

İNCE CİDARLI, TEK VE İKİ HÜCRELİ, TABAKALI KOMPOZİT TÜPLERDE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE BURULMALI BURKULMA ANALİZİ

TORSIONAL BUCKLING ANALYSIS OF THIN-WALLED MONO-MULTIPLY CONNECTED LAMINATED COMPOSITE TUBES VIA FINITE ELEMENT METHOD

Gülşah ALAR ÖNER

Atatürk Üniversitesi Erzurum Meslek Yüksekokulu, 25240-Erzurum/TÜRKİYE

Geliş Tarihi: 11 Aralık 2013 **Kabul Tarihi:** 13 Aralık 2013

ÖZET

Bu çalışmada, kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulma burkulması incelenmiştir. Tüplerin cidarları, simetrik çapraz takviyeli (cross-ply) $[\theta_1/\theta_2/\theta_1/\theta_2]_s$ ve $[\theta_1+\theta_2=90^\circ]$ ve simetrik açılı takviyelidir (angle-ply) $[\theta_1/-\theta_1/\theta_1/-\theta_1]_s$. Tabaka sayısı 8 olarak kabul edilmiştir. Mil tek hücreli ve çok hücreli olarak modellenmiştir. ANSYS paket programı kullanılarak sonlu elemanlar yöntemiyle kritik burulmalı burkulma yükleri bulunmuştur. Bu çalışmada, tüpün uzunluğu, takviye açısı ve kesit boyutlarının kritik burulmalı burkulma yükü üzerine etkileri araştırılmıştır. Çalışmanın sonuçları grafikler halinde verilmiştir.

Anahtar sözcükler: Burulma burkulması, Tabakalı kompozitler, İnce cidarlı tüpler, Sonlu elemanlar

ABSTRACT

In this study torsional buckling of thin walled rectangular cross sectional tubes made of layer composite materials and exposed to torsion was examined. Walls of the tubes, is considered symmetrical cross-ply $[\theta_1/\theta_2/\theta_1/\theta_2]_s$, $(\theta_1+\theta_2=90^\circ)$. ANSYS packet programme the effects of length, orientation angle and cross section on the load of critic buckling was examined. In this study, the effects of the lengths of the tube, orientation angles and the dimensions of cross-section on the critical buckling loads are examined and presented in graphical and tabular forms.

Keywords : Torsional buckling, Laminated composites, Thin-walled tubes, Finite Element Methods

1. GİRİŞ

Miller en önemli güç iletim sistemleridir. Burulmaya maruz bir milde en büyük gerilme milin dış yüzeyinde oluşur. Mil merkezinde gerilme oluşmaz. Bu sebeple millerin içi boşaltılarak içi dolu bir mile göre daha hafif hale getirilebilir. Millerin içinin boşaltılması ile dolu bir mile göre ağırlıktan çok önemli kazanç elde edilmesine rağmen en büyük kayma gerilmesinde çok büyük artışlar olmaz. Fakat burada en büyük problem millerin içinin ne kadar boşaltılması gerektiği, yani et kalınlığının tespitidir. Et kalınlığı çok az olan içi boş bir mil burulmaya maruz kaldığında burkulma problemi ortaya çıkabilir. Bu durumda millerin içinin boşaltılması ile ilgili olarak en uygun et kalınlığının belirlenmesi gerekir.

Burkulma, makine sistemlerinde ve yapılarda karşılaşılan önemli bir problemdir. Çubuklar aksenal yüklere, levhalar düzlem yüklere, silindirik ve prizmatik tüpler de ya dış basınca veya burulma yüklerine maruz kaldıklarında burkulma problemi ortaya çıkabilir. Uçak kanatları ve bazı tüp şeklindeki mil elemanlar için burkulma önemli bir problemdir.

Yüzyıllardan beri farklı malzemelerin kombinasyonları daha yüksek performanslı malzemeler elde etmek için kullanılmaktadır. Örnek olarak M.Ö. 4000'lerde Sümerler samanla çamur karışımını birleştirerek blok yapıların mukavemetini artırmışlar. Binlerce yıldan beridir bilinen kompozitlerin davranışları kadar teknolojilerinin de doğru anlaşılması kompozitlerin dizaynları için gelişim başlatmıştır. F.111 uçağı bu teknolojinin ilk ürünlerinden biridir. Boeing 767 yolcu uçağı 2 ton kompozit malzemeye sahiptir.

Yüksek mukavemet, rijitlik ve düşük ağırlıklı özellikleri bir arada muhteva etmesi sebebiyle otomobil endüstrisinin de dikkatini çekmiştir. 1979 yılında Ford Motor bazı bölümleri kompozit malzemelerden oluşan bir otomobil geliştirdi. Bu prototip çelik versiyonundan 570 kg daha hafif, sadece transmisyon şaftı bile orijinal ağırlığından %57 daha düşük ağırlığa sahiptir.

Günümüzde ise, Chrysler CCV(Composite Concept Vehicle) olarak bilinen tamamıyla kompozit malzemeden oluşan bir araba geliştirdi. Kompozit malzemeler havacılık ve otomobil endüstrilerine ek olarak gemicilik endüstrisi, spor eşyaları, kayaklar, inşaat ve uzay alanlarında da yaygın olarak kullanılmaktadır.

Kompozit malzemeden yapılmış daire kesitli millere ilaveten dikdörtgen tüp kesitli kompozit malzemeden yapılmış elemanlar da günümüzde burulmaya maruz elemanlar olarak birçok mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Burulmaya maruz içi boş dairesel kesitli olmayan millerde cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alan büyütüldüğünde taşınan moment artmaktadır. Ancak bu durum burulma burkulması problemini ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alanı ve et kalınlığı aynı, fakat kenar oranları farklı olan içi boş dairesel kesitli olmayan millerde kayma gerilmeleri eşit olmasına rağmen burulma yüklemesi altındaki burkulma davranışları tamamen farklıdır.

Sofiyev *et al.* (2003), Ortotropik kompozit malzemelerden oluşan tabakalı, silindirik kabukların zamanın lineer bir fonksiyonu olarak değişen burulmalı burkulma yükü altındaki davranışını Ritz değişim metodunu kullanarak araştırmışlardır.

Dongyao Tan (2000), klasik kabuk teorisi ve birinci derece kayma deformasyon kabuk teorilerine dayalı ince ve kalın olmak üzere silindirik, konik, eliptik (oval) ve elipsoid kabukların farklı malzeme özelliklerindeki burulmalı burkulma yükleri altındaki davranışını incelemiştir.

Papangelis *et al.* (1998), düzlem çerçeve, kolon-kiriş ve kirişlere gelen burulmalı burkulma yüklerini hesaplamak için bilgisayar teknolojisini ve sonlu eleman metodunu kullanmışlardır.

Tong and Zhang (2003a-2003b), ince cidarlı tüplerin burulma burkulmalarını değişik teorilerle analiz ederek aralarındaki farkları araştırmışlardır.

Renjie Mao *et al.* (1999-2002), karışık sınır şartlı, çapraz takviyeli ve burulma yüküne maruz tabakalı silindirik bir kabuğun burkulma analizi için yeni ve etkili bir metot geliştirdiler.

Chen and Wierzbicki (2001a-2001b), büyük burulma açısına maruz ince duvarlı prizmatik tüpün yoğun burulma davranışı için teorik bir çözüm ileri sürdüler, malzeme ve geometri özelliklerini birleştirerek ilk olarak kısmi plastik burkulmayı saptadılar ve bölgesel burkulma için burulma sonuçları elde ettiler.

