Journal of Computer and Education Research
April 2019 Volume 7 Issue 13
http://dergipark.gov.tr/jcer
(ISSN:2148-2896)

Research Article/Araştırma Makalesi

The Conceptualisation Process of Parenthesis with the Emergent Modelling Perspective

Melike TURAL SÖNMEZ*[1]

[1] *İstanbul Aydın University, Faculty of Education, İstanbul, Turkey,* mtural5@yahoo.com

* *Corresponding Author:* mtural5@yahoo.com

Article Info

Received: *20 December 2018*
Accepted: *8 March 2019*
Online: *30 April 2019*

Keywords: Mathematical modelling, socio-cultural perspective, Mathematical symbol, parenthesis

DOI:10.18009/jcer.499845

Publication Language: Turkish

Abstract

The objective of this study is to examine the student's process of using mathematical symbols with the emergent modelling perspective. The study is a fenomologic case study. Model eliciting and model adaptation activity conducted two times consecutively within four months. Data collection tools were audio recordings and student's study notes during the modelling process, student's and parent's interview records and researcher's observation notes. The question "what is the individual`s experiment?" aimed for seeking an answer considering a student`s performance in the modelling process. Findings were interpreted in the circle of "model of" and "model for" process with the new modelling perspective. The results obtained showed that through the findings of the student`s measurements with standard and nonstandard measures, the groups were formed by the participant and this formation led using the symbol of parenthesis.

To cite this article: Tural-Sönmez, M. (2019). Ortaya çıkan modelleme yaklaşımıyla parantez kullanımının anlamlandırılma süreci. *Journal of Computer and Education Research,* 7(13), 62-89. DOI:10.18009/jcer.499845

Ortaya Çıkan Modelleme Yaklaşımıyla Parantez Kullanımının Anlamlandırılma Süreci

Makale Bilgisi

Geliş: *20 Aralık 2018*
Kabul: *8 Mart 2019*
Yayın: *30 Nisan 2019*

Anahtar kelimeler: Matematiksel modelleme, sosyokültürel yaklaşım, matematiksel sembol, parantezli işareti

DOI:10.18009/jcer.499845

Yayım Dili: Türkçe

Öz

Bu çalışmada üçüncü sınıf öğrencisinin ortaya çıkan modelleme yaklaşımı ile matematiksel sembolleri kullanma süreci ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Araştırma fenomenolojik durum çalışması niteliğindedir. Uygulanan etkinlikler bir öğrenci ile dört ay aralıkla uygulanan model oluşturma ve model adaptasyon etkinliklerinden oluşmaktadır. Öğrencinin matematiksel modelleme sürecindeki performansı ele alındığında bireyin matematiksel sembollerden biri olan parantezi kullanma deneyimi nedir? sorusuna cevap aranmıştır ve ortaya çıkan modelleme perspektifinde ele alınan '*model of*' ve '*model for*' döngüsü içinde yorumlanmıştır. Yapılan analizler sonucunda model oluşturma ve model adaptasyon etkinliklerinde öğrencinin standart ve standart olmayan ölçüm birimleri ile yaptığı ölçümler sonunda gruplamalar oluşturduğu ve bu gruplandırmaların öğrenciyi parantez kullanmaya yönelttiğini göstermektedir.

Summary

The Conceptualization Process of Parenthesis with the Emergent Modelling Perspective

Introduction

Based on socio-cultural and realistic mathematics education; `*the emergent modelling*` perspective maintains that mathematical concepts and thought should be discovered in well-planned ways. Gravemeijer (1994) explains that a realistic approach to mathematics is underpinned by guided reinvention, progressive mathematisation through phenomenological exploration and self-developed models. Gravemeijer (1994) explains that phenomenological exploration takes place when realistic contextual mathematical situations are presented to students. These kinds of practical contextual mathematical problems enable students to reinvent mathematical concepts based on their informal methods. Contextual problems are the basis of `*the emergent modelling*`, and progressive mathematisation allows students with different approaches and understandings. Gravemeijer's (1994, 101–102) model begins with a situational context, followed by a model of the situation, which is followed by a model for the situation giving rise to formal knowledge. According to Gravemeijer (1994), there are four hierarchical levels. In the first step, students are provided with a problem within a contextual base. In the second base, students make sense of reality with using conceptual models and notation. Students can use hands-on materials in this process. These two processes call model of a process. With discovering mathematical relationship, students begin thinking independently by context since their models refer to the situation. The last step, which is called the formal level, where students work with conventional procedures and algorithms. This process called '*model for process*'. This framework provides researchers with a better understanding regarding how mathematical concepts, symbols and notations are constructed in students' minds. Literature review shows that there is some research which discusses student's usage of parenthesis procedurely (Gunnarsson, Sönnerhed, & Hernell, 2016; Öçal, İpek, Özdemir & Kar, 2018), but there is not any research related with the construction of mathematical symbols such as parenthesis. The objective of this study is to examine the student's process of using mathematical symbols with "*the emergent modelling perspective*".

Method

The study is a fenomologic case study. A preliminary study was carried out, and then a third-grade student was chosen as a participant purposively. The reason for selecting just one participant was to provide in deep data diversity in a socio-cultural perspective. An interview with the student's parent provided research as the second data collection tool. In the data collection process, a researcher and a mathematics education expert made an observation. Model-eliciting and model adaptation activities conducted two times consecutively within four months. Data collection tools were audio recordings and participant's study notes during the modelling process, participant's and parent's interview records, participant's documents, and researcher's observation notes. The question "what is the individual's experiment?" aimed for seeking an answer considering students performance in the modelling process. Findings were interpreted in the circle of *'model of'* and *'model for'* process with emergent modelling perspective provided by Gravemeijer (1994) and Douady (1991). Triangulation has been employed in this study to provide situations for questioning from different perspectives. In the study, different data sources such as recordings, observation notes, students' documents and studies had been used, and all the data collecting instruments had been evaluated as a whole to verify the themes in a consistent way (Creswell, 2003; Merriam, 1998; Miles & Huberman, 1994), then rich descriptions have been depicted. Differences in encodings done by the experts have been revised, and reconciliation between the researchers and the experts has been achieved.

Results

Findings of this research outlined in three titles. The first part was related to the solution process of *'the model-eliciting activity'* which has three subtitles. The participant's examination of the different design was discussed in every single subtitle. There was a pattern in the process as a circle of '*model of*' and *'model for'*. With discovering mathematical relationship in the content of the model-eliciting activity, the participant began talking about more general mathematical relationships, which are independent of the context. After the participant made a measurement, he formed the groups and represented them with parenthesis. He obtained mathematical relations by using concrete materials and represented the model more shortly and practically. The participant used the same model in the model adaptation activity that is applied four months later from the model-eliciting activity. In the last part "the effect of experience in modelling process", the participant's approach was evaluated in socio-cultural content with data obtained from the interview with the parent.

Discussion and Conclusion

The results obtained from findings showed that the participant made practical designs and drawings using visual perception skills in model eliciting and model adaptation activities. Through the findings of the student's measurements with standards and nonstandards measure, the groups were formed and this formation led using the symbol of parenthesis. Operation with parenthesis was among fifth grade objectives in the mathematics education program of the Turkish education system. Although the participant was third-grade student, he used parenthesis to express the situation in real life content problem and made operations with a parenthesis in a correct way. Besides, the participant took into consideration esthetical visial design in solution. Using standard and nonstandard measure in approppriate way, the related finding with other mathematics concepts can be explained in socio-cultural perspective with the interview data obtained from the participant's parent. The participant might improve his mathematical thinking when he saw his mother measurement while sewing and made a play with sewing from his early ages. In other Word, participant's daily life could play an essential role in developing a model using standard and nonstandard measurement tools. The activities, which he enjoyed playing within his early ages and sketches as a game he created in his spare time, might contribute to his formation of mathematical thinking.

Giriş

Dewey (1938), insanların gerçek veya örgün bir eğitim sürecine girmeden önce kendileri, dünya ve başkaları hakkında bir şeyler öğrendiklerini belirtir. Ona göre fiilen bir şeyler yapıldıktan sonra "yapılan şeyler üzerine düşünme durumunu eğitim ve okul anlayışının merkezine geçirmektedir" (s. 97). Refleksif düşünme ve ilişkilerin algılanması problem durumlarında gerçekleşir. Bu nedenle Dewey, eğitim ve öğretim sürecine problematik durumlar ile başlanması taraftarıdır. Sosyokültürel yaklaşıma göre çocuğun içinde doğduğu kültür içselleştirilecek kavramların kaynağıdır ve bu bireyin beyninin fizyolojik işlevini etkilemektedir. Vygotsky (1978) bahsi geçen problem çözme sürecinde çocukların öğrendiklerini içselleştirmelerinin sağlanmasını, onları bağımsız düşünürler ve problem çözücüler haline getirilmesini önermiştir. Kullanılan dil, sanatsal ürünler, sayısal araçlar gibi araçlar kültürün düşünceyi aktarma araçlarından bazılarıdır. Bu araçları öğrencilerin geçmiş yaşantılarında karşılaştıkları ya da karşılaşabilecekleri tarzdaki bağlamlar içinde kullanabilmeleri onlara daha anlamlı ve kalıcı öğrenme fırsatları sağlayabilmektedir.

