

Parçacık Sürü Optimizasyonu ile Portföy Optimizasyonu: Borsa İstanbul Ulaştırma Sektörü Hisseleri Üzerine Bir Uygulama¹

Portföy Optimization by using Partical Swarm Algorithm: An Implementation with Transportation Sector Shares in Borsa İstanbul 30

Burcu Adıgüzel Mercangöz, İstanbul Üniversitesi, Türkiye, burcua@istanbul.edu.tr

Öz: Optimizasyon, istenen faktörleri en üst düzeye çıkarıp, istenmeyenleri minimize ederek, verilen kısıtlar altında en uygun maliyetli ya da en yüksek performansa sahip çözümü bulmaktır. Bir anlamda optimizasyon bir şeyin daha iyisini gerçekleştirme sürecidir. Doğal olaylara dayalı optimizasyon algoritmaları olan sezgisel algoritmalar, basit ve kolay uygulanabilen algoritmalar. Modern finasta portföy optimizasyon problemlerinin çözümü önemli çalışma alanlarından biridir. Portföy optimizasyon problemi, belirli beklenti ve kısıtlar altında, tüm finansal varlıklar içinden en uygun olan alternatifin seçilmesine ilişkin çözüm arayışıdır. Portföy optimizasyon problemlerinde varlık havuzundan belirli bir risk düzeyinde en iyi getiriyi veren ya da belirli bir getiri düzeyinde en düşük riski veren varlıklar seçerek portföyler oluşturmak hedeflenmektedir. Bu çalışmanın amacı, Borsa İstanbul'da işlem gören ulaştırma sektörü hisse senetleri için, sezgisel algoritmalarından önemli biri olan Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) algoritması kullanılarak minimum risk taşıyan optimum portföyü araştırmaktır. Bu amaçla çalışmada PSO Algoritması anlatılarak ilgili literatür taraması yapılmıştır. PSO'nun portföy optimizasyonu uygulaması için Borsa İstanbul'da işlem gören Ulaştırma Sektörü hisseleri ele alınmıştır. Ele alınan bu hisse senetlerinin kodları BEYAZ; CLEBİ, DOCO, GSDDE, PGSUS, RYSAS ve THYAO şeklinde olup, bu hisse senetlerinin fiyat verileri kullanılmaktadır. İlgili hisse senetleri için son üç yıllık günlük fiyat hareketlerinden logaritmik getiriler hesaplanmıştır. Bu getiriler kullanılarak minimum risk elde edilecek optimum portföy PSO ve Doğrusal Olmayan GRG teknikleri ile oluşturulmuştur. Elde edilen sonuçlar PSO yönteminin genellikle daha optimum sonucu verdiğini göstermiştir.

Anahtar Sözcükler: Parçacıklı Sürü Optimizasyonu, Portföy Optimizasyonu, Markowitz Ortalama-Varyans Modeli, Sürü Zekası, Sezgisel Algoritmalar

Abstract: Optimization is a technique that maximizes the desired factors or minimizes the unwanted factors under the given constraints with the most cost-effective or highest-performance alternatives. In a sense, optimization is the process of exploring something better. Optimization algorithms based on natural events are called Heuristic Algorithms. Heuristic algorithms, which are natural phenomena based optimization algorithms, are simple and easy to implement algorithms. In portfolio optimization problems, it is aimed to create portfolios by choosing the assets that gives the best return from the asset pool at a certain risk level or the least risky asset at a certain return level. The aim of this study is to investigate the optimum portfolio which has the minimum risk with the help of heuristic algorithms for the transportation sector stocks traded in Borsa İstanbul. For this purpose, Particle Swarm Optimization (PSO) Algorithm has been described and a literature review has been searched. Transport Sector stocks traded in Borsa İstanbul has been selected for the PSO's portfolio optimization application. The codes of these stocks that are used are WHITE; CLEBI, DOCO, GSDDE, PGSUS, RYSAS and THYAO and the price data of these shares are collected. Logarithmic returns were calculated from the daily price movements for the last three years. The optimum risk to be achieved by using these returns is based on PSO and Nonlinear GRG techniques. The results showed that the PSO method generally gived better results.

Keywords: Partical Swarm Optimization, Portfolio Optimization, Heuristics, Swarm Intelligence, Markowitz Mean-Variance Model.

1. Giriş

Optimizasyon her alanda ihtiyaç duyulan bir araç olmaktadır. Optimizasyon Matematiksel modeller kullanılarak yapıldığı gibi doğa olaylarında esinlenen sezgisel algoritmalar ile de gerçekleştirilmektedir. Her geçen gün, sezgisel algoritmaların giderek artan bir kullanımı gerçekleştirilmektedir. Parçacık Sürü Optimizasyonu sezgisel yöntemlerden biridir. Bu teknik ilk defa balık ve kuş sürülerinin toplu hareketlerinden ilham alınarak doğrusal olmayan sayısal problemlere optimum çözümler bulabilmek adına 1990'larda James Kennedy ve Russel Eberhart adında araştırmacılar tarafından ortaya konmuştur (Kennedy & Eberhart, 1995). Parçacık Sürü Optimizasyonu genellikle çok parametrelili ve çok değişkenli optimum sonuç aranan problemlere çözüm bulabilmek adına kullanılan popülasyona dayalı olan olasılık optimizasyon tekniğidir.

¹ Bu çalışma Burcu Adıgüzel Mercangöz özet bildirisi olarak, "ICOAEF'18, IV. International Conference on Applied Economics and Finance & EXTENDED WITH SOCIAL SCIENCES, November 28 – 29 – 30, 2018 / Kuşadası – Turkey" Kongresinde sanal oturumda sunulmuştur ve kongre procedia özet kitapçığında basılmıştır.

Portföy optimizasyonu problemi ise, yatırımcıların servetini çeşitli varlıklar arasında nasıl tahsis edeceği sorununa dayanmaktadır (Kıyılar ve Eroğlu, 2004). Bu nedenle; portföy optimizasyon problemleri modern finans ve risk yönetiminde önemli araştırma alanlarından biri olmuştur. Geleneksel finans teorilerinin temel varsayımları arasında yatırımcının rasyonel olduğu ve riskten kaçtığı varsayımları bulunmaktadır. Bu nedenle genel olarak bir yatırımcı, varlık havuzunda oluşturacağı portföylerin mümkün olduğunca düşük bir risk karşısında mümkün olduğunca büyük bir getiri beklemektedir. Bu varsayımlar altında Markowitz, karesel bir programlama problemi olarak kabul edilen ortalama-varyans modelini önermektedir (Markowitz 1959). Bu modelin çözümünde bugüne kadar birçok farklı yöntem, yaklaşım ve algoritma ile çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmada ise sezgisel algoritmalar kullanılmıştır. Sezgisel algoritma sezgisel ya da buluşsal bir problem çözme yöntemi olarak genellikle bilgisayar bilimlerinde karşımıza çıkmaktadır. Sezgisel algoritmalar günlük hayatta her gün kullanılan yaklaşımlara benzer. Örneğin; bireyler bir yerden başka bir yere giderken yön duygularına dayanarak ve yolun bireyleri nereye çıkaracağını hiç bilmeden hareket etmeleri ve yol ayrımlarında sezgisel olarak seçim yapmaları böyle bir yaklaşımdır. Bir başka ifadeyle, tabiattaki olaylardan ilham alınarak ortaya konan optimizasyon algoritmaları sezgisel algoritmalar olarak adlandırılmaktadır (Özsağlam & Cankuş 2008). Sezgisel algoritmalar örnek olarak; Genetik Algoritma, Parçacıklı Sürü Optimizasyonu, Diferansiyel Evrim Algoritması, Tabu Araması, Benzetimli Tavlama ve Yapay Sinir Ağları sayılabilir. Aşağıdaki literatürde de ayrıntılarına değinildiği üzere sezgisel algoritmalar içerisinde optimizasyon problemlerinde sıklıkla kullanılanların Genetik Algoritma ve Parçacıklı Sürü Optimizasyonu Algoritması olduğunu görmek mümkündür.