Walker *et al.* (1997), simetrik tabakalı kabukların çok amaçlı dizaynı üzerinde çalışarak aksel ve burulma burkulma yükünün

maksimizasyonunu araştırdı. Çalışmada optimizasyon değişkeni olarak takviye açısı kullanıldı ve optimal fiber açısı, silindir uzunluğu, yarıçap ve kalınlığa bağlı olarak sonuçlar elde etmişlerdir.

Ho and Cheng (1963), dört sınır şartını göz önünde tutarak, eksenel, radyal ve burulma yükleri altında homojen olmayan anizotropik ince cidarlı silindir yapıların burkulması ile ilgili genel bir analiz yaptılar.

Shokrieh *et al.* (2004), burulmaya maruz bir şaftı incelediler. Bu çalışmada sonlu elemanlar metodunu kullanarak kritik burulmayı hesapladılar. Sınır şartlarının etkisi, takviye açısı ve tabaka dizilişinin kompozit şaftın mekanik davranışı üzerine etkisini araştırdılar.

Etitem and Dong (1995a-1995b), yaptıkları çalışmalarda burulma ve eksenel yükleme altındaki çok katlı kompozit çubukların stabilite analizini, parametrik çalışma olarak açıklamışlardır. Çok katlı kompozitlerin analizinde, ileride açıklanmış olan teoriler arasındaki birinci dereceden kayma deformasyon teorisini kullanmışlardır.

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulma burkulması incelenmiştir. ANSYS paket programı kullanılarak, uzunluk, takviye açısı ve kesitin kritik burkulma yükünün üzerine etkileri araştırılmıştır.

2. YÖNTEM

2.1. Matematiksel Formülasyon

Dikdörtgen kesitli tp millerin burulma burkulmasında kritik yükünün hesaplanmasında en önemli konulardan biride birim burulma momentinin tanımlanmasıdır. Bu çalışmada ele alınan modelin bir ucu ankastre diğer ucu açık olduğundan Sonlu elemanlar formülasyonunda bu yükünün düğümlere doğru bir şekilde uygulanması problemin üzümünün açısından önemlidir. Birim yük kayma akımı şeklinde düğümlere aşağıdaki formülle dağıtılmıştır (Alar ner 2009).

İnce cidarlı içi boş miller için kayma gerilmesi

$$\tau = \frac{T}{2tA_s} \quad (1)$$

formülüyle hesaplanır. Burada T burulma momenti, h cidar kalınlığı, A_s cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alanıdır.

Kayma akımı ise;

$$q = \tau t \quad (2)$$

dir. Kayma akımı birim uzunluğa düşen kuvvettir. Burkulma problemi için bir birimlik moment gerekli olduğundan, $T = 1$ br için

$$q = \frac{1}{2A_s} \quad (3)$$

olur. Kayma akımı q cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alana göre hesaplandıktan sonra, kenar uzunlukları a ve b ile çarpılarak bir kenara etki eden toplam kuvvet bulunur. Sonlu elemanlar ağında bir kenardaki toplam düğüm sayısı bilindiğinden hesaplanan bu toplam yük düğümlere eleman kenar uzunlukları dikkate alınarak uygun şekilde dağıtılır. Köşe düğümler her iki kenarı temsil ettiğinden her iki kenarın yükünü üzerinde bulundurur. Birim yükün doğru olarak uygulandığı, teorik sonuç ile elde edilen kayma gerilme değerleri ile sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen kayma gerilmesi değerleri karşılaştırılarak saptanmıştır.

2.2. Kritik Burkulma Yükünün Belirlenmesi

Kritik burkulma yükünün bulunmasında aşağıdaki denklem kullanılır.

$$[K] - \lambda_i [S] \{\psi\}_i = 0 \quad (4)$$

burada:

$[K]$ = direngenlik matrisini

$[S]$ = gerilme direngenlik matrisini

λ_i = i 'inci özdeğerini

ψ_i = i 'inci yerdeğiştirme özvektörünü

göstermektedir. Kritik burkulma yükü T_{kr} , aşağıdaki karakteristik denklemlerle belirlenen en küçük özdeğer λ_i 'e tekabül eder. En küçük özdeğeri bulabilmek için aşağıdaki denklemin çözümü gerekir.

$$Det([K] - \lambda_i [S]) = 0 \quad (5)$$

(5) eşitliğinin çözümü için çeşitli sayısal çözüm metotları kullanılabilir. Bu çalışmada Block Lanczos metodu kullanılmıştır (ANSYS Inc.Theory Reference),(Alar Öner 2007), (Akbulut 2006).

2.3. Problemin Tanımlanması

Bu çalışmada kompozit malzemeler olarak, günümüzde geniş kullanım alanı bulan HM/Epoksi, KEVLAR/Epoksi ve S-CAM/Epoksi seçilmiştir. Malzeme özellikleri (Roylance 2000) çalışmasından alınmıştır. HM/Epoksi, KEVLAR/Epoksi ve S-CAM/Epoksi malzemeleri için mekanik özellikler TABLO 1, 2 ve 3'de sırasıyla verilmiştir.

Tablo 1. HM / Epoksi Kompozit Malzemesinin Mekanik Özellikleri

E_1 (GPa)	$E_2=E_3$ (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
230	6,6	4,8	0,25

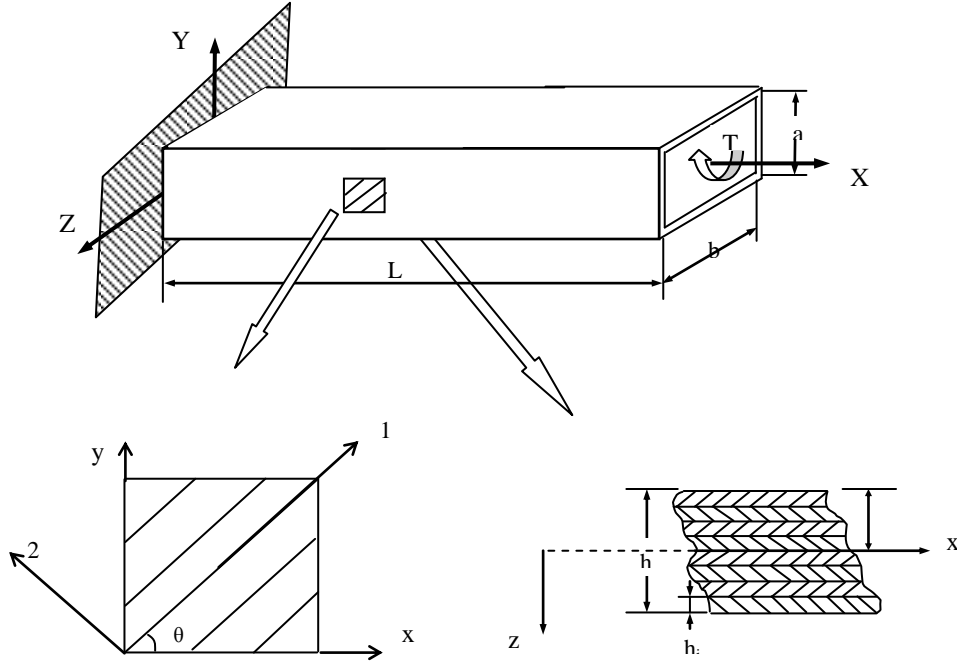
Tablo 2. KEVLAR/ Epoksi Kompozit Malzemesinin Elastik Özellikleri

