

## Concept Images for Rational Number and Fraction of the Students at the Elementary Mathematics Education Department

**Esra MACİT**

Inonu University, Malatya-TURKEY

**Sema NACAR**

Inonu University, Malatya-TURKEY

### Article History

Submitted: 31.03.2019

Accepted: 18.04.2019

Published Online: 29.04.2019

### Keywords

Rational Number  
Fraction  
Concept Image



DOI: 10.29129/inujgse.547277

### Abstract

**Purpose:** In this study, it is aimed to determine the concept images related to the concepts of “rational number and fraction” of the students students at the Elementary Mathematics Education Department based on the Concept Image Theory.

**Design & Methodology:** This study was designed in accordance with a qualitative research method. The study group of the study consisted of 110 students attending an University of Elementary Mathematics Education Department in the 2014-2015 academic year. “Rational Number and Fraction Concept Image Questionnaire” developed by the researcher was used to collect the data. In the analysis of the obtained data, content analysis was used in accordance with the research design.

**Findings:** As a result of the questionnaire applied to the students, it was seen that they mostly have a part-whole image on the concept of fraction, and mostly the ratio image on the concept of rational number. The difference between the rational number and the fraction concept is that the concept of fraction cannot be negative but the concept of rational number can be negative.

**Implications & Suggestions:** At the end of the study, it is concluded that the rational number and fraction concept images of the students are not clear enough. The proposal can be examined in less detail by interviewing fewer students. The results can be compared with different departments or students of different faculties.

## İlköğretim Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Rasyonel Sayı ve Kesir Kavram İmajları

**Esra MACİT**

İnönü Üniversitesi, Malatya-TÜRKİYE

**Sema NACAR**

İnönü Üniversitesi, Malatya-TÜRKİYE

### Makale Geçmişi

Geliş: 31.03.2019  
Kabul: 18.04.2019  
Online Yayın: 29.04.2019

### Anahtar Sözcükler

Rasyonel Sayı  
Kesir  
Kavram İmajı



DOI: 10.29129/inujse.547277

### Öz

**Amaç:** Bu çalışmada kavram imajı teorisi temel alınarak ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin “rasyonel sayı ve kesir” kavramlarına ilişkin kavram imajlarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

**Yöntem:** Bu çalışma nitel bir araştırma yöntemine uygun olarak tasarlanmıştır. Araştırmanın çalışma grubu, 2014-2015 eğitim öğretim yılında Doğu Anadolu’da bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan 110 öğrenciden oluşmaktadır. Verilerin toplanması amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen “Rasyonel Sayı ve Kesir Kavram İmajı Anketi” kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizinde araştırma desenine uygun olarak içerik analizi kullanılmıştır.

**Bulgular:** Öğrencilere uygulanan anket neticesinde, kesir kavramı konusunda çoğunlukla parça-bütün imajına, rasyonel sayı kavramı için çoğunlukla oran imajına sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin rasyonel sayı ile kesir kavramı arasındaki fark imajı da kesir kavramının negatif olamayacağı ama rasyonel sayı kavramının negatif olabileceği şeklindedir.

**Sonuçlar ve Öneriler:** Çalışma sonunda öğrencilerin rasyonel sayı ve kesir kavram imajlarının yeterince net olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Öneri olarak daha az öğrenciyle görüşme yaparak daha ayrıntılı olarak incelenebilir. Sonuçlar farklı bölüm ya da farklı fakülte öğrencileriyle karşılaştırılabilir.

## GİRİŞ

Bilimin gelişmesinde teorilerin oldukça önemli bir rolü olduğu yadsınamaz bir gerçektir. 19. yüzyıldan itibaren ise sadece fen bilimleri değil artık sosyal bilimler de gelişmeye başlamıştır. Sosyal bilimler gelişirken ortaya atılan teoriler sayesinde yeni kuramlar ve felsefeler ortaya çıkmıştır. Eğitim bilimleri de bu gelişmelerden etkilenmiş ve bilim insanları “nasıl daha iyi öğretiriz?” sorusuna cevap ararken yeni eğitim teorileri ortaya çıkmıştır. Eğitim bilimlerinin gelişmesiyle birlikte matematik, fen bilimleri, tarih, müzik gibi farklı disiplinlerin nasıl öğretileceği üzerine alan eğitimcileri çalışmalar yapmıştır ve birçok teori ortaya konularak ilerleme sağlanmaya çalışılmıştır. Matematik eğitimi araştırmacıları matematikte öğretimin nasıl yapılacağı üzerine çalışmışlardır. Yapılan çalışmalar neticesinde birçok matematik eğitimi teorisi ortaya çıkmıştır. Bunlardan bazıları Vinner ve Tall (1981)’un Kavram İmajı ve Kavram Tanımı, Fischbein ve Nachlieli (1998)’nin Şekilsel Kavram, Duval (1998)’in Geometrik Muhakemede Bilişsel Model, Van Hiele (1986)’nin Geometri Düşünme/Anlama Düzeyleri, Lesh ve Doerr (2003)’in Model ve Modelleme Perspektifi, Harel (2008)’in DNR Tabanlı Öğretim Teorileridir. Matematik öğretiminin nasıl yapılacağı ile ilgili yapılan olan çalışmalardan bu teorilerden bazıları oldukça dikkat çekmiştir.