Matematik insanlar arasında ortak bir iletişim kodunu oluşturan bir dildir. Matematiksel semboller ortak bir anlamı ifade ederler ve bağlama göre değişiklik göstermezler. Semboller doğal göstericiler olarak da bilinirler. Nasıl ki iletişim için toplumun ortak olarak kullandığı değerler için ortak bir bilinç gerekli ise (Günay, 2008), matematiksel dilin kullanımında da ortak bir bilinç oluşmaktadır. Bilişsel yaklaşım teorisine dayanarak Duval (2006), matematikteki düşünüş tarzının diğer alanlardan farkını şu şekilde ifade etmektedir: Diğer alanlardan farklı olarak işaretler ve semiyotik temsiller matematik aktivitelerinin temelini oluşturur. Çünkü diğer pozitif bilimlerdeki gibi matematiksel nesne algılar ve araçlarla ulaşılamaz. Diğer alanlarda mikroskop, teleskop gibi malzemelerle elde edilebilen sonuçlar matematikte ancak ve ancak işaret ve semiyotik temsillerle (gösterge bilimi) ile mümkündür. Peki matematiksel etkinliklerde bu işaretlerin ve semiyotik gösterim sistemlerinin kullanımı konusunda bilinç nasıl oluşur? Zihin bu süreçte matematiksel sembolleri nasıl içselleştirir? Nasıl anlamlı hale getirir? Matematiksel dili kullanmaya nasıl ikna olur? Bir matematiksel ilişkiyi sembolleştirirken, seçilen sembolün anlamlı ya da anlamsız olduğuna zihin nasıl ayırt etmektedir?

Bu soruları derinlemesine düşünebilmek için işlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki ilişkiler ve farklar öncelikle ayırt edilmelidir. Hiebert ve Lefevre (1986) işlemsel ve kavramsal bilgiler üzerine kuramsal çerçeveyi sunmaktadır. Hiebert ve Lefevre (1986) ilişkisel öğrenmenin kavramsal yapılar arasında bağlantılar kurmayı gerektiğini de belirtmektedirler. Diğer bir deyişle; matematiksel sembolleri kullanıyor olabilirsiniz. Bu sembollerle yapılan işlemlerde kuralları da doğru bir şekilde uyguluyor olabilirsiniz. Fakat matematiksel sembolleri hangi anlamda kullandığınızı bilmiyorsanız, bu sembollerin kullanımını bağlam içinde değerlendiremiyorsanız bu sembolleri bilmenizin size çok da büyük bir faydası yoktur. Matematiksel sembolün temsilinden öte bağlam içinde kullanıldığı yeri bilmek önemlidir.

Yukarıda geçen sorulara cevap bulmak için ayrıca matematiksel modelleme yaklaşımı üzerinde de durmak gereklidir. Matematiğin gerçek hayatta kullanım alanlarını öğrencilere göstermek matematik eğitiminin en temel amaçlarından biridir (Tural-Sönmez, 2017). Analitik düşünebilen, gerçek hayattaki problemlere çözümler üretebilen, teknoloji çağının gerektirdiği donanıma sahip bireyler yetiştirmek için matematiksel modellemenin matematik derslerinde kullanılması gerektiği son yıllarda daha fazla vurgulanmaktadır (Doorman & Gravemeijer, 2009; Lesh & Zawojewski, 2007; Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018). Matematik eğitimi programının bu hedefine ulaşmak için klasik anlamda oluşturulmuş sözel problemler ihtiyaca cevap verememektedir (Tural-Sönmez, 2017; Schoenfeld, 1982). Lesh ve Zawojewski (2007) matematiksel modelleme problem durumlarının çözümü sırasında öğrencilerin matematiksel kavramlar ve işlemler arasında ilişki kurmaya ihtiyaç duyduklarını vurgulayarak, matematiksel modelleme etkinliklerinin geleneksel problem çözme etkinliklerinden farkını bu yönde açıklamaktadır. Doerr ve English (2003) modelleme sürecinde öğrencinin model oluşturmak için çaba göstermesinin, çözümlerini genellemesinin ve geliştirebilmesinin ana farklardan bazıları olduğunu belirtmiştirler. Gerek yetişkinlerle gerekse daha küçük yaş gruplarıyla deneysel ve durum çalışması olarak ele alınan matematiksel modelleme problemlerinin uygulanmasını ele alan çalışmalarda; model, matematiksel işlem ve düşünmelerin sonucunda ortaya çıkan ürün olarak ele alınmaktadır. Türker-Biber ve Yetkin-Özdemir (2015) modellemeyi bir problemin, bir durumun matematiksel olarak sembollerle ve farklı gösterimlerle modelini oluşturma süreci olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla bu tür matematiksel modelleme yaklaşımında öğrencinin matematik ile gerçek dünya arasında nasıl ilişki kurduğu önemlidir.

Kuramsal altyapısı sosyokültürel teoriye ve gerçekçi matematik eğitimi perspektifine dayanan "ortaya çıkan modelleme (emergent modelling)" yaklaşımında da; matematiksel kavramları ve fikirleri soyut seviyede, deneyim tabanlı olmadan sembolik dil kullanarak ve işlem odaklı tepeden inme bir yaklaşımla öğretmek yerine uygun öğrenme ortamlarında iyi planlanmış bir şekilde keşfettirilmesini savunur (Gravemeijer & Stephan, 2002). Gravemeijer (1994) fenomenolojik keşfetmenin ancak öğrencinin kendi metotlarıyla matematiksel ilişkileri yeniden keşfedebileceği ortam içerisinde ve gerçekçi problem bağlamlarıyla mümkün olacağını savunmaktadır. Bu perspektifle bakıldığında öğrencilerin önceden sahip oldukları modelleri, tecrübeleri kullanabilmeleri problem bağlamında değerlendirebilmeleri önemlidir. Ortaya çıkan modelleme yaklaşımına göre, matematiksel modelleme mevcut bazı modelleri kullanarak ve bunları yeniden organize ederek yeni modeller ortaya çıkarma sürecidir (Gravemeijer & Stephan, 2002). Cobb (2002) modellerin gerçek hayat durumlarının matematik diline aktarılmasının yanı sıra; düşünme biçimlerini de kapsadığını belirtmiştir. Ortaya çıkan modelleme yaklaşımında 'model of' ve 'model for' olmak üzere iki sürecin altı çizilmektedir (Gravemeijer, 1994). Gravemeijer (1994, s.101–102) bağlamsal problemlerin ortaya çıkan modelleme yaklaşımının temeli olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla ilk aşama modelin ortaya çıkarılacağı etkinliğin bağlam içinde sunulmasıdır. İkinci aşama mevcut kavramsal modelleri ve gösterim sistemlerini kullanarak bağlam içindeki gerçekliği anlamlandırma aşamasıdır. Bu iki aşama "model of" olarak isimlendirilir. Bu aşamada model hala somuttur. Öğrencilerin problem içindeki matematiksel ilişkileri keşfetmeye başlamasıyla üçüncü aşamaya geçerler ve bağlamdan bağımsız daha genel matematiksel ilişkilerden bahsederler. Bu süreç oluşan modellerin duruma atıf yapılaması gibidir. Ve bu aşamadan itibaren problem bağlamından gelişen model artık matematiksel düşünme için bir araç haline gelir. Son aşamada öğrenciler modelin daha soyut ve formal haline ulaşırlar. Bu süreç "model for" olarak isimlendirilir. Bu süreçte matematiksel anlamlandırma ve matematiksel sembollerin kullanımına birlikte geçilir (Douady; 1991, 119; Gravemeijer; 1994, 101–102). Kertil, Çetinkaya, Erbaş ve Çakıroğlu (2016) öğrencilerin sonuçta hedeflenen modele ulaşamadıkları durumlarda, onların modellerine en yakın formal modelin seçilmesini önermektedir. Ancak bu durumda öğrencilere formal model ile kendi geliştirdikleri model arasındaki benzerlik hissettirilmiş olur.

Modelleme sürecinin aşamalandırılmasında farklı yaklaşımlar da vardır. Örneğin, Borromeo ve Ferri (2006) deneysel verilere dayanarak oluşturduğu modelleme yaklaşımına göre modelleme sürecinde altı aşama üzerinde durmaktadır. Birinci aşamada öğrenciler gerçek hayat durumunu anlar. İkinci aşamada öğrencinin zihninde durum ile ilgili resim ya da bir model oluşur. Yani öğrenci, gerçek bağlamda sunulan problemi kendi tecrübelerinden faydalanarak kendine öz düşünme şekliyle anlamlandıracaktır. Bu durumda öğrenciler problem durumunda sadeleştirmeler yapabilmekte ya da ekstra matematiksel bilgiler kullanımına gereksinim duymaktadır. Ayrıca, bu aşamada sorgulama ve verilen bilgilerin nasıl kullanılacağına dair karar verme mekanizması oluşmaktadır. Üçüncü aşama gerçek model aşaması olarak isimlendirilir ve bu aşamada öğrenci bir önceki aşamadaki durum modelinde zihninde oluşturduğu resim, çizim, sözel ifadeler gibi dış temsilleri kullanarak ifade eder. Bir sonraki aşama ise gerçek modelde oluşturduğu yapıları matematik diline, formül, grafik, sembol gibi matematiksel gösterimlerle ifade edilmesidir. Matematiksel sonuçlar olarak ifade edilen beşinci aşamada öğrenciler, matematiksel model aşamasında kurdukları bağıntılarla ilişkili olarak sonuçlar elde ederler. Son aşamada öğrenciler elde ettikleri sonuçları gerçek hayat durumu bağlamında yorumlayarak, matematiksel sonuçlar ve gerçek sonuçlar arasındaki uygunluk analizini yaparlar. Verschaffel, Greer ve De Corte'un (2002) önerdiği modelleme sürecinde ise gerçek model aşaması durum modeli olarak ifade edilmektedir.