E_1 (GPa)	$E_2=E_3$ (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
80	5,5	2,1	0,31

Tablo 3. S-CAM/ Epoksi Kompozit Malzemesinin Elastik Özellikleri

E_1 (GPa)	$E_2=E_3$ (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
55	16	7,6	0,26

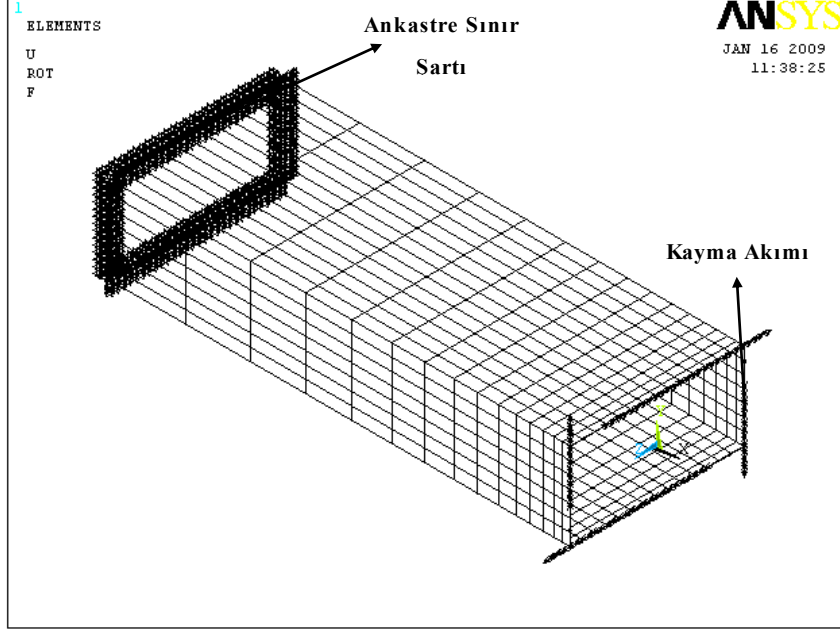
Geometrik boyutlar Şekil 1' de verilmiştir. Milin uzunluğu $L=500, 750, 1000$ ve 2000 mm olarak alınmıştır. Cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alan $\partial=b*a = 40\ 000$ mm² olacak şekilde boyutlar kullanılmıştır. Örnek olarak $b/a=1$ için $a=b=200$ mm' dir. Kesitin burkulma yükü üzerine etkisi incelemek için b/a oranı 1, 2 5 ve 10 olarak seçilmiştir. Cidar kalınlığı $h=2$ mm olarak sabit tutularak her bir tabakanın kalınlığı $h_i=0.25$ mm olmak üzere simetrik 8 tabaka alınmıştır. Tüplerin cidarları, simetrik çapraz takviyeli (cross-ply) $[\theta_1/\theta_2/\theta_1/\theta_2]_s$ ve $[\theta_1+\theta_2=90^\circ]$ ve simetrik açılı takviyelidir (angle-ply) $[\theta_1/-\theta_1/\theta_1/-\theta_1]_s$. Tabaka sayısı 8 olarak kabul edilmiştir.



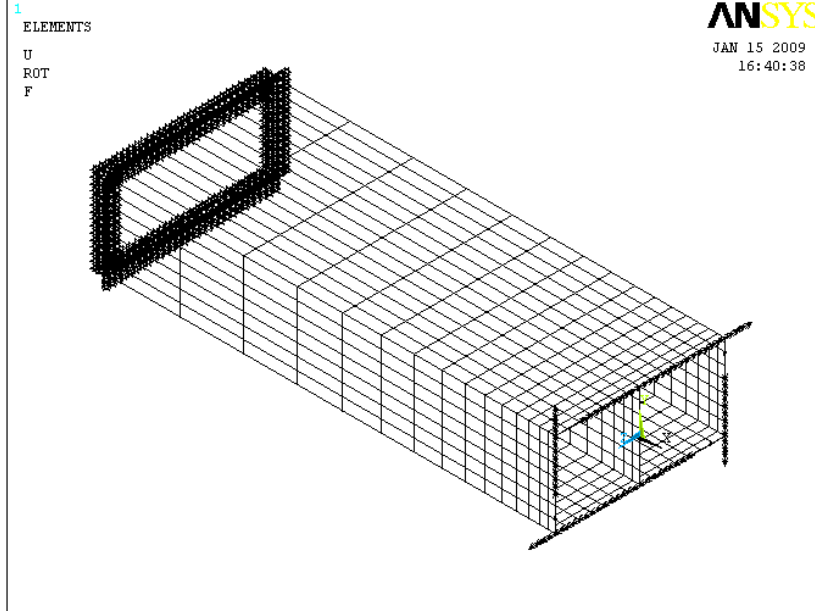
Şekil 1. Tüp ve Cidar konfigürasyonu

Yukarıda verilen malzeme özellikleri ve boyutlar kullanılarak ANSYS paket programında sonlu eleman modelleri oluşturulmuştur. Modellerde Shell 99 eleman tipi kullanılmıştır [ANSYS Inc.Theory Reference].

Sınır şartı olarak bir uç ankastre olarak alınmış ve burulma yükü serbest uca kayma akımı şeklinde verilmiştir. Tek hücreli tüpün sonlu elemanlar modeli, sınır şartları ve yükleme durumu Şekil 2' de gösterilmiştir. İki Hücreli (Ara takviyeli) Model Tüpün Sonlu Elemanlar Modeli, Sınır Şartları ve Yükün Uygulanması Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 2. Tek Hücreli Tüpün Sonlu Elemanlara Modeli, Sınır Şartları ve Yükün Uygulanması



Şekil 3. İki Hücreli (Ara takviyeli) Model Tüpün Sonlu Elemanlar Modeli, Sınır Şartları ve Yükün Uygulanması

Çalışmada kurulan modelin uygunluğunu araştırmak için Kaynak [16]'daki malzeme özellikleri ve geometrik boyutlar kullanılarak, ANSYS paket programında aynı model oluşturularak kritik yükler bulunup karşılaştırılmıştır. Tablo 4 ve 5'de TST Klasik İnce Kabuk Teorisinden ve SDST 1. Dereceden Kayma Deformasyon Kabuk Teorisinden elde edilen sonuçları göstermektedir. Elde edilen sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür.

Tablo 4. Dairesel, ince-duvarlı kompozit tüpte kritik burkulma yükleri (Nm)

Kalınlık	Malzeme özellikleri	Kaynak [16]		Model
		TST	SDST	
0.0005m	İzotropik Malzeme	1448.0	1447.1	1460.0
	Açılı [$\theta/-\theta/ \theta/-\theta$]	486.18	485.72	508.1
0.001m	İzotropik Malzeme	6871.1	6861.9	6463.8
	Açılı [$\theta/-\theta/ \theta/-\theta$]	2361.6	2356.8	2434.0
0.002m	İzotropik Malzeme	32816.0	32723.0	29765.2
	Açılı [$\theta/-\theta/ \theta/-\theta$]	11396.0	11341.0	10817.6