Bu çalışmada portföy seçim probleminde Markowitz Ortalama-Varyans modeli ve bu modelin optimum çözümleri için Parçacıklı Sürü Optimizasyonu (PSO) yaklaşımları kullanılmıştır. Henry Markowitz portföy optimizasyonuna ilişkin yaptığı meşhur çalışmasında oluşturan portföyün getiri ve riski arasındaki ilişkiyi ortalama-varyans modeli olarak isimlendirmiş ve geliştirdiği bu model ile belirli getiri düzeylerinde, portföyün riskini yani varyans ya da standart sapmasını minimum kılan mümkün olan tüm portföyleri bularak bunlara etkin portföyler demiştir. Markowitz ortalama-varyans modelinde portföy içinde yer alacak varlık sayısında kısıt eklenmektedir. Eleman sayısında kısıt getirilen portföy optimizasyon problemleri NP-Zor kategorisindedir. Bu kategorideki problemlerin çözümünde genellikle sezgisel yöntemlere başvurulmaktadır. Çünkü kesin çözüm üreten algoritmalar ile makul bir zaman diliminde çözüm oldukça zordur Akyer vd. (2018).

Çalışmada Portföy optimizasyon problemi çözümleri için Borsa İstanbul da işlem gören Ulaştırma Sektörü hisseleri ele alınmıştır. Ele alınan bu hisse senetlerinin kodları BEYAZ, CLEBİ, DOCO, GSDDE, PGSUS, RYSAS, TLMAN ve THYAO şeklindedir. İlgili hisse senetleri için son üç yıllık günlük fiyat hareketlerinden logaritmik getiriler hesaplanmıştır. Markowitz portföy optimizasyon problemi PSO ve Doğrusal Olmayan GRG yöntemleri kullanılarak çözülmüş, beklenen risk, getiri ve hisse senetlerinin hesaplanan portföy ağırlıkları ile ilgili çıkan sonuçlar karşılaştırılmıştır.

31.08.2015-31.08.2018 arası kapsayan son 3 yıllık verilerle PSO ve Doğrusal Olmayan GRG yöntemlerine göre oluşturulan optimal portföylerin risk ve getirileriyle hesaplanan değişim katsayıları PSO yönteminin genellikle daha optimum sonuçlar verdiği göstermiştir.

2. Literatür Taraması

Wolfe (1959) portföy optimizasyon problemini simplex algoritması ile çözmeye çalışmıştır, Crama vd. (2003) ve Derigs & Nickel (2004) ise bu problemlerde tavlama benzetimine yönelik teknikler kullanmışlardır. Doerner vd. (2004)'in çalışmasında portföy optimizasyonu problemlerinde Pareto karınca koloni optimizasyonu tekniğini kullanılmış ve elde edilen sonuçlar sezgisel yöntemlerle elde ettikleri sonuçlar ile karşılaştırılmasını yapmıştır. Fernandez ve Gomez (2007) ise ilgili problemlerin çözümünde yapay sinir ağları tekniklerini kullanmışlardır. Chang vd. (2000) ise portföy optimizasyon probleminin çözümünde; genetik algoritma, tavlama benzetimi ve tabu arama vb farklı sezgisel teknikleri bir arada kullanmışlardır. Lai vd. (2006) çalışmalarında Şanghay Borsası'nı incelemişler ve rasgele seçtikleri 100 şirkete ilişkin verilerle iki aşamalı genetik algoritma tekniğini kullanmışlardır. Çalışmanın sonucunda genetik algoritma tekniğiyle oluşturulacak portföylerin en uygun ve en yararlı portföyler olduğu gösterilmiştir.

Bu çalışmada Parçacıklı Sürü Optimizasyonu Algoritması kullanılarak portföy optimizasyon problemi çözülmeye çalışıldığından, burada bu konudaki literatürün ayrıntılarına yer verilmiştir.

Chen vd. (2006), Fernandez & Gomez (2007), Cura (2009) ve Zhu vd. (2011), Sun vd. (2011), Golmakani ve Fazel (2011), Deng vd. (2012), Corazza vd. (2013), Kamali (2014), Abuelfadl (2017) portföy optimizasyon probleminin çözümünde parçacıklı sürü optimizasyonu tekniğini kullanmışlardır.

Fernández & Gómez (2007) tarafından yapılan "Sinir Ağları kullanarak Portföy seçimi" çalışması sürü zekasının portföy optimizasyonu alanındaki uygulamalara yer vermiş ve bu çalışmalarda PSO tekniği kullanılarak optimum portföyü oluşturan getiri risk düzeyleri hesaplanmaya çalışılmıştır.

Cura (2009), PSO tekniğini bir portföy optimizasyon problemine uygulamıştır. Çalışmanın sonuçları genetik algoritmaları, benzetimli tavlama ve tabu arama yaklaşımları ile karşılaştırmış, bulgular parçacıklı sürü optimizasyon yaklaşımının portföy optimizasyonunda başarılı olduğunu göstermiştir. Mishra vd. (2009) portföy optimizasyon

problemini herhangi bir yatırım kısıtı getirilmeden Çok Amaçlı Parçacıklı Sürü Optimizasyonu ve Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (BSGA-II) ile çözmüş ve sonuçları karşılaştırmıştır. Sonuçlar Çok Amaçlı Parçacıklı Sürü Optimizasyonun BSGA-II yöntemini göre daha üstün olduğunu göstermiştir.

Zhu vd. (2011), makalelerinde PSO tekniğini kullanarak portföy optimizasyon problemlerine meta-sezgisel bir yaklaşım sunmuştur. Model birçok kısıtlı ve kısıtsız riskli yatırım portföylerinde test edilmiş ve Genetik Algoritmalar ile karşılaştırmalı bir çalışma yapılmıştır. PSO modeli, optimal portföyü (burada optimal portföy belirli bir risk üzerinde maksimum getiriyi veren portföydür) bulma konusunda etkin bir çözüm ortaya koymuştur. İlk sonuçlar, yaklaşımın çok ümit verici olduğunu göstermiş ve devamında elde edilen sonuçlara iyileşmiştir. PSO performansının gelişimi için hibrit tekniklerin geliştirilmesini önermişlerdir.

Sun vd. (2011) makalelerinde, PSO tekniğinin yeni bir modelini geliştirerek portföy optimizasyon probleminde kullanmışlardır. Yeni PSO modelini, klasik PSO, genetik algoritma (GA) ve iki klasik optimizasyon çözücüsü (LOQO ve CPLEX) performansını; etkin sınırlar, uygunluk değerleri, yakınsama oranları ve hesaplama zamanı tüketimi açısından karşılaştırmışlardır. Deneme sonuçları, yeni PSO'nun diğer test edilmiş optimizasyon modellerine kıyasla portföy optimizasyon problemini çözmede daha etkili olduğunu göstermiştir.

