



Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Açık Kavramına Dair Bilgilerinin İncelenmesi

Investigating Prospective Middle School Mathematics Teachers' Knowledge of Angle

Ali BOZKURT¹, Yusuf KOÇ², Ali Kemal CİLAVDAROĞLU³

Öz

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının açı kavramını tanımlama ve şeklini çizmeye dair bilgileri incelenmiştir. Bu amaçla Türkiye'nin güneyindeki bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü bahar döneminde geometri dersi alan toplam 151 katılımcıdan veri toplanmıştır. Veri toplama sürecinde katılımcılara temel geometrik kavramların tanım ve çizimlerinin istendiği bir bilgi toplama formu uygulanmıştır. Çalışma kapsamında bu formda yer alan açı kavramına dair veriler analiz edilmiştir. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre katılımcıların açı çizimlerinde genellikle ölçüye veya iç bölgeye işaret ettikleri, tanımlarının da bu yönde olduğu görülmüştür. Öyle ki katılımcılar tanımlarının büyük çoğunluğunda açığı ölçü, yer, bölge veya eğim olarak ifade etmişlerdir. Diğer taraftan katılımcıların tanım yaparken kullandıkları matematiksel dilin sıkıntılı olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: açı, açı çizimi, kavramsal bilgi, kavram tanımı

Abstract

In this study, the researchers investigated prospective middle school mathematics teachers' knowledge of angle. For this purpose, data was collected from 151 prospective middle school teachers who were enrolled in a geometry course offered in the spring semester in a university located in Southern Turkey. In data collection, the participants were given an instrument in which they were asked to define and draw fundamental geometric shapes. Within the scope of this paper the data involving participants' definitions and drawings of angle was qualitatively analyzed. The findings indicated that in general the measure and interior region of angle were identified in participants' drawings and their definitions were in parallel to their drawings. In many of the definitions, they defined angle as the measure, region, area, or slope. Additionally, it was found out that the mathematical language used in the definitions was problematic.

Keywords: angle, angle drawing, conceptual knowledge, concept definition

1. Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep Eğitim Fakültesi, Gaziantep, Türkiye, <https://orcid.org/0000-0002-0176-4497>

2. Kocaeli Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kocaeli, Türkiye, <https://orcid.org/0000-0002-6346-5505>

3. İnönü Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Doktora Öğrencisi, Malatya, Türkiye, <https://orcid.org/0000-0002-4736-9871>

Atf / Citation: Bozkurt, A., Koç, Y., ve Cilavdaroglu, A.K. (2019). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının açı kavramına dair bilgilerinin incelenmesi. *Kastamonu Education Journal*, 27(3), 949-958. doi:10.24106/kefdergi.807

Extended Summary

Purpose and Significance: In this study, the researchers investigated prospective middle school mathematics teachers' knowledge of angle. In order to accomplish the purpose, the following research question guided the study: How do prospective middle school mathematics teachers define and draw the angle concept?

Sub-questions are as follows:

1. Do the participants accurately define angle?
2. Based on the participants' definitions and drawings, what are the components of angle?
3. How do the participants' perceive angle?

It has been shown that students experience difficulties in defining angle. Review of the literature indicates that it is still important to understand how angle is perceived by prospective teachers. Thus, it will have a sound contribution to the literature to explore what future mathematics teachers know about angle and their misunderstandings of the concept. Based on the findings of the study, various ways will likely to be devised to develop and enrich prospective teachers' understanding of angle, which will help them be a professional equipped with the necessary knowledge of angle. Hence, it is highly agreed that teachers should have a solid conceptual understanding of mathematical ideas, principles and methods in order to use their existing knowledge in new contexts.

Method: The present study was conducted via qualitative research methodologies. The goal was to describe the participants' definitions and drawings of angle without any external manipulation of the conditions. For an accurate explanation of the phenomena under investigation, participants' responses were analyzed in depth, including accurateness of their definitions, and components and nature of angle, based on participants' responses. Hundred and fifty-one first year prospective middle school mathematics teachers participated in the present study. The participants were enrolled in a first year geometry course offered in their teacher education program.

Results and Conclusions: In the present study, the goal was to deeply investigate and understand prospective mathematics teachers' definitions and drawings of angle. Analysis of the data indicates that most of the participants could successfully draw a model of angle. On the other hand, data analysis also shows that participants used mostly line, line segment and a side rather than a ray to define angle.

It was also found out that in their drawings of the concept the participants highlighted the measure of the angle on their drawings. This particular finding may show the participants' use of the measure of angle in place of the angle itself. It is highly noteworthy to see the angle measures both in their definitions as well as in the drawings.

Another interesting finding of the study is that participants whose responses fell into the incorrect or partially correct categories mostly did not pay attention to the correctness of the mathematical language they were using in their definitions. In some definitions, it was observed that the participants did not write the correct use of the concepts and even some participants used a sloppy language to define angle. In such definitions, the incorrect use of the mathematical terms usually makes the meaning ambiguous and the definitions cannot be easily understood. Many definitions were far away from communicating the meaning of the concept successfully.

