Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi | AÜSBD | Anadolu University Journal of Social Sciences

Portföy Yönetiminde Bayesci Yaklaşımlar: BIST30 Endeksi Üzerine Bir Uygulama*

Bayesian Approaches in Portfolio Management: An Implementation on BIST30

Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül İşcanoğlu Çekiç

Başvuru Tarihi: 08.06.2017
Kabul Tarihi: 07.06.2018

Öz

Markowitz'in ortalama varyans portföyü matematiğin, finansal uygulamalarda kullanılmasına öncülük etmesi açısından bir dönüm noktası olmuştur. Aynı zamanda model, hesap kolaylığı sebebiyle 1-dönemlik portföy kararlarının hızlı alınması açısından da önemlidir. Fakat zaman içinde yapılan çalışmalar, ortalama-varyans portföyünün performansının parametre, tahmin hataları sebebi ile oldukça düşük olduğunu göstermiştir. Bu sebeple literatürde bu sorunun önüne geçebilmek amacıyla birçok yeni teori ve yöntem/yaklaşım geliştirilmiştir. Bayesci portföy metodu bunlardan bir tanesidir. Bu çalışma, ortalama-varyans modeli üzerine kurulan üç bayesci yaklaşımı: Jorion (1985,1986), Kan ve Zhou (2007), Tu ve Zhou (2011), Markowitz'in ortalama-varyans modeli ile karşılaştırmayı amaçlamaktadır. Ayrıca bir baz model olarak, eşit-ağırlıklı portföy yöntemi de diğer yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, BİST30 endeksinde işlem gören 30 hisse senedine ait 2010-2017 yılları arasındaki günlük getiri serileri kullanılmış ve gerçek getirilerden simülasyon yardımıyla oluşturulan farklı büyüklükteki portföylerin performansları karşılaştırılmaya çalışılmıştır. Genel olarak değerlendirildiğinde, en iyi performans gösteren portföyün Kan ve Zhou'nun önerdiği Bayesci portföy olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Ortalama-Varyans Portföyü, Shrinkage Portföy, Bayesci Portföy Yaklaşımı, Simulayon*

Abstract

Markowitz's Mean-Variance portfolio is a breakthrough in finance because it leads the use of mathematics in financial applications. Moreover, with the model one period portfolio decisions can easily be taken and this is also important feature of the model. On the other side, the studies in the literature show that the performance of the mean-variance portfolios are very poor due to the estimation errors. Therefore, to overcome this problem several new theories and methods/approaches are proposed. The bayesian portfolio methodology is one of them. In this study we aim to compare three bayesian approaches, i.e. Jorion (1985, 1986), Kan and Zhou (2007) and Tu and Zhou (2011), with the Markowitz's mean-variance model. In addition, as being a base model the equally weighted portfolio is also compared with those models. For this purpose, in the study the daily return series of 30 assets traded in ISE30 during the period of 2010-2017 are considered and the performance of the portfolios of different dimensions which are constructed with the help of the simulations generated from the real return data are compared. As a general overview, it is concluded that Kan and Zhou's bayesian approach performed best among others.

Keywords: *Mean-Variance Portfolio, Shrinkage Portfolio, Bayesian Portfolio Approach, Simulation*

Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül İşcanoğlu Çekiç, Trakya Üniversitesi İİBF, **iscanoglu@yahoo.com**

* Çalışma, International Social Sciences and Humanities Conference Berlin/Almanya 2017 'de sunulan ve özeti basılan çalışmadan türetilmiştir.

Giriş

Portföy yönetiminin ana amacı yatırımcıların risklerini portföyler oluşturarak kontrol altına almaya çalışmasıdır. Bu bağlamda zaman içinde birçok teori ortaya atılmıştır, fakat şüphesiz ki Markowitz'in ortalama-varyans portföyü bir dönüm noktası olmuştur. Markowitz'in, bir dönemlik portföyünde amaç belirli bir getiri seviyesinde, volatilite yani standart sapma ile tanımlanan riski en düşük yapacak portföy ağırlıklarını elde etmektir (Markowitz, 1952:77-91). Model, bu alanda tanımlanmış ilk matematiksel model olması açısından önemli olduğu gibi sadece ortalama getiri ve kovaryans matrisi gibi temel parametrelere gereksinim duyması açısından kolay uygulanabilirlik avantajına sahiptir (DeMiguel v.d., 2011). Uygulamalarda gerekli parametreler örneklemlerden tahmin edilmekte ve buna bağlı olarak en düşük riske sahip portföyler yani etkin portföyler elde edilmektedir. Fakat ortalama-varyans modeli üzerine yapılan çalışmalar örneklem parametreleri ile elde edilen etkin portföylerin, örneklem dışı kestirimlerde tahmin hatalarından kaynaklı olarak iyi performans sergileyemediklerini göstermiştir (Jobson ve Korkie 1980; Jobson ve Korkie 1981, Frost ve Savarino 1986; Jorion 1986; Michaud 1989; Best ve Grauer 1991; Black ve Litterman 1992). Diğer bir deyişle tahmin hataları sebebiyle standart ortalama-varyans modeli pratikte uygulanabilir değildir. Hatta bu durum Michaud (1989) tarafından "Markowitz'in optimizasyon gizemi" olarak tanımlanmıştır.

Literatürde tahmin hatası problemi için çeşitli yaklaşımlar ve öneriler sunulmuştur. Bu önerilerden en yaygın olanları üç başlıkta toplanabilir: portföy problemine kısıt eklemek (Chopra ve Ziemba (1993), Frost ve Savarino (1986), Jagannathan ve Ma (2003), Disatnik ve Benninga (2007), DeMiguel et al. (2009), Behr ve Diğerleri 2013), faktör modelleri kullanarak problemin boyutunu indirgemek (Chan et al. 1999, Green ve Hollifield 1992, Briner ve Connor (2008)) ve parametre tahminlerinde bayes yaklaşımı kullanmak. Bu çalışmada, Bayesci yaklaşım yöntemi kullanılacaktır.