Golmakani ve Fazel (2011) da aynı şekilde Markowitz ortalama varyans portföy seçim modeli PSO ve GA yöntemlerini kullanmış, bilgisayar sonuçları önerilen PSO'nun özellikle büyük ölçekli problemlerde GA'yı geride bıraktığını göstermiştir. Markowitz ortalama varyans portföy seçim modelleri minimum işlem lotu, sektör kapitilizasyonu gibi farklı kısıtlarda içermekteydi. Corazza vd (2013) fon yönetimi uygulamasında kullanılan birçok kısıtlamaları içeren alan doğrusal olmayan karma-tamsayı portföy seçim modelini kullanmışlardır. Standart bir tam ceza fonksiyonunun getirildiği karışık tamsayı modelinin yeni bir reformülasyonuna PSO uyguladılar.

Kamali (2014), portföy seçim problemi için bir Markowitz ortalama-varyans modeli için PSO ve GA algoritmasını kullanmış ve sonuçlar bir PSO yaklaşımının portföy optimizasyonu için uygun olduğunu göstermiştir.

Abuelfadl (2017) bireysel yatırımcıların ticaret modellerini ve performansını incelemiştir. Tam örneklem sonuçları, bu örnekteki ortalama bireysel yatırımcının küçük ancak istatistiksel olarak anlamlı kârlar sağlayabileceğini göstermektedir. Çalışma aynı zamanda bireysel yatırımcıların bu etkiyi ortaya koyduğunu ve bu nedenle de örnekteki kazananlar ile kaybedenler arasındaki geniş çaplı farkı açıkladığını ortaya koymuştur. Çalışmada, tarihsel verilere dayalı optimizasyon teknikleri ve bireysel yatırımcıların alım satım verilerinin eğilim noktaları olarak kullanımı araştırılmıştır. Kantitatif Partide Swarm Optimizasyon algoritmasında, bu ikincisinin kısa vadeli yatırım ufku için daha iyi optimizasyon sonuçları ürettiği bulunmuştur.

Portföy optimizasyon problemlerinde PSO algoritmasını kullanan çalışmaların sonuçlarından da anlaşılacağı gibi, PSO, sezgisel bir yöntem olarak iyi sonuçlar vermektedir. Çalışma ulaştırma sektörü hisse senetleri ele alınarak yapıldığından literatüre bu bakımdan farklı bir katkı sağlamaktadır.

3. Yöntem

Tabiatta gözlemlenen olaylardan ilham alınarak geliştirilen optimum sonucu bulmaya yönelik algoritmaları sezgisel algoritmalar olarak adlandırılmaktadır (Özsağlam ve Cankuş, 2008). Bu çalışmada portföy seçim probleminin çözümü için Markowitz Ortalama-Varyans modelinin optimum çözümleri için Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) ve Doğrusal Olmayan GRG yöntemleri kullanılmıştır.

Portföy optimizasyonu problemi basit haliyle klasik sayısal teknikler ile kolay bir şekilde çözüme ulaşılabilen bir problemdir. Ancak, portföy içindeki varlıklara ilişkin çeşitlendirme gerçekleştirilmenin avantajlarından faydalanmak ve portföyün toplam riski en aza indirebilmek için çok sayıda varlıklara az miktarlarda yatırım yapma stratejisi, portföy oluştururken bazı zorlukları da beraberinde getirmektedir. Bahsedilen yatırım stratejileri özellikle yüksek işlem maliyetlerinden ve çok sayıda menkul kıymeti aynı anda yönetebilmenin zorluğundan dolayı pratikte hiç kolay değildir. Bu tip zorlukları elimine etmek için sermayenin menkul kıymetlere dağıtılması konusunda bazı kısıtlar konabilir. Portföydeki menkul kıymet sayısı sınırlandırılabilir veya her bir menkul kıymete yatırılan sermaye paylarına alt-üst sınırlar konabilir. Konulan tüm bu kısıtlar, portföy optimizasyon probleminin klasik optimizasyon yöntemleriyle çözülmesini zorlaştırmaktadır (Akyer vd., 2018) Bu tip problemlerde kesin çözüm sunan matematiksel modeller ile her zaman optimal çözümler elde etmek mümkün değildir. Bu nedenle bu tip problemlerin çözümünde PSO tekniği uygun hale gelmektedir.

Devam eden bölümde; Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) yaklaşımları ile Markowitz Ortalama-Varyans modelinin ayrıntılarından bahsedilmiştir.

3.1. PSO Algoritması

Tabiattaki sürüler, kendi aralarında etkileşen dağınık yapıya kendine has yapıları olan bireyler topluluğu olarak ifade edilmektedir. Sürülerde her bir birey yani temsilci belirli bir amaca yönelik davranışı ortaya koymak ve sonuçta da bir hedefe ulaşmak adına toplu olarak birlikte hareket etme eğilimindedirler. Dışarıdan gözlemlenebilen bu kolektif zekâ bireyler kendi aralarında tekrarladıkları hareketlerden kaynaklanmaktadır. Bireyler aktivitelerini koordine etmek için sezgisel olarak basit kurallar geliştirmekte ve topluluğun geri kalan kısmı da bu bireylerle etkileşime girerek sonuçta sürü hedeflerine ulaşmaktadır. Topluluğun kendi içindeki grup aktivitelerinin tamamından bir anlamda kendini kendini organize etme sonucu doğmaktadır. Temsilci ya da parçacık diyebileceğimiz her bir birey harekete geçtiğinde, kendi konumunun uygunluk değeri, bir başka ifadeyle hedefe ne kadar uzaklıkta olduğu hesap edilir. Bir birey, konumunu, çözüm kümesindeki her boyutta hangi hızla ilerlediğini, o ana kadar elde edebildiği optimum uygunluk değerini, kendi komşularının en iyi konumlarını ve son olarak da bu değeri yakalayabildiği konumunu hafızada tutmalı ve bu şekilde sürü hedefe ulaşmalıdır (Akyol, 2012).

PSO tekniği popülasyon temelli olasılığa dayalı bir optimizasyon yöntemidir. Genellikle çok değişkenli optimizasyon problemlerinin çözümlerinde kullanılmaktadır.

PSO tekniği, evrimsel hesaplama yöntemleriyle benzerlikleri bulunmaktadır. Sistem ilk olarak rastgele çözümler üretilerek başlatılır ve bu popülasyonlardan nesiller güncellenerek optimum çözüm araştırılır. PSO yönteminde parçacık olarak ifade edilen muhtemel çözümler, o anda optimum parçacığı takip ederek problem uzayında hareket eder. PSO'nun klasik optimizasyon tekniklerinden en temel farkı herhangi bir türev bilgisine ihtiyaç hissetmemesidir. Bahsedilen bu fark ve PSO'ya has özellik; birçok optimizasyon problemin çözümünde karşımıza çıkan karışık ve zor işlemlerin minimuma indirmesine sağlayan bir avantaj yaratmaktadır. Ayrıca PSO algoritmasında parametre sayısı oldukça az olup yönteminin kullanımını daha basit hale getirmektedir (Zhao 2005).

