak şekilde iç içe çok değişkenli bir logit model olarak genelleştirmiştir. Yazın taramasında da görüldüğü gibi, ürün çeşidi belirleme probleminde şimdiye kadar alışveriş sepeti kavramını kullanan bir çalışma bulunmamaktadır. Genel olarak, bu çalışmada da kullanılan matematiksel karar verme teknikleri işlemler yönetiminde karar destek sistemi oluşturulmasında [21], lojistik [22], araç rotalama [23], enerji [24] ve çevre uygulamalarında [25] sıklıkla kullanılır.

Alışveriş sepeti modelinde Russell ve Petersen [14] tarafından belirlenmiş açıklayıcı değişkenler kullanılmıştır. Bu değişkenler fiyat ve tüketici özelliklerini dikkate almaktadır. Uygulamada, elde bulunan verilerin tüketicilerin

bir yıllık sepet bilgileri olması, tüketiciye ait özellikleri dikkate almayı mümkün kılmaktadır. Ürün çeşidi belirleme problemi teknik yazımında tüketicilerin türdeş olmama özelliğini dikkate alan bir çalışmabulunmamaktadır. Russell ve Petersen [14] alışveriş sepeti modelini çıkarırken koşullu logit seçim modelinden başlamış, ve bu modeli alışveriş sepeti modeli haline getirmiştir. Bu çalışmada daha genel bir alışveriş sepeti modeli çıkarırken, tüketiciler için hata terimi de içeren bir fayda fonksiyonu bulunduğu ve tüketicilerin bu fayda fonksiyonunu en büyükleme istedikleri varsayılmıştır. Ben-Akiva ve Lerman [26] tarafından verilen Gumbel dağılımı özellikleri kullanılarak, çalışmada kullanılan alışveriş sepeti modeli çıkarılmıştır. Bu çıkarım Bölüm 2’de detaylarıyla açıklanmıştır.

Çok kategorili ürün çeşidi belirleme problemi için oluşturulan matematiksel modelin teknik yazımdaki diğer modellerden farkları şu şekilde özetlenebilir. Öncelikle, amaç fonksiyonunun katsayıları sepet modelinin tahmin edilen parametre değerleri tarafından verilmektedir ve bu fonksiyon tüketicilerin birleşik faydasını en büyüklemektedir. Amaç fonksiyonu, kategoriler arası çapraz etkilerden dolayı kareseldir ve içbükey değildir.

Rooderkerk vd. [9] ve Ghoniem vd. [18] doğrusal olmayan amaç fonksiyonuna sahiptir, ancak bu çalışmalarda fayda en büyükleme yapılmamaktadır. Koridor kapasitesi kısıt fonksiyonlarında da, alışveriş sepeti modelinin kategoriler ve kategoriler altındaki markaları dikkate alan şekilde tanımlanmış olmasından dolayı, marka boyutları dikkate alınmıştır. Bu da teknik yazımdaki matematik modellerde daha önce incelenmemiştir. Elde edilen eniyileme formülasyonu kısıtlı, tamsayı ve global eniyileme problemidir. Bu problem GAMS 24.8.3’deki BARON çözücüsüyle çözülmüş ve her kategorideki her marka (ürün) için koridor alanına konması gereken eniyi ürün adedi belirlenmiştir. Ayrıca, problem kategoriler arasındaki çapraz etkiler dikkate alınmadan tekrar çözülmüştür. Bu şekilde elde edilen eniyi amaç fonksiyonu değeri, çapraz etkileri dikkate alan eniyi amaç fonksiyonu değerinin yalnızca %5.72’sidir. Bu sonuç, kategoriler arasındaki çapraz etkileri dikkate almanın önemini göstermektedir. Çalışmanın geri kalanı şu şekilde özetlenebilir. Bölüm 2’de alışveriş sepeti modeli açıklanmıştır. Ayrıca, Bölüm 2 bir alt bölüme ayrılmış ve Bölüm 2.1’de alışveriş sepeti modelinde kullanılan açıklayıcı değişkenler ve modelin bilinmeyen parametrelerinin tahmin yöntemi açıklanmıştır.

Bölüm 3’te, farklı kategorilerdeki ürünler için koridora konması gereken eniyi ürün adedini bulan eniyileme problemi incelenmiştir. Bölüm 4’te alışveriş sepeti modeli ve eniyileme problemi, Türkiye’deki bir süpermarket zincirinin tek bir mağazasından elde edilmiş bir yıllık tüketici sepet verilerine uygulanmıştır. Ayrıca, Bölüm 4 üç alt bölüme ayrılmıştır. Bölüm 4.1’de gerçek veri setinden elde edilen gözlemsel sonuçlar, Bölüm 4.2’de tahmin yöntemi sonuçları ve sonuçlara yönelik bulgular tartışılmıştır. Bölüm 4.3’te ise eniyileme probleminin çözümünden elde edilen sonuçlar verilmiş ve bulgular tartışılmıştır. Elde edilen sonuçlara ait

yorumlar ve gelecek çalışmalara yönelik öneriler ile çalışma Bölüm 5’te sonuçlandırılmıştır.

2. ALIŞVERİŞ SEPETİ MODELİ (SHOPPING BASKET MODEL)

Bu bölümde, tüketicilerin kategori seçimi ve her bir kategori altındaki marka (ürün) seçimini belirleyen iç içe çok değişkenli logit modelinin çıkarılması adımlarıyla anlatılmıştır. Ayrıca, Bölüm 2.1’de eldeki gerçek veri seti ve bilinmeyen parametrelerin tahmin yöntemi açıklanmıştır. Alışveriş sepeti, kavram olarak birden fazla kategorinin seçilmesini esas alır. Bu sebeple, ikame ürünler içinden yalnızca birinin seçilmesine izin veren çok terimli logit modelin alışveriş sepeti oluşturmak için uygun bir model olmadığı düşünülmektedir. Çok terimli logit model Cachon ve Kök [17] tarafından kullanılmıştır.

Alışveriş sepetine ait detaylar şu şekildedir. M kategori sayısı, $N = \{1, \dots, M\}$ kategoriler kümesi olsun ve N kümesi m ile endekslesin. Ayrıca, her kategoride J_m+1 marka bulunsun ve bu markalar $K_m = \{0, 1, \dots, J_m\}$ kümesi olarak gösterilsin; her kategorideki “0” markası, tüketicinin o kategoriden satın almadığını gösterir. Tüketicinin, belirli bir alışverişte faydasını en büyükleme sepeti seçtiği varsayılır. Herhangi bir alışveriş sepeti markalar cinsinden $b = (j_1, \dots, j_M)$, $j_m \in K_m$, olarak tanımlanır. Bu tanıma göre, aynı m kategorisi içindeki J_m marka (“0” markası hariç) birbirlerini ikame eder. Dolayısıyla tüketici eğer m kategorisinden satın alırsa, tek bir $j_m \in \{1, \dots, J_m\}$ markasını tercih eder. Tüm alışveriş sepetleri kümesi B ile gösterilir ve bu kümede $\prod_{m=1}^M (J_m+1)$ sepet bulunur. Ayrıca, kategori seçim vektörü $y_m \equiv I(j_m > 0)$ olarak tanımlanır. Burada I(.) gösterge fonksiyonudur; eğer tüketicinin sepetinde m kategorisinden bir marka varsa $y_m = 1$, aksi takdirde $y_m = 0$ ’dır.