Bayesci yaklaşım, ön bilgi veya ekstra örneklemden elde edilen bilgileri, veri ile birleştirerek tahmin hatalarını indirgemeyi amaçlamaktadır. Literatürde, portföy problemleri için çeşitli öneriler sunulmuş olmasına karşın en yaygın kabul gören yaklaşım Jorion (1985,1986) tarafından geliştirilen Bayes/Stein tahmin edicilerdir. Jorion'un yaklaşımında istatistiksel bir öncül ile ortalama-varyans portföyü daraltılmıştır. Bunu izleyen yöntem ise Pastor (2000), Pastor ve Stambaugh (1999,2000) ve Wang (2003) tarafından geliştirilmiş olup temelde ekonomik öncül ile varlık-fiyatlama modellerini, portföy seçimi ile birleştirmeyi amaçlamaktadır.

Portföy yönetiminde daraltıcı tahmin ediciler üzerine yapılan temel çalışmalar aşağıdaki gibi sıralanabilir. Ledoit ve Wolf (2003,2004a,2004b) büyük boyutlu kovaryans matrislerinin tahmininde daraltıcı (shrinkage) tahmin ediciler kullanmışlardır. Herold ve Maurer (2006) daraltıcı tahminler kullanılarak elde edilen portföyleri, kısıtlı optimizasyondan elde edilen portföyler ile karşılaştırmışlardır. Golosnoy ve Okhrin (2007) stokastik olmayan hedef vektörü kullanarak daraltmayı doğrudan portföy ağırlıklarına uygulamışlardır. Kan ve Zhou (2007) ortalama-varyans portföyü ile global minimum varyans portföyünü ağırlıklandırarak örneklem dışı kestirim perfomansını artırmışlardır. Golosnoy ve Okhrin (2009) iki yıl sonraki çalışmalarında ise portföy ağırlıkları için model yapısının dinamik olarak ayarlanmasına izin veren daha esnek daraltıcı tahmin ediciler kullanmışlardır. Ledoit ve Wolf (2010) daraltıcı yöntemini, örneklem özdeğerlerinin doğrusal olmayan dönüşümlerini dikkate alarak genişletmişlerdir. Daha sonra Tu ve Zhou (2011) eşit ağırlıklı portföyler ile çeşitli ortalama-varyans portföy yaklaşımlarını birleştirerek kayıp fonksiyonunu minimum yapacak optimal stratejiler ortaya koymuşlardır. Bu konudaki en kapsamlı çalışmalardan biri DeMiguel v.d. (2011) tarafından yapılmıştır. Araştırmacılar çalışmalarında ortalama getiri vektörü, kovaryans matrisi ve portföy ağırlıkları için daraltıcı tahmin ediciler kullanarak portföy optimizasyonunda teorik ve ampirik analiz yapmışlardır. Kourtis v.d. (2012), kovaryans matris yerine doğrudan ters kovaryans matrisi için daraltıcı tahmin edicileri elde etmişlerdir. Candelon v.d. (2012) ise küçük boyutlardaki portföyler üzerine çalışarak daraltıcı tahminlere dayanan ve portföy performanslarını artırıcı yeni bir yöntem önermişlerdir. Liu (2014) kovaryans için daraltıcı tahminler kullanmış ve oluşturulan portföylerin örneklem dışı kestirim performanslarını karşılaştırmak için yeni bir çapraz geçerlilik yöntemi önermiştir. Bu çalışmada Liu, Ledoit ve Wolf (2010)'un daraltıcı tahmin metodunu genelleştirerek, kovaryans matrisi için çok boyutlu daraltıcı önerisinde bulunmuştur.

Bu çalışmada, daraltıcı tahmin ediciler ile Markowitz'in ortalama-varyans portföyü kullanılarak oluşturulan bayesci yaklaşımlardan daraltıcı tahmin edicileri, getiri momentleri üzerine uygulayan Jorion (1985, 1986)'un modeli ve daraltıcı tahmin edicileri, portföy ağırlıkları üzerine uygulayan Kan ve Zhou (2007) ile Tu ve Zhou (2011)'nun modellerinin örneklem dışı kestirim performanslarının karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Ayrıca bu yöntemleri karşılaştırmada referans olması açısından eşit ağırlıklı portföy ve Markowitz'in ortalama-varyans portföyü de kullanılacaktır. Uygulamada, BIST30'da işlem gören hisseler arasından simülasyonlar yardımı ile çeşitli boyutlarda varlıklar seçilerek portföyler oluşturulacak ve portföylerin ortalama örneklem dışı kestirim performansları karşılaştırılacaktır. Çalışma iki yönden önemlidir. Yapılan simülasyon çalışması portföy yönetiminde hangi modelin daha iyi performans gösterdiğini ortaya koyarken, kullanılan verinin Türk hisse senedi piyasalarına ait olması sebebi ile çalışma aynı zamanda Türk portföy yatırımcıları için bir öneri niteliğindedir.

Çalışmanın 2. bölümünde yöntem tanıtılacaktır. 3. Bölüm'de veri ve analiz sonuçları sunulacaktır. Çalışmanın bulguları ise sonuç bölümünde verilecektir.

Yöntem

Çalışmada daraltıcı tahmin ediciler ile oluşturulmuş 3 farklı portföy yöntemi, geleneksel eşit-ağırlıklı portföy yöntemi ve Markowitz ortalama-varyans modeli ile karşılaştırılacaktır. Bu bölümde portföy yöntemlerinin tanıtımı yapılacaktır.