PSO yönteminin balık ve kuş sürülerinin hareketlerinin bir benzetimi olduğu yukarıda vurgulanmıştır. Örneğin balıkların denizde, nerede olduğunu bilmediği bir yiyeceği aramaları, belirli bir problem için çözüm arayışına benzetilmektedir. Balıklar bu yiyeceği ararken bu yiyeceğe en yakın olan arkadaşı balığı takip etmektedirler. Parçacık olarak ifade edilen her bir çözüm, arama uzayında içindeki bir balık anlamında gelmektedir. Bu parçacıklardan her biri harekete geçtiğinde, kendi konum ve koordinatını bir fonksiyona yönlendirir ve bu şekilde bu parçacığın uygunluk değeri hesaplanmış olur. Bir başka ifadeyle, yiyeceğe uzaklığının ne olduğu ölçülmüş olmaktadır. Temsilci bireyler kendilerinin ve komşularının tecrübelerine göre harekete geçmektedirler, bu şekilde bireyler kendi aralarında bilgi paylaşımı gerçekleştirilmektedirler.

3.1.1. PSO Parametreleri

Farklı problem türlerine, boyutlarına ve değişkenlere göre farklı değerlerin kullanılabilmesi için esnek bir algoritma olan Parçacık Sürü algoritmasının temel parametreleri Tablo.1'de özetlenmektedir.

Tablo 1. PSO Parametreleri

Parametreler	Açıklamaları
Parçacık Sayısı (Sürü Büyüklüğü; n)	Genel olarak 20-40 arasında bir değer alınmaktadır.
Parçacıkların Boyutu (d)	Bu parametre problemdeki değişken sayısını gösterir.
Öğrenme Faktörleri	Formüldeki c_1 ve c_2 öğrenme faktörlerini ifade etmektedir. Bunların genel olarak 2 olarak alınmasının iyi sonuçlar verildiği gözlemlenmiştir.
Durma Koşulu (Sonlandırma Kriteri)	Çözüm üretilirken nerede durulacağına ilişkin sonlandırma kriteri algoritmaya eklenmektedir.
İterasyon Sayısı	İyi bir çözüme ulaşmak için yineleme sayısı da probleme bağlıdır.
Parçacık Aralığı	Optimum sonucu aradığımız probleme göre değişen farklı boyutlarda ve aralıklarda parçacıklar tanımlanabilmektedir.
V_{max}	Her bir iterasyon sonucunda parçacıkta oluşan maksimum değişikliği yani hızı belirlemektedir.

3.1.2. PSO Aşamaları

PSO Algoritması rastgele üretilmiş popülasyon ile başlatılır ve güncellemelerle en uygun çözüm araştırılır.

1.Aşama: Sürü büyüklüğü belirlenir.

Parçacık popülasyonu; d adet parametreden oluşan, n adet parçacık için popülasyon matrisi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nd} \end{bmatrix} \quad (\text{Eşitlik 1.})$$

2.Aşama: Uygunluk fonksiyonu belirlenir.

3.Aşama: En iyi değerler hesaplanır.

Her denemede yani iterasyon sonunda her bir parçacık iki farklı “en iyi” değerlere göre güncellenmektedir. İlk en iyi değer; bir parçacığın o ana kadar ulaştığı en iyi uygunluk değeri olup, bu değer daha sonraki aşamalara kullanılmak üzere hafızaya alınır, ilgili en iyi değer “pbest” (personal best) olarak isimlendirilir. İkinci en iyi değer ise; popülasyon içindeki farklı bir parçacık tarafından o ana kadar elde edilen en iyi uygunluk değerine sahip çözümü ifade etmektedir. Bu değer popülasyon içindeki en iyi değer olup, “gbest” (global best) olarak adlandırılır.

Matrise göre, i. Parçacık (x_i) ile p_{best} ve g_{best} formülleri Eşitlik.2 de verilmektedir.
 $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]$ $p_{best}_i = [P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD}]$ $g_{best}_i = [P_1, P_2, \dots, P_D]$ (Eşitlik 2.)

Ayrıca hız vektörü yani i’inci parçacığın her bir konumdaki değişim miktarı Eşitlik.3 deki gibi ifade edilmektedir.
 $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]$ (Eşitlik 3.)

4.Aşama: Hız ve Pozisyon güncellenir.

pbest ve gbest en iyi değerlerinin bulunması aşamasından sonra; parçacığın hız ve konumu sırasıyla Eşitlik.4 ve Eşitlik.5’e göre güncellenir.

$$v_{ij}^{t+1} = w * v_{ij}^t + c_1 r_1^t [p_{best}_{ij}^t - x_{ij}^t] + c_2 r_2^t [g_{best}_j^t - x_{ij}^t] \quad (\text{Eşitlik 4.})$$

$i = 1, \dots, N$ ve $j = 1, \dots, n$ için.

$$x_{ij}^t = x_{ij}^t + v_{ij}^{t+1} \quad (\text{Eşitlik 5.})$$

Eşitlik.5 ile parçacığın yeni pozisyonu, Eşitlik 4 ile de parçacığın yeni hızı hesaplanmaktadır. Yukarıdaki denklemlerde; r_1 ve r_2 ; rand yani 0 ile 1 arasında üretilen rasgele sayıları ifade etmektedir. i parçacığın numarasını, k ise iterasyon sayısını ifade etmektedir. Eylemsizlik (atalet) ağırlığı olan w her iterasyonda doğrusal olarak azaltılmalı ve birden küçük seçilmelidir. c_1 ve c_2 öğrenme faktörleridir. PSO yönteminde hedef süreç içerisinde hesaplanan her bir parçacığın p_{best} değeri yani kendisinin en iyi pozisyonu ile sürünün gbest değeri yani en iyi pozisyonunu referans olarak sürü içerisindeki tüm parçacıkları olası en optimum noktalara hareket ettirmektedir. Öğrenme faktörleri parçacıkları p_{best} ve g_{best} konumlarına doğru hareket ettiren sabitlerdir. c_1 olarak simgelenen öğrenme faktörü parçacığın kendisini tecrübelerine göre, c_2 olarak simgelenen öğrenme faktörü ise sürüdeki diğer parçacıkların tecrübelerine göre davranışa yönlendirmektedir. Öğrenme faktörlerinde küçük değerler alınması parçacıkların hedef bölgeye doğru çekilmeden önce, ilgili bölgeden daha uzak yerlerde hareket etmelerine olanak vermektedir. Ancak bu durumda hedefe ulaşma süresi de uzayabilecektir. Diğer taraftan, büyük değerler alınması, hedefe daha hızlı ulaşmayı sağlamakta ancak beklenmedik davranışlara ve hedef bölgenin es geçilmesine neden olabilmektedir.

5.Aşama: Kriter sağlanana ya da iterasyon sayısı tamamlanana kadar 3. Aşama’dan itibaren işlemler tekrarlanır.