Matematik eğitim teorilerinden kavram imajı ve kavram tanımı teorisi son yıllarda birçok araştırmada ele alınmakta ve önemsenmektedir (Akkoç, 2008; Nordlander ve Nordlander, 2012; Erşen ve Karakuş, 2013). Bu teori Tall ve Vinner tarafından 1981 yılında yayınlanan makale çalışmasıyla teorik çerçevesi şekillenmiştir. Çalışmada kavram tanımı ve kavram imajı ifadelerine ve birbirleriyle olan ilişkilerine açıklık getirilmiştir. Daha sonra Vinner 1983 yılında yaptığı makale çalışmasında teoriyi geliştirmiştir. Makalede yazar iki soruya cevap aramıştır. Birincisi, “öğrencilerin kavram tanımları kitabi tanımlara ne ölçüde uymaktadır?”, ikincisi “öğrencilerin kendi tanımlarıyla kitabi tanımlarının örtüştüğü durumlarda, kavram tanımları ve kavram imajları birbirlerine ne ölçüde benzemektedir?” Bu sorulara bulunduğu cevaplarla teorinin yapısal çerçevesini sağlamlaştırmıştır.

Tall ve Vinner, (1981)’a göre bir kavramın zihinsel görüntüsünden bahsedildiğinde, bir kişinin o kavramla bağlantılı olarak zihninde beliren tüm görüntülerden bahsedilmiş olur. Bu görüntüler semboller ve grafikler gibi kavramın bütün görsel temsillerini kapsayabilir. Herhangi bir kişinin kavrama ilişkin zihninde beliren bu zihinsel görüntüler ve düşünceler ele alındığında, temel alınan kişinin kavram imajı ele alınmış olunur. Kavram imajı bireylere bağlı bir oluşumdur. Her birey doğru, yanlış ya da eksik kendi yaşantısına, kendi düşünce stiline dayanan kendine has kavram imajlarına sahiptir. Tall ve Vinner, (1981) kavram tanımını, ise “kavramı açıklamak için kullanılan ve kelimelerden oluşan bir form yapı olarak ifade etmektedir. Vinner 1983’de ki çalışmasında ise kavram tanımını kapalı bir döngü olmadan tam olarak açıklayan sözel bir ifade olarak ele almaktadır. Tanım olarak ele alınan ifadeler informal olarak yapılabilsen de genel olarak formal olarak yapılmakta ve üzerinde ortak bir fikir birliği bulunmaktadır.

Vinner(1983) kavramın zihinde, kavram tanımı ve kavram imajı olmak üzere iki hücreden oluştuğunu söyler. Bu iki hücre arasında bir etkileşim olması muhtemeldir. Zihnimize bazı kavramlara ait kavram imajlarımızın yanında kavram tanımları da mevcuttur ancak bazıları ise kavram tanımları yoktur. Bu kavramlar muhtemelen çocukluk yıllarında edinilmiş net kavram imajlarına sahip olduğumuz ve tanımına ihtiyaç duymadığımız kavramlardır. Örnek olarak “aile” kavramı birçok şekilde tanımlanabilir ancak özellikle herkes tarafından kabul edilen bir tanıma ihtiyaç duyulmaz ve herkes için farklı şeyler ifade edebilir. Bazı kavramlar ise ona ait herhangi bir tanışıklığa, zihinsel bir imaja sahip olunmadığı ve soyut olduğu için belirli bir tanıma ihtiyaç duyarlar. Ayrıca bize öğretilen bu kavramların tanımları alışık olmadığımız, formal ve genel bir sisteme aittir (Tall ve Vinner, 1981).

Vinner (1983) kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki ilişkiyi iki farklı durumla açıklamaktadır:

Birinci durum: Bir öğrencinin bir kavramla tanışıp kendine ait bir zihinsel imaj oluşturduğunu ve sonrasında öğretmenin bu kavrama ilişkin tanımını verdiğini düşünelim. Bundan sonrası üç şekilde gerçekleşebilir. Birincisi, öğrenci bu tanımı da içine alacak şekilde daha önce sahip olduğu kavram imajını değiştirebilir. İkincisi, kavram imajı aynı şekilde kalır, öğretmenin verdiği tanım unutulana ya da kavram imajına benzeyecek şekilde çarpıtılana kadar tanım hücrelerinde yer alabilir ve öğrenciye bu kavramın tanımlanması istenildiğinde kendi kavram imajını temsil eden bir tanım yapar. Üçüncüsü, iki hücre de olduğu gibi kalır, öğrenci kendisine sorulduğunda kavram tanımını öğretmenin verdiği şekilde söyler ama diğer durumlarda kavram imajını kullanır.

İkinci durum: Bir öğrencinin bir kavramla herhangi bir tanışıklığının olmadığını ve kavram imajı hücrelerinin boş olduğunu düşünelim. İlk olarak kavram tanımıyla karşılaşır. Kavram tanımıyla etkileşime geçerek yapılan açıklamalar ve örneklerle birlikte kavram imajı hücreleri dolmaya başlar. Kavram imajı ve kavram tanımı arasında tek yönlü bir etkileşim yoktur. İmaj geliştikçe tanımdan da yeni çıktılar elde edilmeye başlanır. Bilişsel bir etkinlik sürecinde kavram imajı ve tanımının etkileşiminin ve kullanımının üç şekilde olduğu düşünülür. Birincisinde öğrenci etkinlik sürecinde bir durumla karşılaştığında kavram imajı ile de etkileşim halinde olsa da kavram tanımı odaklı bir çıkarımda bulunur. İkincisinde kavram imajı tamamen pasiftir ve sadece tanım odaklı bir çıkarımda bulunur. Üçüncüsünde ise kavram tanımıyla da etkileşimde olarak kavram imajı odaklı bir çıkarımda bulunur. Ancak Vinner matematiksel tanımların bilişsel etkinlikler süresince kullanılmasının gerekli olmadığını belirtmektedir. Ayrıca bu üç süreçten farklı olarak en çok karşılaşılan sürecin, kavram tanımının pasif olduğu ve tamamen kavram imajına dayalı çıkarımların yapıldığı durum olduğunu belirtmiştir. Bu açıklama ele alındığında Vinner (1983)'in kavram imajını, kavram öğrenimi hususunda kavram tanımından çok daha etkili bir noktaya yerleştirdiği görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel işlemlerde ve matematiksel çıkarımlarında özellikle kavram imajlarını kullandıklarını vurgulamaktadır.