N tane riskli, 1 tane risksiz finansal ürünün işlem gördüğü bir piyasayı ele alalım. t anında risksiz ürünün getisi r_{ft} N tane riskli ürünün getirisi ise $\boldsymbol{r}_t$ vektörü ile gösterilsin. $R_t = \boldsymbol{r}_t - r_{ft}\,\mathbf{1}_N \in R^N, t \in \{1,2,3,\dots,T\}$ b bağımsız ve özdeş dağılama sahip fazla getiri serisi olsun. w_{ti}, i. riskli finansal ürünün portföy ağırlığını simgelesin. Bu varsayımlar doğrultusunda çalışmada ele alınan metod ve yöntemler alt başlıklarda kısaca açıklanmıştır.

Eşit-Ağırlıklı Portföy

Eşit-ağırlıklı portföy yöntemi, her riskli finansal ürüne eşit ağırlıklarla yatırım yapmayı hedefleyen stratejidir. Bu yöntem getirilerin dağılımını ve herhangi bir optimallik durumunu dikkate almaz. Eşit-ağırlıklı portföyde her ürünün ağırlığı

$$w_t = \frac{1}{N+1},$$

olarak tanımlanır.

Ortalama-Varyans Portföyü

Markowitz'in ortalama-varyans yaklaşımında (Markowitz(1952)) varyans ile modellenen risk ve getiri arasındaki denge optimize edilir. Bu amaçla yatırımcının quadratik faydası en çok yapılmaya çalışılır. Diğer bir deyişle, Markowitz'in ortalama-varyans problemi

$$\max_w U(w) = \max_w w'\mu - \frac{\delta}{2}\, w'\Sigma\, w$$

olarak tanımlanır. Burada, *U(w)* yatırımcının fayda fonksiyonu, μ ortalama getiri vektörü, Σ getirilerin varyans-kovaryans matrisi ve δ riskten kaçma katsayısıdır. Problemin optimal çözümü

$$w_t = \frac{1}{\gamma}\Sigma_t^{-1}\mu_t,$$

olarak elde edilir. Risksiz ürünün portföy ağırlığı ise

$1 - \sum_{i=1}^{N} w_{ti}$ olarak elde edilir.

Çalışmada ortalama-varyans portföyü için literatürde yaygın olarak kullanılan 3 farklı yerine koyma yaklaşımı kullanılacaktır.

Yaklaşım I

İlk yaklaşımda, ortalama getiri ve varyans-kovaryans matrisi yerine doğrudan örneklem momentleri kullanılır. Ortalama getiri vektörünün, örneklem momenti,

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t,$$

ve getirilerin varyans-kovaryans matrisi için örneklem momenti,

$$\widehat{\Sigma} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \hat{\mu})(R_t - \hat{\mu})'$$

olarak hesaplanır ve bu değerler yerine koyularak, optimal ortalama-varyans portföy ağırlıkları

$$\widehat{w}_t = \frac{1}{\gamma}\widehat{\Sigma}_t^{-1}\hat{\mu}_t,$$

olarak elde edilir.

Yaklaşım II

İkinci yaklaşımda, varyans-kovaryans matrisi yerine varyans-kovaryans matrisinin yansız tahmin edicisi kullanılır. Getirilerin varyans-kovaryans matrisinin yansız örneklem tahmin edicisi,

$$\overline{\Sigma} = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \hat{\mu})(R_t - \hat{\mu})' = \left(\frac{T}{T-1}\right)\widehat{\Sigma}$$

olarak hesaplanır ve bu değer yerine koyularak, optimal ortalama-varyans portföy ağırlıkları

$$\overline{w}_t = \frac{1}{\gamma}\overline{\Sigma}_t^{-1}\hat{\mu}_t = \left(\frac{T-1}{T}\right)\widehat{w},$$

olarak elde edilir.

Yaklaşım III

Üçüncü yaklaşımda, varyans-kovaryans matrisi yerine varyans-kovaryans matrisinin farklı bir tahmin edicisi kullanılır. Bu tahmin edici varyans-kovaryans matrisinin yansız tahmin edicisi değildir fakat tahmin edicinin tersi, varyans-kovaryans matrisinin tersinin yansız tahmin edicisidir. Tahmin edici,

$$\widetilde{\Sigma} = \frac{1}{T-N-1}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \hat{\mu})(R_t - \hat{\mu})' = \left(\frac{T}{T-N-1}\right)\widehat{\Sigma}$$

olarak hesaplanır ve bu değer yerine koyularak, optimal ortalama-varyans portföy ağırlıkları

$$\overline{w}_t = \frac{1}{\gamma}\widetilde{\Sigma}_t^{-1}\hat{\mu}_t = \left(\frac{T-N-1}{T}\right)\widehat{w},$$

olarak elde edilir.

Jorion'nun Bayes-Stein Tahmin Edicili Ortalama-Varyans Portföyü

Jorion (1985,1986) çalışmalarında daraltıcı tahmin yöntemi ve Bayes tahmin yöntemini birleştirerek ortalama getiri vektörü için

$$\hat{\mu}^{BS} = (1-\rho)\,\hat{\mu} + \rho\,\hat{\mu}_g\,1_N$$

olarak tanımlanan Bayes-Stein tahmin edicisini önermiştir. Burada $\hat{\mu}_g$ daraltıcı hedeftir ve global minimum varyans portföyün ortalama fazla getirisi olarak

$$\hat{\mu}_g = \frac{1_N'\,\widehat{\Sigma}^{-1}\hat{\mu}}{1_N'\,\widehat{\Sigma}^{-1}1_N}$$

şeklinde tanımlanır. ρ ise daraltıcı hedefe verilen ağırlıktır ve

$$\rho = \frac{N+2}{(N+2) + T\left(\hat{\mu} - \hat{\mu}_g\,1_N\right)'\widetilde{\Sigma}^{-1}\left(\hat{\mu} - \hat{\mu}_g\,1_N\right)}$$

şeklinde elde edilir. Jorion'un metodunda optimal portföy probleminin çözümünde getirilerin varyans kestirimi kullanılır ve portföy ağırlığı

$$w_t^{BS} = \frac{1}{\gamma}\left(\widehat{\Sigma}^{BS}\right)^{-1}\hat{\mu}^{BS}$$

olarak elde edilir. Burada,

$$\widehat{\Sigma}^{BS} = \left(1 + \frac{1}{T+\hat{\lambda}}\right)\widetilde{\Sigma} + \frac{\hat{\lambda}}{T\left(T+1+\hat{\lambda}\right)}\frac{1_N\,1'_N}{1_N'\,\widehat{\Sigma}^{-1}1_N}$$

ve

$$\hat{\lambda} = \frac{N+2}{\left(\hat{\mu} - \hat{\mu}_g\,1_N\right)'\widetilde{\Sigma}^{-1}\left(\hat{\mu} - \hat{\mu}_g\,1_N\right)}$$

olarak tanımlanır.