3.2. Markovitz Ortalama Varyans Modeli

20. yy’ın ilk yarısında yatırım bilimi gelişmeye başlamış olup, ilk başlarda menkul kıymetler bireysel olarak ele alınıp analiz edilmiş ve bireysel seçimler üzerine odaklanılmış olmakla beraber, 1950’lerde Markowitz tarafından ilk yapı taşları oluşturulan Modern Portföy Teorisinde (MPT) yatırımlara yeni bir bakış açısı gelmiştir. Bu yeni bakış açısında yatırımlara ilişkin kararlar verilirken menkul kıymetleri bireysel olarak ele almak yerine tüm piyasayı el alan MPT; yatırımcılar için

daha sistematik bir yaklaşım geliştirmiş ve menkul kıymetlerin birbirleriyle olan ilişkileri de değerlendirilerek portföy oluşturulmuştur. MPT, yatırımcıların rasyonel olduğunu varsaymakta ve rasyonel yatırımcıların portföy içindeki varlıklarının payını portföyün getirisini en yüksek seviyeye getirirken, portföyün riskini de en aza indirecek biçimde seçtiğini varsaymaktadır. Markowitz'in Portföy seçimi adlı meşhur çalışmasında; varlıklar havuzundan oluşturulan portföyün getirisi ile riski arasındaki ilişkiyi ortalama-varyans modeli ile modellemişler ve bu model ile belli bir getiri düzeyinde, portföy riskini yani varyansını en az yapan mümkün olan tüm portföyleri bulmuş, bunlara da etkin portföy demişlerdir. Riskli portföy oluştururken varlık seçim modeli olan Markowitz Ortalama-Varyans modeli aşağıdaki eşitlikler yardımıyla açıklanmıştır.

Markowitz modelinde rasyonel yatırımcıları elde etmek istediği getiri düzeyinde riski minimize etmeye çalıştığı kabul edilmektedir. Bu yaklaşımla Markowitz modelinde portföyün beklenen getirisi ve riski aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

Beklenen getirinin aşağıdaki gibi formüle edilir.

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \quad (\text{Eşitlik 6.})$$

Portföyün beklenen getirisini veren yukarıdaki formüle göre portföy beklenen getirisi; her bir varlığın beklenen getirilerinin, portföy içindeki ağırlıkları ile çarpılması sonucu elde edildiği anlaşılmaktadır. Burada n portföydeki varlık sayısını, w_i i varlığının portföy içindeki ağırlığını ve $E(r_i)$ i varlığının beklenen getirisini ifade etmektedir.

Kovaryans matrisi kullanarak çok sayıda varlıktan oluşan bir portföyün riskinin hesaplanması için gerekli formül eşitlik.7 ile gösterilmektedir:

$$\text{var}(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i, r_j) \quad (\text{Eşitlik 7.})$$

MPT'de Markowitz; portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri inceleyerek tam pozitif korelasyona sahip olmayan başka bir ifadeyle korelasyon katsayıları 1'den küçük olan hatta mümkünse negatif olan menkul kıymetlerin portföye dahil edilmesinin hedeflenen getirinin portföy riskini de azaltarak elde edilebileceğini göstermiştir (Akyer, 2018). Markowitz Ortalama-Varyans modelini kullanarak gerçekleştirilecek portföy optimizasyon probleminin matematiksel formülü Eşitlik.8 deki doğrusal olmayan programlama modelidir.

Amaç Fonksiyonu

$$\min \quad \text{var}(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i, r_j) \quad (\text{Eşitlik 8.})$$

Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$0 \leq w_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Çalışmada elde bulunan toplam sermayenin belirli varlıklar arasında dağılımı yapılarak oluşturulan bir portföy söz konusu olduğu için, varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının toplamının 1'e eşit olması gerekmektedir. Ayrıca her bir varlığın ağırlığının sıfırdan büyük olması kısıtı açığa satış olmayacağı hususunu temin etmiş olmaktadır. Uygulamada portföy optimizasyonu için belirli bir getiri düzeyi dikkate alınmamıştır.

4. Uygulama

PSO tekniğinde 'uygunluk fonksiyonu' olarak parçacıkların en iyi değerlerinin hesaplanmasında Markowitz'in portföy riski formülü kullanılmaktadır. Bu fonksiyon minimize edilerek en düşük riskli uygun çözüm aranmaktadır. Burada risklerin minimize edilmesi amaçlanmaktadır. Risk minimum seviyeye çekilmeye çalışılan portföy içerisinde yer alacak tüm hisse senetlerinin toplam ağırlığının 1'e eşit olması gerekmektedir.

4.1. Araştırma Verisi

Çalışmada Borsa İstanbul'da işlem gören ulaştırma hisse senetleri için optimum portföy araştırılmıştır. Uygulamada 31.08.2015-31.08.2018 dönemini kapsayan son 3 yıllık günlük fiyat verileri ile çalışılmıştır. Fiyat verilerinden aşağıdaki formül yardımıyla logaritmik getiriler hesaplanmıştır.

$$R_t = \ln(P_t/P_{t-1})$$

(Eşitlik 9.)

Borsa İstanbul'da işlem göre sekiz adet ulaştırma hisse senedi bulunmaktadır. Bu hisse senedi bilgileri Tablo.2'deki gibidir. TLMAN hisse senedi 13 Ocak 2018'de halka açılmıştır, son üç yıllık verisi bulunmamaktadır. Bu nedenle çalışmamızda BEYAZ, CLEBI, DOCO, GSDDE, PGSUS, RYSAS ve THYAO hisse senetleri fiyat verileri kullanılmaktadır. Sonuçlarda firma isimleri belirtmemesi adına, kullanılan hisse senetlerine farklı numaralar verilerek çalışmada yer almıştır.

Tablo 2. Borsa İstanbul'da İşlem Gören Ulaştırma Sektörü Hisse Senetleri

	Hisse Kodu	Şirket İsmi
1	BEYAZ	BEYAZ FİLO OTO KİRALAMA A.Ş.
2	CLEBI	ÇELEBİ HAVA SERVİSİ A.Ş.
3	DOCO	DO & CO AKTIENGESELLSCHAFT
4	GSDDE	GSD DENİZCİLİK GAYRİMENKUL İNŞAAT SANAYİ VE TİCARET A.Ş.
5	PGSUS	PEGASUS HAVA TAŞIMACILIĞI A.Ş.
6	RYSAS	REYSAŞ TAŞIMACILIK VE LOJİSTİK TİCARET A.Ş.
7	TLMAN	TRABZON LİMAN İŞLETMECİLİĞİ A.Ş.
8	THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI A.O.