Kesir ve rasyonel sayı kavramları ilköğretimden ortaöğretime müfredatta yer alan önemli konulardandır. Kesir konusu 1. sınıftan 6. sınıfa kadar sayılar ve işlemler öğrenme alanının alt öğrenme alanı olarak karşımıza çıkmaktayken, rasyonel sayılar konusuna ise 7 ve 8. sınıflarda sayılar ve işlemler öğrenme alanının alt öğrenme alanı, ortaöğretimde ise sayılar ve cebir öğrenme alanının alt öğrenme alanı olarak müfredatta yer almaktadır (MEB, 2017).

Kesirler öğrenciler için kritik önem sahiptir çünkü farklı uzmanlık alanlarında hesaplamalarda kullanılan temel bir kavramdır (Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Kesir kavramı ilköğretim ve lise düzeyinde cebir, kesir hesaplaması, ondalıklar ve yüzdeler, oran ve orantı gibi birçok konu ile bağlantılı olduğu gibi üniversite düzeyinde ileri analiz, analitik geometri gibi birçok derste kullanılan temel bilgilerden biridir. Aynı zamanda meslek hayatında ve günlük hayatta ölçme ve hesaplamalarda oldukça sık başvurulan bir kavramdır. Kesir, okul hayatında ve günlük hayatta bu kadar çok karşılaşılan bir kavram olunca, öğrenciler için kesir kavramını anlamak oldukça önemli hale gelmektedir. Kesir kavramını anlamak, kesirlerin temsil ettiği mümkün olan bütün kavramları anlamak demektir (Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Literatürde ve müfredatta genellikle kesirlerin parça-bütün ilişkisi üzerinde durulur ve kesrin, bir bütün ile onun bir parçası arasındaki ilişkiyi belirten bir ifade olduğu söylenir (Altun, 2014). Fakat bazı araştırmacılar, öğrencilerin kesir kavramını daha iyi anlayabilmeleri için, kesirlerin diğer anlamlarına daha fazla vurgu yapılması gerektiğini belirtmiştir (Clarke, Roche ve Mitchell, 2008; Siebert ve Gaskin, 2006). NCTM (2000) 'e göre özellikle 3. ve 5. sınıf öğrenciler için kesir kavramının tüm anlamlarını desteklemek önemlidir.

Lamon (2007) kesir kavramının beş farklı anlama sahip olabileceğini ifade etmiştir. Bu anlamlar; parça-bütün, ölçme, bölme, işlemci ve oran olarak ifade edilmiştir. Parça-bütün anlamı, bir bütünü fiziki ya da zihinden parçalara ayırma olarak düşünülür (Sowder, 1995). Lamon (2007)'a göre ölçü anlamı, kesrin ne kadar büyük olduğunu gösteren bir sayı olarak da algılanabilir. Bölme anlamı, a sayısının b sayısına bölünüp elde edilen değer olarak düşünülür (Kieren, 1993). Kesrin işlemci anlamında, bir doğal sayıya uygulanan çarpımsal işlem olarak düşünülür (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1993). Kesrin oran anlamı ise miktarlar arasındaki ilişkiyi belirtir (Lamon, 2007).

Bir kesir veya bir tam sayının bir tam sayıya oranı olarak temsil edilebilen tüm sayıların kümesine rasyonel sayılar kümesi denir (Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Tam sayılar ve doğal sayılar aynı zaman da rasyonel sayılardır. Rasyonel sayı kavramının tanımı literatürde (Başkan, Bizim ve Cangül, 2006) şu şekilde verilir:

$$Q = \{ x: x = \frac{a}{b}, a \text{ ve } b \text{ tam sayı, } b \neq 0, a \text{ ve } b \text{ aralarında asal} \}$$

Bazı kaynaklarda a ve b aralarında asal ifadesi yer almamaktadır.

Rasyonel sayı kavramı ve kesir kavramı arasındaki ilişkiye dair çeşitli görüşler mevcuttur. Bu görüşler rasyonel sayıların mı kesirlerin mi daha kapsamlı olduğu, kesirlerin negatif olup olamayacağı hususlarında karşıtlık göstermektedir. Niven (1961)'e göre her kesir rasyonel bir sayı değildir ve ilk bakışta bir kesrin aynı zamanda bir rasyonel sayı olup olmadığı ilk bakışta anlaşılabilir. Ama bir kesrin rasyonel bir sayı olup olmadığı çeşitli aritmetik işlemlerle (sadeleştirme gibi) gösterilebilir. Örnek olarak  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  ifadesinde a ve b sayıları birer tam sayı değildir ancak sadeleştirme yapıldığında  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  ifadesinin 2 sayısına eşit olduğu ve rasyonel bir sayı olduğu görülür. Niven (1961)'e göre denk olduğu 2 sayısı rasyonel olduğu için  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  sayısı da rasyoneldir. Kieren (1963) de benzer şekilde rasyonel sayıların kesirlerin denklik sınıfı olduğunu ve bu nedenle kesirlerin de rasyonel sayı olduğunu belirtmiştir. Ancak rasyonel sayıları kesirlerin en sade şekli olarak ifade eden Çelik (2013)'e göre ise  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  bir rasyonel sayı değildir. Ona göre 2 ye denk birçok kesir yazılabilir bu kesirlerin her biri aynı rasyonel sayıya denk olsa da bu kesirlerden sadece 2 bir rasyonel sayıdır. Çelik (2013) ve Niven (1961)'in sahip oldukları ortak görüşler ise kesirlerin negatif değerler alabilmesi ve her kesrin rasyonel sayı olmayacağı görüşleridir. Lamon (2007) ise Niven (1961)'den farklı olarak her kesrin bir rasyonel sayı olduğunu ancak her rasyonel sayının bir kesir olamayabileceğini söylemiştir. Bunun nedenini rasyonel sayıların kesirlere ait olarak atfedilen  $\frac{a}{b}$  yapısından farklı olarak gösterilebileceğine bağlamıştır. Bu gösterimler ondalık ve yüzde görünümüdür. Ayrıca rasyonel sayıların negatif değerler alabilirken, kesirlerin alamayacağını belirtmiştir.