Kan ve Zhou'nun Karma Portföyü

Kan ve Zhou (2007) çalışmalarında ortalama-varyans portföyü ve n global minimum varyans portföyü ile karma bir portföy oluşturmuşlardır. Karma portföy ağırlığı,

$$\hat{w}_t^{KZ} = \frac{1}{\gamma}\left(c\,\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\mu} + d\,\hat{\Sigma}^{-1}1_N\right)$$

olarak kabul edilmiştir. Burada, *c* ortalama-varyans portföyünün ağırlığını, *d* ise global minimum varyans portföyünün ağırlığını göstermektedir. Kan ve Zhou çalışmalarında *c* ve *d*'yi beklenen örneklem dışı kestirim performansını maksimum yapacak şekilde seçmişlerdir. Çalışmada, *c* ve *d* için optimal değerler, sırasıyla

$$c^* = p\left(\frac{\varphi^2}{\varphi^2 + \frac{N}{T}}\right)$$

ve

$$d^* = p\left(\frac{\frac{N}{T}}{\varphi^2 + \frac{N}{T}}\right)\hat{\mu}_g$$

olarak hesaplanmıştır. Burada, φ^2

$$\varphi^2 = \left(\mu - \mu_g\,1_N\right)'\Sigma^{-1}\left(\mu - \mu_g\,1_N\right)$$

ve *p*

$$p = \frac{(T-N-1)(T-N-4)}{T\,(T-2)}$$

şeklinde tanımlanır.

Çalışmada, ayrıca φ^2'nin dağılımının

$$\frac{(T-N-1)}{N-1}\varphi^2 \sim F_{N-1,T-N-1}(T\varphi^2)$$

olduğu ve bu nedenle φ^2 nin örneklem tahmin edicisi, $\hat{\varphi}^2 = \left(\hat{\mu} - \hat{\mu}_g\,1_N\right)'\hat{\Sigma}^{-1}\left(\hat{\mu} - \hat{\mu}_g\,1_N\right)$nin yanlılığının T ile ters orantılı olduğu gösterilmiştir. Bu nedenle φ^2 için Kubokawa v.d. (1993) tarafından önerilen adaptasyon tahmin edicisi hesaplanmıştır. Bu tahmin edici,

$$\varphi_a^2 = \frac{(T-N-1)\varphi^2 - (N-1)}{T} + \frac{2\,(\varphi^2)^{\frac{N-1}{2}}\,(1+\varphi^2)^{-\frac{T-2}{2}}}{T\,B_{\frac{\varphi^2}{1+\varphi^2}}\left((N-1)/2, (T-N+1)/2\right)}$$

olarak tanımlanır. Burada,

$$B_x(a,b) = \int_0^x y^{a-1}\,(1-y)^{b-1}dy$$

tamamlanmamış Beta fonksiyonudur.

Tu ve Zhou'nun Karma Portföyü

Tu ve Zhou (2011) çalışmalarında ortalama-varyans portföyü ve eşit ağırlıklı portföyün konveks kombinasyonunu kullanarak karma bir portföy oluşturmuşlardır. Karma portföy ağırlığı,

$$\hat{w}_t^{TZ} = \alpha\frac{1}{\gamma}\,\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\mu} + (1-\alpha)w_e$$

olarak kabul edilmiştir. Burada $w_e = \frac{1_N}{N}$ ve α, ortalama-varyans portföyünün ağırlığını, *1*-α ise eşit ağırlıklı portföyünün ağırlığını göstermektedir. Tu ve Zhou çalışmalarında α'nin değerini optimal olarak seçmişlerdir. *p*'nin optimal değerini,

$$\alpha^* = \frac{\pi_1}{\pi_1 + \pi_2}$$

olarak elde etmişlerdir. Burada, π_1 ve π_2 sırasıyla

$$\pi_1 = w_e'\,\hat{\Sigma}\,w_e - \frac{2}{\gamma}w_e'\,\hat{\mu} + \frac{1}{\gamma^2}\theta^2,$$

ve

$$\pi_2 = \frac{1}{\gamma^2}(\beta - 1)\,\theta^2 + \frac{\beta}{\gamma^2}\frac{N}{2},$$

olarak hesaplanmıştır. Burada, Tu ve Zhou, Kan ve Zhou (2007) çalışmasına atıf yaparak, θ^2 değerini

$$\theta^2 = \mu' \textstyle\sum^{-1} \mu$$

ve β'nın değerini ise

$$\beta = \frac{(T-2)(T-N-2)}{(T-N-1)\,(T-N-4)}$$

olarak elde etmişlerdir. Benzer şekilde θ^2 için örneklem tahmin edicisi $\hat{\theta}^2 = \hat{\mu}' \widehat{\textstyle\sum}^{-1} \hat{\mu}$ yerine, Kan ve Zhou tarafından önerilen adaptasyon tahmin edicisini kullanmışlardır. Bu tahmin edici,

$$\theta_a^2 = \frac{(T-N-2)\hat{\theta}^2 - N}{T} + \frac{2\,(\hat{\theta}^2)^{\frac{N}{2}}\,(1+\hat{\theta}^2)^{-\frac{T-2}{2}}}{T\,B_{\frac{\hat{\theta}^2}{1+\hat{\theta}^2}}\,(N/2, (T-N)/2\,)}$$

olarak tanımlanır. Burada,

$$B_x(a,b) = \int_0^x y^{a-1}\,(1-y)^{b-1} dy$$

tamamlanmamış Beta fonksiyonudur.