Kaynak: KAP (Kamuyu Aydınlatma Platformu)

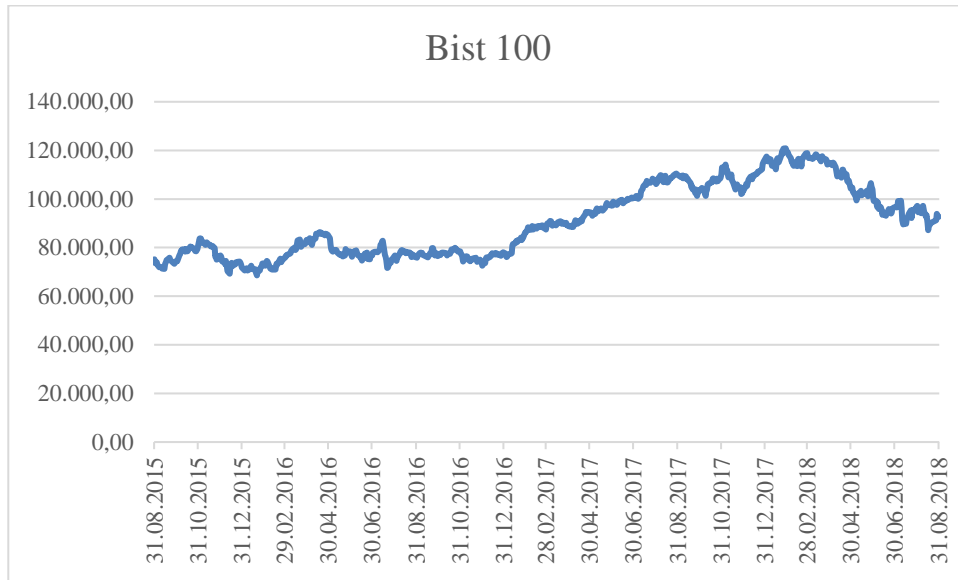
Çalışmada kullanılan 7 hisse senedine için hesaplanan; ortalama logaritmik getiri, varyans ve standart sapma değerleri Tablo 3.'te verilmektedir.

Tablo 3. Ulaştırma Hisse Senetleri için Hesaplanan Risk ve Getiri Değerleri

	Hisse Senedi 1	Hisse Senedi 2	Hisse Senedi 3	Hisse Senedi 4	Hisse Senedi 5	Hisse Senedi 6	Hisse Senedi 7
Ort. Log. Getiri	0,0025293	0,0003205	0,000773	0,000798	0,0003	0,000933	-0,0002
Varyans	0,0578355	0,02298	0,022967	0,021685	0,0239	0,023398	0,02734
Standart Sapma	0,0033449	0,0005281	0,000527	0,00047	0,0006	0,000547	0,00075

Tablo 3'te görülen 31.08.2015-31.08.2018 dönemini kapsayan son 3 yıllık verilerden hesaplanan ulaştırma sektör hisse senetleri ortalama getirilerinin Hisse Senedi.7 haricinde pozitif olduğu görülmektedir. İlgili döneme ilişkin olarak 7 hisse senedinin ortalama getirisi hesaplanmış günlük bazda 7 adet hisse senedi ortalama getirisi %0,078 olarak hesap edilmiştir. Bu değer yıllık bazda %28'e denk gelmektedir. İlgili ortalama değerler negatif ortalama getiriye sahip Hisse Senedi.7 hariç olarak hesaplandığında günlük bazda 7 hisse senedi ortalama getirisi %0,094, yıllık bazda %34'e denk gelmektedir.

Aynı döneme ilişkin Bist 100 endeks değerleri incelenmiş ve aşağıdaki şekilde grafik haline getirilmiştir. Bist 100'ün özellikle son bir yıldır düşme eğiliminde olduğu grafikten görülebilmektedir.



Şekil 1. 31/08/2015-31/08/2018 Dönemi BİST 100 Endeks Gelişimi

31.08.2015-31.08.2018 dönemine ilişkin BİST 100 endeks getirileri hesaplanmış ve aynı döneme ilişkin günlük ortalama getiri %0,12 olarak hesap edilmiştir. Bu yıllık bazda %4,40'a denk gelmektedir. Görüldüğü gibi 31.08.2015-31.08.2018 döneminde BİST 100 ortalama yıllık getirisi %4,40 iken ulaştırma sektörü hisselerinin ortalama yıllık getirisi %28 olarak hesap edilmiştir. Sektörün piyasadaki düşüş trendinden olumsuz etkilenmediği anlaşılmaktadır.

Tek başına getirilerin incelenmesinin yeterli olmayacağı, ilgili analizde risklerin de dikkate alınması gerektiği açıktır. Bu nedenle 31.08.2015-31.08.2018 dönemine ilişkin ulaştırma sektörü değişim katsayısı da hesap edilip, BİST 100 ile karşılaştırılmıştır. Değişim Katsayısı; her bir birim getiri için ne kadar risk alındığı gösteren bir ölçüttür. Başka bir ifadeyle portföy yönetiminde kullanılan değişim katsayısı; menkul kıymetlerin sağladıkları getirilere karşılık risklerinin ne olduğunu analiz etmede kullanılan bir araçtır. Tablo.4'te 31.08.2015-31.08.2018 dönemine ilişkin Ulaştırma sektörü hisse senetleri ve BİST 100 ortalama getiri ve değişim katsayısı değerleri görülmektedir.

Tablo 4. Ulaştırma Sektörü Hisse Senetleri ve BİST 100 Değişim Katsayıları

	<i>Bist 100</i>	<i>Hisse Senedi.1</i>	<i>Hisse Senedi.2</i>	<i>Hisse Senedi.3</i>	<i>Hisse Senedi.4</i>	<i>Hisse Senedi.5</i>	<i>Hisse Senedi.6</i>	<i>Hisse Senedi.7</i>
<i>Ortalama getiri</i>	0,00012	0,00253	0,00032	0,00077	0,00080	0,00030	0,00093	-0,00020
<i>Varyans</i>	0,00003	0,0578355	0,02298	0,022967	0,021685	0,0239	0,023398	0,02734
<i>Standart sapma</i>	0,00550	0,0033449	0,000528	0,000527	0,00047	0,0006	0,000547	0,00075
<i>Değişim Katsayısı</i>	45,85481	1,32246	1,64774	0,68176	0,58897	2,00000	0,58628	-3,75000

Değişim katsayısı sonuçları Hisse Senedi.7 hariç diğer ulaştırma sektörü hisse senetlerinin bir birim getiriye karşın çok daha az risk üstlenildiğini göstermektedir. Yukarıdaki genel bir analizin sonuçlarının da gösterdiği üzere önemli bir yatırım alternatifi olarak görülebilecek ulaştırma sektörü hisse senetlerinden optimum portföy oluşturulmasına ilişkin bir çalışma bu açıdan literatüre önemli bir katkı sağlamış olacaktır. Çalışmaya konu edilen 7 adet ulaştırma hisse senedine ait varyans-kovaryans matrisi Tablo .5'te görülmektedir.

Tablo 5. Ulaştırma Hisse Senetlerinin Varyans-Kovaryans Matrisi

	<i>Hisse Senedi.1</i>	<i>Hisse Senedi.2</i>	<i>Hisse Senedi.3</i>	<i>Hisse Senedi.4</i>	<i>Hisse Senedi.5</i>	<i>Hisse Senedi.6</i>	<i>Hisse Senedi.7</i>
<i>Hisse Senedi.1</i>	0,00946707	0,000100924	-0,000167711	-4,45111E-05	3,71862E-05	-5,1972E-05	-0,000110205
<i>Hisse Senedi.2</i>	0,00010092	0,001494609	0,000527476	4,65912E-05	0,000641862	0,00063884	0,000529223
<i>Hisse Senedi.3</i>	-0,00016771	0,000527476	0,001492924	0,000220289	0,000688413	0,000682876	0,000408904

<i>Hisse Senedi.4</i>	-4,4511E-05	4,65912E-05	0,000220289	0,001330851	7,70173E-05	0,00011968	5,68345E-05
<i>Hisse Senedi.5</i>	3,7186E-05	0,000641862	0,000688413	7,70173E-05	0,001616854	0,001139224	0,000574559
<i>Hisse Senedi.6</i>	-5,1972E-05	0,00063884	0,000682876	0,00011968	0,001139224	0,001549417	0,000500849
<i>Hisse Senedi.7</i>	-0,0001102	0,000529223	0,000408904	5,68345E-05	0,000574559	0,000500849	0,002114885

5. Bulgular

PSO ile 4 farklı popülasyon sayıları ile denemeler yapılmıştır. Popülasyon sayısının belli bir değerin altında olması ile elde edilen portföyün varyansı diğerlerine göre daha yüksek çıkmıştır. Belli bir seviyeden sonra yapılan tüm denemelerdeki sonuçlar birbiri ile aynı olmaktadır. Buradan çalışmada gereksiz sayıda fazla popülasyon sayısı olduğu kanaatine varılmaktadır. Sonuçlar Tablo.6’te verilmektedir. Kendi içlerinde aynı ve yakın ağırlıklar vermesine rağmen Markowitz ile elde edilen ağırlıkların çok da benzerlik göstermediği görülmektedir.