### **Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Kesirler ve kesir hesaplamaları öğrenciler için oldukça karmaşık bir konudur (Charalambous, Pantazi, 2005). Öğrencilerin kesirler konusunda kavram yanılgılarına düştükleri de görülmektedir (Pesen, 2008; Küçük ve Demir, 2009; Karaağaç ve Köse, 2015). Keza rasyonel sayı kavramının da yeterince öğrenilmediğini gösteren çalışmalar mevcuttur (Birgin ve Gürbüz, 2009; Temel ve Eroğlu, 2014). Ancak kesir ve rasyonel sayı kavramlarının öğrencilerin zihinlerinde nasıl şekillendiğini araştıran çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Özellikle bu iki kavramı birlikte ele alan çok az sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Ayrıca öğrencilere kesirleri ve rasyonel sayıları anlatacak olan öğretmenlerin de bu kavramları anlamada ve öğretmede zorluk yaşadıkları görülmüştür (Lamon, 2007). Öğrencilerin kesirler ve rasyonel sayılar konusundaki eksik anlamalarının öğretmenlerin kesir bilgisiyle alakalı olabileceği ileri sürüldüğünden

öğretmen eğitimi bu problemin çözümü için kilit role sahiptir (Van-Steenbrugge, Lesage, Valcke, Desoete, 2014). Bu nedenle öğretmen adaylarının kesirler ve rasyonel sayılarla ilgili kavram imajlarının incelenmesinin hem alanyazına hem de matematik eğitimine olumlu yönde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## YÖNTEM

### Desen

Bu çalışma nitel araştırma yöntemine uygun olarak tasarlanmıştır. Nitel araştırmalar, görüşme, gözlem, doküman analizi gibi veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, olayların ve algıların kendi ortamlarında bütüncül ve gerçekçi şekilde ortaya konması amacıyla nitel süreçlerin izlendiği çalışmalardır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

### Katılımcılar

Araştırmanın çalışma grubu, 2014-2015 eğitim öğretim yılında Doğu Anadolu'da bir üniversitenin ilköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan 110 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışma grubunun seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitleme kullanılmıştır. Bunun sebebi araştırmaya katılanların belirli bazı değişkenlere göre maksimum çeşitlilik göstermesinin ve daha zengin bulgulara ulaşılması açısından uygun görülmesidir (Yıldırım ve Şimşek). Öğrencilerin cinsiyet ve sınıf düzeyine ilişkin dağılımı Tablo.1 de sunulmuştur.

Tablo 1

#### Çalışma Grubu

Sınıf Düzeyi	Kişi Sayısı		Toplam
	Kız	Erkek	
1.Sınıf	15	5	20
2.Sınıf	24	4	28
3.Sınıf	35	9	44
4.Sınıf	13	5	18
Toplam	87	23	110

### Veri Toplama Araçları

Verilerin toplanması amacıyla alanyazın taranarak araştırmacılar tarafından geliştirilen ve uzman görüşlerinin de alındığı, açık uçlu sorulardan oluşan bir anket uygulanmıştır. Anketteki ilk üç soru "Sizce kesir nedir? Tanımlayıp, açıkla mısınız?", "Sizce rasyonel sayı nedir? Tanımlayıp, açıkla mısınız?" ve "Sizce kesir ve rasyonel sayı arasında nasıl bir fark vardır? Açıkla mısınız?" şeklinde verilmiştir. 4. soru da ise 9 adet matematiksel ifade verilmiş ve öğrencilerden bu ifadelerin rasyonel sayı mı ya da kesir mi olduklarına karar vermeleri istenmiştir.

### Verilerin Analizi

Elde edilen verilerin analizinde araştırma desenine uygun olarak içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde benzer veriler belirli kod ve temalar çerçevesinde bir araya getirilir ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008:227). Kodlama iki araştırmacı tarafından yapılmış; kodlayıcılar arası tutarlılığa bakılmıştır.

Kodlayıcılar arası uyuşma oranını belirlemek için [Güvenirlilik = Uyuşma / (uyuşma + anlaşmazlık) x 100] formülü kullanılmış ve kodlayıcılar arası uyuşma oranı %90 olarak hesaplanmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Bu sonuçlar çalışmanın güvenilirliğinin yüksek olduğunu göstermektedir. Temalar tablolar yardımıyla frekans verilerek sunulmuştur.

## BULGULAR

Elde edilen bulgular anketin her bir sorusu için ayrı ayrı başlıklar altında tablolar yardımıyla sunulmuştur.

### *“Sizce Rasyonel Sayı Nedir? Tanımlayıp Açıklar Mısınız?” Sorusuna İlişkin Bulgular*

Bu sorudan elde edilen ve tablo 2’ de verilen temalara baktığımızda, alanyazında geçen parça-bütün, oran ve bölüm yorumlarına rastlandığı ancak işlem ve ölçü yorumuna rastlanmadığı görülmüştür. Diğer temalardan tam kitabi tanım ve eksik kitabi tanım temaları giriş bölümünde rasyonel sayı kavramı için verilen formal tanımı eksik ya da tam olarak kapsamaktadır. Basit ifade teması ise “pay, payda ve kesir çizgisinden oluşan yapı” şeklindeki açıklamaları kapsamaktadır.