Based on the above findings, it can be stated that many of the participants could not appropriately define angle. However, it is essential that teachers have fully comprehended conceptual understanding of the concept they teach, including definitions and other conceptual elements of the mathematics. Having said that, it can be suggested that teachers having a conceptual awareness of angle need to design and implement instructional activities to foster students' understanding of angle. Such activities should also elicit and remedy students' misconceptions about the concept. It is highly encouraged that students should engage in mathematical discussions on angle with their peers and teachers for a better understanding. It is also important that teachers should design and implement instructional tasks to elicit students' conflicting images of angle and to help them improve their understanding. Such tasks provide invaluable learning opportunities for the learners because they will convey the message that definitions should be as clear and correct as possible for a more effective comprehension. Additionally, students should be given the opportunities to investigate which properties are essential for a complete understanding of the concept. For example, what makes an angle? Which components are necessary for someone to successfully understand what an angle is? In some cases, it will not be necessary to state some properties. As a result, instructional activities should be designed in a way to foster student understanding of what is necessary and what is not necessary in a definition. In this context, national and international textbooks should be reviewed to see how they define angle and how they perceive the concept, including what is necessary and what is not necessary for an effective definition.

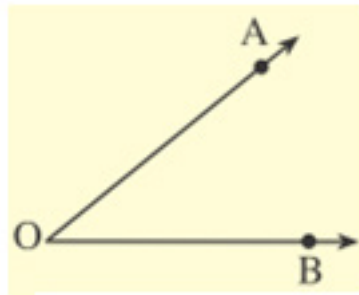
1. Giriş

Matematik bilgisinin önemli bileşenlerinden birisi matematiksel kavramlardır. Bu kavramların tanımları, her birinin çerçevesini çizer; kavrama dair neyin uygun örnek olduğunu, neyin uygun örnek olmadığını belirler ve ispat yaparken kullanılır (Zaslavsky ve Shir, 2005). Başka bir ifadeyle tanımlar belirli bir kelime ya da kelime grubuyla ortaya konulan bir kavramın sahip olması gerekli ve yeterli koşulların mantıksal olarak ifade edilmesidir (Herbst, Gonzalez ve Macke, 2005). Dubs (1943)'a göre tanımlar iki amaçla kullanılır:

- Kelimelerin anlamlarının bilmeyenlere açıklanması (sözlük tanımları)
- Verilen terim ya da kelimeyle hangi kavramların ilişkili olduğunu dikkatli bir şekilde ifade edilmesi (bilimsel tanımlar).

Matematikte öğrenciler için önemli kazanımlardan birisi, kavramlara ait formal tanımların anlaşılabilir şekilde gerektiğinde doğru olarak kullanılmasıdır (Adams, 2003). Ancak öğrencinin matematiksel kavramlar için başlangıçta informal tanımlar kullanması kendi anlayışını geliştirmesine yardımcı olur. Kavramsal bilgiye sahip olmak bireylere herhangi bir kavrama ait bilgilerini adapte ederek farklı alanlarda kullanabilme ve gerektiğinde kavramlar arasında ileri-geri geçişler yapabilme gibi kolaylıklar sağlar (Hiebert ve Lefevre, 1986). Matematik öğretmenlerinin matematiksel kavramların tanımlarını öğrenmeleri ve nasıl öğreteceklerini bilmeleri gerekir (Brown ve Borko, 1992; Vinner, 1991). Ancak bu tür bilgiler toptancı bir yaklaşımla değil teker teker ele alınarak her bir kavrama dair öğretmen adaylarının kavrayışları derinlemesine irdelenmesi gerekir.

Geometrinin temel kavramlarından biri açıdır. Açı kavramıyla ilgili en çok kabul gören tanım şöyledir: Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimine açı denir (Allendoerfer, 1965; MEB, 2009; Mitchelmore ve White, 2000; Young ve Bush, 1971; Wren, 1973). Bu tanımda açıyla ilgili olarak başlangıç noktası olması ve iki ışından oluşması özellikleri ön plana çıkmaktadır (Şekil 1).



Şekil 1. Açı kavramının şekilsel gösterimi

Ancak burada, ışın olarak değerlendirilen açının kollarının, doğru parçası ya da iki doğrunun kesişim noktası ile bu noktadan itibaren oluşan iki ışın olabileceği dikkate alınmalıdır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının açı kavramına dair yaptıkları tanımlar ve şekilsel gösterimler doğruluk ve ifade biçimleri yönünden incelenmiştir. Bu kapsamda mevcut durumun ortaya konması amacıyla araştırma sorusu şöyle oluşturulmuştur: "Ortaokul matematik öğretmen adayları açı kavramını nasıl tanımlamaktadırlar ve çizimlerini nasıl yapmaktadırlar?". İlgili alt araştırma soruları da şöyle belirlenmiştir: Ortaokul matematik öğretmen adaylarının;

1. Açı tanımlarının doğruluk düzeyi nedir?
2. Katılımcıların tanım ve çizimlerine göre açı hangi bileşenlerden oluşmaktadır?
3. Katılımcıların tanımlarına göre açı nedir?

Literatürde açı kavramının tanımlanmasıyla ilgili yaşanan zorluklara dair çalışmalara rastlamak mümkündür (Goverder ve De Villiers, 2003; Keiser, 2004; Keiser, Klee & Fitch, 2003; Mitchelmore & White, 2000; Tunç ve Durmuş, 2012; Yazgan, Argün ve Emre, 2009). Bu çalışmalardan Yazgan ve arkadaşları matematik öğretmenleriyle yaptıkları çalışmada katılımcıların açı kavramını farklı şekillerde tanımladıklarını gözlemlemişlerdir. Örneğin, açı kavramı iki ışının birleşimi, bölge, açının ölçüsü olarak tanımlanmıştır. Açı ölçüsüne referans verilerek yapılan tanımlarda ise açının gördüğü yayın ölçüsü ve pozitif yönlü derece ifadelerine yer verilmiştir. Ayrıca araştırmacılar katılımcıların açı kavramı ile açı ölçüsü kavramlarını özdeşleştirdiklerini ve bu kavramlar hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıklarını ortaya koymuşlardır (Tunç ve Durmuş, 2012). Açı kavramının literatürde geçen tanımının yanında öğretmen adayları tarafından farklı şekilde algılanıp algılanmadığını ortaya koymak ve bu algılaşmaların doğruluğunun incelenmesi önemlidir. Geleceğin öğretmenlerinin öğrencilerine öğretmesi beklenen açı kavramına dair mevcut bilgilerinin incelenmesi ve problemlerinin

ortaya konulması, kavramın tanımlanmasındaki sorunların tartışılması yönüyle bu çalışmanın literatüre katkı sağlaması beklenmektedir.