Parantez ile ilgili Kazanımlar ve Araştırmalar

Matematiksel sembollerden biri olan parantezin kullanımı ilköğretim çağının üçüncü sınıf döneminden itibaren belirli dönemlerde öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. 2008 yılı matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) parantez ile ilişkili kazanımlar Tablo 1 de verilmektedir. Tablo 1'de de gözlendiği üzere, öğrenciler ilkokulun ilk yıllarında aritmetiksel işlemler konusunda genellikle tek adımlı işlemlerle sınırlandırılmaktadır. İlerleyen kademelerde toplama ve çıkarmanın yanı sıra çarpma ve bölmeyi de içerecek şekilde işlemler gerçekleştirilmekte ve parantez kullanımı sürece dâhil edilmektedir. İlerleyen yıllarda öğrenciler işlemlerin ikili işlem olduğunu, yani birden fazla işlemin söz konusu olduğu aritmetiksel işlemlerde her defasında sadece iki sayının işleme sokularak sonuç bulunduğunu idrak etmeye başlarlar. Birden fazla işlem gerektiren durumlarda parantez kullanımı hangi işlemin önce yapılması konusunda belirsizliğin ortadan kaldırılması açısından önemlilik arz etmektedir.

Tablo 1. Matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) parantez ile ilişkili kazanımlar

Sınıf	İlgili Kazanımlar	Kazanıma İlişkin Açıklamalar
3.	Üç doğal sayı ile yapılan toplama işleminde sayıların birbirleriyle toplanma sırasının değişmesinin sonucu değiştirmediğini gösterir.	İşlemlerde parantez işareti bulunan örneklere de yer verilmelidir
4.	Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmediğini gösterir.	İşlemlerde parantez işareti bulunan örneklere de yer verilir.
5.	En çok iki işlem türü içeren parantezli ifadelerin sonucunu bulur	Örneğin 5^2 x (12 - 6) veya 16 ÷ (4x2) gibi işlemlerde parantezin rolünü anlamaya ve parantezi kullanmaya yönelik çalışmalara yer verilir.
6.	Doğal sayılarda ortak çarpan parantezine alma ve dağılma özelliğini uygulamaya yönelik işlemler yapar.	Örneğin aşağıdaki dikdörtgenin alanı hesaplanırken parantez kullanmayla ilgili verilen5(2+8) = 5.2 + 5.8 ve 5.2 + 5.8 = 5(2+8) gibi durumlar ayrı ayrı incelenebilir.
8.	Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır.	Ortak çarpan parantezine alma ile iki kare farkı ve $a^2 \pm 2ab + b^2$ biçimindeki tam kare ifadelerin çarpanlara ayırma işlemleri ele alınır.

İşlem önceliği kuralının uygulanması için bellek destekleyici bir ipucunun sunulması tavsiye edilmektedir. Uça (2010) bellek destekleyici ipuçlarını anlamsız bir ezberlemeden ziyade anlamlı bir hatırlatma olarak ifade edilmiştir. Öte yandan, Öçal, İpek, Özdemir ve Kar (2018) öğrencilerin işlem önceliğinden kaynaklı hata oranlarının oldukça düşük düzeyde kaldığını, bununla birlikte problem kurmada matematiksel işlem ve sembollerin günlük hayata aktarımındaki eksikliklerin daha belirleyici olduğunu belirtmişlerdir. Gunnarsson, Sönnerhed ve Hernell (2016) parantez kullanımının işlem önceliği kuralının öğretimindeki etkisini işlemsel olarak inceledikleri çalışmalarında, $a\pm(b\times c)$ şeklindeki matematiksel yapılar üzerinden parantez kullanımını gerektiren deneysel bir öğrenme ortamı tasarlamışlardır. Araştırmanın bulgularına göre parantez kullanımının işlem önceliği kuralının öğreniminde öğrenci performansını geliştirmede etkili olmadığı belirlenmiştir.

Araştırmanın Amacı

Literatür incelendiğinde matematiksel modelleme süreci ile ilgili birçok araştırma bulunmaktadır. Bu araştırmaları yürüten bazı araştırmacılar (Diezmann, Watters & English, 2001; English, 2006; English & Fox, 2005; English & Watters, 2005; English & Watson, 2018) küçük yaştaki öğrencilerin kendi modellerini geliştirmede yetersiz oldukları varsayımıyla, matematiksel modelleme problemlerinin ortaöğretim düzeyine kadar öğrencilerle tanıştırılmadığına dikkat çekmişlerdir. Diğer taraftan, Şahin ve Eraslan'ın (2016) yedinci sınıflarla modelleme sürecindeki matematikselleştirme üzerine yaptıkları çalışma sonucunda; yapılacak olan yeni araştırmalarda konu ve kavramsal olarak birbirleri ile ilişkili modelleme problemlerinin küçük sınıflardan itibaren uygulanması ile başlayan uzun süreli çalışmalar yapılması önerilmektedir. Matematiksel modelleme sürecinde matematiksel sembollerin, modellerin ve ilişkilerin derinlemesine ele alındığı nitel çalışmalar; matematiksel kavramların öğrenilmesine dair bilgiler vererek, öğretmenlere ve alan araştırmacılarına faydalı olacaktır. Ayrıca bu uygulamalar modelleme problemlerinin matematik derslerinde uygulanabilirliğine yönelik fikirler sunacaktır. Alan yazın incelendiğinde; parantez kullanımı işlemsel olarak ele alan çalışmaların olmasına karşın (Gunnarsson ve diğerleri, 2016; Öçal, İpek, Özdemir & Kar, 2018) öğrencilerin matematiksel sembolleri kullanımını yapılandırma süreci ile ilgili bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu çalışmada üçüncü sınıf öğrencisinin ortaya çıkan modelleme yaklaşımı ile matematiksel sembollerden biri olan parantezi kullanma sürecinin ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır.

Metodoloji

Araştırmanın Modeli

Araştırmada desen olarak fenomenolojik durum çalışması kullanılmıştır. Fenomenolojik çalışmalar insan deneyimlerinin oluşturduğu anlamlara odaklanır. İnsan davranışları basit bir yanıt ve tepkiden ziyade amaçlar, inançlar, korkular, istekler ve ya algılara göre şekillenir. Bu yaklaşım aynı fenemoni deneyimleyen bireylerin deneyimlerinin ve oluşturdukları anlamların farklı olduğu, insanların güncel olduğu kadar geçmiş deneyimlerinin de önemli olduğunu savunur. Selvi (2008) fenomenolojik öğrenmenin öğrencilerin deneyimlerini tanımlamaya, araştırmaya ve deneyim ile düşüncelerini açıklamaya teşvik edilmesini önerir. Bu nedenle öğrencilerin bağlam içinde değerlendirme yapmaları önemlidir. Bu çalışmada fenomen matematiksel sembollerin kullanılmasıdır. Çalışma üçüncü sınıf öğrencisinin parantezi kullanmayı anlamlandırma sürecini sosyokültürel perspektif ile detaylı olarak incelenmesi amaçlandığı için bu araştırma fenomenolojik durum çalışması niteliğindedir.

Katılımcı

Katılımcı, 2018-2019 eğitim öğretim yılında İstanbul İlinde bulunan bir Vakıf üniversitesinde Bilim Şenliğine gönüllü olarak katılan öğrenciler arasından amaçlı olarak seçilmiştir. Araştırmanın katılımcısının üçüncü sınıflardan seçilmesinin sebebi hazırlanan modelleme problemlerinin 2018 yılı matematik dersi öğretim programında üçüncü sınıf seviyesine uygun olmasıdır. Matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) üçüncü sınıf matematik dersi kazanımları incelendiğinde öğrencilerin bu sınıf seviyesinde standart ve standart olmayan ölçü araçlarıyla ölçüm yapabildiği, yatay dikey ve eğik konumlu doğru parçası modellerine örnekler verebildiği, işlemlerde parantez işareti bulunan örneklerin de yer aldığı toplamada değişme özelliğini gösterebildiği; fakat buna karşın açı ölçümü ve çarpma işleminde değişme, dağılma işlemi gibi parantez kullanımıyla ilgili daha detaylı kavramlarla henüz karşılaşmadığı görülmektedir (Tablo 1). Araştırmada sadece bir öğrencinin durumunun incelenmesinin sebebi öğrencinin modelleme sürecinin sosyokültürel bakış açısıyla birlikte derinlemesine incelenmesine olanak tanımasıdır. Seçilen öğrenci, İstanbul'un Küçükçekmece ilçesinde bulunan bir özel okulda öğrenimini sürdürmektedir. Seçilen bu öğrenci ile görüşmeler ve uygulamalar yapılmıştır. Ayrıca ikinci veri kaynağı olarak derinlemesine veri almak amacıyla öğrencinin annesi ile görüşme yapılmıştır. Öğrencinin annesi terzi babası mühendistir. Araştırmanın katılımcısı "Arda" ismiyle kodlanmıştır.

Araştırmada kullanılan model ortaya çıkarma ve model adaptasyon etkinliği

Model ortaya çıkarma etkinliği olarak Swetz ve Hartzer'in (1991) araştırmalarında kullanılan matematiksel modelleme etkinliği ilköğretim seviyesine uygun olacak şekilde araştırmada kullanılmak üzere uyarlanmıştır. Bu etkinlik daha önce Erbaş ve diğ. (2016) tarafından "Caddede Park Yeri" ismiyle lise sınıf seviyesine uygun olacak şekilde Türkçeye çevrilmiştir. Bu araştırmada ise araştırmacı tarafından "Caddede Park Yeri" ismiyle ilköğretim seviyesine uygun hale getirilmiştir. Bir matematik öğretmeninin ve matematik eğitimi alan uzmanının da görüşlerine başvurularak öğrenci seviyesine uygun oldukları teyit ettirilmiştir. Geliştirilen matematiksel modelleme etkinliğinin ilköğretim seviyesi için son hali şu şekildedir:

"Evinizin önünde ciddi bir park problemi bulunmaktadır. Otopark problemini rahatlatmak amacıyla belediye dikdörtgen şeklinde bir bölge ayırmaktadır. Bu otopark alanının tasarımı için sizlerden öneri beklenmektedir. Amacınız alanda park edilebilecek araç sayısının en fazla olacağı düzeni sağlamaktır. Nasıl bir park tasarımı önerisinde bulunursunuz? Not: Otopark alanı için size verilen kartonu, araba için ise iki birim küplük legoları somutlaştırmak amacıyla kullanınız. "

Araştırmacı tarafından model adaptasyon etkinliği hazırlanmıştır. Araştırmacı tarafından geliştirilen 'Meyve bahçesi etkinliği' şu şekildedir:

"Çiftçi Hasan Bey tarlasını meyve bahçesine dönüştürmek istemektedir. İklim şartına, kazanç getirisine odaklanarak tarlasına armut ceviz nar olmak üzere üç farklı türde meyve fidanını dikmek istemektedir. Bu meyve bahçesi alanının tasarımı için sizlerden öneri beklenmektedir. Amacınız her bir türden olmak kaydıyla ağacın maksimum gelebileceği boyutu da düşünerek alanda fidan sayısının en fazla olacağı düzeni sağlamaktır. Nasıl bir park tasarımı önerisinde bulunursunuz? Çiftçi Hasan Bey her ağaç türünden kaç fidan almalıdır? (Not: Meyve bahçesi alanı için A4 kağıdını, ağaçlar için ise ceviz ağacı için 1 tlyi, armut ağacı için 25 kuruşu ve nar ağacı için 10 kuruşu somutlaştırmak amacıyla kullanınız.)

Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

Öğrenci ve öğrencinin velisi çalışma konusunda bilgilendirilmiştir. Katılımcı matematiksel modelleme etkinliklerini konusunda ön uygulama yapılarak bilgilendirilmiştir. Katılımcının matematiksel modelleme yaklaşımı konusunda bilgilendiğinden emin olunmasının ardından veri toplama süreci başlatılmıştır. Öğrenci matematiksel model oluşturma etkinliğini bireysel olarak uygulamıştır. Matematiksel model oluşturma etkinliklerinin uygulanması sürecince ortamda araştırmacı ve gözlem için matematiksel modelleme etkinliklerinde ve alanında uzman bir matematik öğretmeni bulunmuştur. Uygulamaya öncelikle ısındırma amaçlı olarak tartışma diyaloğu ile başlanmıştır. İstanbul'daki en büyük problemlerden birinin trafik olması üzerine konuşulmuş, bu durumun ayrıca otopark sıkıntısı olduğu üzerine öğrenciyle bir değerlendirme yapılmıştır. Uygulama sürecinde öğrenciye A3 kağıt, aynı boyutlardaki 1 birim küplük legolardan, cetvel, açıölçer, gönye, pergel gibi malzemeler verilmiştir. Bu süreçte öğrencinin problemi çözmesi istenmiştir. Bu süreçte çözümüne odaklanan ses kayıtları, öğrenci çalışmalarının dokümanları araştırmacı gözlem notları kayıt alınmıştır. Uygulama esnasında öğrenciden sesli düşünmesi istenmiştir. Araştırmacı olabildiğince öğrenciye yönlendirmede bulunmamıştır. Bazı işlemlerde nasıl düşündüğünü anlamak için "Nasıl düşündüğünü açıklar mısın? Bu sonuca nasıl vardın?" gibi öğrenciye açıklama yapmasını destekleyecek şekilde sorular yöneltmiştir. Son olarak öğrencinin oluşturduğu modeli açıklaması istenmiştir. Uygulamalar esnasında araştırmacı gözlem notları da almıştır. Uygulamanın sonunda öğrencinin ev ödevi olarak model keşfetme ve kontrol etme etkinliği olarak yaşadığı çevrede arabaların hangi şekillerde park ettiklerini gözlemlemesi ve farklı durumları not alması istenmiştir.

Bu çalışmadan üç ay sonra etkinliğin kalıcılığı konusunda veri sağlamak için çocuk ile tekrar görüşülmüştür. Yapılan görüşmede öğrenciden uygulanan matematiksel model oluşturma etkinliğini hatırlaması ve çözümünü açıklaması istenmiştir. Öğrencinin etkinlikte yaptığı çizimler gösterilerek "Burada nasıl düşündün? Çözümünü açıklar mısın?" gibi sorular sorulmuştur. Ayrıca ikincil olarak öğrencinin velisiyle boş zamanlarda öğrencinin ne tür oyunlar oynadığı konusunda görüşülmüştür. Veliyle yapılan görüşmenin ses kaydı alınmıştır. Öğrencinin matematik dersindeki okul defteri de bu süreçte incelenmiştir. Öğrencinin velisinden bir sonraki görüşmede evde oluşturduğu oyunlardan örnekler getirmesi istenmiştir.

Bir ay sonra caddedeki park problemine paralel bir formatta hazırlanan "model adaptasyon etkinliği" öğrenciye uygulanmıştır. Bu uygulamada caddemizdeki otopark problemini çözelim etkinliğinde öğrenci tarafından kullanılan modelin benzer farklı bir bağlamda kullanılıp kullanılmadığına bakılmıştır. Bu süreçte çözümüne odaklanan, ses kayıtları, öğrenci çalışmaları dokümanları araştırmacı gözlem notları kayıt alınmıştır.

Veri Analizi

Bu çalışmada "Öğrencinin matematiksel modelleme sürecindeki performansı ele alındığında bireyin deneyimi nedir?" sorusuna cevap aranmış ve bunun sonucunda hangi koşullarda ne deneyimlenerek nasıl bir anlama ulaştığı yorumlanmıştır. Bu analizde öğrencinin neyi, nasıl deneyimlediği analiz edilmiştir. Buna göre fenomen öğrencinin parantez sembolünün kullanmasıdır. Ses kayıtları yazılı olarak çözümlendikten sonra öğrencilerin çalışma kâğıtlarıyla birlikte analiz yapılırken ortaya çıkan modelleme yaklaşımında Gravemeijer (1994) ve Douady'nin (1991) sunduğu "model of" ve "model for" döngüsüne göre kodlamalar yapılmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirliğin sağlanarak, çalışmanın niteliğinin arttırılması için "uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, ayrıntılı betimleme, tutarlık incelemesi" gibi bir takım yöntemler önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s.265). Çalışmada ses ve görüntü kayıtlarının çözümü, gözlem notları, modelleme esnasındaki öğrenci çalışmaları ve dokümanları, öğrencinin matematik defter, öğrencinin evde kendi oluşturduğu oyunları, veli ile görüşmenin çözümlenmesi gibi farklı veri kaynakları kullanılmış, temaların tutarlı bir şekilde doğrulanması için bütün veri toplama araçları birlikte değerlendirilmiştir. Verilerin analizi yapılırken, doğrudan alıntılarla desteklenerek, açık ve detaylı bir şekilde zengin betimlemelerde bulunulmuştur. Ayrıca; çalışmanın geçerliliğini sağlamak için veriler üç farklı zamanda derin odaklı olarak toplanmıştır. Buna ek olarak araştırmacının yanı sıra bir matematiksel modelleme üzerine deneyimi olan uzman bir matematik öğretmeni tüm araştırma boyunca öğrencinin aktivitelerini gözlemlemiştir. Ses kayıtlarının transkripti ve öğrenci çalışmaları bu iki kişi tarafından analiz edilmiştir. Bu süreçte analizler karşılaştırılmış, farklılık görülen sınıflandırmalar üzerinde fikir birliği sağlanmıştır.

Bulgular

Bu çalışmada katılımcı model ortaya çıkarma etkinliğinde üç farklı tasarımla 'model of' ve 'model for' sürecinden dönüşümlü olarak geçmiştir. Uygulanan model adaptasyon etkinliğinde de öğrenci oluşturduğu modeli benzer şekilde kullanmıştır. Bunlardan her biri 'model ortaya çıkarma etkinliğinde öğrencinin çözüm aşamaları' ve 'model adaptasyon etkinliğinde öğrencinin çözüm aşamaları' şeklindeki başlıklarda ele alınacaktır. 'Modelleme sürecinde yaşantı etkisi' başlığında veli ile yapılan görüşmeden elde edilen veriler ile sosyokültürel bağlamda öğrenci yaklaşımı değerlendirilmiştir.

Model ortaya çıkarma etkinliğinde öğrencinin çözüm aşamaları

Bu bölümde öğrencinin "Caddede park yeri" model ortaya çıkarma etkinliğinde üç ayrı tasarımında parantezi kullanması ele alınmıştır.

Tasarım 1: Yola dik park etmeyi sorgulama aşaması

Problem çözmede ilk aşama öğrencinin problemi okuyup anlamasıdır. Katılımcı modelleme problemini okuduktan sonra problem ona anlaşılır gelmiştir. Çünkü problem ona göre anlamlıdır ve öğrenci bu problemi gündelik yaşantısıyla ilişkilendirmiştir. Öğrencinin ifadesi şu şekildedir:

"İstanbul gerçekten kalabalık şehir, çok fazla araba var. Bazen bir yere gitmek istiyoruz. Ama arabayı park edebileceğimiz yer olmadığı için geri dönmek zorunda kalıyoruz. Otopark alanlarına gerçekten ihtiyacımız var."

Çok az sayıda öğrenci matematiği somut araç ya da çizimlere duymaksızın doğrudan sembollerle öğrenebilir. Bu nedenle özellikle küçük yaştaki öğrenciler kavram ya da ilişkiyi öğrenmeye çalışırken somut araçlarla denemeler yapmaya ihtiyaç duyarlar. Bu açıdan bakıldığında; kavram imajını zengin ve sağlam oluşturabilmek için öğrencileri otopark bağlamını zihinlerinde canlandırma aşamasını sağlamak için öğrenciye 2 birim küplük legoları araba olarak, A3 kartonu otopark alanı olarak canlandırmaları istenmiştir. Somut malzeme ile öğrencinin manipülasyon yapabilmesinin sağlanmasıyla öğrencinin zihninde durum ile ilgili model hızla oluşmuştur. Öğrenci problemi kendi tecrübelerinden faydalanarak kendine öz düşünme şekliyle anlamlandırmaya başlamıştır. Arda arabaları yatayda sabit aralıklar vererek ilk sırada dikey olarak sıralandırmıştır. Aralıkların kağıt üzerinde ölçümünde aralıkların aynı olmasını cetvel kullanarak sağlamıştır. Ardından yol payını ayarlamak ve kaç araba sığdığına karar vermek için bir sütün üzerinden arabaları temsil eden legoları sıralamıştır (Resim 1).