Bir h tüketicisinin belirli bir t alışverişindeki fayda fonksiyonunun aşağıdaki şekilde olduğu varsayılır:

$$U_{ht}(j_1, \dots, j_M) = \Gamma_{ht}(y_1, \dots, y_M) + \Theta_{ht}(j_1, \dots, j_M) + \varepsilon(j_1, \dots, j_M). \quad (1)$$

Eş. 1’de Γ_{ht} kategori seçiminden kaynaklanan fayda, Θ_{ht} marka seçiminden kaynaklanan faydadır, ve ε sepet üzerinde tanımlanmış, toplamsal ve rassal hatadır. Kategori ve marka seçiminden kaynaklanan faydalar belirgin fonksiyonlardır. Eş. 1’deki Γ_{ht} ’nin parametreleri cinsinden doğrusal olduğu varsayılır:

$$\Gamma_{ht}(y_1, \dots, y_M) = \sum_{m=1}^M \beta_{mh} y_m + \sum_{m_1=1}^{M-1} \sum_{m_2 > m_1}^M \theta_{m_1 m_2 h} y_{m_1} y_{m_2}. \quad (2)$$

Eş. 2’de β_{mh} , kategorinin tek başına fayda fonksiyonuna olan etkisini, $\theta_{m_1 m_2 h}$ kategoriler arasındaki çapraz etkinin fayda fonksiyonuna olan etkisini gösterir. Özel olarak, boş sepet için $\Gamma_{ht}(0, \dots, 0) = 0$ ’dır. Benzer şekilde, marka seçiminden

kaynaklanan fayda, toplamsal bir fonksiyon olarak tanımlanır.

$$\Theta_{ht}(j_1, \dots, j_M) = \sum_{m=1}^M V_{mj_m} \quad (3)$$

Eş. 3'teki V_{mj_m} m kategorisindeki j_m markasının sağladığı faydadır. Eğer bu kategoriden bir şey alınmadıysa $V_{m0} = 0$ 'dır. Eş. 2 ve Eş. 3 ile ilgili detaylar Bölüm 2.1'de verilecektir.

Eş. 1'deki ε 'nin sepetler, tüketiciler ve alışverişler üzerinde bağımsız olduğu, ve $\varphi = 0$ konum parametresi ve $\mu = 1$ ölçek parametresiyle Gumbel dağılımına sahip olduğu varsayılır; parametre değerleri üzerindeki varsayım, kesikli seçim modellerinde genel olarak yapılan bir varsayımdır [26]. Ancak, farklı alışveriş sepetleri aynı markaları içerebilir. Dolayısıyla, sepetler arasındaki bağımsızlık varsayımı Eş. 1'deki fayda fonksiyonunun genelliğini kısıtlamaktadır. Ancak bu varsayım Russell ve Petersen [14]'teki modelle tutarlı bir model geliştirebilmek açısından gereklidir. Ayrıca, kategoriler arasındaki çapraz etkiler, tüketici özellikleri ve aynı alışveriş sepetinde bulunma gibi gözlemlenebilen faktörler kullanılarak elde edilecektir.

Bir h tüketicisinin bir t alışverişinde seçmiş olduğu sepet $b^* = (j_1^*, \dots, j_M^*)$ ve bu sepete karşılık gelen kategori seçim vektörü $y^* = (y_1^*, \dots, y_M^*)$ olsun. Ben-Akiva ve Lerman [26]'da verilen, Gumbel dağılımına ait Özellik I, II ve III kullanılarak, b^* sepetinin faydayı en büyükleyen sepet olma olasılığı aşağıda çıkarılmıştır.

Özellik I: Eğer ε (φ, μ) parametreleriyle Gumbel dağılımına sahip bir rassal değişken, ve a ve $c > 0$ herhangi iki sabitse, $a\varepsilon + c$ ($a\varphi + c, \mu/a$) parametreleriyle Gumbel dağılımına sahiptir.

Özellik II: Eğer $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ sırasıyla $(\varphi_1, \mu), \dots, (\varphi_n, \mu)$ parametreleriyle Gumbel dağılımına sahip, bağımsız rassal değişkenlerse, $\varepsilon^* = \max\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\}$, $(\frac{1}{\mu} \ln(e^{\mu\varphi_1} + \dots + e^{\mu\varphi_n}), \mu)$ parametreleriyle Gumbel dağılımına sahiptir.

Özellik III: Eğer ε_1 ve ε_2 sırasıyla (φ_1, μ) ve (φ_2, μ) parametreleriyle Gumbel dağılımına sahip ve birbirinden bağımsızsa, $\varepsilon^* = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ lojistik dağılımına sahiptir ve birikimli dağılım fonksiyonu $F(\varepsilon^*) = (1 + e^{\mu(\varphi_1 - \varphi_2 - \varepsilon^*)})^{-1}$ olarak verilir.

Özellik I ve $\mu = 1$ olduğundan, Eş. 1'deki $U_{ht}(b^*)$, $(\Gamma_{ht}(b^*) + \Theta_{ht}(b^*), 1)$ parametreleriyle Gumbel dağılımına sahiptir. Tüketici b^* sepetiyle faydasını en büyükleme ister:

$$\Pr\{U_{ht}(b^*) \geq \max_{b \in B-\{b^*\}} U_{ht}(b)\} \quad (4)$$

Eş. 4'te, $Z_{ht} = \max_{b \in B-\{b^*\}} U_{ht}(b)$ olarak tanımlansın; en büyükleme tüketicinin seçtiği b^* sepeti hariç tüm sepetler

üzerindedir. Özellik II'den dolayı, Z_{ht} $(\ln(\sum_{b \in B-\{b^*\}} e^{\Gamma_{ht}(y) + \Theta_{ht}(b)}), 1)$ parametreleriyle Gumbel dağılımına sahiptir. Özellik III kullanılarak, h tüketicisinin t alışverişinde b^* sepetini seçme olasılığı

$$\Pr\{Z_{ht} - U_{ht}(b^*) \leq 0\} = \frac{e^{\Gamma_{ht}(y^*) + \Theta_{ht}(b^*)}}{\sum_{b \in B} e^{\Gamma_{ht}(y) + \Theta_{ht}(b)}} \quad (5)$$

olarak verilir. Eş. 5'te kategori m'den seçilen markanın toplam faydası $W_m = e^{\sum_{j=1}^M V_{mj_m}}$ Θ_{ht} yerine yazılarak Eş. 6'daki sadece kategori seçim vektörü cinsinden ifade edilen alışveriş sepeti modeli elde edilir:

$$\Pr\{Z_{ht} - U_{ht}(b^*) \leq 0\} = \frac{e^{\Gamma_{ht}(y_1^*, \dots, y_M^*) W_1^{y_1^*} W_2^{y_2^*} \dots W_M^{y_M^*}}}{\sum_{y_1} \sum_{y_2} \dots \sum_{y_M} e^{\Gamma_{ht}(y_1, \dots, y_M) W_1^{y_1} W_2^{y_2} \dots W_M^{y_M}}} \quad (6)$$

Eş. 6'nın paydasındaki toplam tüm sepetler üzerinde yapılmıştır. Ayrıca, Eş. 6'nın sağ tarafı iç içe çok değişkenli logit modelidir. Eş. 6'daki alışveriş sepeti modeli, Russell ve Petersen [14]'teki modeli genelleştirmiştir. Eş. 6 ve Russell ve Petersen [14]'ün modeli arasındaki fark, Russell ve Petersen [14]'ün modelinde W_m terimlerinin bulunmamasıdır. Bu da Russell ve Petersen [14]'ün sadece kategorileri dikkate almasından kaynaklanır.

2.1. Veri Seti, Açıklayıcı Değişkenler ve Tahmin Metodu (Data, Explanatory Variables, and Estimation Method)

Veri seti, bir süpermarket zincirinin belirli bir mağazasındaki 52 haftalık tüketici sepet bilgilerini içermektedir. Tüketiciler, kart numaralarıyla takip edilmiştir.

Bu çalışmada, gazlı içecekler, şişelenmiş içme suyu, madensuyu ve meyve suyu olmak üzere dört kategori incelenmiştir. Her kategoride üç marka dikkate alınmıştır. Bu şekilde 256 alışveriş sepeti oluşturulabilir. Bu kategoriler birbirlerine komşu koridorlarda yer almaktadır. Teşhir yakınlığı dolayısıyla kategoriler arasında çapraz etkiler bulunması ihtimali mevcuttur.