2. Yöntem

Bu çalışmada genel tarama modeli esas alınmıştır. Bu seçimin sebebi bir araştırmada geçmişteki veya halen mevcut bir olgu var olduğu haliyle betimlenecekse tarama modelinden yararlanılabileceğidir (Kaptan, 1993). Bu çalışma geniş ölçekli bir bilimsel araştırma projesinin parçasıdır. Projenin amacı ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme becerilerinin belirlenmesi ve geliştirilmesidir. Bu çalışma projenin başında katılımcıların geometri bilgilerinin yoklandığı bir veri toplama formundan elde verilerin bir kısmını konu edinmektedir.

Katılımcılar

Araştırmanın örneklemini bir devlet üniversitesinin ilköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören ve Geometri dersini alan 23'ü erkek, 128'i bayan olmak üzere toplam 151 öğrenci oluşturmaktadır. Bayan ve erkek katılımcıların sayıları arasında büyük fark olması nedeniyle, araştırmada cinsiyet faktörü göz ardı edilmiştir.

Veri Toplama Aracı ve Veri Toplama Süreci

Veri toplamak amacıyla araştırma projesi kapsamında verilmesi planlanan eğitimlerin başında katılımcılara Temel Geometrik Kavramlar Bilgi Testi uygulanmıştır. Bu testin amacı katılımcıların temel geometri kavramları tanımlama ve çizme bilgilerini ölçmektir. Test araştırmacı(lar) tarafından hazırlanmış ve alanda uzman 2 öğretim üyesinin görüşleri alınarak son şekli verilmiştir. Bu araştırma kapsamında katılımcıların testte yer alan açı kavramına dair tanım ve çizimleri analiz edilmiştir. Testi tamamlamaları için öğrencilere herhangi bir zaman sınırlaması yapılmamıştır. Ancak, uygulama yaklaşık 50 dakika sürmüştür. Toplam 158 öğrenciden yabancı uyruklu 5 öğrencinin ve birçok kavram için cevap yazmamış 2 katılımcının yanıtları analiz edilmemiştir. Sonuç olarak toplam 151 katılımcının tanım ve örnek çizimleri analiz edilmiştir.

Veri Analiz Süreci

Verilerinin çözümlenmesinde betimsel analiz tekniği kullanılmış ve Strauss ve Corbin (1990) tarafından önerilen betimsel analiz süreci referans alınmıştır. Bu çalışmada incelenen üç araştırma sorusu vardır. Birinci araştırma sorusunda katılımcıların yaptıkları tanımların doğru olup olmadıkları incelenmiştir. Bahar, Özel, Uşak ve Prokop (2003) tarafından geliştirilen analiz yönteminden yola çıkılarak bir analiz şekli belirlenmiştir. Buna göre katılımcıların geometrik kavramlar için yaptıkları tanımlar ayrıntılı olarak incelenerek Tablo 1'de verilen kategorilere göre kodlama yapılmıştır.

Tablo 1. Açı kavramına dair kategorilerin tanımları ile örnek katılımcı cevapları

Kategori	Tanım	Katılımcı cevaplarında geçen örnek ifadeler
Boş	Tanım veya çizim yapılmamış durumlar	-
Yanlış	Doğru/doğru parçası/ ışın arasında kalan yer veya bölge şeklindeki yanlış ifadeler içeren tanımlar	Açı: İki doğru birleştiğinde arada kalan yer (#22)
Kısmen Doğru	Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının arasındaki ölçü/yer/alan şeklindeki aynı şeyi ifade ettiğini düşünerek veya matematiksel dile dikkat etmeden yaptıkları tanımlar	Açı: Birer noktaları birleşmiş olan iki ışın arasındaki ölçünün derece biçiminde ölçülendirilmesidir. (#7)
Doğru	Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının/doğru parçasının birleşimi şeklindeki tanımlar ve çizimler	Açı: Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimidir (#135)

Tablo 1'de görüldüğü gibi açı kavramını doğru, doğru parçası veya ışın arasında kalan yer veya bölge şeklinde tanımlayan yanıtlar yanlış kategorisinde değerlendirilmiştir. Kısmen doğru olarak kabul edilen yanıtlar başlangıç noktaları ortak olan iki ışının/doğru parçasının arasındaki ölçü/yer biçimindeki tanımlardır. Doğru yanıt ise açının başlangıç noktaları ortak olan iki ışının/doğru parçasının birleşimi olarak tanımlanmasıdır.