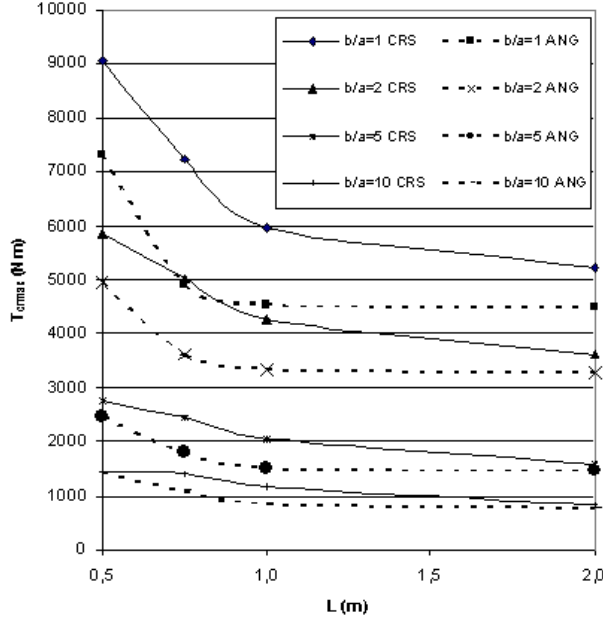
Tablo 5. Dairesel, ince-duvarlı kompozit tüpte kritik burkulma yükleri (Nm)

$\theta=45^\circ$ için;		Kaynak [16]		Model
Kalınlık	Malzeme özellikleri	TST	SDST	
0.0005m	İzotropik Malzeme	1448.0	1447.1	1460.0
	Çapraz [$\theta_1/\theta_2/ \theta_1/\theta_2$] _s ve [$\theta_1+\theta_2=90^\circ$]	530.95	530.57	552.7
0.001m	İzotropik Malzeme	6871.1	6861.9	6463.8
	Çapraz [$\theta_1/\theta_2/ \theta_1/\theta_2$] _s ve [$\theta_1+\theta_2=90^\circ$]	2430.3	2426.0	2428.1
0.002m	İzotropik Malzeme	32816.0	32723.0	29765.2
	Çapraz [$\theta_1/\theta_2/ \theta_1/\theta_2$] _s ve [$\theta_1+\theta_2=90^\circ$]	11047.0	10997.0	10534.0

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

3.1. Tek Hücreli (Kapaksız) Model

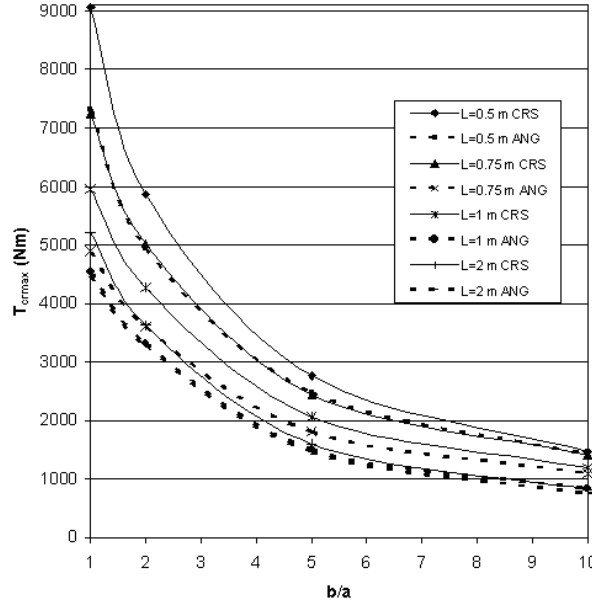
Tek Hücreli olarak modellenmiş tüpte $L=500-750-1000-2000$ mm uzunluklarda ve farklı $b/a=1-2-5-10$ kenar oranlarındaki kritik burkulma yüküne olan etkileri incelenmiştir.



Şekil.4. Uzunluk (L) ve kenar oranına (b/a) bağlı olarak en büyük kritik yük

$$T_{cr,max}$$

Şekil 4 HM/Epoksi kompozitinden imal edilmiş mil için hem simetrik çapraz takviyeli hem de açılı takviyeli yapılar için L (uzunluk) açısından en büyük kritik burkulma yükü (T_{kr-eb}) varyasyonlarını göstermektedir. Şekil itibariyle her iki diziliş için eğri karakteristikleri aynıdır. Şöyle ki; $b/a=1$ ve $b/a=2$ kenar oranları için ; T_{kr-eb} çapraz takviyeli yapılar için $L=1$ m'ye kadar, açılı takviyeli yapılar için de $L=0.75$ m'ye kadar önemli ölçüde azaldığı gözlenmiştir. Daha sonra en büyük kritik burkulma yükü çapraz takviyeli yapılarda lineer olarak azalırken, açılı takviyeli yapılarda neredeyse sabit kaldığı görülmüştür. Her iki diziliş için $b/a=5$ ve 10 kenar oranlarında en büyük kritik yükün uzunluğa bağlı olarak azalmasının nispeten daha küçük olduğu belirlenmiştir.



Şekil.5. Uzunluk (L) ve kenar oranına (b/a) bağlı olarak en büyük kritik yük

$$T_{cr,max}$$

Şekil 5'te görüldüğü üzere (T_{kr-eb}) kritik yük b/a 'nın katlanarak azalan bir fonksiyonudur. Çapraz takviyeli yapılarda uzunluğa bağlı olarak T_{kr-eb} değerleri arasındaki fark $b/a=5$ kenar oranına kadar hemen hemen aynı kalmasına rağmen, açılı takviyeli yapılarda böyle bir özellik gözlenmemiştir. Açılı takviyeli yapılarda uzunluk arttıkça en büyük kritik burkulma yükü değerleri arasındaki fark azalmaktadır. İlginç olan çapraz takviyeli yapılar için $L=0.75 m$ uzunluk eğrisi ile açılı takviyeli yapılar için $L=0.5 m$ uzunluktaki eğriler birbirleriyle hemen hemen çakışmıştır. Aynı zamanda bu benzer durumun açılı takviyeli yapılar için $L=1 m$ ve $2 m$ uzunluklarda meydana geldiği görülmüştür.

Kenar oranı (b/a değeri 1'den 2'ye ve 5'den 10'a çıkarken) ve uzunluk 500 mm'den 1000 mm'ye ve 1000 mm'den 2000 mm'ye çıkarken) 2 kat artışı zaman çapraz takviyeli dizilişte sırasıyla HM, Kevlar, S-Cam/Epoksi malzemeleri için en büyük kritik yük oranları Tablo 6, 7 ve 8'de verilmiştir. Her üç malzeme içinde $L=500 mm$ hariç, b/a 1'den 2'ye çıkarken en büyük kritik burkulma yükündeki azalma yaklaşık olarak %30 olmaktadır. $L=500 mm$ için ise kritik yükteki düşüş HM ve Kevlar kompoziti için %36, S-Cam kompoziti

için ise %40 olarak gerçekleşmektedir. $b/a=5'$ den $10'$ a çıkarken kritik yükteki düşüşler her üç malzeme içinde daha uyumludur. $L=500$ mm olduğu zaman kritik yükteki düşüş yaklaşık %45-47, $L=750$ ve 1000 mm için %43 ve $L=2000$ mm'de ise %49'dur. Çizelgeler uzunluğun 2 katına çıkması durumu için incelenecek olursa kritik yükteki değişimin kenar oranına bağlı olarak farklılık gösterdiği gözlenir. Uzunluk 500 mm'den 1000 mm'ye çıkarıldığında kenar oranı b/a büyüdükçe kritik yükteki düşüş oranı azalmaktadır. S-Cam/Epoksi kompozitinin b/a kenar oranı hariç olmak üzere uzunluk 1000 mm'den 2000 mm'ye çıkarıldığında ise kenar oranı büyüdükçe kritik yükteki düşüş oranı artmaktadır. Uzunluk 500 mm'den 1000 mm'ye çıktığında kritik yükteki düşüş kenar oranına bağlı olarak %35 ile %20 arasında olmaktadır. L değeri 1000 mm'den 2000 mm'ye çıkarıldığında ise düşüşün %17 ile %30 arasında gerçekleştiği gözlenmektedir.