Öncelikle Eş. 2'de tanımlanmış olan Γ_{ht} 'nin fayda fonksiyonuna katkısındaki açıklayıcı değişkenler tanımlanacaktır. Eş. 2'deki her ana etki β_{mh} aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\beta_{mh} = \gamma_{0,mh} + \gamma_{1,mh} \log(x_{1,mh} + 1) + \gamma_{2,mh} x_{2,mh} \quad (7)$$

Eş. 7'de, $\gamma_{0,mh}$, $\gamma_{1,mh}$ ve $\gamma_{2,mh}$ tahmin edilmesi gereken parametrelerdir, ve log 10 tabanlı logaritmayı gösterir. Eş. 7'deki açıklayıcı değişkenler $x_{1,mh}$ ve $x_{2,mh}$ 'dir. Bu değişkenlerden $x_{1,mh}$, h tüketicisinin m kategorisinden satın aldığı iki alışveriş arasındaki hafta cinsinden süredir, $x_{2,mh}$ ise h tüketicisinin m kategorisine uzun dönemde olan bağlılığıdır. Açıklayıcı değişken $x_{2,mh}$ 'nin tanımı Russell ve Petersen [14, s. 378]'de bulunur. Eş. 2'deki çapraz kategori etkileri $\theta_{m_1 m_2 h}$ şu şekilde tanımlanır:

$$\theta_{m_1 m_2 h} = \delta_{0, m_1 m_2 h} + \delta_{1, h} x_{3, h} \quad (8)$$

Eş. 8'deki $\delta_{0, m_1 m_2 h}$ ve $\delta_{1, h}$ tahmin edilmesi gereken parametrelerdir. Eş. 8'deki $x_{3, h}$ açıklayıcı değişkeni h tüketicisinin alışveriş başına düşen ortalama sepet büyüklüğüdür. Eş. 7 ve Eş. 8'deki $x_{1, mh}$, $x_{2, mh}$ ve $x_{3, h}$ açıklayıcı değişkenlerinin tamamı tüketici özellikleriyle ilgilidir.

Eş. 3'teki $V_{m_j m}$, m kategorisinden j_m markasının fayda fonksiyonuna olan katkısı

$$V_{m_j m} = \alpha_{0, m_j m} + \alpha_{1, m_j m} x_{4, m_j m} \quad (9)$$

olarak tanımlanır. Eş. 9'daki $\alpha_{0, m_j m}$ ve $\alpha_{1, m_j m}$ tahmin edilmesi gereken parametreler, açıklayıcı değişken $x_{4, m_j m}$ ise m kategorisindeki j_m markasının aylık ortalama fiyatıdır.

Bilinmeyen parametreleri tahmin etmek için Song ve Chintagunta [8, s. 1601]'deki adımlar takip edilmiştir. Song ve Chintagunta [8]'deki gibi, $S_{htm_j m}$ ve S_{htm0} sırasıyla m kategorisindeki j_m markasının satış payı ve m kategorisinden olup bu çalışmada dikkate alınmayan markaların satış payı olarak tanımlanır. Netice olarak

$$\ln \left(\frac{S_{htm_j m}}{S_{htm0}} \right) = \alpha_{0, m_j m} + \alpha_{1, m_j m} x_{4, m_j m} \quad (10)$$

elde edilir. Eş. 10'daki \ln doğal logaritmayı gösterir. Eş. 10'nun sağ tarafı belirli bir tüketici ve belirli bir alışverişe bağlı değil, görelî pay $R_{m_j m} = S_{htm_j m} / S_{htm0}$ yalnızca kategori ve markaya bağlıdır. Bölüm 4'teki uygulamada, $S_{htm_j m}$, j_m markasının aylık toplam satışının m kategorisinin aylık toplam satışına bölümü olarak alınmıştır. Aynı şekilde, S_{htm0} , m kategorisinden olup bu çalışmada dikkate alınmayan markaların aylık toplam satışının m kategorisinin aylık toplam satışına bölümü olarak alınmıştır. Bu şekilde 52 haftalık döneme karşı gelen 12 adet $S_{htm_j m}$, S_{htm0} ve $x_{4, m_j m}$ değeri parametre tahmininde kullanılmıştır. Eş. 10'daki $\alpha_{0, m_j m}$ ve $\alpha_{1, m_j m}$ her kategori ve her marka için ayrı ayrı en küçük kareler kestirimiyle tahmin edilir:

$$\left(\hat{\alpha}_{0, m_j m}, \hat{\alpha}_{1, m_j m} \right) = \operatorname{argmin} \left\| \ln \left(R_{m_j m} \right) - \left(\alpha_{0, m_j m} + \alpha_{1, m_j m} x_{4, m_j m} \right) \right\|_2 \quad (11)$$

Eş. 11'deki $\| \cdot \|_2$ Öklit normudur ve argmin normu en küçükleyen $(\alpha_{0, m_j m}, \alpha_{1, m_j m})$ çiftidir. Dolayısıyla $(\hat{\alpha}_{0, m_j m}, \hat{\alpha}_{1, m_j m})$ Eş. 12'de verilen normal denklemler çözülerek bulunur. Bu parametreler tahmin edildikten sonra, Eş. 6'daki $W_m = e^{\hat{\alpha}_{0, m_j m} + \hat{\alpha}_{1, m_j m} x_{4, m_j m}}$ bir sabit haline gelir.

$$\ln \left(R_{m_j m} \right) - \alpha_{0, m_j m} - \alpha_{1, m_j m} x_{4, m_j m} = 0 \quad (12)$$

$$x_{4, m_j m} \left[\ln \left(R_{m_j m} \right) - \alpha_{0, m_j m} - \alpha_{1, m_j m} x_{4, m_j m} \right] = 0$$

Eş. 2'deki bilinmeyen β_{mh} ve $\theta_{m_1 m_2 h}$ parametrelerini tahmin etmek için yukarıdaki adımların aynısını takip edilir. Özel bir $b = (j_1, \dots, j_M)$ sepeti ve bu sepete karşı gelen $y = (y_1, \dots, y_M)$ vektörü için, $F_{ht} = \Pr\{Y_{ht}=b\} / \Pr\{Y_{ht}=(0, \dots, 0)\}$ olarak tanımlanır; burada $\{Y_{ht}=b\}$, h tüketicisinin t alışverişinde b sepetini tercih etmesini gösterir. Bu eşitliğin elde edilmesinde kullanılan paydadaki boş sepet $(0, \dots, 0)$ bu çalışmada dikkate alınmayan kategori ve/veya markaları içeren sepettir. Bölüm 4'teki uygulamalarda $\Pr\{Y_{ht}=b\}$, belirli bir b sepetiyle aynı kategorilere sahip sepet sayısının, h tüketicisinin $n(h)$ alışveriş sepeti sayısına bölümü, ve $\{Y_{ht}=(0, \dots, 0)\}$, toplam boş sepet sayısının aynı tüketicinin $n(h)$ alışveriş sepeti sayısına bölümü olarak alınmıştır. Her bir h tüketicisi ve tüm kategoriler için eş zamanlı olarak, $(\hat{\gamma}_{0, mh}, \hat{\gamma}_{1, mh}, \hat{\gamma}_{2, mh}, \hat{\delta}_{0, m_1 m_2 h}, \hat{\delta}_{1, h})$ en küçük kareler kestirimiyle Eş. 13'teki şekilde tahmin edilir:

$$\left(\hat{\gamma}_{0, mh}, \hat{\gamma}_{1, mh}, \hat{\gamma}_{2, mh}, \hat{\delta}_{0, m_1 m_2 h}, \hat{\delta}_{1, h} \right) = \operatorname{argmin} \left\| \ln(F_{ht}) - \sum_{m=1}^M y_{htm} e^{\hat{\alpha}_{0, m_j m} + \hat{\alpha}_{1, m_j m} x_{4, m_j m}} - \sum_{m=1}^M (\gamma_{0, mh} + \gamma_{1, mh} \log(x_{1, mh} + 1) + \gamma_{2, mh} x_{2, mh}) y_{htm} - \sum_{m_1=1}^{M-1} \sum_{m_2 > m_1}^M (\delta_{0, m_1 m_2 h} + \delta_{1, h} x_{3, h}) y_{htm_1} y_{htm_2} \right\|_2 \quad (13)$$

Eş. 13'te sağ tarafın tahmin edilen her parametreye göre kısmi türevi alınarak, Eş. 12'deki gibi bir normal denklem sistemi elde edilir ve bu denklem sisteminin çözümü $(\hat{\gamma}_{0, mh}, \hat{\gamma}_{1, mh}, \hat{\gamma}_{2, mh}, \hat{\delta}_{0, m_1 m_2 h}, \hat{\delta}_{1, h})$ vektörünü verir.