İkinci araştırma sorusuyla ilgili veri analiz sürecinde katılımcılara göre açının hangi bileşenlerden oluştuğu üzerine analizler yapılmıştır. Katılımcılara doğrudan açının hangi bileşenlerden oluştuğu sorulmamış olup sadece açı kavramını tanımlamaları istenmiştir. Ancak açığı oluşturan bileşenlerin belirlenmesi katılımcıların açığı nasıl algıladıklarını anlamaya katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Katılımcıların açının bileşenleri dair kullandıkları terimler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Katılımcıların açının bileşenleri dair kullandıkları terimler

Açının Bileşenleri	Katılımcı cevaplarında geçen örnek ifadeler
Işın	İki ışın arasında kalan α ile gösterilen kısım
Doğru	İki doğru arasında kalan derece
Doğru parçası	İki doğru parçası arasında kalan bölge
Kenar	İki kenar arasında kalan bölgenin derece cinsinden ölçüsü

Tanımların analizleri sonucunda katılımcılar bir matematiksel kavram olarak açının *ışın*, *doğru*, *doğru parçası* veya *kenarlardan* meydana geldiğini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla açının kollarının bu dört farklı geometrik şekilden meydana oluştuğunu ifade ettikleri görülmüştür (Tablo 2). Aynı soru kapsamında katılımcıların açılı çizimleri içerdikleri (ışın, doğru parçası, doğru) veya açığı üzerinde gösterdikleri (üçgen, çember) geometrik şekle göre analiz edilmiştir.

Üçüncü araştırma sorusunda katılımcıların tanımlarına göre açının nasıl bir şekil olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun için yapılan analizlerde her bir tanım yeniden okunmuş ve tanımdan anlaşıldığı kadarıyla "Açı nedir?" sorusuna yanıt aranmıştır. Örneğin, 111 nolu katılımcının açığı bir *yay uzunluğu* olarak tanımladığı konusunda görüş birliğine varılmıştır:

Açı: İki doğru parçası arasındaki yay uzunluğu (#111)

Verilerin analiz çerçevesinde yapılan kodlamalar sonucunda katılımcıların tanımlarının 5 kategoride toplandığı görülmektedir (Tablo 3). Burada her bir tanım bir defa kodlanmıştır.

Tablo 3. Katılımcıların tanımlarına dair oluşturulan kategori ve kodlar

Kategori	Kodlar	Katılımcı cevaplarında geçen örnek ifadeler
Bölge	Bölge	İki doğrunun kesişimiyle oluşan bölge
	Kısım	İki doğrunun arasında kalan kısım
	Yer	İki doğrunun başlangıç noktaları birleştirildiğinde aralarında kalan yer
	Aralık	İki kenarın kesişmesiyle oluşan aralık
Ölçü	Ölçü/Ölçü birimi	İki ışının bir noktada birleşmesiyle arada kalan ölçü
	Derece	İki doğrunun arasındaki derece
	Sayısal değer	İki doğru arasında kalan değer
	Uzaklık	Bir noktada kesişen 2 doğru arasındaki uzaklık
Eğim	Eğim	İki doğrunun birleştiği yerde oluşan eğim
	Eğiklik derecesi	İki doğru arasındaki eğiklik derecesi
Yay uzunluğu	Yay uzunluğu	İki doğru arasındaki yay uzunluğu
	Yay ölçüsü	Çakışan 2 doğru arasında pozitif yönde tanımlanan yayın ölçüsü
	Yay/Yay parçası	İki doğrunun kesiştiği noktada oluşturduğu yay
Şekil	Şekil	İki ışının bir noktada kesişmesiyle oluşan şekil

Tablo 3'te de görüldüğü gibi üçüncü araştırma sorusu için yapılan analizlerde ortaya çıkan 5 kategorinin içerdiği kodlar veya kavramlar vardır. Örneğin, bölge isimli kategorinin kodları bölge, kısım, yer ve aralıktır. Dolayısıyla, açığı bir bölge, kısım, yer veya aralık olarak ifade eden tüm tanımlar açının bir bölge olduğunu göstermektedir.

Geçerlik ve güvenilirlik

Bu çalışmada mevcut verinin değerlendirilmesi sürecinde, öğretmen adaylarının tanım ve çizimleri matematik eğitimi alanında uzman üç araştırmacıdan bir ekip tarafından genel olarak incelenmiştir. Tanım ve çizimlerin hangi kategoriye uygun olacağı ve bunların gerekçeleri üzerinde tartışma yapılmıştır. Her bir kavram için referans alınması gereken özellikler belirlenmiştir. Sonrasında, 151 cevap kâğıdı arasından rastgele seçilen 30 yanıt yukarıda belirtilen üç kişi tarafından analiz edilmiştir. Araştırmacılar tarafından birbirlerinden bağımsız olarak cevap kâğıtlarındaki tanım ve çizimler değerlendirilmiş, kategori ve kodlar ile bunların frekansları belirlenerek tablolaştırılmıştır. Daha sonra ortaya çıkan bu tablolar karşılaştırılarak, Görüş Birliği ve Görüş Ayrılığı olan durumlar belirlenmiştir. Veri analizinin güvenilirliği için Bake-man ve Gottman (1997) ve Robson'a (1993) göre güvenilirlik ortalaması hesaplanmıştır. Bu çalışma için uyum yüzdesi %87,4 olarak bulunmuştur. Bu oran güvenilir olarak kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Elde edilen oran güvenilir olarak kabul edilmesine rağmen veri analizini gerçekleştiren araştırmacılar tekrar bir araya gelmiş ve görüş ayrılığına düşülen noktalar üzerinde ortak bir görüşe varıncaya kadar tartışılmıştır. Bu şekilde veri analizinin güvenilirliği artırılmıştır. Kalan yanıtlardaki tanım ve çizimlerin değerlendirmeleri referans alınarak, diğer katılımcı yanıtları bir