Tablo 2

*“Sizce Kesir Nedir? Tanımlayıp Açıklar Mısınız?” Sorusuna İlişkin Temalar*

Temalar	1.Sınıf	2.Sınıf	3.Sınıf	4.Sınıf	Toplam
Parça - Bütün	5	9	17	10	41
Basit ifade	5	11	6	3	25
Oran	6	1	7	2	16
Bölüm	3	5	6	0	14
Tam Kitabi tanım	0	1	7	2	10
Eksik kitabi tanım	1	0	1	1	3
Ondalık sayı	0	1	0	0	1

Tablo 2 incelendiğinde araştırmaya katılan 18, 1. sınıf öğrencisinden 6’sı kesri oran olarak tanımlamaktayken, 5’er kişi parça-bütün ve basit ifade olarak tanımlamaktadır. Bunun yanında 1. sınıflardan 3 kişi bölüm yorumunu kullanırken, 1 kişi kitabi tanımı eksik bir şekilde yapmıştır. 1. sınıf öğrencilerinden hiçbiri “kesir nedir?” sorusuna tam kitabi tanımla cevap vermemiştir. 28, 2. sınıf öğrencisinden 11 tanesi kesri basit ifade olarak tanımlarken, 9 tanesi parça-bütün imajı altında tanımlamıştır. 2. sınıf öğrencilerinden 5 tanesi kesri bölüm olarak tanımlarken, 1’er öğrenci kesri oran ve ondalık olarak tanımlamış, 1 tanesi kesrin tam kitabi tanımını vermiştir. Ondalık sayı ifadesi diğer sınıfların hiçbirinde verilmemiştir. 2. sınıf öğrencilerinden eksik şekilde kitabi tanım veren öğrenci yoktur. 3. sınıflardan araştırmaya katılan 44 öğrenciden 17’si kesri parça-bütün olarak tanımlarken, kesri oran olarak tanımlayan ve kesir tanımı için tam kitabi tanımı veren 7’şer öğrenci vardır. Araştırmaya katılan 3. sınıflardan kesri basit ifade ve bölüm olarak tanımlayan öğrenci sayısı eşit ve 6’şar kişi olmuştur, aynı zamanda 1 kişi tam kitabi tanım verirken eksik kitabi tanım yapmıştır. 4. sınıflardan araştırmaya katılan 18 kişiden 10 kişi kesri parça-bütün olarak, 3 kişi basit ifade olarak, 2’şer kişi oran ve tam kitabi tanım olarak değerlendirirken, 1 kişi eksik kitabi tanım vermiştir. Ayrıca 4. sınıflardan kimse bölüm olarak tanımlamamıştır. Araştırmaya katılan 110 öğrenciden 41 tanesi kesri parça-bütün olarak, 25 tanesi basit ifade olarak, 16 tanesi oran olarak, 14 tanesi bölüm olarak, 10 tanesi tam kitabi tanım yaparak, 3 tanesi eksik kitabi tanım yaparak ve 1 tanesi ondalık sayı olarak tanımlamıştır.

### *“Sizce Rasyonel Sayı Nedir? Tanımlayıp Açıklar Mısınız?” Sorusuna İlişkin Bulgular*

Bu sorudan elde edilen ve tablo 3’ de verilen temalara baktığımızda, ilk soruda olduğu gibi alanyazında geçen parça-bütün, oran ve bölüm yorumlarına rastlandığı ancak işlem ve ölçü yorumuna rastlanmadığı görülmüştür. Aynı şekilde diğer temalardan tam kitabi tanım ve eksik kitabi tanım temaları giriş bölümünde rasyonel sayı kavramı için verilen formal tanımı eksik ya da tam olarak kapsamaktadır. Basit ifade teması ise “pay, payda ve kesir çizgisinden oluşan yapı” şeklindeki açıklamaları kapsamaktadır.

Tablo 3

*“Sizce Rasyonel Sayı Nedir? Tanımlayıp Açıklar Mısınız?” Sorusuna İlişkin Temalar*

Temalar	1.Sınıf	2.Sınıf	3.Sınıf	4.Sınıf	Toplam
Oran	2	6	10	3	21
Eksik kitabi tanım	5	1	9	5	20
Basit ifade	5	8	1	1	15
Yanlış kitabi tanım	2	2	6	2	12
Kesir ve tam sayıların toplamı	0	4	7	1	12
Tam Kitabi tanım	3	2	2	2	9
Bölüm	1	1	5	0	7
İrrasyonel sayılar ve karmaşık sayılar dışında kalan sayılar	2	3	2	0	7
Ondalık Sayı	0	1	0	4	5
Parça bütün	0	0	2	0	2

Tablo 3’e bakıldığında 20, 1. sınıf öğrencisinden 5’er kişi rasyonel sayıyı basit ifade olarak ve rasyonel sayının kitabi tanımını eksik yaparak, 3 kişi rasyonel sayının tam kitabi tanımını yaparak, 2’şer kişi yanlış kitabi tanım yaparak, irrasyonel sayılar ve karmaşık sayılar dışında kalan sayılar ve oran olarak, 1 kişi ise bölüm olarak tanımlamıştır. 28, 2. sınıf öğrencisinden 8 kişi rasyonel sayıyı basit ifade olarak, 6 kişi oran olarak, 4 kişi kesir ve tam sayıların toplamı olarak, 3 kişi irrasyonel sayılar ve karmaşık sayılar dışında kalan sayılar olarak, 2’şer tanesi rasyonel sayının yanlış kitabi tanımını ve tam kitabi tanımını yaparak, 1’er kişi eksik kitabi tanım yaparak, bölüm ve ondalık sayı olarak tanımlamışlardır. Araştırmaya katılan 44, 3. sınıf öğrencisinden 10 kişi rasyonel sayıyı oran olarak, 9 kişi eksik kitabi yaparak, 7 kişi kesir ve tam sayıların toplamı olarak, 6 kişi yanlış kitabi tanım yaparak, 5 kişi bölüm olarak, 2’şer kişi tam kitabi tanım yaparak, parça-bütün olarak, irrasyonel sayılar ve karmaşık sayıların dışında kalan sayılar olarak ve 1 tanesi ise basit ifade olarak tanımlamıştır. Araştırmaya katılan 18, 4. sınıf öğrencisinden 5 kişi rasyonel sayıyı eksik kitabi tanım yaparak, 4 kişi ondalık sayı olarak, 3 kişi oran olarak, 2’şer kişi eksik ve yanlış kitabi tanım yaparak, 1’er kişi basit ifade ve kesir ile tam sayıların toplamı olarak tanımlamışlardır. Toplam 110 öğrenciden 21 kişi rasyonel sayıyı oran olarak, 20 kişi eksik kitabi tanım yaparak, 15 kişi basit ifade olarak, 12’şer kişi yanlış kitabi tanım yaparak ve kesir ile tam sayıların toplamı olarak, 9 kişi tam kitabi tanım yaparak, 7 kişi bölüm olarak, 7 kişi irrasyonel ve karmaşık sayılar dışında kalan sayılar olarak, 5 kişi ondalık sayı olarak, 2 kişi parça-bütün olarak tanımlamışlardır.