Bölüm 3'teki eniyileme probleminde tüketicilerden bağımsız parametrelere ihtiyaç duyulur. Bu yüzden tüketiciler için Eş. 13'teki parametreler tahmin edildikten sonra bu parametrelerin ağırlıklı ortalaması alınır. Her bir ağırlık h tüketicisinin alışveriş sayısının toplam dikkate alınan alışveriş sayısına bölünmesiyle bulunur. Parametrelerin ağırlıklı ortalaması $(\hat{\gamma}_{0, m}, \hat{\gamma}_{1, m}, \hat{\gamma}_{2, m}, \hat{\delta}_{0, m_1 m_2}, \hat{\delta}_{1, h})$ olarak gösterilir ve belirli bir h tüketicisinden bağımsızdır.

3. ÇOK KATEGORİLİ ÜRÜN SEÇİMİ ENİYİLEMESİ (MULTI-CATEGORY ASSORTMENT OPTIMIZATION)

Bu bölümde M adet kategorideki her $J_m + 1$ marka için koridorda bulunması gereken eniyi ürün sayısı bir fayda en büyükleme problemi olarak Eş. 14'ten Eş. 18'e modellenecektir. Eniyileme modelinde kullanılan notasyon Tablo 1'de tanımlanmıştır. Eniyileme problemi aşağıdaki gibidir:

$$\text{En büyükle } \sum_{i \in I} \sum_{m \in N} \sum_{j_m \in K_m} \left(\hat{\alpha}_{0, m_j m} + \hat{\alpha}_{1, m_j m} + \hat{\gamma}_{0, m} + \hat{\gamma}_{1, m} + \hat{\gamma}_{2, m} \right) f_{m_j m, i} + \sum_{i \in I} \sum_{r \in I} \sum_{m_1 \in N} \sum_{m_2 \in N, m_2 \neq m_1} \sum_{j_{m_1} \in K_{m_1}} \sum_{j_{m_2} \in K_{m_2}} (\hat{\delta}_{0, m_1 m_2} + \hat{\delta}_{1, h}) f_{m_1 j_{m_1}, i} f_{m_2 j_{m_2}, i} \quad (14)$$

$$\sum_{j_m \in K_m} w_{m_j m} f_{m_j m, i} - \tau_{mi} s_i \leq 0 \quad i \in I, m \in N \quad (15)$$

$$\sum_{i \in I} \tau_{mi} \leq 1 \quad m \in N \quad (16)$$

$$\sum_{i \in I} f_{mj_m i} w_{mj_m} \leq u_{mj_m} \quad m \in N, j_m \in K_m \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} f_{mj_m i} w_{mj_m} \geq l_{mj_m} \quad m \in N, j_m \in K_m \quad (18)$$

$$f_{mj_m i} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \tau_{mi} \in \{0, 1\}.$$

Tablo 1. Eş. 14'ten Eş. 18'e kadar olan matematik model için notasyon

(Notation for the mathematical model in Eq. 14 through Eq. 18)

Notasyon	
I	: i ve r ile endekslenen koridorlar kümesi
N	: m, m_1 ve m_2 ile endekslenen kategoriler kümesi
K_m	: j_m ile endekslenen markalar kümesi
w_{mj_m}	: m kategorisindeki j_m markasının metre cinsinden genişliği
u_{mj_m}	: m kategorisindeki j_m markasına metre cinsinden ayrılan koridor alanının üst sınırı
l_{mj_m}	: m kategorisindeki j_m markasına metre cinsinden ayrılan koridor alanının alt sınırı
s_i	: i koridorunun metre cinsinden kapasitesi
$f_{mj_m i}$: m kategorisindeki j_m markasının i koridoruna yerleştirilecek ürün adedi, negatif olmayan tamsayı karar değişkeni
τ_{mi}	: m kategorisindeki i koridoruna adedi, negatif olmayan tamsayı karar değişkeni
τ_{mi}	: 0-1 karar değişkeni

Eş. 14'ten Eş. 18'e kadar modellenen formülasyondaki karar değişkenleri, kısıtlar ve amaç fonksiyonu şu şekilde açıklanabilir. 0-1 karar değişkeni τ_{mi} eğer m kategorisi i koridoruna atanırsa 1, aksi takdirde 0 değeri almaktadır. Eş. 15'teki kısıtlar kümesi eğer m kategorisi i koridoruna atanırsa (yani, $\tau_{mi}=1$), bu kategorinin kaplayacağı toplam alanın koridor kapasitesi olan s_i 'yi aşmaması gerektiğini göstermektedir. Market yönetmelikleri ve tüketici alışkanlıkları dikkate alındığında, su ve madensuyu kategorileri, ve gazlı içecek ve meyve suyu kategorileri aynı koridoru paylaşabilir. Ancak, su ve gazlı içecek, ve meyve suyu ve madensuyu aynı koridoru paylaşamaz. Eş. 16'daki kısıtlar kümesi her kategorinin en fazla bir koridora atanması gerektiğini göstermektedir. Ayrıca, Eş. 17'deki kısıtlar kümesi m kategorisinin j_m markasına koridorda ayrılacak alan için bir üst sınır, Eş. 18'deki kısıtlar kümesi de bir alt sınır belirlemektedir. Alt ve üst sınırlar metre cinsinden olup genellikle perakendeci ve marka yöneticilerinin ortak kararı olarak belirlenir.

Eş. 14'teki amaç fonksiyonu, bu çalışmada incelenen tüketicilerin fayda fonksiyonlarının birleşik halidir, ve bu yüzden en büyüklenmektedir. Bu amaç fonksiyonu, çapraz kategori etkileri yüzünden ayrıştırılmaz. Dolayısıyla Eş. 14'teki gibi modellenmiş büyük ölçekli problemlerin çözümünde Kök ve Xu [27]'de önerilen sezgisel algoritma uygun değildir. Ürün çeşidi belirleme eniyilemesi teknik

yazımındaki diğer çalışmalarla bu çalışma arasındaki farklılık, Eş. 14'teki amaç fonksiyonunun ayrıştırılmaz olması, fonksiyonun bir fayda fonksiyonu olması ve Eş. 15, Eş. 17 ve Eş. 18 kısıtlarında markaların boyutlarının dikkate alınmasıdır.

Eş. 15'te verilen kısıtlar kümesi sırt çantası kısıtlarına benzerdir. Burada her bir koridor farklı kapasitelere sahip sırt çantası olarak düşünülebilir. Ayrıca τ_{mi} değişkenleri kategorilerin hangi sırt çantasına yerleştirileceğini seçmektedir. Eş. 14'teki karesel amaç fonksiyonu iç bükey olmayan bir fonksiyondur. Dolayısıyla Eş. 14'ten Eş. 18'e kadar olan model çoklu sırt çantası kısıtlarına sahip, karesel ve iç bükey olmayan bir sırt çantası problemiyle benzer özellikleri taşımaktadır. Bölüm 4'te gerçek verilerle orta ölçekli bir çoklu kategori için koridora konacak marka adedi belirleme problemi çözülecektir. Problem orta ölçekli olduğundan dolayı, GAMS 24.8.3'deki Baron çözücüsüyle ortalama olarak 272.45 CPU saniyede çözülmektedir. Ancak problem boyutu büyüdüğünde problemin yapısına uygun bir çözüm yöntemi geliştirilmesi gerekmektedir. Bu nokta gelecek çalışma konularından biri olarak belirlenmiştir.

4. TÜRKİYE'DEKİ BİR SÜPERMARKET ZİNCİRİNDE UYGULAMA

(APPLICATION IN A SUPERMARKET CHAIN IN TURKEY)

Gerçek veri seti bir süpermarket zincirinin tek bir mağazasına ait olup, 600 tüketicinin 52 haftalık alışveriş sepeti bilgilerini içermektedir. 600 tüketici arasından, en az ayda bir bu süpermarketten alışveriş yapanlar ve alışverişlerinin en az %50'sinde bu çalışmada dikkate alınan dört kategoriden en az birini alanlar ayrılmıştır. Bu ikinci veri setinden de beş tüketici rassal olarak seçilmiştir. Toplamda 185 sepet bilgisi kullanılmıştır ve ortalama tüketici başına düşen sepet sayısı 37'dir.