Resim 1. Arda'nın arabaları yola dikey şekilde park edilme durumunun planı

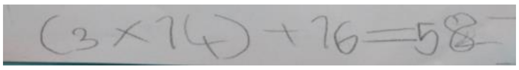
Bu aşamada Muhammed'e düşüncesini açıklaması istenmiştir. Muhammed'in ifadesi şu şekildedir:

Arda: Ben tüm satırda aynı işlemi yapmak yerine bir sütun üzerinden düşüneceğim sonra bir sonuca ulaşacağım.
(Araştırmacı ile Arda arasında diyalog şu şekilde devam etmektedir:)
Araştırmacı: Peki yol paylarını hesaplamana dahil ettin mi?
Arda: Evet. Arabanın boyu eninden daha fazla. Bir araba üzerinden düşündüğümde ve hesaba dönüş payını da kattığımda, arabanın boy mesafesi yeterli boşluk. Çünkü eni boyundan büyük (Resim 2).

Resim 2. Arda'nın yol aralıklarını belirlemesi

Buraya kadar Arda'nın üzerinde çalıştığı modelin hala somut olduğunu görüyoruz, matematiksel ifadelerden henüz bahsetmediği için "model of" sürecinde bulunduğu görülmektedir. Araştırmacı ile Arda arasındaki diyalog şu şekilde devam etmektedir:

Arda: Yol için boşluğun bu kadar ayrılması mantıklı evet. Çünkü ne kadar yol payını az ve yeterli tutarsam park edecek alanım o kadar çok olur.
Araştırmacı: Peki bu durumda kaç araba sığdırabiliyordun?
Arda: Şimdi… (duraksar) 4 sıra araba konulacak alan 4 sıra yol payını oluyor. Bir sırada 16 araç var. Aaa bir dakika.. Tam da öyle değil aslında.
Araştırmacı: Düşünmen gereken başka bir şey daha mı var?
Arda: Evet sonuçta arabaların otopark alanından rahatça çıkabilmeleri için yatay sıralar arasında başta ve sonda arabaların rahat dönebilmeleri için boşluk olmalı.
Araştırmacı: Bu durum araba sayısını nasıl etkiler?
Arda: Evet kesinlikle etkiler ilk satırda 16 araba bulunabilirken, diğer satırlarda, başta ve sonda boşluk bırakacağımdan dolayı 14 tane araç sığar. Bu durumda toplamdaki araç sayısı üç sıra 14 araba ve bir sıra 16 sıra araba olur (Bunu ifade ederken şekil 3'teki gibi (3x 14)+16 şeklinde matematiksel ifade oluşturuyor). Toplamda 58 araba yapıyor.
Araştırmacı: Yani toplamda sığdırabileceğin araba sayısını karşılayan matematiksel ifade (3x 14)+ 16 midir?
Arda: Evet ben öyle olduğunu düşünüyorum. 5 sıralık alan oluşsaydı bu durumu (4x 14)+ 16 diye ifade ederdim.



Resim 3. Arda'nın oluşturduğu Resim 1'deki tasarımının matematiksel ifadesi

Bu diyalogdan Arda'nın problem içindeki matematiksel ilişkileri keşfetmeye başlamasıyla bağlamdan bağımsız daha genel matematiksel ilişkilerden bahsetmeye başladığı görülmektedir. Arda, bir satır için detaylı düşünmüş bunu düşünürken de somut malzeme kullanmıştır. Arda'nın düşünme şekli diğer satırları planlama için de bir model sunmaktadır. Diğer satırlardaki araba sayısını bulmak için somut malzeme kullanmaya gereksinim duymamaktadır. Çünkü problem bağlamından gelişen model artık matematiksel düşünme için bir araç haline gelmektedir. Ardanın bu etkinlikte modelin daha soyut ve formal haline ulaşması süreci, ortaya çıkan modelleme yaklaşımında "model for" olarak isimlendirilmektedir. Bu süreçte matematiksel anlamlandırma ve matematiksel sembollerin kullanımına birlikte geçilir. Model ortaya çıkarma etkinliğinde parantez kullanımını anlamlandırma sürecinde ve araştırmacı ile Arda arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Araştırmacı: Niye orada parantezi kullandın?
Arda: Çünkü diğer satırlarda aynı şekilde ilk satırdan farklı olarak aynı sayıda araç sığıyor. Yani her satırda 14 tane araba. İlk satırda farklı ama.
Araştırmacı: Bir tür gruplandırma oluşturdun o zaman.
Arda: Evet birinci grubum bir sıraya 16 araba sığması, diğer grubum ise bir satıra 14 araba sığması. Bir satıra 14 araba sığması durumu 3 defa uyguluyorum.

Buna benzer diyalog model ortaya çıkarma etkinliklerinin uygulanmasından üç ay sonra öğrenci ile etkinlik konusunda yapılan görüşmede de öğrenci parantezi niçin kullandığında benzer şekilde açıklamıştır. Diyalogdan da anlaşılacağı üzere öğrencinin somut malzemelerle çalışması onun model of aşamasından model for aşamasına geçişini kolaylaştırmıştır. Öğrenci bu süreçte dikey park etme olasılığını düşünerek bir sonuç bulmuştur. Sonucun bulunması aşamasının ardından öğrencilerin buldukları matematiksel sonuçların gerçek hayat durumu bağlamında yorumlanmak için araştırmacı ile öğrenci arasında şu şekilde bir diyalog geçer:

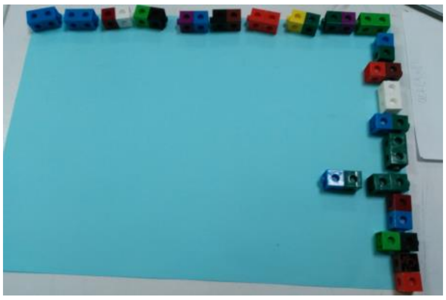
Araştırmacı: Peki Arda, tek olasılık bu şekilde park mı sence? Yolda arabalar ne tür park ediyor? Yaşadığın çevrede arabalar genellikle bu şekilde mi park ediyor?
Arda: Bizim sitede arabalar bu şekilde park ediyor. Alışveriş merkezlerinde de böyle oluyor. Ama yol kenarlarında arabaların gidiş yönünde park ettiklerini de görüyorum.
Araştırmacı: Belirttiğin şekilde yola paralel park ettiğinde araba sayısında değişiklik olur mu?

Diyalogdan öğrencinin bulduğu sonucu günlük hayata yansıttığında başka bir tasarım şekli üzerine düşündüğü görülmektedir. Bu durum diğer başlıkta ele alınacaktır.

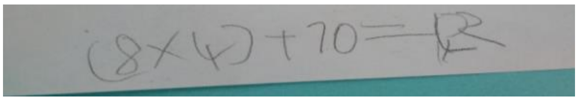
Deneme 2: Paralel park etmeyi sorgulama aşaması

Araştırmacı ile Arda'nın arasında geçen yukarıdaki diyaloğun ardından başka bir modelleme döngüsü başlamaktadır. Bu diyalogun ardından Arda ilk denemedeki mantıkla ilk satırda arabaları yola paralel şekilde parkı sorgulamıştır. Ardından devam eden şu diyalog bunu doğrulamaktadır.

Arda: İlk satırda en fazla 10 araba sığdırabilirim. (Resim 4'deki düzeneği oluşturur.) Bu durumda 4 tane yol payı ve 4 tane daha araba park edilebilecek satır bulunuyor. Ama diğer satırlarda ilk durumdan farklı sayıda araba sığacak. Diğer satırlarda 8 araba olacak. Aa.. burada garip bir şey oldu?
Araştırmacı: Bir şey mi keşfettin?
Arda: Evet böyle paralel şekilde park ettirince 5 sıra araba park ettirebiliyorum.
Araştırmacı: Peki bu toplam sayıyı etkiler mi?
Arda: Bilemiyorum. Bir satırdaki araba sayısı azaldı ama bu seferde otopark alanı olarak düşündüğüm satır sayısı arttı. Hemen hesaplayayım. Bu durumu sekiz çarpı dört artı on diye ifade ederim. (8x4)+ 10 şeklinde yazarım. Toplamda 42 yapıyor.



Resim 4. Arda'nın arabayı yola paralel şekilde tasarladığı görsel



Resim 5. Arda'nın oluşturduğu Resim 4'teki tasarımın matematiksel ifadesi

Bu diyalogun ardından yola paralel park etmeyi düşünürken aynı model of ve model for sürecinden geçtiği görülmektedir. Arda ilk önce somut materyallerle durumu anlamaya çalışmış, ardından daha soyut ve bağlamdan bağımsız bir şekilde matematiksel ifadelere geçiş yapmaktadır. Bu süreçte bu geçişin ilk denemeden daha hızlı olduğu anlaşılmaktadır. Diyalog şu şekilde devam eder:

Araştırmacı: Hangisini tercih edersin?
Arda: Ben ilkini tercih ederim. Bu tasarımımda daha fazla alsaydı da ilkini tercih ederdim. İlki daha güzel çünkü. Daha çok yapmak için daha çirkin yapmayı anlamıyorum. Daha fazla alsın diye daha çirkin daha karmaşık bir planın anlamı yok bence. Evlerde de bazen oluyor çok katlı ev yapıyorlar çok olsun diye ama çok çirkin görünüyor.