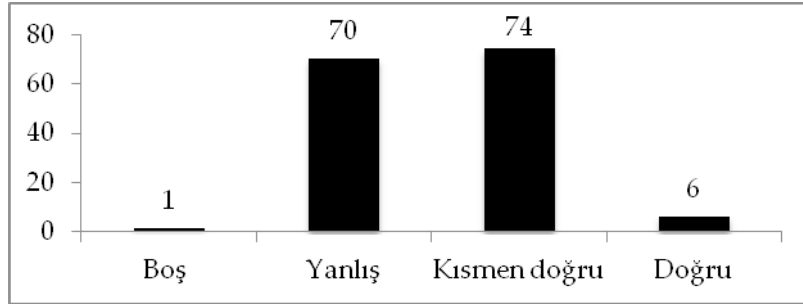
araştırmacı tarafından değerlendirilmiştir. Daha sonra, testlerin tamamındaki tanım ve çizim seviyeleri öğretim üyeleri tarafından incelenerek uygunluğu kontrol edilmiştir.

3. Bulgular

İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin açı kavramına dair tanımlarını ve çizimlerini incelendiği bu çalışmada her bir araştırma sorusu için yapılan analizlerden elde edilen bulgular bu bölümde verilmiştir.

Açı Tanımlarının Doğruluk Düzeyi Yönünden İncelenmesi

Analizler sonucunda katılımcıların yaptıkları tanımların doğruluk açısından 4 farklı kategoride yer aldığı görülmektedir (Şekil 2).

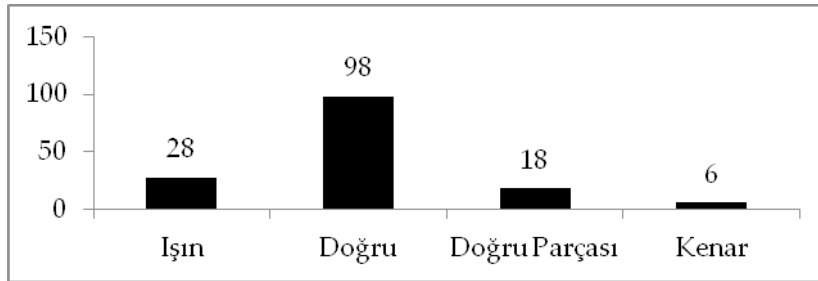


Şekil 2. Katılımcıların tanımlarının doğruluk düzeyi açısından kategorilere dağılımları

Şekil 2’de 151 katılımcıdan sadece 1’inin açı kavramı için herhangi bir tanım yapmadığı görülmektedir. Açı tanımlarından 70’i yanlış, 74’ü kısmen doğru kategorisindedir; sadece 6 tanım ise doğrudur. Yapılan tanımlar genel olarak incelendiğinde açı tanımında yeteri kadar başarılı olunamadığı göze çarpmaktadır.

Katılımcıların Tanımlarına Göre Açının Bileşenleri

Katılımcıların tanımlarına göre açının bileşenlerine dair elde edilen bulgular Şekil 3’te verilmiştir.



Şekil 3. Katılımcılara göre açığı oluşturan bileşenler

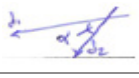
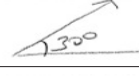
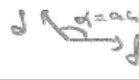


Yapılan analizlerde katılımcıların tümünün açığı kolları olan bir geometrik kavram olarak tanımladıkları görülmüştür. Farklı kolların hangi şekillerden oluştuğu yönünde ortaya çıkmıştır. Şekil 3’ten de anlaşılacağı üzere 98 katılımcı yani tüm katılımcıların yaklaşık %65’i açının doğrulardan oluştuğunu dile getirmekle beraber 28 katılımcı açının ışıklardan oluştuğunu belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra 18 kişi *doğru parçası* kavramını ve 6 kişi ise *kenar* kavramını tanımlarında kullanmıştır. Dolayısıyla katılımcıların çoğu açının kollarının doğrulardan oluştuğunu belirtmişlerdir.

Katılımcıların çizimlerine göre açı kavramının bileşenleri

Katılımcıların açı çizim örnekleri incelendiğinde ortaya çıkan açı çizim türleri ve frekansları Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4. Katılımcıların açı çizim türleri ve frekansları

Çizim	Frekans	Açıklama
(#74)	7	Işın
(#12)	26	Doğru parçası, kenar

Çizim	Frekans	Açıklama
 (#9)	17	Kesişen doğrular
 (#34)	10	Işın, Açı ölçüsü
 (#56)	72	Açı ölçüsü, Bölge
 (#91)	2	Üçgende açı
 (#94)	1	Çemberde açı

Tablo 4'te görüldüğü gibi katılımcıların açı çizimlerinde, doğru veya doğru parçasından daha çok ışın çizdikleri görülmektedir. Tanımlarda da ışın yerine daha çok doğru ve doğru parçası terimleri kullanıldığı yukarıda belirtilmiştir. Yine, açı ile açı ölçüsü kavramlarının karıştırıldığı çizimlerden anlaşılmaktadır. Çok sayıda öğrencinin açı çiziminde standart açının ölçüsüne de vurgu yapmaları genellikle de dar açı çizmişlerdir.

Açı ölçüsünün çizimlerde özellikle yazılmış olması dikkat çekicidir. Son olarak çizimler incelendiğinde, neredeyse %50 oranında açının bölge veya açı ölçüsü olarak çizildiği söylenebilir. Bu bulgu, yukarıda değinilen, tanımlarda açı ile açının ölçüsünün karıştırıldığı çıkarımını destekler niteliktedir.