Tablo 6. HM/ Epoksi kompoziti için çapraz takviyeli diziliş için uzunluk (L) ve kenar oranı (b/a)'ya bağlı olarak en büyük kritik burkulma yükü T_{kr-eb}

		$b/a=1$ (x)	$b/a=2$ (v)	$b/a=5$ (y)	$b/a=10$ (z)	En büyük kritik burkulma yükü oranları	
$L(m)$		T_{kr-eb} (Nm)				v/x	z/y
0,50 (k)		9063,5	5869,3	2766,8	1465,4	0,64757 5	0,52963 7
0,75(l)		7227,8	5019,2	2440,7	1413,9	0,69443	0,57930 1
1,00(m)		5955,8	4272,5	2065,5	1182,5	0,71736 8	0,57250 1
2,00(n)		5122,3	3628,9	1597,9	824,2	0,70845 1	0,51580 2
En büyük kritik burkulma yükü oranları	m/k	0,65711 9	0,72794	0,74653	0,80694 7		
	n/m	0,86005 2	0,84936 2	0,77361 4	0,69699 8		

*İnce Cidarlı, Tek ve İki Hücreli, Tabakalı Kompozit Tüplerde Burulmalı Burkulma***Tablo 7.** Kevlar/Epoksi kompoziti için çapraz takviyeli diziliş için uzunluk (L) ve kenar oranı (b/a)'ya bağlı olarak en büyük kritik burkulma yükü T_{kr-eb}

		b/a=1 (x)	b/a=2 (v)	b/a=5 (y)	b/a=10 (z)	En büyük kritik burkulma yükü oranları	
L(m)		T_{kr-eb} (Nm)				v/x	z/y
0,50 (k)		3370,4	2154,3	1006,1	546,2	0,63918 4	0,54295 4
0,75(l)		2720,2	1884,1	905,2	524,3	0,69263 1	0,57925
1,00(m)		2236,8	1602,1	771,7	441,7	0,71625 2	0,57239 2
2,00(n)		1874,8	1340,1	595,8	309,4	0,71482 4	0,51932 7
En büyük kritik burkulma yükü oranları	m/k	0,66364 6	0,74366 4	0,76703 9	0,80862 6		
	n/m	0,83816 9	0,83649 9	0,77209 4	0,70051 6		

Tablo 8. S-Cam/Epoksi kompoziti için çapraz takviyeli diziliş için uzunluk (L) ve kenar oranı (b/a)'ya bağlı olarak en büyük kritik burkulma yükü T_{kr-eb}

		b/a=1 (x)	b/a=2 (v)	b/a=5 (y)	b/a=10 (z)	En büyük kritik burkulma yükü oranları	
L(m)		T_{kr-eb} (Nm)				v/x	z/y
0,50 (k)		3147,1	1864,0	851,7	475,0	0,59231 8	0,55770 9
0,75(l)		2617,0	1691,9	784,0	450,6	0,64650 6	0,57476 1
1,00(m)		2123,6	1470,1	689,5	389,0	0,69226 8	0,56426 2
2,00(n)		1659,2	1177,2	522,1	267,6	0,70948 4	0,51255 1
En büyük kritik burkulma yükü oranları	m/k	0,67480 4	0,78867 3	0,80952 1	0,81903 4		
	n/m	0,7813	0,80073	0,75727 4	0,68787 4		

HM, Kevlar, S-Cam/Epoksi malzemeleri için açılı takviyeli dizilişte sırasıyla kenar oranı (b/a değeri 1'den 2'ye ve 5'den 10'a çıkarken) ve uzunluk (500 mm'den 1000 mm'ye ve 1000 mm'den 2000 mm'ye çıkarken) 2 kat arttırıldığı zaman en büyük kritik yükteki değişimler Tablo 9, 10 ve 11'de sunulmuştur. Kenar oranının 2 kat artmasına bağlı olarak en büyük kritik yükteki düşüşler her üç malzeme içinde çapraz takviyeli dizilişteki benzerdir.

Malzeme özelliklerindeki değişimin kenar oranına bağlı olarak kritik burkulma yükündeki değişimi çok fazla etkilemediği söylenebilir. HM ve Kevlar kompoziti için uzunluk 500 mm'den 1000 mm'ye çıkarıldığında b/a değeri 2'de 10 artarken en büyük kritik burkulma yükündeki düşüş yüzdesi artmaktadır. Uzunluğun bu değişim için $b/a=1$ 'deki düşüşler $b/a=2$ 'den daha büyük olmaktadır. Hm/Epoksi kompoziti için kritik yükteki düşüş $b/a=1$ 'de %38, $b/a=2$ 'de %33, $b/a=5$ 'de %40 ve $b/a=10$ 'da %42'dir. Kevlar/Epoksi kompozitinde ise kritik yükteki bu düşüşler $b/a=1$ 'de %37, $b/a=2$ 'de %32, $b/a=5$ 'de %35 ve $b/a=10$ 'da %38 olarak gözlenmektedir. S-Cam/Epoksi kompozitinden yapılmış mil için ise uzunluk 500 mm'den 1000 mm'ye çıkarıldığında b/a değeri artarken en büyük kritik burkulma yükündeki düşüş yüzdesi azalmaktadır.

Bu malzeme için kritik yükteki düşüşler $b/a=1$ 'de %35, $b/a=2$ 'de %25, $b/a=5$ 'de %23 ve $b/a=10$ 'da %21 olmaktadır. Uzunluk 1000 mm'den 2000mm'ye çıkarıldığında ise kenar oranı büyüdükçe kritik yükteki düşüş yüzdesi artmaktadır. Bu uzunluk değişimindeki kritik yükteki azalma oranları uzunluk 500 mm'den 1000 mm'ye çıkarılmasına göre çok küçüktür. HM ve Kevlar malzemede $b/a=1-2-5$ için $L=2000$ mm'de elde edilen en büyük kritik burkulma yükü değerleri $L=1000$ mm'de elde edilen değerlere çok yakındır. Yani bu malzemeler için verilen oranlar için uzunluğun artması kritik burkulma yükünü çok fazla etkilememektedir. $b/a=10$ olunca uzunluğun artması kritik burkulma yükünü ortalama olarak %12 azaltmaktadır. S-Cam malzeme için buradaki uzunluk artışı kritik yükün $b/a=1-2$ 'de %13, $b/a=5$ 'de %18, $b/a=10$ 'da ise %25 düşmesine neden olmaktadır.

Hem malzeme özelliklerinin hem de çapraz veya açılı takviyeli dizilişin, uzunluğun artmasıyla kritik yükteki değişimi etkilediği gözlenmiştir. Ayrıca kenar oranındaki artışın, uzunluk artışına göre kritik burkulma yükünün değişiminde daha etkin olduğu saptanmıştır.