Yukarıda geçen diyalogda Arda'nın matematiksel sonuçlardan sonra estetik ve eleştirel düşünerek sonucu sorguladığı ve yorumladığı görülmektedir.

3. Deneme: Açılı bir şekilde park etmeyi sorgulama aşaması

Modellemede elde edilen sonuçların doğrulanması da önemli bir basamaktır. Sonucu gerçek hayat durumu ile karşılaştırarak kontrol ederken yeni bir modelleme döngüsü yeniden başlayabilmektedir. Bu bölümde yola bir açı ile park edilme durumunun modellenmesinde Arda'nın matematiksel ifadeyi oluşturma süreci incelenmiştir. Arda ile araştırmacı arasındaki diyalog buna örnek oluşturmaktadır. Diyalog şu şekilde geçmektedir:

Araştırmacı: Günlük hayatta otoparklarda değerlendirdiğin gibi sadece bu iki şekilde mi park edebilirler? Başka olasılıklar da olabilir mi? Gittiğin gördüğün yerlerdeki otoparkları da bir düşün bakalım. Hastanenin otoparkında arabalar şu şekilde park etmişlerdi (Eliyle açılı bir park şekli gösterir.)Böyle bir alternatifi de denemek ister misin?
Arda: Olabilir. Arabanın yola dik park etmesiyle eğik park etmesi (Resim 6'yı gösterir.) yol mesafesini etkiliyor. Çünkü (Resim 6'nın üstündeki gibi kurşun kalemle uzunluk payını göstererek), ilk durumda yol payı için ayrılan bölüm daha fazla olur.

Resim 6. Arabaların kapladığı bölge üzerine Arda'nın denemesi

Araştırmacı: Bu durum toplam araç sayısını nasıl etkiler?
Arda: Bilmiyorum. Düşünmem lazım. (bir satırdaki tüm arabaları o açıya uygun dizer.) Daha az araba alıyor böyle. Hem niçin böyle dizelim ki…
Araştırmacı: Arabaların rahat giriş çıkış yapabilmelerini düşünürsen?
Arda: (Eliyle deneyerek..) Sanki şu şekilde (dik şekilde park etmeyi gösterir.) iki manevrada çıkar, ama diğer türlü tek manevrada çıkabiliyor. Tabi bir de yol payı da artıyordu böyle park edince. Ama bütün arabaları bu şekilde park etmek güzel bir görünüm vermez. Hem de daha çok araba almaz bence.
Araştırmacı: Peki, hepsini aynı şekilde park etmek zorunda mısın?
Arda: Öyle bir zorunluluğum var mı?
Araştırmacı: Otopark planlayıcısı sensin. Buna sen karar verebilirsin.
Arda: Peki o zaman sizin önerinizi de dikkate alarak söyle denemek istiyorum. Bir yerde şöyle görmüştüm. (Resim 7'de gösterildiği gibi uç uca belirli bir açıyla arabaların burun buruna park ettiği ihtimali göstererek.) Sayısal olarak toplamda 23x3= 69 araba sığar gibi fakat; bu durumda da arabaların giriş çıkışı için yeteri kadar yol payı olmaz.

Resim 7. Arda'nın üçüncü tasarım denemesi

Arda: İki sıra bu şekilde bir sıra dik olarak park edebilir miyim?
Araştırmacı: Bir dene yol paylarını hesaba koyunca olabilir mi?
Arda: Evet 2 sıra bu şekilde bir sıra dik düşününce oluyor (Resim 8). Hem de çok güzel bir şekil ortaya çıkıyor. Sevdim ben bu tasarımı.

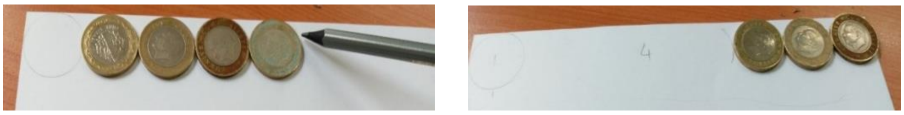
Resim 8. Arda'nın dördüncü tasarım denemesi ve matematiksel ifadesi

Araştırmacı: Peki bu ihtimalde toplamda kaç araba park ediyor?
Arda: (Resim 8'i göstererek) ilk satırda bütün arabaların dik park ettiğinde 16 araba sığıyordu. İkinci satırda 23, ve son satırda ana kapının burada olduğunu ve giriş çıkışların daha kolay olması için 22 araba sığsa, on altı artı 23 artı 22 yapar. Ve "(23+22) +16" şeklinde ifade eder. Toplamda 62 araba oldu. Çok iyi diğer ihtimallere göre.
Araştırmacı: Peki Arda niçin 23+22 işleminde niçin parantez kullandın?
Arda: Bu iki satırda aynı tasarımla park ettiğim için diğer satırdaki park şeklinden ayırmak istedim.

Yukarıda geçen diyalogda Arda'nın ilk ve ikinci denemedeki gibi benzer şekilde ilk önce somut malzemeleri kullanarak model of sürecini ve onun ardından bu yapıdan bağımsız olarak matematiksel sonuçlara ulaştığı (model for) görülmektedir. Fakat burada paranteze işlemden öte; bir tasarım anlamı yüklemektedir.

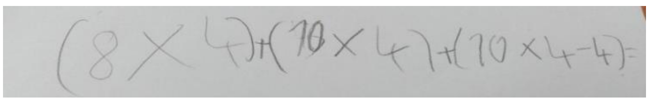
Model adaptasyon etkinliğinde öğrencinin çözüm aşamaları

Model oluşturma etkinliğinin uygulanılmasından dört ay sonra model adaptasyon etkinliği uygulanmıştır. Etkinliğe dört ay ara verilmesinin sebebi yapılan matematik etkinliğinin aradan zaman geçmesine rağmen o süreçte kullanılan matematiksel modelin model adaptasyon etkinliğinde de hatırlanıp, etkili örnek oluşturmasını sorgulamaktır. Bu etkinlikte de öğrenci problemi okuyup anladıktan sonra somut nesnelerle denemeye başlamıştır (Resim 9). Bu probleminde otopark probleminde olduğu gibi bütün satırları doldurmak yerine resim 9'da görüldüğü gibi daha pratik düşünerek toplu çizimler yapmıştır. Bir satırdaki sayıyı belirledikten sonra, diğer sütunlardaki sayıyı daha pratik bir şekilde belirlemiştir (Resim 10).



Resim 9. Arda'nın model adaptasyon etkinliğindeki çizimleri

Resim 10. Ardanın model adaptasyon etkinliğindeki çizimi



Resim 11. Ardanın model adaptasyon etkinliğindeki matematiksel ifadesi

Bu sürecin ardından yaptığı gruplamalara göre parantez sembolünü kullanmış ve toplamı hesaplamıştır (Resim 11). Öğrencinin bu etkinlikte model of sürecinden model for sürecine geçmesi daha kolay olmuştur. Bu neden ile öğrencinin model adaptasyon sürecinde sonuca ulaşması daha kısa sürede gerçekleşmiştir. Öğrencinin aradan uzun zaman geçmesine rağmen otopark problemini hatırlayarak bazı kavram ve terimlere vurgu yapmıştır. Araştırmacı ile öğrenci arasında diyalog şu şekilde geçmektedir:

Araştırmacı: Bize çözümünü açıklar mısın?
Arda: Tıpkı otopark etkinliğinde olduğu gibi bir satır ve bir sütundaki her çesit meyve ağacına göre sayıyı buldum. Sonra daha toplu gruplandırmalar yaparak bütün sayfaya göre sayıyı belirledim. Sonra bunu ifade etmek için toplam dikilen ceviz ağacını armut ağacını 8x4, nar ağacını 9x4 olarak düşündüm. Ama bunu 10x4-4 olarak ifade etsem daha kolay hesaplarım
Araştırmacı: Peki toplamı nasıl bir matematiksel ifade ile açıklarsın?
Arda: Bütün ağaç turlerini kendi içinde düşünürsem bu sayıların hepsini toplarım (Resim 11!i yazar).
Araştırmacı: Niye parantezi kullandın burada?
Arda: Çünkü öğretmenim de böyle durumlarda parantezi kullanabileceğimizi söylemişti. Daha doğrusu es geçti. Bunu daha sonra öğreneceksiniz dedi sebebini açıklamadı.

Diyalogda da görüldüğü gibi Arda tıpkı otopark probleminde olduğu gibi parantezi gruplama yaptığı durumda kullanmıştır. Fakat bunu açıkça ifade etmemiştir. Arda'nın "es geçti." ifadesine ve incelenen Arda'nın matematik dersi defterine göre sınıf öğretmeni bir problemi matematiksel ifade ile gösterirken, işlemde parantezi kullanabileceğini de sembolü göstererek ifade etmiş, fakat daha derin anlamda parantezin kullanımı ve anlamı hakkında bilgilendirme yapmamıştır. Matematik dersi defteri incelendiğinde; matematik dersinde toplama işleminde sayıların birbiriyle toplanma sırasının değişmesinin sonucu değiştirmemesine yönelik örnekler çözdüğü görülmektedir. Arda'nın ifadesine göre öğretmen bu örnekler arasında parantez işareti bulunan bir örnek göstermiştir; fakat parantez kullanımı üzerinde fazla durmamıştır, sadece sonucun aynı olduğuna vurgu yapmıştır.