Katılımcıların tanımlarına göre açı kavramı

Katılımcılar açıyı tanımlarken kullandıkları kavramlar Tablo 5'te verilmiştir. Tablo 5'te görüldüğü gibi bazı katılımcılar açı ile açının iç bölgesini karıştırmışlardır. Açı tanımlarının yaklaşık üçte birinde (50 tanım) bu durum görülmektedir. 50 katılımcının tanımlardaki ifadeler açı ile açı ölçüsünün birbiri yerine kullanıldığını göstermektedir.

Tablo 5. Açı tanımlarında kullanılan ifadeler

Kategori	Kod	Frekans	
Bölge	Bölge	28	50
	Kısım	9	
	Yer	8	
	Aralık	5	
Ölçü	Ölçü/Ölçü birimi	50	81
	Derece	20	
	Değer/Sayısal değer	9	
	Uzaklık	2	
Eğim	Eğim	4	5
	Eğiklik derecesi	1	
Yay uzunluğu	Yay uzunluğu	3	8
	Yay ölçüsü	3	
	Yay/Yay parçası	2	
Şekil	Şekil	6	6

Ayrıca açı tanımlarının yarısından daha fazlasında (81 tanım) ölçü, ölçü birimi, sayısal değer gibi ifadeleri içermektedir. Bunun yanı sıra açının eğim olarak görüldüğünü düşündüren tanımlar da bulunmaktadır. Toplamda 5 tanımda görülen eğim ifadeleri kimi katılımcıların açıyı nasıl gördüklerini anlamak için incelemeye değerdir. Açıyı yay, yay parçası, yay uzunluğu ya da yay ölçüsü olarak ifade eden tanımlar da bulunmaktadır. 8 açı tanımında yay ile ilgili ifadeler kullanılmıştır.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Ortaokul matematik öğretmen adaylarının aç kavrımıyla ilgili tanımları ve çizimlerinin analiz edildiği bu çalışmanın bulgularına göre katılımcıların çok az bir kısmının aç kavrımı üzerinde ölçüsünü göstermeden çizdikleri görülmüştür. Diğer taraftan katılımcıların büyük çoğunluğunun aç tanımında geçen ışın yerine doğru, doğru parçası veya kenar terimini kullanmıştır. Okul öncesinden başlayarak ilkokul, ortaokul ve lise öğrenimleri boyunca geometrik alıştırmaya ve problemlerde genellikle geometrik kavramların görsel hallerinin kullanılması, öğrencilerin belleklerinde daha ziyade bu kavramların şekillerinin oluşmasında ve kalıcı hale gelmesinde etkin bir rol oynamış olabilir. Benzer bir bulguya geometrik kavramlarla ilgili farklı konularda yapılan çalışmalarda da rastlamak mümkündür (Aslan ve Arnas, 2007; Bozkurt ve Koç, 2012; Dane ve Başkurt, 2011). Okul öncesinden başlayarak bir geometrik kavramın öğretiminin prototip şekiller üzerinden verilemeye başlanması Van Heile Geometrik düşünme düzeylerine uygun bir yaklaşımdır ve prototip şekillerden başlayarak geometri öğretimine başlanması kabul edilebilir. Ancak öğretmen adaylarının bir geometrik kavramı sadece prototip şekiller boyutunda tanımlamanın ötesine geçmesi beklenir. Bu durum öğrencilerin aç kavrımıyla ilgili olarak temelden gelen bir öğrenmeden kaynaklı bir kavrayışa sahip olduklarını göstermektedir.

Katılımcıların aç ölçüsünü de göstererek aç çizimleri, aç ölçüsüyle aç arasında net bir ayırım yapamadıklarını düşündürmektedir. Katılımcıların yarıya yakınının aç kavrımı bölge, iki ışın arasında kalan yer, eğim veya yay uzunluğu şeklinde ifade etmeleri aç kavrımı ile ölçüsünü karıştırdıkları düşüncesini güçlendirmektedir. Kieran (1986) ve Mitchelmore ve White (2000) çalışmalarında da benzer şekilde aç kavrımı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasında kalan bölge veya kesişen iki yarı düzlem arasında kalan bölge olarak tanımlayan katılımcılar olduğunu altı çizilmektedir. Aç kavrımı ve aç kavrımı ölçüsü birbirinden farklı kavramlar olmasına rağmen aç kavrımını tanımlamada benzer durumların yaşandığı literatürdeki birçok çalışmada da araştırmacılar tarafından rapor edilmektedir (Cunningham ve Roberts, 2010; Çetin ve Dane, 2004; Jones, Mooney ve Harries, 2002; Mitchelmore ve White, 2000; Tunç ve Durmuş, 2012; Yazgan, Argun ve Emre, 2009). Aç kavrımının tanımı yerine, aç kavrımı ölçüsünün ön plana çıkması katılımcıların ölçme bağlamında nitelik ile miktar kavramlarını (Zembat, 2013) karıştırdıklarını göstermektedir. Aç kavrımı bir geometrik şeklin niteliğidir, bu aç kavrımı ölçüsü ise belirlenen birimle yapılmış ölçümün miktarını gösterir. Bulgularda dikkat çeken aç kavrımı ile aç kavrımı ölçüsünün karıştırılmış olmasının başka sakıncaları da vardır. Örneğin trigonometrik fonksiyonlarda olduğu gibi yönlü aç kavrımı söz konusu olduğu durumlarda bu çalışmada da referans alınan aç kavrımının (ışınların birleşimi) yeterli olup olmadığı bir soru işareti olarak ortaya çıkabilir (Allendoerfer, 1965). Örneğin çizilen aç kavrımı aynı olmasına rağmen bir aç kavrımı ölçüsü saat yönünün tersine giderken 30° iken saat yönünde giderken ölçüsü -30° olabilir. Buradaki yön değişikliği eksi (-) işaretiyle belirtilir. Yani aç kavrımı ölçüsü aç kavrımı ölçümün yönüne göre farklılık göstermektedir.