Veri ve Portföy Analizi

Çalışmada BİST30 endeksinde işlem gören 30 şirkete ilişkin günlük kapanış fiyat verisi kullanılmıştır. Veri, her şirkete ait 1 Ocak 2010-31 Aralık 2016 tarihleri arasında 1558 fiyat gözlemi içermektedir. Analizde ilk olarak günlük fiyatların logaritmik getirileri hesaplanarak, getiri serisi $(r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1})$ elde edilmiştir.

Çalışmada piyasada sadece riskli ürünlerin işlem gördüğünü varsayılmıştır. Diğer bir deyişle risksiz ürün getirisinin *0* olduğunu varsayarak işlemlere devam edilmiştir. Bu nedenle, çalışmada $R_t = \boldsymbol{r}_t$ olarak ele alınmıştır.

Tanımlayıcı İstatistikler ve Testler

Çalışmanın bu bölümünde hisse senetlerine ait günlük getiri verisini analiz etmek amacıyla grafikler, tanımlayıcı istatistikler ve normallik, durağanlık testleri uygulanmıştır. Sonuçlar Tablo 1`de sunulmuştur.

İstatistiklere göre, 2010-2017 döneminde en yüksek ortalama getiri Otokar Otomotiv ve Savunma Sanayi A.Ş.'ye aittir. İlgili şirket bu yıllar arası ortalama %0.1261 günlük getiriye sahiptir. Diğer taraftan Yapı Kredi Bankası ise en düşük ortalama getiriye sahiptir, hatta ortalamada günlük ölçekte %0.0281 kaybettirmiştir. Aynı zamanda Yapı Kredi Bankası ile birlikte Garanti Bankası, Akbank, İş Bankası, Halk Bankası, Vakıfbank, Koza Altın İşletmeleri A.Ş., Doğan Holding A.Ş. gibi şirketler de ortalamada kaybettirmiştir. Bu şirketlerin çoğunluğunun bankalardan oluşması ise dikkat çekicidir.

Tüm hisseler için "H0: Ortalama getiri 0'dır." hipotezi t-testi kullanılarak test edildiğinde Türk Telekom, Soda Sanayi A.Ş. ve Otokar Otomotiv ve Savunma Sanayi A.Ş. hisse getirileri hariç diğer tüm hisseler için "ortalama getiri sıfırdır" şeklinde yorumlamak mümkündür. Standart sapmalar incelendiğinde ise oynaklığı en yüksek hissenin Koza Altın İşletmeleri A.Ş., en düşük oynaklığa sahip hissenin ise Turkcell olduğu gözlemlenmiştir.

2010-2017 döneminde günlük minimum ve maksimum getirilere bakıldığında 1 günde en fazla kaybettiren hissenin Koza Altın İşletmeleri A.Ş., en fazla kazandıran hissenin ise TAV Havalimanları olduğunu gözlemlenmiştir. Ayrıca Jarque-Bera test istatistiğine göre tüm şirketlere ait hisse getirileri normal dağılım izlememekte ve hepsi durağandır denilebilmektedir.

Tablo1. BİST30'da İşlem Gören 30 Hisseye Ait Tanımlayıcı İstatistik ve Testler (:a=0.05, **: a=0.01)*