Bu bölümde üç alt bölüm yer alır. Bölüm 4.1'de veri setinden elde edilmiş gözlemsel bulgular özetlenmiştir. Bölüm 4.2'de beş tüketicinin fayda fonksiyonlarında bulunan parametrelerin tahmin değerleri ve standart hataları verilmiş ve tahmin bulguları tartışılmıştır. Bölüm 4.3'te eniyileme problemlerinin çözümleri aktarılmış ve bulgular tartışılmıştır.

Bu çalışmadaki sayısal sonuçların tamamı, 32-bit Windows 7 işletim sistemi, 2.00 GHz AMD Turion X2 Dual-Core işlemcili ve 2.00 GB RAM'i olan bir dizüstü bilgisayardan elde edilmiştir.

4.1. Gözlemsel Bulgular (Empirical Observations)

Bu alt bölüm 185 alışverişte gözlenen kategoriler cinsinden sepet bilgilerini ve bu sepetlerin sıklıklarını özetlemektedir.

Kategorilerin altındaki markalar gizlilik dolayısıyla isimleriyle belirtilmeyecektir. İlk kategori olan gazlı içecek (Gİ) altında bulunan markalar şu şekilde tanımlanabilir: Marka 1, sekizli paketlerde satılan kutu gazlı içecek, Marka

2, altılı paketlerde satılan şişe gazlı içecek, ve Marka 3, bir litrelik şişelerde satılan gazlı içecek. Su (S) kategorisinde bulunan markalar ise şunlardır: Marka 1, beş litrelik şişelenmiş su, Marka 2, bir litrelik şişelenmiş su, ve Marka 3, yarım litrelik şişelenmiş su. Madensuyu (MS) kategorisinde Marka 1, 2 ve 3 şeklinde üç marka bulunmaktadır ve hepsi altılı paketlerde şişelenmiş olarak satılmaktadır. Meyve suyu (M) kategorisinde Marka 1, 2 ve 3 şeklinde üç marka bulunmaktadır ve tamamı raftan alınan bir litrelik kutulardır.

Tablo 2’de, kategoriler cinsinden olası tüm 2^4 alışveriş sepetleri gösterilmiştir. Bu tablodaki “Boş Sepet”, çalışmada dikkate alınmayan deterjan, temizlik malzemesi, gıda, vs. gibi kategorileri içermekte olup, gerçekte boş değildir. Tablo 2’nin ilk dört satırı tek kategorili, takip eden altı satırı iki kategorili, sonraki dört satırı üç kategorili ve son iki satırı da dört kategorili sepetleri ve “Boş Sepeti” göstermektedir. Tablo 2’de ikinci sütundan beşinci sütuna kadar olan kısımda, altında bir olan sütun o kategorinin sepette bulunduğunu ve sıfır olan sütun bulunmadığını göstermektedir. “Gözlenen Sayı”, bu sepet tipinin 185 alışverişte kaç defa gözlemlendiğini ifade eder. “Gözlenen Sıklık”, gözlenen sayının 185’e bölünmesiyle elde edilmiştir.

Tablo 2. Kategori sepetleri ve gözlemlenen sıklıkları
(Category baskets and their observed frequencies)

Sepet	Gİ	S	MS	M	Gözlenen Sayı	Gözlenen Sıklık
Gİ	1	0	0	0	50	0,2703
S	0	1	0	0	12	0,0649
MS	0	0	1	0	9	0,0486
M	0	0	0	1	5	0,0270
GİS	1	1	0	0	11	0,0595
GİMS	1	0	1	0	6	0,0324
GİM	1	0	0	1	8	0,0432
SMS	0	1	1	0	10	0,0541
SM	0	1	0	1	2	0,0108
MSM	0	0	1	1	0	0,0000
GİSMS	1	1	1	0	8	0,0432
GİSM	1	1	0	1	3	0,0162
GİMSM	1	0	1	1	1	0,0054
SMSM	0	1	1	1	2	0,0108
GİSMSM1	1	1	1	0	0	0,0000
“Boş Sepet”	0	0	0	0	58	0,3136

Tablo 2’de görüldüğü üzere, “Boş Sepet” haricinde, tek kategorili sepetler genellikle daha sık görülmektedir. Buna benzer bir sonuç Russell ve Petersen [14]’te de gözlenmiştir. Ancak, gene Tablo 2’den görülebileceği gibi, gazlı içecek ve su (GİS), gazlı içecek ve meyve suyu (GİM), ve su ve madensuyu (SMS) gibi iki kategorili ve gazlı içecek, su ve madensuyu (GİSMS) gibi üç kategorili sepetler, tek kategorili su (S), madensuyu (MS) ve meyve suyu (M) sepetleriyle benzer sıklıkta satın alınmıştır. Bu durum, tüketicilerin bu kategorilerin bir kısmını birlikte satın alma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Bölüm 4.2’de

tüketicilerin fayda fonksiyonlarındaki parametreler tahmin edilerek, kategoriler arasındaki etkileşim sayısal olarak saptanacaktır.

4.2. Tahmin Bulguları ve Tartışmalar
(Estimation Results and Discussions)

Tahmin metodu, her kategorideki her j_m markası için, Eş. 12’deki denklem sisteminin çözülmesiyle başlar. Bu işlem tüm markalar ve kategoriler için yinelenir. Tahmin sırasında x_{4,mj_m} ve R_{mj_m} ’e ait aylık değerlere karşılık gelen 12 değer kullanılmıştır. Tahmin edilen $(\hat{\alpha}_{0,mj_m}, \hat{\alpha}_{1,mj_m})$ ve bu parametrelerin standart hataları $sh(.)$ Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. $(\hat{\alpha}_{0,mj_m}, \hat{\alpha}_{1,mj_m})$ parametrelerinin tahminleri ve bu tahminlerin standart hataları
(Estimates of parameters $(\hat{\alpha}_{0,mj_m}, \hat{\alpha}_{1,mj_m})$ and their standard errors)

Kategoriler	$\hat{\alpha}_{0,mj_m}$	$sh(\hat{\alpha}_{0,mj_m})$	$\hat{\alpha}_{1,mj_m}$	$sh(\hat{\alpha}_{1,mj_m})$
Gazlı İçecek				
Marka 1	3,4805	1,0928	-0,3073	0,1145
Marka 2	-0,4344	1,1261	-0,7230	0,1831
Marka 3	1,8479	1,0316	-2,4847	1,2454
Su				
Marka 1	3,5346	1,7499	-3,6845	1,8546
Marka 2	-1,8275	1,3324	-1,6397	0,3082
Marka 3	-1,2848	0,7205	-0,9507	0,3553
Maden Suyu ve Soda				
Marka 1	-1,6513	0,6500	-3,3524	1,3561
Marka 2	-1,8274	0,5194	-1,0546	0,1860
Marka 3	-1,2117	0,1053	-1,2715	0,4111
Meyvesuyu				
Marka 1	-1,3271	1,7515	-0,3369	0,0575
Marka 2	-0,7027	0,3308	-1,0179	0,5428
Marka 3	-2,2781	1,0958	-0,7173	0,3782

Eğer ortalama fiyat x_{4,mj_m} artarsa, m kategorisinden j_m markasını alma ihtimali düşer. Dolayısıyla tüm $\hat{\alpha}_{1,mj_m}$ ’lerin negatif işarete sahip olması beklenir. Tablo 3’te tahmin edilen tüm $\hat{\alpha}_{1,mj_m}$ değerleri bu iddiayı doğrulamaktadır. $H_0: \alpha_{0,mj_m} = 0, H_1: \alpha_{0,mj_m} \neq 0$ hipotezi t-testi ile test edilmiştir, aynı hipotez testi α_{1,mj_m} için de tekrarlanmıştır. %5 anlamlılık düzeyinde, gazlı içecek kategorisindeki Marka 2’ye ait $\hat{\alpha}_{0,12}$ (p değeri 0.707), Marka 3’e ait $\hat{\alpha}_{0,13}$ (p değeri 0.1008) ve $\hat{\alpha}_{1,13}$ (p değeri 0.0714), su kategorisindeki Marka 1’e ait $\hat{\alpha}_{0,21}$ (p değeri 0.0684) ve $\hat{\alpha}_{1,21}$ (p değeri 0.0724), Marka 2’ye ait $\hat{\alpha}_{0,22}$ (p değeri 0.1975), Marka 3’e ait $\hat{\alpha}_{1,23}$ (p değeri 0.1021), meyve suyu kategorisindeki Marka 1’e ait $\hat{\alpha}_{0,41}$ (p değeri 0.4646), Marka 2’ye ait $\hat{\alpha}_{0,42}$ (p değeri 0.0571) ve $\hat{\alpha}_{1,42}$ (p değeri 0.0875) ve Marka 3’e ait $\hat{\alpha}_{0,43}$ (p değeri 0.0618) ve $\hat{\alpha}_{1,43}$ (p değeri 0.0844) değerleri için H_0 hipotezi reddedilmemiştir. Aynı zamanda, F uygunluk testi yapılmış ve benzer sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, tüm parametre

tahminleri Bölüm 4.3'teki eniyileme probleminde kullanılmıştır.