Tablo 6. Markowitz ve PSO ile Elde Edilen Optimal Portföy Ağırlıkları

	PSO				Markowitz
	1	2	3	4	5
	100 iterasyon	100 iterasyon	100 iterasyon	100 iterasyon	<i>Hisse Senedi</i>
	<i>nPop:10</i>	<i>nPop:20</i>	<i>nPop:30</i>	<i>nPop:50</i>	<i>Ağırlıkları</i>
<i>Hisse Senedi.1</i>	0,027583	0,027638	0,027638	0,027638	0,058807
<i>Hisse Senedi.2</i>	0,217138	0,217036	0,217036	0,217036	0,171845
<i>Hisse Senedi.3</i>	0,331147	0,331063	0,331063	0,331063	0,135095
<i>Hisse Senedi.4</i>	0,181443	0,181679	0,181679	0,181679	0,346722
<i>Hisse Senedi.5</i>	0,025162	0,023906	0,023906	0,023906	0,070883
<i>Hisse Senedi.6</i>	0,188973	0,188158	0,188158	0,188158	0,08585
<i>Hisse Senedi.7</i>	0,028554	0,03052	0,03052	0,03052	0,13079

Tablo 7. PSO ve Doğrusal Olmayan GRG Yöntemlerinden Elde Edilen Optimal Portföy Risk ve Getirileri

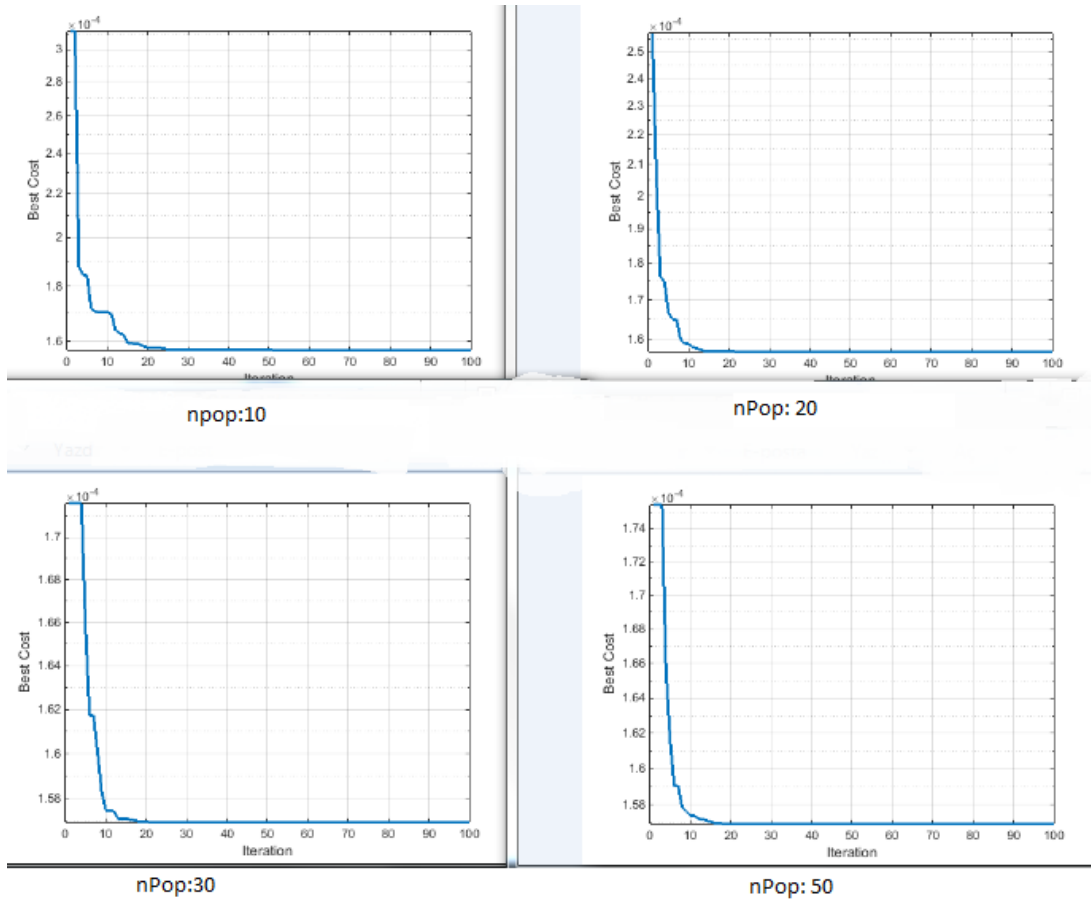
	<i>Optimal Portföy PSO 1</i>	<i>Optimal Portföy PSO 2</i>	<i>Optimal Portföy PSO 3</i>	<i>Optimal Portföy PSO 4</i>	<i>Optimal Portföy Doğrusal Olmayan GRG</i>
<i>Portfolio Return</i>	0,000717	0,000716	0,000716	0,000716	0,000659421
<i>Portfolio Var</i>	0,000644	0,000642	0,000642	0,000642	0,000519753
<i>Portfolio Std Dev</i>	0,025368	0,025344	0,025344	0,025344	0,022798081

Tablo 7.’da görülebileceği üzere PSO ve Doğrusal Olmayan GRG yöntemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar birbirine yakın değerler vermektedir. Ancak yine burada hangi yöntemin daha iyi sonuçlar verdiğini görmek adına değişim katsayıları hesaplanmıştır.

Tablo 8. Elde edilen Beş Farklı Optimum Portföyün Değişim Katsayıları

	<i>Optimal Portföy PSO 1</i>	<i>Optimal Portföy PSO 2</i>	<i>Optimal Portföy PSO 3</i>	<i>Optimal Portföy PSO 4</i>	<i>Doğrusal Olmayan GRG</i>
<i>Değişim Katsayısı</i>	35,38168	35,41233	35,41233	35,41233	34,53

Tablo.8’ de görüldüğü üzere PSO yöntemi ile farklı popülasyon sayıları ile elde edilen portföylerin değişim katsayıları yeralmaktadır. (Sırası ile nPop = 10, 20, 30 ve 50 için). Parçacık Sürü Algoritması tekniği ile gerçekleştirilen portföy optimizasyonu ile Doğrusal Olmayan GRG yöntemine çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca algoritmanın 100 iterasyon için farklı popülasyon sayılarına göre (sırası ile 10, 20, 30 ve 50) en iyi değeri bulma performanslarının karşılaştırılması için çizilen grafikler Şekil.2’ de yeralmaktadır. Şekil.2’den görüldüğü üzere popülasyon sayısının az olması ile algoritmanın en iyi değere yaklaşması için gereken iterasyon sayısı da fazla olmaktadır. Popülasyon sayısının gereğinden fazla olması ise, belli bir seviyeden sonra bir anlam ifade etmemektedir.