Modelleme Sürecindeki Yaşantı Etkisi

Model oluşturma ve model adaptasyon etkinliklerinde Arda'nın belirli döngülerden geçerek matematiksel bilgiyi yapılandırdığı görülmektedir. Diyalogda evlerinin otoparkından yansıtmalar yaptığını Arda açıkça belirtmektedir. Etkinliğin en son bölümünde matematiksel dilin ve yapının kullanılması hakkında veri toplamak için Arda'ya denediği ihtimalleri ifade etmesi istenmiştir. Arda yatay ve dikey otopark şeklini ilk fırsatta denemiştir. Fakat araştırmacının önermesiyle en son denediği ihtimal ilk fırsatta aklına gelmemektedir. Bu onun çevresinde daha çok yatay ve dikey şekilde park edilme durumlarını görmesinden kaynaklanabilir. Arda ile araştırmacı arasında dikkat çekici bir başka diyalog şu şekilde geçmektedir:

Araştırmacı: Peki Arda bu park şeklini bana nasıl özetle ifade edebilirsin?
Arda: İlk durumda tüm arabalar yola dik şekilde park ettim. İkinci durumda tüm arabalar yola paralel olacak şekilde park ettim. Son durumda ise bir sıra yola dik bir şekilde iki sıra bu şekilde .
Araştırmacı: Bu şekilde derken? Onu hangi ölçme aletiyle ölçmek daha anlamlı? (Araştırmacı pergel, cetvel, iletki yi göstererek)
Arda: Hiç terettüt etmeden iletkiyi seçer ve Resim 12'deki şekilde nasıl kullanılacağını gösterir .

Resim 12. Öğrencinin iletkiyi kullanması

Araştırmacı: Bu aleti daha önce kullandın mı?
Arda: Evet annemin elinde görürdüm. Annem terzi.

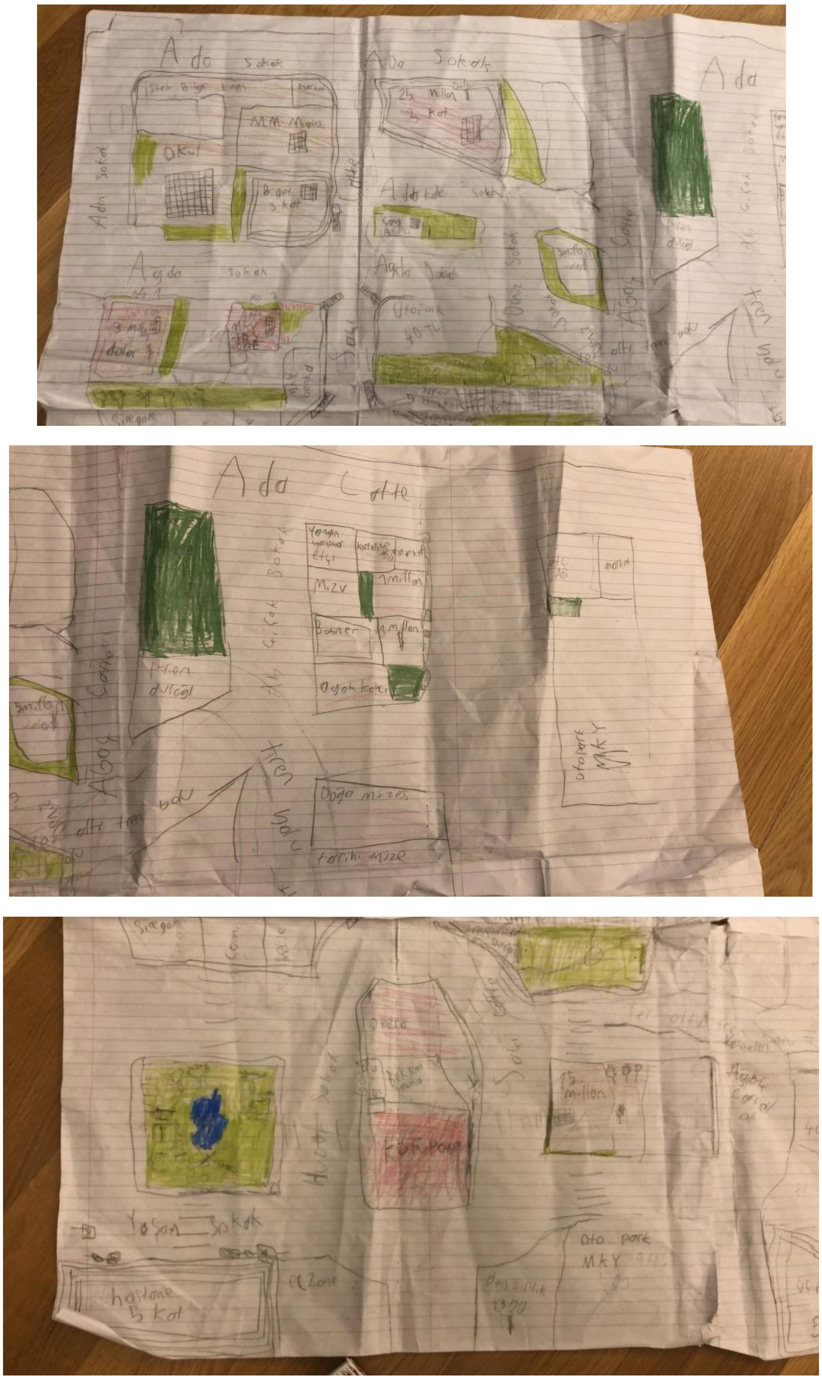
Bu ifade ölçme araçlarının kullanımı konusunda oldukça anlamlı bir veridir. "Standart açı ölçme araçları kullanarak ölçüsü verilen açıyı oluşturur." Kazanımı dördüncü sınıf kazanımıdır. Arda açı ölçmeye yarayan araçların (iletki, gönye vb.) yardımıyla açının, bir ışının başlangıç noktası etrafında döndürülmesi ile oluştuğunu kolaylıkla fark etmiştir. Ayrıca paralel dik gibi ifadeleri de bağlama uygun olarak kolaylıkla kullanabilmektedir. Acaba bunu nasıl sağlamaktadır? Bu konuda detaylı bilgi almak için Arda'nın annesiyle görüşme yapılmıştır. Görüşmede annesinin ifadesi şu şekildedir:

"Ben terziyim. Dikiş yapmayı gerçekten çok severim. Arda küçükken hep benim yanımdaydı. Ben iğne ile bir şey dikerken onun eline de bir iğne bir parça kumaş verdim. O da çok keyif alıyordu bu süreçten. Benden gördüğünü aynı şekilde yapmaya çalışıyordu."

Annesinin ifadesinden de anlaşılacağı gibi Arda'nın standart ya da standart ölçme araçlarını kullanarak kolaylıkla model geliştirebilmesi yaşantısının bir izidir. Daha önce, annesinden model alarak anlamlı bir şekilde yaptığı etkinlikler onda matematiksel düşüncenin oluşmasında katkı sağlamaktadır. Standart ve standart olmayan ölçüm araçlarını doğru bir şekilde kullanabilmek matematiksel akıl yürütmesi için bir strateji sağlamıştır. Ölçümlerin ardından oluşturduğu gruplamaların ardından parantez kullanımına ilişkin bir strateji oluşturmuştur. Ayrıca öğrencinin velisiyle yapılan görüşmelerde matematiksel oyunlar ürettiği ve bu oyunları ailesi ile paylaştığı anlaşılmaktadır. Veli ile araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Araştımacı: Arda boş zamanlarında neler yapar? Ne tür oyunlar oynar?
Veli: Küçüklüğünde bol bol legolarla oynardı. Şu aralar kuş bakışı görüntüler tasarlıyor ve oluşturuyor ve bunun üzerinde düşünüyor. Çizimler yapıyor mesala. Bize de sorular sorabiliyor bu süreçte.

Arda'nın annesine oynadığı bu oyunları takip etmesi ve örnekleri toplaması istenmiştir.



Resim 12. Arda'nın oluşturduğu krokilerden örnekler

Arda’nın annesiyle yapılan görüşmede veli “*kendi kurduğu bu oyunlarına aile bireylerine dahil ettiğini ve bu süreçten çok heyecan duyduğunu*” belirtmiştir. Arda’nın oluşturduğu krokilerde binaların aralarında otopark alanları bırakması dikkat çekicidir. Arda’nın algısal akıl yürütme becerisinin gelişmiş olması boş zamanlarını matematiksel oyunlarıyla değerlendirmesi ve bu sürece aile bireylerine de dahil ederek paylaşım sağlaması etkili olabilir.

Tartışma ve Sonuç

Bilişsel yaklaşım ile ilgili çalışmaları olan Duval (2006) matematikte semiyotik temsillerin çok önemli olduğunu belirtmiştir. Yaşam deneyimi bireylerin olgu ile amaçlı bir ilişkisi sonucunda oluşan bilinçlilik durumudur (Moustakasi, 1994). “Fenemolojiye göre yaşanılan amaçlı bir deneyim sonrasında bilinçlilik oluşur. Bilinçlilik deneyimin anlamlandırılmasıdır ve bu durum deneyimin özünü oluşturur (Moustakasi; 1994, s. 57)”. Arabanın otoparka park edilmesi, her çocuğun günlük hayatta içinde bulunduğu durumlardan biridir. Çocukların yaşam deneyimleri bir araç olarak kullanıldığında, bu bağlamlar matematiksel yapı içinde sembollere ve modellere nasıl dönüşür? Bu çalışmada Arda adlı öğrencinin matematiksel modelleme problemi içinde parantez kullanımını anlamlandırma süreci ele alınmıştır. Bu süreci Şekil 1 deki şema ile özetleyebiliriz:

Şekil 1: Modelleme sürecinin fenomenolojik özeti

Fenemon

Katılımcı: Arda

Matematiksel sembol kullanmayı anlamlandırma
Spesifik örnek: Parantez kullanımı
Ne deneyimledi?: Somut malzemelerle matematiksel düşünmeyi
Nasıl deneyimledi?
Matematiksel modelleme etkinliğinde gruplandırmayı deneyimledi.