### *“Sizce Rasyonel Sayı ve Kesir Arasında Nasıl Bir Farklılık Vardır? Açıklar Mısınız?” Sorusuna İlişkin Bulgular*

Öğrencilerden büyük çoğunluğu kesir ve rasyonel sayı arasında fark olduğunu belirtmişlerdir az da olsa fark olmadığını düşünenler de mevcuttur. Elde edilen 8 tema tablo 4’de sunulmuştur.



Tablo 4

“Sizce Rasyonel Sayı ve Kesir Arasında Nasıl Bir Farklılık Vardır? Açıklar Mısınız?” Sorusuna İlişkin Temalar

Temalar	1.Sınıf	2.Sınıf	3.Sınıf	4.Sınıf	Toplam
Kesirler negatif olamaz	6	4	20	4	34
Rasyonel sayılar tam sayıları kapsar, kesirler kapsamaz	2	5	9	3	19
Rasyonel sayılar kesirleri kapsar	1	4	6	2	13
Aralarında fark yok	4	4	3	0	11
Rasyonel sayılarda a ve b aralarında asal olmalıdır	0	3	1	6	10
Kesirler irrasyonel sayıları da içerebilirler ama rasyonel sayılar içeremez	3	5	1	0	9
Kesirler tam sayıları kapsar, rasyonel sayılar kapsamaz	0	3	3	2	8
Kesirler rasyonel sayıları kapsar	1	0	1	1	3

Tablo 4 incelendiğinde en çok belirtilen farkın nispeten yüksek bir oranda, 34 kişi ile “kesirler negatif olamaz” temasının olduğu görülmektedir. 1. sınıflardan 6, 2. sınıflardan 4, 3. sınıflardan 20 ve 4. sınıflardan 4 öğrenci “kesirler negatif olamaz” düşüncesine sahiptirler. “Rasyonel sayılar tam sayıları kapsar, kesirler kapsamaz” temasını 1. sınıflardan 2, 2. sınıflardan 5, 3. sınıflardan 9, 4. sınıflardan 3, toplamda 19 öğrenci belirtmiştir. “Rasyonel sayılar kesirleri kapsar” temasını 1. sınıflardan 1, 2. sınıflardan 4, 3. sınıflardan 6, 4. sınıflardan 2, toplamda 13 öğrenci belirtmiştir. Aralarında fark olmadığını düşünenler 1. ve 2. sınıflardan 4, 3. sınıflardan 3. kişi toplamda 11 öğrencidir. “Rasyonel sayılarda a ve b aralarında asal olmalıdır” temasını belirten 2. sınıflardan 3, sınıflardan 1, 4. sınıflardan 6, toplamda 10 öğrencidir. “Kesirler irrasyonel sayıları da içerebilirler ama rasyonel sayılar içeremez” temasını 1. sınıflardan 3, 2. sınıflardan 5, 3. sınıflardan 1, toplamda 9 öğrencidir. “Kesirler tam sayıları kapsar, rasyonel sayılar kapsamaz” temasını belirten 2. ve 3. sınıflardan 3, 4. sınıflardan 2, toplamda 8 öğrencidir. Son olarak “Kesirler rasyonel sayıları kapsar” temasını belirten 1. 3. ve 4. sınıflardan 1’er öğrenci olmak üzere toplamda 3 öğrencidir.

### Son Soruya İlişkin Bulgular

Veri toplama aracında yer alan 4. soru da 9 adet matematiksel ifade verilmiş ve öğrencilerden bu ifadelerin rasyonel sayı mı ya da kesir mi olduklarına karar vermeleri istenmiştir. Katılımcıların bu sorulara verdikleri cevapların içerik analizine tabi tutulması neticesinde elde edilen kategoriler tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5

## Son Soruya İlişkin Temalar

No	Örnekler	Rasyonel Sayı	Kesir	Hem Rasyonel Sayı Hem Kesir	Hiçbiri	İrrasyonel Sayı	x'e Bağlı	Boş
1	$-\frac{1}{2}$	65	13	30	2	0	0	0
2	2	57	15	33	5	0	0	0
3	$\pi$	30	13	15	35	13	0	4
4	$\frac{x}{2}$	15	21	12	31	0	23	8
5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	24	24	13	14	28	0	7
6	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$	41	19	36	8	3	0	3
7	%25	19	38	46	7	0	0	0
8	1,4	31	26	44	6	0	0	3
9	$\frac{\pi}{3}$	21	18	22	27	16	0	6