	Hisse	Ortalama x 100 (SE)	St. Sapma	Minimum	Maximum	Çarpıklık	Basıklık	JB Test	Olasılık	ADF Test	Olasılık
1	GARAN	-0.0019(0.000537)	0.021197	-0.14151	0.124037	-0.16223	2.780615	511.1292	<e-5**	-12.162	<0.01**
2	AKBNK	-0.0028(0.000533)	0.021051	-0.10966	0.092524	-0.08424	1.349889	121.0418	<e-5**	-12.2101	<0.01**
3	TUPRS	0.0589(0.000477)	0.018824	-0.09646	0.068093	-0.32258	1.917632	267.1958	<e-5**	-12.8756	<0.01**
4	BIMAS	0.0474(0.000423)	0.016672	-0.0824	0.076046	-0.08575	2.053697	277.2675	<e-5**	-12.8118	<0.01**
5	EREGL	0.0716(0.000486)	0.019183	-0.11093	0.118121	-0.1742	2.889455	552.3701	<e-5**	-10.7472	<0.01**
6	TCELL	0.0028(0.000407)	0.016067	-0.1023	0.067593	-0.2131	2.463514	407.7754	<e-5**	-11.5322	<0.01**
7	ISCTR	-0.0003(0.000504)	0.0199	-0.12068	0.075399	-0.43945	2.365018	415.1962	<e-5**	-11.2864	<0.01**
8	SAHOL	0.0125(0.0005)	0.01973	-0.12878	0.094746	-0.0887	2.790526	509.929	<e-5**	-11.8157	<0.01**
9	KCHOL	0.0494(0.000462)	0.018212	-0.09343	0.082888	-0.04026	1.861084	226.6365	<e-5**	-11.6669	<0.01**
10	HALKB	-0.0263(0.000573)	0.022604	-0.13235	0.136062	-0.45538	3.361735	790.6589	<e-5**	-12.1034	<0.01**
11	EKGYO	0.0378(0.000539)	0.021285	-0.13534	0.114113	-0.3527	4.478442	1339.098	<e-5**	-11.4605	<0.01**
12	ARCLK	0.0785(0.000508)	0.020034	-0.10771	0.093621	-0.08078	2.10824	291.8446	<e-5**	-11.4659	<0.01**
13	THYAO	0.0195(0.000551)	0.021753	-0.16184	0.103436	-0.36098	4.294115	1235.368	<e-5**	-10.7114	<0.01**
14	VAKBN	-0.000454(0.000568)	0.022409	-0.11583	0.111353	-0.33061	2.307007	375.7473	<e-5**	-11.2259	<0.01**
15	PETKM	0.0643(0.000454)	0.017897	-0.12222	0.088728	0.018478	3.862397	972.3279	<e-5**	-11.6333	<0.01**
16	TOASO	0.0851(0.00059)	0.023285	-0.19591	0.133544	-0.28629	4.705192	1463.622	<e-5**	-11.4817	<0.01**
17	ENKAI	0.0327(0.00045)	0.017755	-0.10536	0.072474	-0.31506	2.008111	289.0979	<e-5**	-10.6446	<0.01**
18	YKBNK	-0.0281(0.000542)	0.021406	-0.12179	0.09659	-0.47567	2.851234	589.0191	<e-5**	-11.7085	<0.01**
19	SISE	0.0653(0.000536)	0.021131	-0.12522	0.102908	-0.24221	2.074294	296.1496	<e-5**	-11.3189	<0.01**
20	TTKOM	0.0096(0.000425) **	0.016763	-0.08095	0.090151	0.052162	1.590812	166.1061	<e-5**	-11.4529	<0.01**
21	ASELS	0.1245(0.000481)	0.018978	-0.13571	0.116231	-0.06976	5.56096	2015.428	<e-5**	-11.6394	<0.01**
22	ULKER	0.0842(0.000523)	0.020643	-0.13832	0.13151	0.266248	6.274035	2581.855	<e-5**	-11.8681	<0.01**
23	FROTO	0.0628(0.000508)	0.020032	-0.15532	0.103857	-0.44543	4.995839	1677.435	<e-5**	-12.3158	<0.01**
24	TAVHL	0.0555(0.000565)	0.022312	-0.19068	0.195856	-0.20275	9.117024	5421.551	<e-5**	-13.036	<0.01**
25	SODA	0.1178(0.000465) *	0.018351	-0.10844	0.09431	0.024004	3.493626	795.7656	<e-5**	-12.7636	<0.01**
26	TKFEN	0.0044(0.000533)	0.02103	-0.15002	0.153289	-0.46416	6.17011	2535.272	<e-5**	-11.0114	<0.01**
27	KOZAL	-0.0049(0.000786)	0.031033	-0.22258	0.182322	-0.24823	5.807155	2212.344	<e-5**	-11.0522	<0.01**
28	KRDMD	0.0577(0.000599)	0.023632	-0.16034	0.127834	-0.02854	4.57872	1366.091	<e-5**	-12.162	<0.01**
29	OTKAR	0.1261(0.000577) *	0.02276	-0.11878	0.159168	0.488502	6.689043	2975.589	<e-5**	-12.2101	<0.01**
30	DOHOL	-0.0255(0.000649)	0.02559	-0.21571	0.164303	0.039118	9.443485	5805.532	<e-5**	-12.8756	<0.01**

Portföy Analizi

Çalışmada, portföy ağırlıkları sadece riskli ürünler üzerinden hesaplanacağından, toplam portföy ağırlığının 1 olarak elde edilmesini sağlamak amacıyla DeMiguel v.d. (2009) çalışması referans alınmıştır. Bu çalışmaya göre modellerden hesaplanan portföy ağırlıkları standartlaştırılmıştır. Standartlaştırılmış portföy ağırlıkları,

$$x_t = \frac{w_t}{|1'_N \, w_t|}$$

olarak tanımlanmıştır.

Portföy oluşturulurken hareketli pencere yöntemi ile analiz yapılmıştır. Bu yöntem, her gün için tahmin örneklemini yenileyerek 1 günlük portföy oluşturmayı amaçlamaktadır. Çalışmada performans analizinin daha güvenilir olması açısından, 5, 10 ve 20 riskli ürün içeren farklı büyüklüklerde portföyler oluşturularak performans değerlendirmesi yapılmıştır.

Bu amaçla öncelikle 30 hisse sütun sırasına göre numaralandırılmış ve sonrasında algoritma uygulanmıştır. Uygulanan algoritmanın aşamaları aşağıda verildiği gibidir.

1. {1,2,3,…,30} kümesinden N tane kesikli düzgün rasgele sayı üretilmiştir. (N= 5,10,20)

2. Bu rasgele sayılara denk düşen hisselere ait ilk 1447 getiri tahmin örneklemi olarak kullanılmış ve Bölüm 2'de bahsedilen 5 model için de 1448. gün için portföy oluşturulmuştur. Daha sonra ilk 1448 getiri tahmin örneklemi olarak kullanılmış ve 1449. gün için portföy oluşturulmuştur. Bu işlem son 100 gün için tekrarlanmıştır.

3. Her portföy modeli için elde edilen 100 portföy değeri kullanılarak Sharpe performans ölçüsü hesaplanmıştır.

4. 1-3 arasındaki işlemler 1000 defa tekrarlanmıştır.

5. Her portföy modeli için 1000 adet Sharpe oranlarının ortalaması hesaplanmıştır.

6. Bu işlem γ=1, 1.5, 2, 2.5, 3 için tekrarlanmıştır.

Simulasyon sonucu elde edilen Sharpe oranlarına ait bulgular Tablo 2. 'de verilmiştir.