$(\hat{\alpha}_{0,mj_m}, \hat{\alpha}_{1,mj_m})$ parametreleri tahmin edildikten sonra, Eş. 13'teki parametreler tüm kategoriler için eş zamanlı olarak ve her h tüketicisi için ayrı ayrı tahmin edilir. Tahmin metodunda kullanılan açıklayıcı değişkenlerin değerleri Tablo 4'te verilmiştir. Eş. 7'de kullanılan kategori bağıllık endeksi $x_{2,mh}$, hem kategori hem de tüketiciye bağlı iken, sepet büyüklüğü bağıllık endeksi $x_{3,h}$ sadece tüketiciye bağlıdır. Açıklayıcı değişken $x_{3,h}$, tüketicinin sepetindeki ortalama kategori sayıdır ve hesaplanmasında süpermarketteki tüm kategoriler dikkate alınmıştır. Her tüketici için $(\hat{\gamma}_{0,mh}, \hat{\gamma}_{1,mh}, \hat{\gamma}_{2,mh}, \hat{\delta}_{0,m_1m_2h}, \hat{\delta}_{1,h})$ parametreleri tahmin edildikten sonra, eniyileme probleminde kullanılmak üzere, bu parametrelerin ağırlıklı ortalaması bulunmuştur. Ağırlıklar, h tüketicisinin n(h) alışveriş sayısının toplam alışveriş sayısı olan 185'e bölümüyle bulunmuştur. Elde edilen parametreler $(\hat{\gamma}_{0,m}, \hat{\gamma}_{1,m}, \hat{\gamma}_{2,m}, \hat{\delta}_{0,m_1m_2}, \hat{\delta}_1)$ olarak gösterilip, tüketiciden bağımsızdır. Bu parametrelerin tahminleri ve tahminlerin standart hataları Tablo 5'te verilmiştir.

Eğer m kategorisinin satın alındığı iki alışveriş arasında hafta cinsinden geçen süre $x_{1,h}$ ya da kategoriye bağıllık endeksi $x_{2,mh}$ artarsa, m kategorisinin satın alınma ihtimali artar; böylece tüm $\hat{\gamma}_{1,m}$ ve $\hat{\gamma}_{2,m}$ 'lerin pozitif olmaları beklenir.

Ayrıca, eğer ortalama sepet büyüklüğü artarsa, iki kategorinin aynı sepette bulunma ihtimali de artar. Bu yüzden $\hat{\delta}_1$ 'in de pozitif olması beklenir. Tablo 5'teki $\hat{\gamma}_{1,m}$, $\hat{\gamma}_{2,m}$ ve $\hat{\delta}_1$ 'in tahmini değerleri bu beklentileri doğrulamaktadır. $H_0: \gamma_{0,GI} = 0$, $H_1: \gamma_{0,GI} \neq 0$ hipotezi t-testi ile test edilmiştir, aynı hipotez testi Tablo 5'teki tüm tahminler için uygulanmıştır. %5 anlamlılık düzeyinde $\hat{\gamma}_{1,M}$ (p değeri 0.3210), $\hat{\gamma}_{2,M}$ (p değeri 0.1875), $\hat{\gamma}_{2,MS}$ (p değeri 0.3342) ve $\hat{\delta}_{0,MSM}$ (p değeri 1.000) için H_0 hipotezi reddedilmemiştir. Ancak, daha önce olduğu gibi, gene tüm parametre tahminleri Bölüm 4.3'teki eniyileme probleminde kullanılmıştır.

Tablo 5'te, $\hat{\delta}_{0,GIS}$, $\hat{\delta}_{0,GIMS}$, $\hat{\delta}_{0,GIM}$ ve $\hat{\delta}_{0,SMS}$ çapraz kategori etkilerinin tahminleri pozitif olarak bulunmuştur. Manchanda vd. [7]'de eğer iki kategori tümleyense, aradaki çapraz kategori etkisinin pozitif olması gerektiği bildirilmiştir. Bu çalışmadaki gazlı içecek ve su, gazlı içecek ve madensuyu, gazlı içecek ve meyve suyu, ve su ve madensuyu kategorileri tümleyen kategori değildir. Dolayısıyla bu kategoriler arasındaki pozitif çapraz etki aynı sepette bulunma sıklığı ve birbirine yakın teşhirden kaynaklanabilir. Bu kategorilerin aynı sepette sıklıkla görüldüğü Tablo 2'de de gözlenmiştir. Benzer şekilde, $\hat{\delta}_{0,SM}$ negatif olarak bulunmuştur. Manchanda vd. [7]'de bu durumun ikame kategoriler arasında gerçekleştiğini

Tablo 4. Kategori bağıllığı ve sepet büyüklüğü bağıllığı değişkenlerinin tahmin yönteminde kullanılan değerleri
(Values of category and basket size loyalty variables used in the estimation method)

Tüketici	Kategori Bağıllığı $x_{2,mh}$				Ortalama Sepet Büyüklüğü
	Gİ	S	MS	M	$x_{3,h}$
1	-0,1549	-1,0000	-0,6690	-0,7312	10,1923
2	-0,2194	-1,0645	-1,2863	-0,8092	5,3077
3	-0,3140	-0,4011	-0,8783	-0,9874	9,0769
4	-0,4546	-0,3199	-0,4291	-0,9317	9,3846
5	-0,4357	-0,6755	-0,8403	-1,1091	15,2308

Tablo 5. $(\hat{\gamma}_{0,mh}, \hat{\gamma}_{1,mh}, \hat{\gamma}_{2,mh}, \hat{\delta}_{0,m_1m_2h}, \hat{\delta}_{1,h})$ parametrelerinin tahminleri ve bu tahminlerin standart hataları
(Estimates of parameters $(\hat{\gamma}_{0,mh}, \hat{\gamma}_{1,mh}, \hat{\gamma}_{2,mh}, \hat{\delta}_{0,m_1m_2h}, \hat{\delta}_{1,h})$ and their standard errors)

Parametre	Tahmin Edilen Değer	Standart Hata	Parametre	Tahmin Edilen Değer	Standart Hata
$\hat{\gamma}_{0,GI}$	-3,9010	0,5131	$\hat{\gamma}_{1,M}$	0,3731	0,3598
$\hat{\gamma}_{1,GI}$	0,0131	0,0029	$\hat{\gamma}_{2,M}$	0,5275	0,3753
$\hat{\gamma}_{2,GI}$	0,9201	0,0795	$\hat{\delta}_{0,GIS}$	0,8909	0,0051
$\hat{\gamma}_{0,S}$	-0,4328	0,0051	$\hat{\delta}_{0,GIMS}$	0,4007	0,0031
$\hat{\gamma}_{1,S}$	0,2643	0,0347	$\hat{\delta}_{0,GIM}$	0,3052	0,0013
$\hat{\gamma}_{2,S}$	0,2376	0,0531	$\hat{\delta}_{0,SMS}$	0,4827	0,0050
$\hat{\gamma}_{0,MS}$	-0,6545	0,0511	$\hat{\delta}_{0,SM}$	-0,0493	0,0045
$\hat{\gamma}_{1,MS}$	1,0069	0,3709	$\hat{\delta}_{0,MSM}$	0,0000	0,0051
$\hat{\gamma}_{2,MS}$	0,3467	0,3433	$\hat{\delta}_1$	0,0829	0,0052
$\hat{\gamma}_{0,M}$	-0,7193	0,0513			

bildirmektedir. Ancak su ve meyve suyu kategorileri ikame kategoriler değildir. Negatif parametre değeri bu kategorilerin aynı sepette sıklıkla görülmemesinden kaynaklanabilir; bu durum Tablo 2’de de gözlenmektedir.