Tablo 5 incelendiğinde, 1. madde de yer alan " $-\frac{1}{2}$ " ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 65 tanesi rasyonel sayı temasında, 30 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında, 13 tanesi kesir temasında yer alırken, 2 katılımcının cevapları hiçbiri temasında yer almıştır. 2. madde de yer alan "2" ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 57 tanesi rasyonel sayı temasında, 33 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında, 15 tanesi kesir temasında ve 5 tanesi de hiçbiri temasında yer almıştır. 3. madde de yer alan " $\pi$ " ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 35 tanesi hiçbiri temasında, 30 tanesi rasyonel sayı temasında, 15 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında, 13 tanesi kesir temasında, 13 tanesi irrasyonel sayı temasında yer alırken, 4 tanesi ise bu maddeyi boş bırakmıştır. 4. maddede yer alan " $\frac{x}{2}$ " ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 31 tanesi hiçbiri temasında, 23 tanesi "x'e bağlı" temasında, 21 tanesi kesir temasında, 15 tanesi rasyonel sayı temasında, 12 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında yer alırken, 8 tanesi bu maddeyi boş bırakmıştır. 5. madde de yer alan " $\frac{\sqrt{3}}{2}$ " ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 28 tanesinde irrasyonel sayı temasında, 24 tanesi rasyonel sayı temasında, 24 tanesi kesir temasında, 14 tanesi hiçbiri temasında, 13 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında yer alırken 7 tanesi bu maddeyi boş bırakmıştır. 6. maddede yer alan " $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ " ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 41 tanesi rasyonel sayı temasında, 36 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında, 19 tanesi kesir temasında, 8 tanesi hiçbiri temasında, 3 tanesi irrasyonel sayı temasında yer alırken 3 tanesi bu maddeyi boş bırakmıştır. 7. maddede yer alan "%25" ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 46 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında, 38 tanesi kesir temasında, 19 tanesi rasyonel sayı temasında, 7 tanesi hiçbiri temasında yer almıştır. 8. maddede yer alan 1,4 ifadesi için katılımcılardan alınan cevaplardan 44 tanesi "hem rasyonel sayı hem kesir" temasında, 31 tanesi rasyonel sayı temasında, 26 tanesi kesir temasında, 6 tanesi hiçbiri temasında yer alırken 3 tanesi bu maddeyi boş bırakmıştır. 9. maddede yer alan " $\frac{\pi}{3}$ " ifadesi için katılımcılardan

alınan cevaplardan 27 tanesi hiçbiri temasında, 22 tanesi “hem rasyonel sayı hem kesir” temasında, 21 tanesi rasyonel sayı temasında, 18 tanesi kesir temasında, 16 tanesi irrasyonel sayı temasında yer alırken 6 tanesi bu maddeyi boş bırakmıştır.

### TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Öğrencilerin kesir ve rasyonel sayıya ilişkin kavram imajlarının çok çeşitli oldukları ancak alanyazında yer alan ölçü ve işlem yorumunun bunlar arasında yer almadığı sonucuna ulaşılmıştır. Kesir tanımlarına ve diğer sorulara bakıldığında kesir kavramı için parça bütün yorumunun ağır bastığı görülmektedir. Kesir tanımında 13 kişi ise rasyonel sayılar için verilen tanımı (eksik ya da tam) vermiştir. Buna karşın rasyonel sayılarda parça bütün yorumunu yapan öğrenci sayısı sadece 2’dir. Bu durum öğrencilerin rasyonel sayıya atfettikleri bir özelliği kesirlere aktarıırken kesirlere atfettikleri bir özelliği rasyonel sayılara atfetmedikleri sonucunu ortaya çıkarmaktadır. Öğrencilerin rasyonel sayı tanımları incelendiğinde en yüksek temanın (eksik, yanlış ya da tam) 41 tane ile kitabi tanıma ait olduğu görülmektedir. Ancak bu tanımı tam şekilde verenlerin sayısı azdır. Bu durum Viner (1983)’in teorisini desteklemektedir. Ek olarak kitabi tanımı veren öğrencilerin oranının sınıf seviyesi ile doğru orantılı olarak artmasının üniversitede aldıkları eğitimin etkisi nedeniyle olduğu sonucuna varılabilir. Kitabi tanım dışında rasyonel sayılar için en çok kullanılan yorum oran (16) yorumudur. Oran yorumu kesir kavramında da kullanılmış olup 3. en yüksek yorumdur. Kesir kavramı için en çok kullanılan yorum olan parça bütün yorumu ise rasyonel sayı için çok az kişi tarafından kullanılmıştır. İki kavram arasındaki farka ilişkin cevaplara bakacak olursak tanımlarda olduğu gibi geniş bir yelpazeye dağıldıkları ancak negatiflik durumunun özellikle kesirlerde olamayacağı rasyonel sayılarda olabileceği düşüncesinin öne çıktığı görülmektedir.

Son soruda sorulan maddeler ise irrasyonellik, negatiflik, tam sayı, sadeleştirilmiş hali gibi noktalarda kavram imajına dair önemli sonuçlar ortaya çıkarmıştır. Bu sonuçlar aşağıdaki paragraflarda verilecektir.

1. maddede ( $-\frac{1}{2}$ ) dikkati çeken özellik negatif olmasıdır. 3. soruda öğrencilerin 34’ü kesirlerin negatif olamayacağını belirtmişken, bu maddenin sadece rasyonel sayı olduğunu söyleyenlerin sayısı 65’tir. Bu sayının yüksekliği, 3. soruda bu kadar yüksek oranda belirtmeseler de öğrencilerin kesre ilişkin kavram imajlarının çoğunlukla negatifliği kapsamadığını göstermektedir.