Tablo2. Sharpe Oranları (E-A: Eşit-ağırlıklı, MV: Ortalama Varyans, BS: Jorion'nun Bayes Stein Portföyü, KZ: Kan ve Zhou Portföyü, TZ: Tu ve Zhou Portföyü

Hisse Adedi	Portföy Modelleri	Gamma				
		γ=1	γ=1.5	γ=2	γ=2.5	γ=3
N=5	E-A	0.025355	0.025355	0.025355	0.031155	0.031155
	MV- I	0.013555	0.013555	0.013555	0.029733	0.029733
	MV- II	0.013555	0.013555	0.013555	0.029733	0.029733
	MV- III	0.013555	0.013555	0.013555	0.029733	0.029733
	BS	0.03224	0.03224	0.03224	0.025072	0.025072
	KZ	0.033449	0.033449	0.033449	0.028341	0.028341
	TZ	0.014098	0.014119	0.014147	0.012564	0.012589
N=10	E-A	0.029594	0.029594	0.029594	0.036589	0.036589
	MV- I	0.036792	0.036792	0.036792	0.045626	0.045626
	MV- II	0.036792	0.036792	0.036792	0.045626	0.045626
	MV- III	0.036792	0.036792	0.036792	0.045626	0.045626
	BS	0.039465	0.039465	0.039465	0.048638	0.048638
	KZ	0.043312	0.043312	0.043312	0.051314	0.051314
	TZ	0.01289	0.012941	0.012995	0.015447	0.015515
N=20	E-A	0.031294	0.031294	0.031294	0.029891	0.029891
	MV- I	0.051508	0.051508	0.051508	0.044071	0.044071
	MV- II	0.051508	0.051508	0.051508	0.044071	0.044071
	MV- III	0.051508	0.051508	0.051508	0.044071	0.044071
	BS	0.054196	0.054196	0.054196	0.050666	0.050666
	KZ	0.062393	0.062393	0.062393	0.058255	0.058255
	TZ	0.014865	0.014964	0.015064	0.015147	0.015241

Sonuçlara göre, N=5 olduğunda yani küçük boyutta bir portföy oluşturulduğunda ve riskten kaçınma derecesi düşük ise (γ=1,2,3) en iyi performansı Kan ve Zhou'nun portföy modeli göstermektedir. Riskten kaçınma seviyesi arttıkça, Kan ve Zhou'nun portföy modelinin performansı düşmekte ve en iyi performans eşit ağırlıklı portföyden gözlemlenmektedir.

Portföy performansı N=10 ve N=20 riskli ürün içeren portföyler diğer bir deyişle yüksek boyutlu portföyler için Kan ve Zhou'nun portföy modeli tüm diğer portföylerden daha iyi performans göstermektedir.

Eşit ağırlıklı portföyler ise tüm portföy boyutları ve tüm riskten kaçınma seviyeleri için tutarlı bir yapıdadır ve ortalama 0.030 olarak gözlemlenmektedir.

Sonuç

Çalışmada, Markowitz'in ortalama-varyans portföy probleminde karşılaşılan tahmin hatası problemi için önerilen bayesci yaklaşımlardan Jorion (1985, 1986), Kan ve Zhou (2007) ve Tu ve Zhou (2011) yöntemleri incelenmiş ve bu yaklaşımlar kullanılarak BİST30 endeksinde işlem gören hisse senetleri ile 1 Ocak 2010-31 Aralık 2016 dönemi için optimal ortalama-varyans portföyleri oluşturulmuştur. Bu aşamada portföy yöntemlerinin örneklem-dışı kestirim performanslarının karşılaştırması açısından bir Monte-Carlo algoritması izlenmiştir. Algoritmaya göre çeşitli boyutlarda ve çeşitli riskten kaçınma seviyelerinde optimal portföyler oluşturulmuş ve portföylerin örneklem-dışı kestirim performansları, ortalama Sharpe rasyosu ile karşılaştırılmıştır. Çalışmanın analizi 1 Ocak 2010 - 31 Aralık 2016 dönemine ait veriler kullanılarak yapıldığından dolayı, bulgular yalnızca bu dönem ile sınırlıdır. Çalışmanın bulguları birkaç yönden literatüre katkı sağlamaktadır. İlk olarak simülasyon çalışması sonucunda, 1 Ocak 2010 - 31 Aralık 2016 dönemi ve BİST30 endeksinde işlem gören hisse senetleri ile oluşturulan portföyler içinde en iyi performans gösteren portföyün, Kan ve Zhou (2007)`nun çalışmasında önerilen portföy olduğu gösterilmiştir. Diğer taraftan ise en kötü performans gösteren portföy ise Tu ve Zhou (2011)`nun çalışmasında önerilen portföy olduğu gösterilmiştir. İkinci olarak, DeMiguel v.d., (2011)'nin bulgularının aksine eşit ağırlıklı portföyler kullanılan Türk verisi ve dönemi itibari ile oluşturulan tüm optimal portföylerden daha üstün bir performans göstermemiştir. Sadece düşük boyutlu portföylerde performansı iyidir. Fakat eşit ağırlıklı portföy her riskten kaçınma düzeyinde ve her boyuttaki portföyler için benzer oran üretmektedir. Bu da, ilgili yöntemin portföyün boyutundan bağımsız olarak tutarlı bir portföy yönetim yöntemi olduğunu göstermektedir. Üçüncü olarak, Markowitz'in ortalama-varyans portföyüne baktığımızda örneklem-dışı kestirim performansının orta ve büyük boyutlu portföyler için beklenenin aksine oldukça iyi performans gösterdiği gözlemlenmektedir. Bu sonuç tahmin hataları nedeni ile portföy yönetimi için pratik uygulamalarda birçok araştırmacı (Jobson ve Korkie 1980; Jobson ve Korkie 1981, Frost ve Savarino 1986; Jorion 1986; Michaud 1989; Best ve Grauer 1991; Black ve Litterman 1992) tarafından önerilmeyen Markowitz'in ortalama-varyans portföyünün aslında ortalamada iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir. Sonuç olarak, genel bir değerlendirme ile çalışmanın bulguları Türk hisse senedi piyasasında portföy yönetimi için kullanılabilecek çeşitli yöntemler arasında örneklem-dışı kestirim performansları da göz önüne alınarak bir inceleme yapıldığında en iyi performans gösteren yöntemin Kan ve Zhou (2007) tarafından geliştirilen yöntem olduğunu ortaya koymaktadır.