*İnce Cidarlı, Tek ve İki Hücreli, Tabakalı Kompozit Tüplerde Burulmalı Burkulma***Tablo 9.** HM/Epoksi kompoziti için açılı takviyeli diziliş için uzunluk (L) ve kenar oranı (b/a)'ya bağlı olarak en büyük kritik burkulma yükü T_{kr-eb}

		b/a=1 (x)	b/a=2 (v)	b/a=5 (y)	b/a=10 (z)	En büyük kritik burkulma yükü oranları	
L(m)		T_{kr-eb} (Nm)				v/x	z/y
0,50 (k)		7324,0	4946,5	2481,6	1420,8	0,67538 2	0,57253 4
0,75(l)		4896,5	3607,4	1808,7	1095,4	0,73673	0,60562 8
1,00(m)		4537,1	3326,0	1509,9	834,0	0,73306 7	0,55235 4
2,00(n)		4476,9	3273,7	1460,6	745,2	0,73124 3	0,51020 1
En büyük kritik burkulma yükü oranları	m/k	0,61948 4	0,67239 5	0,60843 8	0,58699 3		
	n/m	0,98673 2	0,98427 5	0,96734 9	0,89352 5		

Tablo 10. Kevlar/Epoksi kompoziti için açılı takviyeli diziliş için uzunluk (L) ve kenar oranı (b/a)'ya bağlı olarak en büyük kritik burkulma yükü T_{kr-eb}

		b/a=1 (x)	b/a=2 (v)	b/a=5 (y)	b/a=10 (z)	En büyük kritik burkulma yükü oranları	
L(m)		T_{kr-eb} (Nm)				v/x	z/y
0,50 (k)		2770,6	1859,5	904,2	512,8	0,67113 5	0,56717
0,75(l)		1925,3	1406,6	683,76	409,4	0,73058 5	0,59868 1
1,00(m)		1737,3	1268,1	582,5	318,4	0,72995 6	0,54615 2
2,00(n)		1704,0	1231,1	548,0	279,0	0,72250 2	0,50912 1
En büyük kritik burkulma yükü oranları	m/k	0,62703 5	0,68199 1	0,64425	0,62037 6		
	n/m	0,98084 9	0,97083 2	0,94065 7	0,87687 6		

Tablo 11. S-Cam/Epoksi kompoziti için açılı takviyeli diziliş için uzunluk (L) ve kenar oranı (b/a)'ya bağlı olarak en büyük kritik burkulma yükü T_{kr-eb}

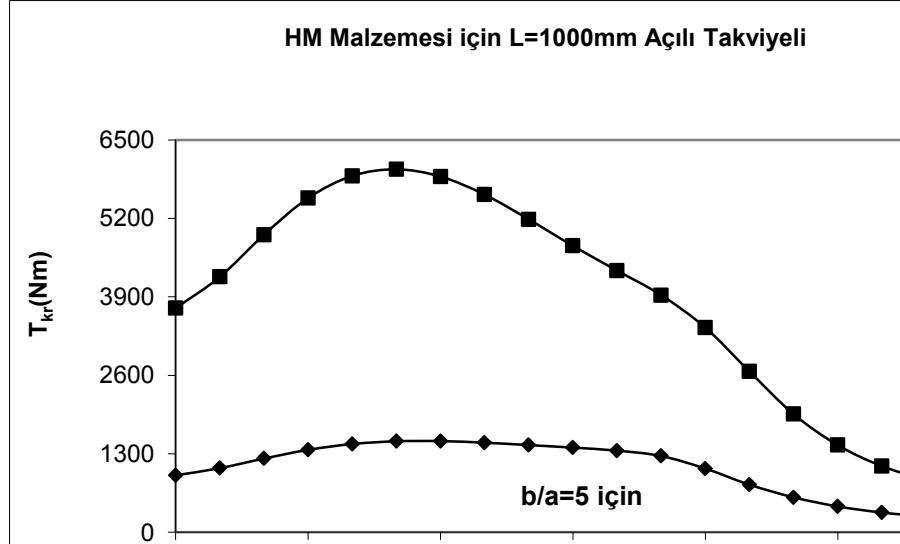
		$b/a=1$ (x)	$b/a=2$ (v)	$b/a=5$ (y)	$b/a=10$ (z)	En büyük kritik burkulma yükü oranları	
$L(m)$		$T_{kr-eb} (Nm)$				v/x	z/y
0,50 (k)		2878,2	1743,4	793,0	512,8	0,60572 2	0,54916 7
0,75(l)		2335,2	1538,0	708,5	409,4	0,65860 0	0,56576 9
1,00(m)		1880,9	1317,3	613,0	318,2	0,70034 1	0,55875 9
2,00(n)		1647,2	1155,3	504,1	279,0	0,70140 0	0,51033 9
En büyük kritik burkulma yükü oranları	m/k	0,65350 5	0,75558 8	0,77303 3	0,78653 4		
	n/m	0,87572 6	0,87705 1	0,82234 3	0,75108 2		

3.2. İki hücreli Model

3.2.1. İki hücreli açılı takviyeli dizilişle imal edilmiş mildeki kritik burkulma yükleri

İki hücreli (ara takviyeli) eşit et kalınlıklı imal edilmiş millerde oluşan gerilmelerin tek hücreli olarak imal millerdeki gerilmelerle eşit olduğu elemanter teoriden bilinmektedir. Burada burulma burkulması göz önüne alındığından yapılan ara takviyenin kritik burkulma yüküne etkisi araştırılmıştır.

Şekil 6'da kesiti tek hücreli ve iki hücreli olarak açılı takviyeli dizilişte imal edilmiş mildeki kritik burkulma yükünün değişimi takviye açısına bağlı olarak $L=1000$ mm ve $b/a=5$ için verilmiştir. Kesiti iki hücreli (ara takviyeli) olarak imal edilmiş milin kritik yük değişim eğrisi tek hücreli (kapaksız) milin kritik yük değişim eğrisinden karakter olarak farklıdır. Kritik yükler arasındaki fark, en büyük kritik yükün olduğu takviye açısında en fazladır.



Şekil 6. L=1000 mm, b/a=5 kenar oranında açılı takviyeli HM malzemesi için kapaksız ve ara takviyeli durum karşılaştırması

En büyük kritik burkulma yükünün oluştuğu takviye açıları tek hücreli ve iki hücreli kesit için Tablo 12’de sunulmuştur. Tek hücreli millerde en büyük kritik burkulma yükünün oluştuğu takviye açısı θ_1 25° ile 50° arasında uzunluk ve kenar oranına bağlı olarak belli bir düzene bağlı kalmaksızın değişirken iki hücreli yapılarda düzenli bir değişim görülmektedir. L=500 mm için tüm kenar oranlarında $\theta_1=35^\circ$, diğer tüm uzunluklar ve kenar oranlarında $\theta_1=25^\circ$ (L=750 mm’de b/a=10 hariç $\theta_1=30^\circ$) olmaktadır.