2. maddede (2) vurgulanan özellik tam sayı olma durumudur. 3. soruda öğrencilerin 19’u rasyonel sayıların tam sayıları kapsadığını ancak kesirlerin tam sayıları kapsamadığını belirtmişken, bu maddenin sadece rasyonel sayı olduğunu söyleyenlerin sayısı 57’dir. Bu yüksek oran 3. soruda bu kadar yüksek oranda belirtilmese de öğrencilerin rasyonel sayıya ilişkin kavram imajlarına çoğunlukla tam sayıların da dahil olduğu ancak kesre ilişkin kavram imajlarına çoğunlukla tam sayıların dahil olmadığını ortaya çıkarmaktadır.

3. madde (n) ve 9. maddede ( $\frac{\pi}{3}$ ) dikkat çeken özellik irrasyonel bir sayının verilmesidir. 3. madde için öğrencilerin 30’u rasyonel, 15’i ise “hem rasyonel sayı hem kesir” ifadelerini kullanmışlardır. Bu durum öğrencilerin n sayısı kavramına ilişkin zorluk yaşadıklarını göstermektedir. 9. maddede ( $\frac{\pi}{3}$ ) yapısıyla karşılaştıklarında 21’i rasyonel, 22’si ise “hem rasyonel sayı hem kesir” ifadelerini kullanmışlardır. 2 maddeye verdikleri cevaplar karşılaştırıldığında n sayısı ile ilgili kavram imajlarının doğru bir şekilde oluşmadığı sonucunu doğurmaktadır. Güler (2017)’in çalışmasında öğretmenlerin rasyonel irrasyonel ayrımı yapmalarında zorlandıkları sonucu ile benzerlik göstermektedir.

4. madde ( $\frac{x}{2}$ ) de dikkat çeken özellik x ifadesinin kullanılmasıdır. Öğrencilerin 48'i bu maddeyi bir cebirsel ifade olarak ele alıp, kesir, rasyonel sayı ya da ikisi birden olarak belirtmişlerdir. 54'ü ise hiçbiri ya da x e bağlı olarak değişir ifadelerini kullanmıştır. Bu durum x kavramını bir bilinmeyen olarak algılayan öğrencilerin sayısının nispeten daha fazla olduğunu göstermektedir.

5. madde ( $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ) ve 6. maddelerde ( $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ) irrasyonel ifadelere yer verilmiştir. 5.maddeye hiçbiri ya da irrasyonel cevabı verenlerin sayısı 42 iken 6. maddeye bu cevabı verenlerin sayısı 11'e düşmüştür. Bu durum bu öğrencilerin Çelik (2013)'in görüşüne değil Niven (1961)'in görüşüne katıldıklarını sadeleşmiş halinin rasyonel sayı olmasından dolayı  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  ifadesinin de rasyonel sayı olduğunu düşündüklerini göstermektedir.

7. madde (%25) ve 8. maddelerde (1,4) yüzde ve ondalık sayıya yer verilmiştir. Lamon (2007) yüzde ve ondalık gösterimi rasyonel sayıya ait olarak düşünmesinin aksine kesir ya da "hem kesir hem rasyonel" olarak ifade eden öğrencilerin sayısı 7. madde için 84, 10. madde için 70 gibi yüksek bir rakamdır.

Toparlayacak olursak öğrencilerin kavram tanımlarının Vinner (1983)'in belirttiği gibi deforme oldukları ve son soruda görüldüğü gibi bir etkinlik sırasında öğrencilerin kavram tanımından çok kavram imajlarına başvurdukları sonucuna ulaşılmıştır. Kesir ve rasyonel sayı kavramları öğrencilerin eğitim ve öğretim hayatlarında erken karşılaştıkları ve üniversiteye kadar sıkça kullandıkları kavramlar olmasına rağmen, yeterince net imajlara sahip olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Tüm bu sonuçlara dayanılarak aşağıdaki önerilerde bulunulabilir.

- Daha az öğrenciyle görüşme yaparak daha ayrıntılı olarak incelenebilir.
- Sonuçlar farklı bölüm ya da farklı fakülte öğrencileriyle karşılaştırılabilir.
- Çalışma grubu değiştirilerek öğretmenlerle de çalışılabilir.

## KAYNAKÇA

- Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857-878
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. (10. baskı). Bursa: Aktüel Yayınları.
- Behr, M.J., Harel, G., Post, T., M.J. & Lesh, R. (1993). *Rational numbers: Toward a semantic analysis-emphasis on the operator construct. Rational numbers: An integration of research*, 13.
- Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005, July). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 233-240).
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2008). Ten practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 373-380.
- Çelik, B. (2006). Temel Matematik. Nobel Yayın, Ankara.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 37-52). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

- Erşen, Z. & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 4(2).
- Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1193-1211.
- Güler, G. (2017). An Evaluation of Mathematics Teachers' Conceptual Understanding of Irrational Numbers. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 9(2).
- Harel, G. (2008). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: focus on proving. *ZDM*, 40(3), 487-500.
- Karaağaç, M.K. & Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 72-92.
- Kieren, T. E. (1993). *Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. Rational numbers: An integration of research*, 49-84.
- Küçük, A. & Demir, B., (2009). ilköğretim 6-8.sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629-667.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning. In R. A. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving* (pp. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Pesen, C., (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- Niven, I. (1961). *Numbers: rational and irrational* (Vol. 1). New York: Random House.
- Nordlander, M. C. & Nordlander, E. (2012). On the concept image of complex numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 627-641.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2. b.). Thousand Oaks, CA: Sage
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2017). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Sowder, J. T. (1995). Instructing for rational number sense. Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades, 15-30.
- Siebert, D. & Gaskin, N. (2006). Creating, Naming, and Justifying Fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12(8), 394-400.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reerence to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Temel, H. & Eroğlu, A. O. (2014). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma*. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 1263-1278.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight*. Orlando: Academic Press.
- Van-Steenbrugge, H., Lesage, E., Valcke, M. & Desoet, A. (2014). Preservice elementary school teachers' knowledge of fractions: a mirror of students' knowledge? *Journal of Curriculum Studies*, 46(1), 138-161
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.