Kaynakça

Best, M. J., Grauer, R. R. (1991). On The Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means: Some Analytical and Computational Results. *The Review of Financial Studies 4*, 315–342.

Black, F., Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal, 48* (5), 28-43.

Briner, B., Connor, G. (2008). How Much Structure Is Best? A Comparison Of Market Model, Factor Model And Unstructured Equity Covariance Matrices. *The Journal of Risk 10* (4), 3-30.

Candelon B., Hurlin C., Tokpavi S. (2012). Sampling Error and Double Shrinkage Estimation of Minimum Variance Portfolios. *Journal of Empirical Finance,* 19, 511-527

Chan, L. K. C., Karceski J., Lakonishok J. (1999). On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model. *Review of Financial Studies. 12*, 937-974.

Chopra V., Ziemba W.T. (1993). The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. *Journal of Portfolio Management,19*, 6–11.

DeMiguel, V., Garlappi, L., Nogales, F. J., Uppal, R. (2009). A Generalized Approach to Portfolio Optimization: Improving Performance by Constraining Portfolio Norms. *Management Science, 55* (5), 798-812.

DeMiguel, V., Martin-Utrera, A., Nogales, F. (2011). *Calibration of Shrinkage Estimators for Portfolio Optimization*. Statistics and Econometrics Series, Working Paper 11-15 (10). Universidad Carlos III de Madrid.

Disatnik, D., Benninga, S. (2007). Shrinking The Covariance Matrix, *Journal of Portfolio Management, 33* (4), 55–63.

Frost, P. A. ve J. E. Savarino (1986). An Empirical Bayes Approach To Efficient Portfolio Selection. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 21 (3), 293–305.

Golosnoy, V., Okhrin, Y. (2007). Multivariate Shrinkage for Optimal Portfolio Weights. *The European Journal of Finance, 13* (5), 441-458.

Golosnoy, V., Okhrin, Y. (2009). Flexible Shrinkage In Portfolio Selection. *Journal of Economic Dynamics & Control, 33*, 317-328.

Green, R. C., Hollifield B. (1992). When Will Mean-Variance Efficient Portfolios Be Well Diversified?. *Journal of Finance, 47*, 1785-1809.

Herold U., Maurer R. (2006). Portfolio Choice And Estimation Risk: A Comparison Of Bayesian To Heuristic Approaches. *Astin Bullettin, 36*, 135–160

Jagannathan, R., Ma T. (2003). Risk Reduction In Large Portfolios: Why İmposing The Wrong Constraints Helps. *Journal of Finance, 58*, 1651–1683.

Jobson, J. D., Korkie, B. (1980). Estimation For Markowitz Efficient Portfolios. *Journal of the American Statistical Association, 75*, 544 -554.

Jobson, J. D., Korkie, B. (1981). Putting Markowitz Theory To Work, *Journal of Portfolio Management, 7*, 70 -74.

Jorion, P. (1985). International Portfolio Diversification With Estimation Risk. *Journal of Business, 58*, 259–278.

Jorion, P. (1986). Bayes-Stein Estimation For Portfolio Analysis. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 21* (3), 279–292.

Kan, R., Zhou, G. (2007). Optimal Portfolio Choice With Parameter Uncertainty. *Journal of Financial and Quantitative Analysis, 42* (3), 621–656.

Kourtis, A., Dotsis, G., Markellos R.N. (2012). Parameter Uncertainty In Portfolio Selection: Shrinking The Inverse Covariance Matrix. *Journal of Banking and Finance, 36*, 2522–2531.

Ledoit, O., Wolf, M. (2003). Improved Estimation Of The Covariance Matrix Of Stock Returns With An Application To Portfolio Selection. *Journal of Empirical Finance, 10*, 603–621.

Ledoit, O., Wolf , M. (2004a). Honey, I Shrunk The Sample Covariance Matrix. *Journal of Portfolio Management, 30*, 110–119.

Ledoit, O., Wolf , M. (2004b). A Well-Conditioned Estimaor For Large-Dimensional Covariance Matrices. *Journal of Multivariate Analysis, 88*, 365–411.

Ledoit, O., Wolf , M. (2008). Robust Performance Hypothesis Testing With The Sharpe Ratio. *Journal of Empirical Finance, 15*, 850–859.

Ledoit, O., Wolf , M. (2010). Nonlinear Shrinkage Estimation of the Covariance Matrix of Asset Returns. Working paper, University of Zurich.

Liu, X. (2014). Portfolio Selection via Shrinkage by Cross Validation. *Journal of Finance and Accounting, 2* (4), 74-81

Liu, X. (2014). Portfolio Optimization Via Generalized Multivariate Shrinkage. *Journal of Finance and Economics, 2* (2), 54-76.

Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection, *The Journal of Finance, 7* (1), 77–91.

Michaud, R. (1989). The Markowitz Optimization Enigma: Is Optimization Optimal?, *Financial Analysts Journal, 45* (1), 31–42.

Pastor L., Stambaugh R.F. (1999). Costs Of Equity Capital And Model Mispricing. *Journal of Finance, 54*, 67–121.

Pastor L. (2000). Portfolio Selection And Asset Pricing Models. *Journal of Finance, 55*, 179–223.

Pastor L., Stambaugh R.F. (2000). Comparing Asset Pricing Models: An İnvestment Perspective, *Journal of Financial Economics,56*, 335–381.

Tu, J., Zhou, G. (2011). Markowitz Meets Talmud: A Combination Of Sophisticated And Naive Diversification Strategies. *Journal of Financial Economics, 99* (1), 204-215.

Wang, Z. (2003). A Shrinkage Approach to Model Uncertainty and Asset Alloccation. *Review of Financial Studies, 18* (2), 673-705.