Geometride aç kavrımı ölçüsünün bulunmasını gerektiren problemlerde aç kavrımı ölçüleri α , β , θ gibi harfler kullanılarak gösterilir. Kullanılan sembollerin aç kavrımı değil de aç kavrımı ölçüsünü temsil ettiğinin katılımcılar için açık olmaması bu kavram yanlışlığının ortaya çıkmasına neden olduğu düşünülmektedir. Bu durum katılımcıların hem aç kavrımında hem de aç kavrım çizimlerinde sıklıkla görülmektedir. Hâlbuki en temel ders kitaplarında bile aç kavrımı tanımlanırken iç ve dış bölgesinden de bahsedilir (Aydın ve Peken, 2009; Aydın ve Gündoğdu, 2016). Aç kavrımı kolları arasında kalan bölge aç kavrımı iç bölgesini oluşturur. Aç kavrımı kolları dışında kalan bölge ise aç kavrımı dış bölgesi olarak adlandırılır. Burada aç kavrım kollarını oluşturan ışınlar aç kavrımı iç veya bölgesine dâhil değildir. O halde aç kavrımı bir ölçü veya bölge olarak tanımlamak çok uygun bir yaklaşım değildir. Buna rağmen katılımcıların çoğunluğunda aç kavrımı ölçü veya bölge olarak tanımlandığı ve çizimlerin bu çerçevede yapılmaya çalışıldığı görülmektedir.

5. Öneriler

Verilerden elde edilen bir başka bulgu ise tanımlar yapılırken yanlış veya kısmen doğru kategorilerinde değerlendirilen katılımcıların kullandıkları matematiksel dile çok dikkat etmedikleridir. Öyle ki tanımların önemli bir bölümünde matematiksel dil ve terminolojisinin yeteri kadar dikkate alınmadığı, özensiz tanımlar yapıldığı hemen fark edilmektedir. Aynı zamanda bu tür tanımlarda, doğru terimler kullanılmadığı için anlamda belirsizlik ortaya çıkmaktadır; tanımlanan kavram net anlaşılabilir değildir. Birçok araştırma geometri ve cebir öğretiminde dilin rolüne vurgu yapılmaktadır (Aiken, 1972; Driscoll, DiMatteo, Nikula ve Egan, 2007; 1976; Yeşildere, 2010). Bu çerçeveden bakıldığında geleceğin öğretmeni olacak olan katılımcıların, matematik öğretiminde doğru kavram bilgilerine sahip olmaları ve matematiksel dilin doğru kullanımının öğrenmeye katkısının farkında olmaları gerekmektedir. Bu kapsamda Cunningham ve Roberts (2010) tarafından yapılan çalışmada kullanılan form (Tablo 6) veya benzerleri öğrencilerin kavramla ilgili bilgileri daha organize olarak görmesini sağlayabilir ve daha anlamlı bir öğrenmeyi kolaylaştırabilir.

Tablo 6. Kavramla ilgili bilgilerin organize olarak görülmesi için bir model

Kavram (Terim / Sözcük)	Ayırt edici özellikleri	
	Tanım	Örnekler
		Örnek olmayanlar

Tablo 6'daki modelde görüldüğü gibi kavramın tanımı verildikten sonra ayırt edici özellikleri tanımı sağlayan ve sağlamayan durumlara ilişkin örnekler verilerek öğrencilerin daha anlamlı bir öğrenme süreci geçirmelerini sağlayabilir.

Katılımcılar açığı kavramını tanımlarken belki de farkında olmadan açığın ne olduğunu onu nasıl bir şey olarak algıladıklarına dair fikirlerini de paylaşmışlardır. Bu bilgi belki bir ortaokul öğrencisi, bir kimyacı ya da bir mühendis için önemli olmayabilir ancak bir öğretmen ya da öğretmen olarak yetiştirilen birisi için önemlidir. Çünkü Hill, Rowan ve Ball'un (2005) belirttiği gibi öğretmenin matematik hakkındaki bilgisi daha derin olmalıdır. Bu açıdan bakıldığında kavramsal olarak farkındalığa sahip öğretmenler tarafından, öğrencilerin açığı kavramının tanımına dair kavram yanılgıları uygun etkinliklerle ve ölçme araçlarıyla belirlenerek öğrencilere bunlar üzerinde tartışma yapma imkânı sağlanabilir. Örneğin öğrencilerin çoklu kavram imajları ve tanımları arasındaki muhtemel uyumsuzlukların ve çelişkilerin ortaya çıkmasını sağlayacak öğrenme yaşantıları ve etkinlikler tasarlanabilir. Bu tür etkinlikler öğretme için güzel fırsatlar içermektedir. Diğer bir fırsat ise tanım ve şekiller üzerinde tartışarak hangi prensiplerin geçerli olduğunun düşünülmesidir. Ayrıca hangi özelliğin mutlaka olması ve hangi özelliğe gerek olmayabileceği de tartışılmalıdır (Arshavsky ve Goldenberg, 2005). Bu bağlamda çeşitli seviyelerdeki bazı yabancı matematik kitaplarında da bir tanımın hangi özellikleri taşıdığı, matematiksel ve geometrik kavramların tanımının nasıl yapılabileceği üzerine müstakil bölümler bulunmaktadır (Örn. Burger ve ark., 2008). Ülkemizdeki matematik ve geometri ders kitaplarında da buna yönelik bölümlere yer verilmelidir. Bu yönde çalışmalar yapılarak öğrenme ortamları zenginleştirilmesine çalışılmalıdır.