4.3. Eniyileme Bulguları ve Tartışmalar (Optimization Results and Discussions)

Bu alt bölümde, Eş. 14’ten Eş. 18’e kadar tanımlanan problemde değişiklik uygulayarak elde edilen problemler çözülerek, her marka ve her kategori için koridorda bulunması gereken eniyi ürün adedi saptanmıştır. Dikkate alınan problemler şu şekildedir: i- Eş. 14’ten Eş. 18’e kadar tanımlanan orijinal problem, ii- her marka üzerinde tanımlı Eş. 17 ve Eş. 18’in gevşetilerek her kategori üzerinde alt ve üst sınır olarak tanımlandığı problem, ve iii- Eş. 14’teki çapraz kategori etkilerini dikkate almayan, amaç fonksiyonu karar değişkenleri cinsinden doğrusal problem. Problem ii şu şekilde oluşturulmuştur. Örnek olarak, gazlı içecek kategorisindeki Marka 1 için Eş. 17 ve Eş. 18 şu şekildedir: $(0,6/0,21) \leq \sum_{i \in I} f_{11i} \leq (2,5/0,21)$. Bu kısıtlar gazlı içecek kategorisindeki tüm markalar için şu şekilde gevşetilmıştır: $(0,6/0,21) + (0,5/0,16) + (0,6/0,08) \leq \sum_{i \in I} (f_{11i} + f_{12i} + f_{13i})$ ve $\sum_{i \in I} (f_{11i} + f_{12i} + f_{13i}) \leq (2,5/0,21) + (2/0,16) + (2/0,08)$. Bu gevşetme tüm kategoriler için tekrarlanmıştır. Ayrıca problem iii’nin eniyi amaç fonksiyonu ve eniyi çözümü çapraz kategori etkilerinin önemini özellikle yansıtmaktadır. Farklı kapasitelere sahip üç koridor dikkate alınmıştır ve bu koridorların kapasiteleri $s_1=6$, $s_2=7$ ve $s_3=8$ metredir. Markaların koridorda kapladığı genişlik, ve alt ve üst sınır olarak koridorda ayrılacak alanlar Tablo 6’da verilmiştir.

Elde edilen orta ölçekli problemde, 36 adet f_{mjmi} tamsayı değişkeni, 12 adet τ_{mi} ikili değişken, ve Eş. 15, Eş. 16, Eş. 17 ve Eş. 18 ile ifade edilen 40 kısıt bulunur. Problem i, ii ve iii GAMS 24.8.3’teki Baron çözücüsüyle herhangi bir zaman limiti konmadan çözülmüştür. Eniyi çözüm, eniyi amaç fonksiyonu değeri ve her problemin çözümünde harcanan CPU saniye Tablo 7’de verilmiştir.

Gerçek hayatta perakendecinin çözmesi gereken problem Eş. 14’ten Eş. 18’e verilmiş olan Problem i’dir. Problemin çözümünde en büyük kapasiteli Koridor 3 ve Koridor 2 seçilmiş, ve Koridor 3’e gazlı içecek ve meyve suyu, Koridor 2’ye ise su ve madensuyu atanmıştır. Her bir markadan kaçar adet koridora konması gerektiği Tablo 7’de verilmiştir. Bu şekilde elde edilen en büyük fayda 2911,269 birimdir.

Problem ii, Problem i’nin ideal halidir. Şöyle ki Problem ii’de kategoriler üzerindeki alt ve üst sınırın sadece perakendeci tarafından belirlendiği varsayılmış, marka yöneticisinin talepleri göz ardı edilmiştir. Gerçekte böyle bir durum söz konusu olamaz. Dolayısıyla, Problem ii’nin eniyi amaç fonksiyonu, perakendecinin çoklu kategoriler için ürün seçimi probleminden elde edeceği fayda için bir üst sınır oluşturmaktadır. Problem ii’nin eniyi çözümünde gene en büyük kapasiteli Koridor 3 ve 2 seçilmiş, ve gene Koridor 3’e gazlı içecek ve meyve suyu, Koridor 2’ye ise su ve madensuyu atanmıştır. Koridorlara yerleştirilen ürün adetleri ise Problem i’den farklıdır ve Tablo 7’de verilmiştir. Problem i’nin eniyi fayda fonksiyonuna nazaran, Problem ii’de sağlanan yüzde görelî fayda artışı $(3672,976 - 2911,269) / 2911,269 * 100 = \%26,1641$ olmaktadır.

Problem iii’nin çözümü çapraz kategori etkileri dikkate alınmadığında elde edilen sonuçtur. Bu problemin çözümünde, diğer iki problemin aksine, en düşük kapasiteli Koridor 1 ve en yüksek kapasiteli Koridor 3 seçilmiş, ve Koridor 1’e gazlı içecek ve meyve suyu, Koridor 3’e ise su ve madensuyu atanmıştır (Problem i ve ii’de gazlı içecek ve meyve suyu en büyük kapasiteli koridora yerleştirilirken, bu problemde en düşük kapasiteli koridora yerleştirilmiştir). Problem i’de elde edilen eniyi fayda ile karşılaştırıldığında, fayda fonksiyonundaki yüzde görelî düşüş $|166,409 - 2911,269| / 2911,269 * 100 = \%94,28$ ’dir; burada $|.$ mutlak değeri ifade eder. Bu sonuç, çapraz kategori etkilerini dikkate almanın önemini vurgulamaktadır. Benzer bir sonuç, yani çapraz kategori etkileri dikkate alınmadığında amaç fonksiyonunda büyük bir düşüş gözlenmesi Ghoniem vd. [18] tarafından da saptanmıştır.

Tablo 6. Kategorilerin markalarına ait veriler (Data of brands of the categories)

Kategori	Genişlik $w_{m,jm}$ (metre)	Üst Sınır (metre)	Alt Sınır (metre)	Kategori	Genişlik $w_{m,jm}$ (metre)	Üst Sınır (metre)	Alt Sınır (metre)
Gazlı İçecek				Madensuyu			
Marka 1	0,21	2,5	0,6	Marka 1	0,15	1,2	0,5
Marka 2	0,16	2,0	0,5	Marka 2	0,15	1,2	0,5
Marka 3	0,08	2,0	0,6	Marka 3	0,15	1,2	0,5
Su				Meyve suyu			
Marka 1	0,14	1,0	0,5	Marka 1	0,08	0,8	0,4
Marka 2	0,09	1,35	0,5	Marka 2	0,08	2,0	0,6
Marka 3	0,07	1,4	0,7	Marka 3	0,08	1,5	0,8

Tablo 7. Çok kategorili ürün seçimi eniyilemesi sonuçları (Results of multi-category assortment optimization)

	Kategori	Koridorda bulunan eniyi ürün adedi f_{m_j, m_i}	Eniyi amaç fonksiyonu: en büyük fayda	CPU saniye
Problem i	Gazlı İçecek		2911,269	15,19
	Marka 1, 2, 3	10, 12, 24 (Koridor 3)		
	Su			
	Marka 1, 2, 3	7, 14, 18 (Koridor 2)		
	Madensuyu			
	Marka 1, 2, 3	7, 8, 8 (Koridor 2)		
Problem ii	Gazlı İçecek		3672,976	801,66
	Marka 1, 2, 3	1, 1, 47 (Koridor 3)		
	Su			
	Marka 1, 2, 3	6, 8, 28 (Koridor 2)		
	Madensuyu			
	Marka 1, 2, 3	5, 12, 6 (Koridor 2)		
Problem iii	Gazlı İçecek		166,409	0,499
	Marka 1, 2, 3	11, 4, 8 (Koridor 1)		
	Su			
	Marka 1, 2, 3	4, 6, 10 (Koridor 3)		
	Madensuyu			
	Marka 1, 2, 3	4, 4, 4 (Koridor 3)		
	Meyve Suyu			
	Marka 1, 2, 3	7, 8, 10 (Koridor 3)		
	Marka 1, 2, 3	20, 20, 8 (Koridor 3)		
	Marka 1, 2, 3	5, 8, 10 (Koridor 1)		