Şekil 2. Algoritmanın Farklı Populasyon Büyüklüklerindeki Performanslarının Karşılaştırılması

6. Sonuç ve Öneriler

31.08.2015-31.08.2018 dönemine ilişkin Ulaştırma Sektörü ve Bist 100 hesaplanan değişim katsayıları ulaştırma sektöründe bir birim getiriye karşın çok daha az risk üstlenildiğini göstermektedir. Bu nedenle önemli bir yatırım alternatifi olarak görülebilecek ulaştırma sektörü hisse senetlerinden optimum portföy oluşturulmasına ilişkin bir çalışma bu açıdan literatüre önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Yapılan çalışma ile Markowitz portföy optimizasyon probleminin çözümünde PSO ve Doğrusal Olmayan GRG yöntemleri kullanılarak sonuçlar elde edilmiş ve bu değerler karşılaştırılmıştır. PSO nun farklı popülasyon büyüklükleri çalıştırılarak oluşturulan portföylerin belli bir sayıya kadar farklılık gösterdiği ancak belli bir büyüklükten sonra aynı sonuçları verdiği görülmektedir. Yapılan bu çalışma Türkçe literatüre konu ile ilgili değer katması bakımından ve PSO'nun finans alanında özellikle ulaştırma hisseleri üzerinde bir uygulama örneği vermesi bakımından önem arz etmektedir. İleriki çalışmalarda sezgisel algoritmaların kendi aralarındaki performanslarını değerlendirmek üzere farklı sezgisel algoritmalar kullanılarak çalışma tekrarlanabilir ve bu algoritmalar kendi aralarında değerlendirilebilir. Ayrıca bu çalışmada sadece riskin minimize edilmesi amaçlanarak getiri ile ilgili herhangi bir kısıt verilmemiştir. İleriki çalışmalarda beklenen getirinin belirli bir seviyede olması kısıtı da ilave edilerek çalışma tekrarlanabilir.

KAYNAKÇA

- Abuelfadl, M. 2017. "Quantum Particle Swarm Optimization for Short-Team Portfolios." *Journal of Accounting & Finance*, 17(8), pp.121-137.
- Akyer, H., Kalaycı, C.B., Aygören, H. 2018. "Ortalama-Varyans Portföy Optimizasyonu için Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması: Bir Borsa İstanbul Uygulaması". *Pamukkale Üni. Müh. Bilim Dergisi*, 24(1), 124-129.
- Akyol, S., Alataş, B. 2012. "Güncel Sürü Zekâsı Optimizasyon Algoritmaları". *Nevşehir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitü Dergisi* 1 36-50, s.38.
- Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J.E., Sharaiha, Y.M. 2000. "Heuristics Forcardinality Constrained Portfolio Optimisation". *Computers & Operations Research*, 27, ss. 1271-1302.
- Chen, W., Zhang, R.T., Cai, Y.M., Xu F.S. 2006. "Particle Swarm Optimization for Constrained Portfolio Selection Problems." *In: Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Dalian*, 2006, pp. 2425-2429.
- Crama, Y., Schyns, M. 2003. "Simulated Annealing for Complex Portfolio Selection Problems." *European Journal of Operational Research*, 150, pp. 546- 571.
- Corazza M, Fasano, G., Gusso, R. 2013. "Particle Swarm Optimization with Non-Smooth Penalty Reformulation, for a Complex Portfolio Selection Problem." *Applied Mathematics and Computation*, 224, pp.611-624.
- Cura T. (2009). Particle Swarm Optimization Approach to Portfolio Optimization. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10 (4), ss. 2396-2406.
- Deng, G.F., Lin, W.T., Lo, C.C. 2012. "Markowitz-based Portfolio Selection with Cardinality Constraints using Improved Particle Swarm Optimization." *Expert Systems with Applications*, 39(4), pp.4558-4566.
- Derigs, U., Nickel, N.H. 2004. "On a Local-Search Heuristic for a Class of Tracking Error Minimization Problems in Portfolio Management." *Annals of Operations Research*, 131, ss. 45-77.
- Doerner, K., Gutjahr, W.J., Hartl, R.F., Strauss C., Stummer, C. 2004. "Pareto Ant Colony Optimization: A Metaheuristic Approach to Multiobjective Portfolio Selection". *Annals of Operations Research*, 131, ss. 79-99.
- Fernandez, A., Gomez, S. 2007. "Portfolio Selection Using Neural Networks". *Computers & Operations Research*, 34, ss. 1177-1191.
- Golmakani, H.R., Fazel, M. 2011. "Constrained Portfolio Selection using Particle Swarm Optimization." *Expert Systems with Applications*, 38(7), pp.8327-8335.
- Kamali, S. 2014. "Portfolio Optimization Using Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithm." *Journal of Mathematics and Computer Science*.
- Kennedy J., & Eberhat, R. 1995. "A New Optimizer Using Particle Swarm Theory." *In Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, October 1995. DOI:10.1109/MHS.1995.494215.
- Kıyılar, M., Eroğlu, E. 2004. "Tek Endeks Modeli ve Modelin İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanması." *İsletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, Yıl: 16, Sayı: 52, Ekim 2005, s 17-25.
- Lai, K. K., Yu, L., Wang, S., Zhou, C. 2006. "A Double-Stage Genetic Optimization Algorithm for Portfolio Selection". *Lecture Notes in Computer Science* Vol: 42, no: 34, pp. 928-937.
- Markowitz, H. 1959. *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*. New York: Wiley.
- Mishra, S. K., Panda G., & Meher S. 2009. "Multi-objective Particle Swarm Optimization Approach to Portfolio Optimization." *In Nature & Biologically Inspired Computing, NaBIC 2009, World Congress*, pp.1612-1615.
- Özsağlam, M.Y., Cankuş, M. 2008. "Optimizasyon Problemlerinin Çözümü için Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması". *Politeknik Dergisi Journal of Polytechnic* Cilt:11 Sayı: 4 s.299-305, 2008 Vol: 11 No: 4 pp.299-305.
- Sun, J., Fang, W., Wu X., Lai C.H., Xu, W. 2011. "Solving the Multi-Stage Portfolio Optimization Problem with A Novel Particle Swarm Optimization." *Expert Systems with Applications*, 38(6), pp.6727-6735.
- Wolfe, P. 1959. "The Simplex Method for Quadratic Programming." *Econometrica*, vol.27, pp.382 -398
- Zhao, F., Ren, Z., Yu, D., Yang, Y.. 2005. "Application of An Improved Particle Swarm Optimization Algorithm for Neural Network Training." *IEEE* 0-7803-9422.
- Zhu H., Wang Y., Wang K., Chen Y. 2011. "Particle Swarm Optimization (PSO) for the Constrained Portfolio Optimization Problem." *Expert System with Applications*, 38 (8), ss. 10161-10169.