Matematiksel modelleme problemi öğrenciye verildi. Öğrenci somut malzemelerle problemi anlamaya çalıştı. Ardından gruplandırmalar yaptı. Grupları parantezle temsil edecek şekilde belirtti. Matematiksel ifadeler ve sonuçlar oluşturdu. Bu döngüyü üç farklı tasarım denemesinde de benzer şekilde kullandı. Model adaptasyon etkinliğinde de benzer model oluşturdu.

Matematiksel sembollerden biri olan parantezin kullanımı konusunda bilinç oluştu.

Yukarıda oluşturulan şemada matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulama sürecinde ortaya çıkan modelleme yaklaşımında da belirtildiği gibi "model of" ve "model for" olmak üzere iki süreç önemlidir. Model of olarak nitelendirilen aşamada öğrenci somut malzemeler yoluyla mevcut bağlam içindeki gerçekliği anlamlandırmaya çalışmıştır. Öğrenci problem içindeki matematiksel ilişkileri keşfetmeye başlamasıyla bağlamdan bağımsız daha genel matematiksel ilişkilerden bahsetmektedir. Bu aşamada modeller ve semboller matematiksel düşünme için bir araç haline gelmektedir. Bu süreç '*model for*' olarak isimlendirilir (Grameijer, 1994). Bulgular kısmında geçen diyalogdan Arda'nın problem içindeki matematiksel ilişkileri keşfetmeye başlamasıyla bağlamdan bağımsız daha genel matematiksel ilişkilerden bahsetmeye başladığını görmekteyiz. Arda'nın model oluşturma etkinliğindeki birinci, ikinci ve üçüncü tasarımında ve model adaptasyon etkinliğinde somut malzemeleri kullanarak matematiksel ilişkiler elde etmesi, sonucu en kısa ve en pratik olacak şekilde ifade edebilmesi dikkat çekicidir. Arda standart ve standart olmayan ölçme birimleriyle yaptığı ölçümler sonrasında oluşturduğu gruplamaları parantez kullanımının gerekçesi olarak kullanmış ve ifade etmiştir.

Model oluşturma ve model adaptasyon etkinliklerinde Arda doğal sayılarda işlem yaparken parantezli ifadeler oluşturabilmiş, burada parantezin anlamını hakkında problem bağlamıyla ilişkili olarak fikir yürütebilmiş ve parantezli ifadelerin sonucunu doğru bir şekilde hesaplayabilmiştir. Oysa Arda henüz üçüncü sınıf öğrencisidir. Parantezli işlemler ise 5. sınıf kazanımlarında yer almaktadır. Buna ek olarak Arda çözümlerde matematiksel doğruyu bulmanın yanı sıra, görsel tasarımlarda estetik bir görünümü de önemsemektedir. Burada Arda'nın geldiği sosyokültürel yapı anlam kazanmaktadır. Arda'nın model oluşturma ve model adaptasyon etkinliklerindeki performansında standart ve standart olmayan ölçme birimlerinin kullanımı konusunda oldukça başarılı olduğu anlaşılmaktadır. Küçük yaştan itibaren annesinin dikiş dikerken ölçümler yaptığını görmesi ve bunu kendisinin de oyunlaştırması matematiksel düşüncesini geliştirmiş olabilir. Başka bir ifadeyle, Arda'nın standart ya da standart olmayan ölçme araçlarını kullanarak kolaylıkla model geliştirebilmesi yaşantısının bir izidir. Daha önce, annesinden model alarak anlamlı bir şekilde yaptığı etkinlikler onda matematiksel düşüncenin oluşmasında katkı sağlamıştır. Uygulanan model oluşturma ve model adaptasyon etkinliğinde öğrenci görsel algılama becerisini kullanarak pratik tasarımlar ve çizimler yapmıştır. Bunun ardından zihninde gruplandırmalar yaparak bunu matematiksel sembollerden parantez kullanarak ifade etmiştir. Boş zamanlarında yaptığı kroki çizimleri ve bu doğrultuda oluşturduğu oyunlar da onun matematiksel gelişimi konusunda katkı sağlamış olabilir.

Modelleme problemleri doğası gereği, öğrencilerin karmaşık gerçek yaşam problem durumunu yorumlarken; varsayımlarda bulunarak, birden fazla matematiksel fikir üretmelerini, bu fikirlerini açıklamalarını, sorgulamalarını, savunmalarını, test etmelerini ve gözden geçirmelerini gerektirir (Lesh & Doerr, 2003). Bu çalışmada katılımcı model oluşturma etkinliğinde ve model adaptasyon etkinliğinde 'model of' ve 'model for' döngülerinden geçtiği görülmektedir. Biccard ve Wessels (2017) belirttiği gibi ilkokul çağlarındaki öğrenciler gerçekçi matematik eğitimi etkinlikleri ile daha karmaşık kavramları daha anlamlı bir şekilde inşa edebilmektedir. De Lange'ın (1994) da belirttiği gibi öğrencinin modelleme süresince uyguladığı gibi farklı stratejiler ve durumları düşünerek farklı sonuçlarında bulunabileceği derin ve esnek bir düşünme şekli geliştirmesi öğrenciler için ileriki hayatında çok faydalı olacaktır. Bu çalışmada derin ve esnek düşünme sisteminin öğrencinin geçmişten beraberinde getirdiği uygulamalardan, bakış açılarından ve yaşantısından etkilendiği görülmektedir. Diyaloglarda katılımcının günlük hayatından, boş zamanında oynadığı oyunlardan yansıtmalar yaptığı görülmektedir. Bu bağlamda işlem önceliği kuralı için Uça'nın (2010) belirttiği bellek destekleyici ipuçlarının aksine; gerçekçi problem bağlamlarının modellene bilenebileceği ortamların öğrencilere sunulması öğrenciler için daha anlamlı olacaktır. Bu çalışma Öçal ve diğerlerinin (2018) öğrencilerin problem kurmada matematiksel işlem ve sembollerin günlük hayata aktarımındaki eksikliklerini gidermek açısından bir örnek sunmaktadır.

Bu çalışmanın bulgularının, bir öğrencinin matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması ile oluşturulması araştırmanın sınırlılığı olarak görülebilir. Fakat araştırmada uzun bir sürede çoklu verilerle yapılandırılmaktadır. Bir öğrenci ile dört ay aralıkla uygulanan model oluşturma ve model adaptasyon etkinliklerinden alınan veriler, sürecin ardından öğrenci ve velisiyle yapılan görüşme, öğrencinin matematik dersleri notlarının incelenmesiyle oluşmaktadır. Çalışma modelleme probleminin küçük yaş gruplarına uygulanabilirliği açısından da öğretmenlere öğretmen adaylarına ve alan araştırmacılara ışık tutacaktır. Küçük yaş gruplarıyla farklı matematiksel modelleme etkinliklerinin sosyokültürel anlamda incelendiği uzun süreli araştırmalara daha fazla ihtiyaç duyulmaktadır. Bu kapsamda, matematiksel modelleme etkinliklerinin sosyokültürel anlamda boylamsal olarak incelenen çalışmaların çeşitlendirilmesi tavsiye edilmektedir.

Kaynaklar

Biccard, P., & Wessels, D. (2017). Developing mathematisation practices in primary mathematics teaching through didactisation-based teacher development. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 21*(1), 61-73,

Dewey, J. (1938). *Deneyim ve eğitim* (Çev. S. Akıllı) Ankara: ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık ve İletişim A.Ş.

Doerr, H., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal of Research in Mathematics Education, 34*(2), 110-136.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları.* Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.

Gunnarsson, R., Sönnerhed, W. W., & Hernell, B. (2016). Does it help to use mathematically superfluous brackets when teaching the rules for the order of operations?. *Educational Studies in Mathematics*, 92, 91–105.

Günay, D. (2008). Görsel okuryazarlık ve imgenin anlamlandırılması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Güzel Sanatlar Fakültesi Dergisi, 1*(1), 1-29.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In.* J. Hiebert (Ed.), Conceptual and Procedural Knowledge: The case of mathematics. Hillsdale, N. Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Kertil, M., Çetinkaya B., Erbaş A. K., Çakıroğlu E.,(2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme.* E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), Matematik eğitiminde teoriler içinde (ss. 539–563), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Lange, J. de (1994). *Assessment: No change without problems.* In: T.A. Romberg (Ed) Reform in School Mathematics and Authentic Assessment. SUNY Press, Albany NY, pp 87-172.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). *Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving.* In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching (pp. 3 - 33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). *Problem solving and modeling*. In F. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teac hing and learning (pp. 763–804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *İlköğretim matematik dersi programı*. Ankara: MEB.

Moustakas, C. (1994). *Phenomenological research methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Öçal, M. F., İpek, A. S., Özdemir, E. & Kar, T. (2018). Ortaokul öğrencilerinin aritmetiksel ifadelere yönelik problem kurma becerilerinin işlem önceliği bağlamında incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9* (2), 170-191.

Selvi, K. (2008). *Phenomenological Approach in Education*. In: A.T. Tymieniecka (Ed) Education in human creative existential planning. Analecta Husserliana (The Yearbook Of Phenomenological Research), vol 95. Springer, Dordrecht.

Swetz, F., & Hartzer, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises.* Reston, VA: NCTM.

Tural-Sönmez, M. (2017). Matematiksel modelleme problemlerinin yapılandırılması üzerine tasarım tabanlı inceleme: finansal içerik örneği. *Journal of Computer and Education Research, 5* (10), 218-240. DOI: 10.18009/jcer.307314

Türker-Biber, B., & Yetkin-Özdemir, İ. E. (2015). Matematik öğretiminde matematiksel modelleme yaklaşımı. *Cito Eğitim: Kuram ve Uygulama*, 27, 45-56.

Uça, S. (2010). *Matematik öğretiminde işlem sırasının kavratılmasında yeni bir yaklaşım: Mnemoni* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.