Tablo 12. HM malzemesi için tek ve iki hücreli açılı takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükünün oluştuğu takviye açıları θ_1

L(m)	b/a=1		b/a=2		b/a=5		b/a=10	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
0.50	40°	35°	40°	35°	35°	35°	30°	35°
0.75	50°	25°	35°	25°	40°	25°	45°	30°
1.00	25°	25°	25°	25°	30°	25°	45°	25°
2.00	25°	25°	25°	25°	25°	25°	25°	25°

Tablo 13, 14 ve 15’te sırasıyla HM, Kevlar ve S-Cam kompozitinden imal edilmiş kenar uzunlukları aynı olan tek hücreli ve iki hücreli kesite sahip millerdeki en büyük kritik burkulma

yüklerinin karşılaştırılmalı değerleri uzunluk ve kenar oranına bağlı olarak gösterilmiştir. Her üç malzeme içinde tek hücreli kesitten iki hücreli kesite geçişte en büyük kritik burkulma yükünde artış olmaktadır. Yine her üç malzeme için en küçük artış $L=500$ mm'de $b/a=1$ 'de ve en büyük artış ise $L=2000$ mm'de $b/a=10$ 'da olmaktadır. Uzunluk ve kenar oranı arttıkça ($L=750$ mm ve $b/a=10$ hariç) ara takviyenin en büyük kritik burkulma yüküne etkisi artmaktadır. Tek hücreli kesitten iki hücreli kesite geçişte en büyük kritik burkulma yükündeki artışlar malzemeden malzemeye çok fazla değişmemektedir. Yani en büyük kritik yük ara takviyede malzeme özelliklerine bağlı kalmadan sadece uzunluk ve kenar oranına bağlı olarak değişmektedir. Burada en önemli olan husus burulma burkulması açısından en elverişsiz yapı olan $L=2000$ mm ve $b/a=10$ 'da ara takviye en büyük kritik burkulma yükünde 4,15 kat olmak üzere en büyük artışı sağlamaktadır. Ayrıca sonuçlar iki hücreli yapılarda burulma burkulması açısından en ideal kenar oranının her uzunluk için 2 olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni bu kenar oranında iki hücrenin de kare şeklinde olmasıdır.

Tablo 13. HM malzemesi için tek ve iki hücreli açılı takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükleri T_{kr}

	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
$L(m)$	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)
0.50	7323,9	9449,4	4946,5	13083,9	2481,6	7548,3	1420,8	4354,4
0.75	4896,6	8184,9	3607,4	10930,6	1808,7	6148,0	1095,5	3344,6
1.00	4537,1	8101,7	3325,9	10815,8	1509,9	6012,9	833,9	3145,6
2.00	4476,9	8040,7	3273,7	10742,2	1460,6	5935,3	745,2	3085,1
$L(m)$	İki Hücrede T_{kr} / Tek Hücrede T_{kr}							
0.50	1,290206		2,645114		3,041684		3,064783	
0.75	1,671571		3,030021		3,399136		3,053156	
1.00	1,785632		3,251972		3,982308		3,772011	
2.00	1,796047		3,281348		4,063625		4,139992	

*İnce Cidarlı, Tek ve İki Hücreli, Tabakalı Kompozit Tüplerde Burulmalı Burkulma***Tablo 14.** Kevlar malzemesi için tek ve iki hücreli açılı takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükleri T_{kr}

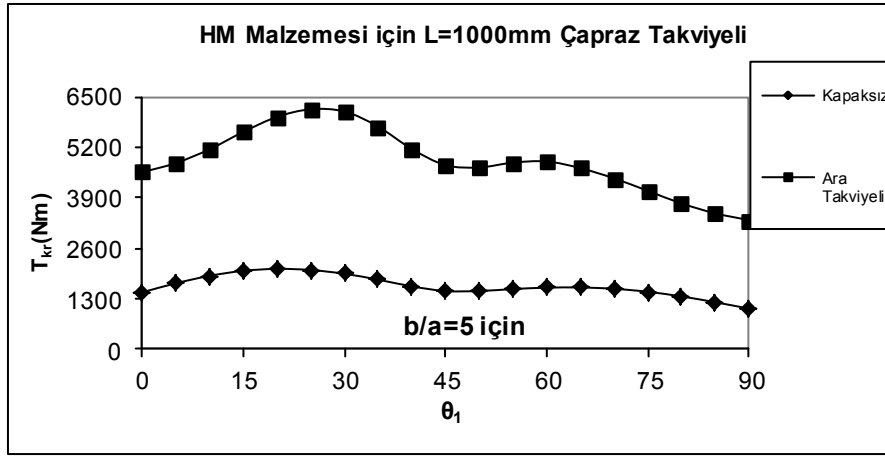
	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
$L(m)$	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)
0.50	2770,6	3610,5	1859,5	5105,9	904,2	2874,2	512,8	1623,3
0.75	1925,3	3129,5	1406,6	4249,7	683,8	2384,3	409,4	1296,5
1.00	1737,3	3039,4	1268,1	4137,1	582,5	2270,9	318,2	1195,3
2.00	1704,0	3015,1	1231,1	4110,3	548,0	2233,3	279,0	1159,1
$L(m)$	İki Hücrede T_{kr} / Tek Hücrede T_{kr}							
0.50	1,303144		2,745901		3,178705		3,165296	
0.75	1,625439		3,021193		3,487098		3,167295	
1.00	1,749544		3,262338		3,898286		3,757101	
2.00	1,769446		3,338636		4,075552		4,154707	

Tablo 15. S-Cam malzemesi için tek ve iki hücreli açılı takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükleri T_{kr}

	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
$L(m)$	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)
0.50	2878,2	3416,8	1743,4	5404,6	793,0	2721,2	435,5	1476,7
0.75	1925,3	3129,5	1406,6	4249,7	683,8	2384,3	409,4	1296,5
1.00	1880,9	2909,5	1317,3	4164,7	613,0	2221,2	342,5	1193,3
2.00	1647,2	2808,0	1155,3	4013,8	504,1	2089,2	257,3	1073,9
$L(m)$	İki Hücrede T_{kr} / Tek Hücrede T_{kr}							
0.50	1,187132		3,100005		3,431455		3,390959	
0.75	1,625439		3,021193		3,487098		3,167295	
1.00	1,546848		3,161572		3,623378		3,483782	
2.00	1,704737		3,474159		4,144241		4,174361	

3.2.2. İki hücreli Çapraz takviyeli dizilişle imal edilmiş mildeki kritik burkulma yükleri

Çapraz takviyeli dizilişte ara takviyenin θ_1 'e bağlı kritik yükü nasıl etkilediği $L=1000$ mm ve $b/a=5$ için Şekil 7'de sunulmuştur. Çok hücreli kesit için elde edilen eğri, tek hücreli kesit için elde edilen eğriye benzemektedir. Fakat en büyük kritik yükün meydana geldiği θ_1 açısı iki hücreli yapıda daha büyük bir değer almaktadır. Burada da kritik yükler arasındaki en büyük fark en büyük kritik burkulma yükünün olduğu bölgeye yakın yerlerde olmaktadır.



Şekil 7. $L=1000$ mm, $b/a=5$ kenar oranında çapraz takviyeli HM malzemesi için kapaksız ve ara takviyeli durum karşılaştırması

Tablo 16'da en büyük kritik burkulma yükünün olduğu takviye açıları verilmiştir. $b/a=1$ ve 2 için iki hücreli yapılarda en büyük kritik burkulma yükü tek hücrelilere göre daha küçük takviye açısı değerlerinde elde edilirken, $b/a=5$ ve 10 için genellikle ya daha büyük takviye açısı değerinde ya da aynı takviye açısı değerinde elde edilmektedir.

Tablo 16. HM malzemesi için tek ve iki hücreli çapraz takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükünün olduğu takviye açıları θ_1

$L(m)$	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
0.50	25°	10°	25°	10°	25°	20°	25°	15°
0.75	20°	10°	25°	15°	25°	25°	25°	25°
1.00	15°	10°	20°	15°	20°	25°	20°	25°
2.00	20°	15°	20°	15°	20°	25°	20°	25°

HM, Kevlar ve S-Cam/Epoksi kompozitleri için sırasıyla elde edilen en büyük kritik burkulma değerleri her iki kesit için uzunluk ve kenar oranına bağlı olarak Tablo 17, 18 ve 19'da verilmiştir. Çizelgelerin alt kısmında aynı uzunluk ve kenar oranı için iki hücreli kesitlerde elde edilen en büyük kritik burkulma yükü değerinin tek hücreli kesitlerde elde edilen en büyük kritik burkulma yükü değerine oranı yer almaktadır. Bu gösterimle ara takviyenin en büyük kritik burkulma yükünü ne kadar artırdığı kolaylıkla saptanabilmektedir. Buradaki en büyük kritik burkulma yüklerindeki artışlar da açılı takviyeli diziliştekine benzemektedir. Buradaki artış miktarları açılı takviyeli dizilişten biraz daha küçük olmaktadır.