6. Kaynakça

- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56, 786-795. doi: 10.2307/20205297
- Aiken, L.R. (1972). Language factors in learning mathematics. *Review of Educational Research*, 42, 359-385. doi:10.3102/00346543042003359
- Allendoerfer, C. B. (1965). Angles, arcs, and Archimedes. *The Mathematics Teacher*, 58(2), 82-88.
- Arshavsky, N. & Goldenberg, E.P. (2005). Perceptions of a quadrilateral in a dynamic environment. In D. Carraher, R. Nemirovsky, & A. Schliemann (Eds.) *Journal for Research in Mathematics Education Monograph XIII: Medium and meaning: Video papers in mathematics education research*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Aslan, D., & Arnas, Y. A. (2007). Three-to six-year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education*, 15(1), 83-104.
- Aydın, İ., & Peken, M. (2009). *Ortaöğretim geometri 1 ders kitabı*. Ankara: Farklı Yayınevi.
- Aydın, E., & Gündoğdu, L. (2016). *Ortaokul Matematik 6 Ders kitabı*, Ankara: Sevgi Yayınları.
- Bahar, M., Ozel, M., Prokop, P., & Usak, M. (2008). Science student teachers' ideas of the heart. *Journal of Baltic Science Education*, 7, 78-86.
- Bakeman, R., & Gottman, J. M. (1997) *Observing interaction: Introduction to sequential analysis* (2nd ed.), Cambridge: Cambridge University Press.
- Bozkurt, A., & Koç, Y. (2012). Investigating first year elementary mathematics teacher education students' knowledge of prism. *Education- al Sciences: Theory & Practice*, 12, 2949-2952.
- Brown, C. A., & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 209-239). New York: Macmillan.
- Burger, E. B, Chard, D. J, Hall, E. J, Kennedy, P. A., Leinward, S. J., Renfro, F. L., Roby, T. W, Seymour, D. G., & Waits, B. K. (2008). *California Geometry*. Austin: A Harcourt Education Company
- Cunningham, F., & A. Roberts. 2010. Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers. *IUMPS The Journal*, 1, 1- 17.
- Çetin, Ö. F., & Dane, A. (2004). Sınıf öğretmenliği 3. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgilere erişim düzeyleri üzerine. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12, 427-436.
- Dane, A., & Başkurt, H. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin doğru parçası, doğrusallık, ışın ve açı kavramlarını algılama düzeyleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 85-104.
- Driscoll, M. J., DiMatteo, R. W., Nikula, J., & Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers, grades 5-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Dubs, H. H. (1943). Definition and its problems. *The Philosophical Review*, 52, 566-577.
- Govender, R., & De Villiers, M. (2003). Constructive evaluation of definitions in a dynamic geometry context. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 7, 41-58.

- Jones, K., Mooney, C., & Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 22(2), 95-100.
- Herbst, P., Gonzalez, G., & Macke, M. (2005). How can geometry students understand what it means to define in mathematics? *The Mathematics Educator*, 15, 17-24.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement, *American Educational Research Journal*, 42, 371-406. doi: 10.3102/00028312042002371
- Kaptan, S. (1993). *Bilimsel araştırma ve istatistik teknikleri*. Ankara: Tekişik yayınları.
- Keiser, J. M. (2004). Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth-grade students' discourse to the history of the angle concept. *Mathematical thinking and learning*, 6(3), 285-306.
- Keiser, J. M., Klee, A., & Fitch, K. (2003). An assessment of students' understanding of angle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(2), 116-119.
- Kieran, C. (1986a). Logo and the notion of angle among fourth and sixth grade children. In L. Burton, & C. Hoyles (Eds.) *Proceedings of Psychology in Mathematics Education 10* (s. 99-104). London: City University.
- MEB (2009). 9. sınıf geometri ders kitabı. Ankara: MEB.
- Miles, B. M., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd ed.). London: Sage.
- Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209-238. doi: 10.1023/A:1003927811079
- Robson, C. (1993). *Real world research*. Oxford: Blackwell Publishers.
- Strauss, A. L. & Corbin, J. (1990). *Basics of a qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage.
- Tunç, M. P., & Durmuş, S. (2012). Pre-service elementary school classroom and mathematics teachers' interpretations about the definition of angle concept. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, 4, 131-140.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning mathematics, In D. O. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer.
- Wren, L. (1973). *Basic mathematical concepts*. NY: McGraw Hill, Inc.
- Yazgan, G., Argün, Z. ve Emre, E. (2009). Teacher sceneries related to "angle concept": Turkey case. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1, 285-290.
- Yeşildere, S. (2003). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.
- Young, J. A., & Bush, G. A. (1971). *Geometry for elementary teachers*. London: Holden-Day.
- Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36, 317-346.
- Zembaç, (2013). *Matematiksel Analizi ile Ölçme Kavramı ve Uzunluk, Alan ve Hacim Nitelikleri*, içinde Editörler I. O.Zembaç, M. F.Özman-tar, E.Bingölbali, H.Şandır, A.Delice, Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar, pp. 519-528, 2013, Ankara: Pegem yayıncılık.