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada çok kategorili ürün seçimi probleminde birbiriyle ilgisiz gibi görünen kategoriler arasındaki çapraz etkilerin eniyileme problemi sonucu üzerindeki etkileri incelenmiştir. Çalışmanın çıktıları şu şekilde sıralanabilir. Öncelikle, çalışmada iç içe çok değişkenli logit alışveriş sepeti modeli çıkarılmıştır. Bu model, kategorilerin tümler ya da ikame olmasından, teşhir yakınlığından ya da tüketici özelliklerinden kaynaklanan çapraz kategori etkilerinin tamamını formüle etmektedir ve istenilen sayıda kategori ve marka için kullanılabilir. Modelin kullanılabilirliğiyle ilgili tek kısıt elde tüketici sepet verilerinin olması gerekliliğidir. Eniyileme probleminin matematiksel modelinde, çok kategorili ürün seçimi problemi teknik yazımından farklı olarak, amaç fonksiyonu türdeş olmayan tüketicilerin birleşik fayda fonksiyonudur ve dolayısıyla en büyümektedir. Gene teknik yazımdan farklı olarak, koridor kapasitesi kısıtlarında markaların boyutları dikkate alınır. Matematiksel model istenilen sayıda kategori ve marka için kullanılabilir. Çalışmanın temel amacı, kategoriler arasındaki çapraz etkilerin eniyi amaç fonksiyonu ve eniyi çözüm üzerindeki etkilerini görmektir. Bu sebeple eniyileme problemi çapraz etkiler dikkate alınarak ve çapraz etkiler dikkate alınmadan çözülmüştür. Sonuçta çapraz etkileri dikkate almayan en büyük fayda çapraz etkileri dikkate alan en büyük faydanın sadece %5,72'sine eşittir. Benzer bir sonuç Ghoniem vd. [18] tarafından iki tümler kategori için elde edilmiştir. Bu sonuç, çapraz kategori etkilerinin önemini ve göz ardı edilmeleri

durumunda bulunan çözümlerin aslında alt eniyi kararlar olduğunu göstermektedir.

Gelecek çalışmalarda alışveriş sepeti modelinde açıklayıcı değişkenler olarak tüketiciye ait demografik veriler de kullanılacaktır. Ayrıca, eniyileme probleminin ölçeği büyüdükçe standart bir yazılım tarafından çözülme süresi kabul edilebilir sürenin üzerine çıkacaktır. Bu sebeple probleme özgün çözüm algoritması geliştirilmesi gerekmektedir. Bu nokta da gelecek çalışmalarda ele alınacaktır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Kök G.A., Fisher M.L., Vaidyanathan R., Assortment planning: Review of literature and industry practice, Editörler: Agrawal N. ve Smith S.A., Retail Supply Chain Management, Springer, New York, A.B.D., 99-154, 2008.
2. Greenhouse S., How Costco became the anti-Wal-Mart, New York Times, A.B.D., 2005.
3. Carlotti Jr. S., Coe M.E., Perrey J., Designing and managing winning brand portfolios: Profiting from proliferation, McKinsey Quarterly, A.B.D., 2006.
4. Food Marketing Institute. Our research: supermarket facts. <http://www.fmi.org/research-resources/supermarket-facts>. Yayın tarihi 2014. Erişim tarihi Mart 1, 2017.
5. Hübner A.H., Kuhn H., Retail category management: State-of-the-art review of quantitative research and

- software applications in assortment and shelf space management, *Omega*, 40, 199-209, 2012.
6. Niraj R., Padmanabhan V., Seetharaman P.B., A cross-category model of households' incidence and quantity decisions, *Marketing Sci.*, 27 (2), 225-235, 2008.
 7. Manchanda P., Ansari A., Gupta S., The shopping basket: A model for multicategory purchase incidence decisions, *Marketing Sci.*, 18 (2), 95-114, 1999.
 8. Song I., Chintagunta P.K., Measuring cross-category price effects with aggregate store data, *Manage. Sci.*, 52 (10), 1594-1609, 2006.
 9. Roederkerk R.P., van Heerde H.J., Bijmolt T.H.A. Optimizing retail assortments, *Marketing Sci.*, 32 (5), 699- 715, 2013.
 10. Wedel M., Zhang J., Analyzing brand competition across subcategories, *Marketing Sci.*, 41 (4), 448-456, 2004.
 11. Hong S., Misra K., Vilcassim N.J., The perils of category management: The effect of product assortment on multicategory purchase incidence, *J. Marketing*, 80, 34-52, 2016.
 12. Bell D.R., Ho T.-H., Tang C.S., Determining where to shop: fixed and variable costs of shopping, *J. Marketing Res.*, 35 (3), 352-369, 1998.
 13. Lee S., Kim J., Allenby G.M., A direct utility model for asymmetric complements, *Marketing Sci.*, 32 (3), 454-470, 2013.
 14. Russell G.J., Petersen A., Analysis of cross category dependence in market basket selection, *J. Retailing*, 76 (3), 367-392, 2000.
 15. Chib S., Seetharaman P.B., Strijnev A., Analysis of multi-category purchase incidence decisions using IRI market basket data, *Econometric Models in Marketing*, 16, 55-90, 2002.
 16. Bai X., Bhattacharjee S., Boylu F., Gopal R., Growth projections and assortment planning of commodity products across multiple stores: A data mining and optimization approach, *INFORMS J. Comput.*, 27 (4), 619- 635, 2015.
 17. Cachon G.P., Kök G.A. Category management and coordination in retail assortment planning in the presence of basket shopping consumers, *Manage. Sci.*, 53 (6), 934-951, 2007.
 18. Ghoniem A., Maddah B., Ibrahim A., Optimizing assortment and pricing of multiple retail categories with cross-selling, *J. Global Optim.*, 66, 291-309, 2016.
 19. Tsafarakis S., Saridakis C., Matsatsinis N., Baltas G., Private labels and retail assortment planning: A differential evolution approach, *Ann. Oper. Res.*, 247 (2), 677-692, 2016.
 20. Kök G.A., Fisher M.L., Demand estimation and assortment optimization under substitution: methodology and application, *Oper. Res.*, 55 (6), 1001-1021, 2007.
 21. Baykasoğlu A., Taşkiran D., Akkoyun H.G., Development of a menu planning decision support system for mass catering with an application, *Journal of the Faculty of the Engineering and Architecture of Gazi University*, 31 (1), 191-200, 2016.
 22. Büyüközkan G., Güteryüz S., Multi-criteria evaluation of logistics firms' web site performance, *Journal of the Faculty of the Engineering and Architecture of Gazi University*, 31 (4), 889-902, 2016.
 23. Bayrak A., Özyörük B., Comparative mathematical models for split delivery simultaneous pickup and delivery vehicle routing problem, *Journal of the Faculty of the Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (2), 469-479, 2017.
 24. Karaçavuş B., Optimization of solar domestic hot water system for certain climate zones of Turkey, *Journal of the Faculty of the Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (3), 843-853, 2017.
 25. Bilen M., Ateş Ç., Bayraktar B., Determination of optimal conditions in boron factory wastewater chemical treatment process via response surface methodology, *Journal of the Faculty of the Engineering and Architecture of Gazi University*, 33 (1), 267-278, 2018.
 26. Ben-Akiva M. ve Lerman S.R., *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*, MIT Press, Cambridge, MA, A.B.D., 1985.
 27. Kök G.A. ve Xu Y., Optimal and competitive assortments with endogenous pricing under hierarchical consumer choice models, *Manage. Sci.*, 57 (9), 1546-1563, 2010.