Tablo 17. HM malzemesi için tek ve iki hücreli çapraz takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükleri T_{kr}

	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
$L(m)$	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)
0.50	9063,5	9468,4	5869,3	12083,0	2766,8	7160,2	1465,4	4014,1
0.75	7227,8	9007,4	5019,2	11085,3	2440,8	6567,9	1413,9	3747,7
1.00	5955,9	8539,8	4272,5	10693,9	2065,6	6176,0	1182,5	3409,9
2.00	5122,3	7368,8	3629,0	10549,9	1597,9	5774,3	824,2	3042,1
$L(m)$	İki Hücrede T_{kr} / Tek Hücrede T_{kr}							
0.50	1,044674		2,058667		2,587913		2,739229	
0.75	1,246214		2,208559		2,690921		2,650639	
1.00	1,433845		2,502943		2,990018		2,883574	
2.00	1,43856		2,907145		3,613682		3,690951	

Tablo 18. Kevlar malzemesi için tek ve iki hücreli çapraz takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükleri T_{kr}

	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
$L(m)$	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)
0.50	3370,4	3823,9	2154,3	4983,9	1006,1	2859,3	546,2	1579,3
0.75	2720,2	3603,8	1884,1	4740,1	905,2	2688,8	524,3	1520,9
1.00	2236,8	3425,8	1602,1	4488,5	771,7	2513,5	441,7	1397,6
2.00	1874,8	3224,9	1340,1	4259,3	595,8	2281,3	309,4	1189,0
$L(m)$	İki Hücrede T_{kr} / Tek Hücrede T_{kr}							
0.50	1,134555		2,313439		2,84208		2,891249	
0.75	1,324838		2,515885		2,970591		2,900686	
1.00	1,531592		2,801627		3,257074		3,163987	
2.00	1,720137		3,17826		3,828786		3,842746	

Tablo 19. S-Cam malzemesi için tek ve iki hücreli çapraz takviyeli millerde en büyük kritik burkulma yükleri T_{kr}

	$b/a=1$		$b/a=2$		$b/a=5$		$b/a=10$	
	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre	Tek Hücre	İki Hücre
$L(m)$	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)	T_{kr} (Nm)
0.50	3147,0	3716,3	1864,0	5763,0	851,7	2786,1	475,0	1556,7
0.75	2617,0	3449,7	1691,9	5080,1	784,0	2695,4	450,6	1481,9
1.00	2123,6	3149,5	1470,1	4451,0	689,5	2415,0	389,0	1322,0
2.00	1659,2	2901,9	1177,2	4026,7	522,1	2128,2	267,6	1099,1
$L(m)$	İki Hücrede T_{kr} / Tek Hücrede T_{kr}							
0.50	1,180898		3,091706		3,271224		3,27727	
0.75	1,318196		3,002588		3,437789		3,288505	
1.00	1,483087		3,027693		3,5026		3,397996	
2.00	1,748999		3,420711		4,076121		4,10694	

4. SONUÇ

Kesitin iki hücreli (ara takviyeli) yapılması durumunda tek hücreli yapıya göre burkulmadan çok fazla burulma yükü taşıyabilmektedir. Tek hücreli yapılarda en büyük kritik burkulma yükü $b/a=1$ 'de taşınırken iki hücreli yapılarda $b/a=2$ 'de elde edilmektedir. Bu durumların ikisi de kare kesite karşılık gelmektedir. Elde edilen en önemli sonuç küçük kenar oranlarında ara takviyenin yük taşıma kapasitesine etkisi az, kenar oranı büyüdükçe etkinin çok olmasıdır. Ara takviye, $b/a=10$ olduğu zaman burulma burkulması açısından yük taşıma kapasitesini 4 kattan fazla arttırmaktadır. Buradan, burulma burkulması açısından kenar oranı artıkça mili ara takviyeli veya çok hücreli yapılmasının çok faydalı olacağı ortaya çıkmaktadır.

5. KAYNAKLAR

- [Sofiyev A., Zerin Z., Türkmen M. (2003): "The buckling of laminated cylindrical thin shells under torsion varying as a linear function of time", Turkish J. Eng. Env. Sci. TÜBİTAK 27, 237-245.
- Dongyao T.(2000): "Torsional buckling analysis of thin and thick shells of revolution", International Journal of Solids and Structures", 37, 3055-3078.
- Papangelis, J. P., Trahair, N. S., and Hancock, G. L.(1998): "Elastic Flexural-Torsional Buckling of Structures by Computer. Computers and Structures", 68(1-3), 125-137.
- Tong G., and Zhang L.(2003a): "A General Theory for the Flexural-Torsional Buckling of Thin-Walled Members I: Energy Method", Advances in Structural Engineering, 6(4), 293-298.
- Tong G., and Zhang L.(2003b): "A General Theory for the Flexural-Torsional Buckling of Thin-Walled Members I: Fictitious Load Method", Advances in Structural Engineering, 6(4), 299-308.
- Mao R., Lu C. H.(1999): "Buckling analysis of laminated cylindrical shell under torsion subjected to mixed boundary conditions", International Journal of Solids and Structures, 36, 3821-3835.
- Mao R., Lu G.(2002): "A study of elastic-plastic buckling of cylindrical shells under torsion", Thin-Walled Structures, 40, 1051-1071.
- Chen W., Tomasz W.(2001): "Torsional collapse of thin-walled prismatic columns", 36, 181-196.

-
- Chen W., Tomasz W., Ottmar B., Kare K.(2001): "Torsional crushing of foam-filled thin-walled square columns", 43, 2297-2317.
- Walker M., Reis T., and Adalı S.(1997): "Multiobjective Design of Laminated Cylindrical Shells for Maximum Torsional and Axial Buckling Loads", Computers & Structures, 62, 237-242.
- Ho BPC, Cheng S.(1963): "Some problems in stability of heterogeneous aeolotropic cylindrical shells under combined loading", J AIAA 12,1603-7.
- Shokrieh M.M., Hasani A., Lessad L.B., 2004. Shear buckling of composite drive shaft
- Etitem P. and Dong S.B., 1995. A comparative study of stability of laminated anisotropic cylinders under axial compression and torsion. Int.J.Solids Structures, 32(8/9)1231-1246.
- Alar Öner G.,2009. İnce Cidarlı Kompozit Tüplerde Burulma Burkulması.Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- ANSYS Inc.Theory Reference.
- Roylance D.(2000): "Laminated Composite Plates" ,MIT, Cambridge, MA 02139,February 10.
- Alar Öner G.,Temiz Ş., Akbulut H.,Özel A.,"İnce cidarlı, çapraz takviyeli, tabakalı kompozit tüplerde sonlu elemanlar yöntemi ile burulmalı burkulma analizi" Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi, 15 Ocak 2007.
- Akbulut H., Öner G., Özel A., "İnce Cidarlı Kompozit Tüplerde Burulma Burkulması" Tasarım-İmalat-Analiz Kongresi ,TİMAK, Balıkesir ,26-28 Nisan 2006.
