



Influence of own weight on dynamic analysis of a pre-stretched plate-strip containing a circular hole under bending load

Ülkü Babuşcu Yeşil

Department of Mathematical Engineering, Yıldız Technical University, İstanbul, 34210, Turkey

Highlights:

- Three-Dimensional Linearized Theory of Elasticity is used to analyze the effect of own weight of plate-strip.
- As the own weight of the plate-strip increases, first fundamental frequencies decreases
- Absolute values of stresses and displacement distributions around the hole under dynamic bending load increases by increasing the own weight of the plate-strip

Keywords:

- Own weight,
- Initial stress,
- Dynamic analysis,
- Circular hole,
- Finite element method

Article Info:

Research Article
Received: 27.09.2016
Accepted: 15.08.2018

DOI:

10.17341/gazimmfd.460487

Correspondence:

Author: U. Babuşcu Yeşil
e-mail:
ubabuscu@yildiz.edu.tr
phone: +90 212 383 4606

Graphical/Tabular Abstract

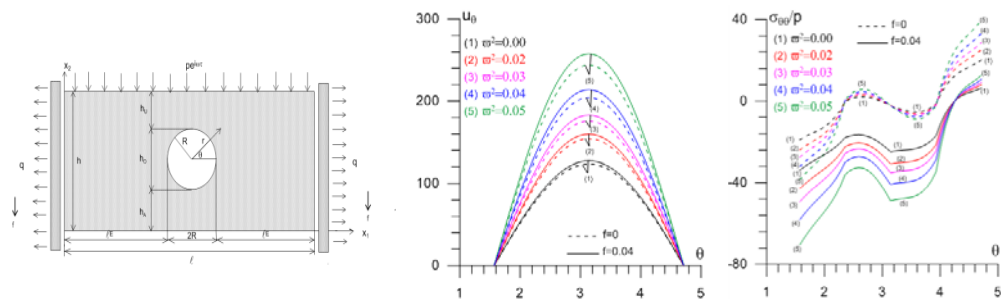


Figure A. Forces acting on the plate-strip containing a circular hole and variation of dynamic loading and own weight of plate-strip around the hole on stress and displacement distribution.

Purpose: This study investigates the effect of own weight on the dynamic analysis of a pre-stretched composite plate-strip containing a circular hole subjected to bending load. These types of problems have been studied in the literature only within the framework of approximate theories without any discontinuous in the structure.

Theory and Methods:

The combined effect of body forces (weight) and surface forces (pre-stretching load) on the plate-strip with a hole is considered as the initial stresses determined within the linear theory of elasticity. The effects of these initial stresses on the natural and forced vibrations around the hole within a plate-strip under additional bending load are investigated in the framework of the Three-Dimensional Linearized Theory of Elasticity (TDLTE) under the plane strain state, and the solutions of the considered boundary value problems are solved numerically by using the finite elements method

Results:

First fundamental frequencies decrease with the plate-strip's own weight and increase with initial stretching force. First fundamental frequencies decrease with the plate-strip's own weight as the hole approaches the upper face of the plate-strip, while these values are almost unaffected when the weight of the plate-strip is neglected. The values of polar stresses and displacements around the hole increase with increasing density of own weight. The stresses' and displacements' absolute values around the hole are significantly decrease with pre-stretching force, and this effect is greater when considering plate-strip's own weight.

Conclusion:

Own weight of the structures are neglected in most investigations, so heavyweight and lightweight structures are assumed as if equal. The own weight of the structures must not be ignored for ensuring the safe structural designs. This paper shows that the influence of the plate's own weight has an important role on the dynamic analysis around the circular hole within a plate-strip.



Kendi ağırlığının dairesel delik içeren eğilme altındaki öngerilmeli şerit-plağın dinamik analizine etkisi

Ülkü Babuşcu Yeşil*^{ID}

Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalürji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, Davutpaşa Yerleşim Birimi, Esenler, İstanbul, 34210, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Şerit-plağın kendi ağırlığının etkisini incelemek için Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Elastisite Teorisi kullanılmıştır.
- Şerit-plağın kendi ağırlığı arttıkça kritik doğal frekans değerleri azalmaktadır.
- Dinamik yük etkisinde delik civarındaki gerilme ve yerdeğiştirme dağılımları şerit-plağın kendi ağırlığı arttıkça mutlak değerce artmaktadır.

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 27.09.2016

Kabul: 15.08.2018

DOI:

10.17341/gazimmfd.460487

Anahtar Kelimeler:

Ağırlık,
öngerilme,
dinamik analiz,
dairese delik,
sonlu elemanlar metodu

ÖZET

Bu çalışma eğilme etkisindeki içerisinde dairesel delik bulunan öngerilmeli kompozit şerit-plağın dinamik analizine kendi ağırlığının etkisini incelemektedir. Hacimsel kuvvetler (ağırlık) ve yüzeysel kuvvetlerin (öngerilme yüklemesi) delik içeren şerit-plağa birlikte etkisi Lineer Elastisite Teorisi ile belirlenen öngerilmeler olarak düşünülmüştür. İlave yüklem altında şerit-plağın delik civarındaki doğal ve zorlanmış titreşimlerine öngerilmelerin etkisi düzlem şekil değiştirme altında Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Elastisite Teorisi (LEÜBET) çerçevesinde ele alınmıştır ve ele alınan sınır değer probleminin çözümleri Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak sayısal olarak yapılmıştır. Bu çalışma dairesel bir delik içeren şerit-plağın kendi ağırlığının plağın dinamik analizine önemli bir etkisi olduğunu göstermektedir.

Increasing the weight (f) of the ribbon-plate causes the stress and displacement distributions to increase with absolute value under the effect of additional dynamic load.

Influence of own weight on dynamic analysis of a pre-stretched plate-strip containing a circular hole under bending load

H I G H L I G H T S

- Three-Dimensional Linearized Theory of Elasticity is used to analyze the effect of own weight of plate-strip.
- As the own weight of the plate-strip increases, first fundamental frequencies decreases.
- Absolute values of stresses and displacement distributions around the hole under dynamic bending load increases by increasing the own weight of the plate-strip.

Article Info

Research Article

Received: 27.09.2016

Accepted: 15.08.2018

DOI:

10.17341/gazimmfd.460487

Keywords:

Own weight,
initial stress,
dynamic analysis,
circular hole,
finite element method

ABSTRACT

This paper investigates the effect of own weight on the dynamic analysis of a pre-stretched composite plate-strip containing a circular hole subjected to bending load. The combined effect of body forces (weight) and surface forces (pre-stretching load) on the plate-strip with a hole is considered as the initial stresses determined within the linear theory of elasticity. The effects of these initial stresses on the natural and forced vibrations around the hole within a plate-strip under additional bending load are investigated in the framework of the Three-Dimensional Linearized Theory of Elasticity (TDLTE) under the plane strain state, and the solutions of the considered boundary value problems are solved numerically by using the finite elements method. This paper shows that the influence of the plate's own weight has an important role on the dynamic analysis around the circular hole within a plate-strip.

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: ubabuscu@yildiz.edu.tr / Tel: +90 212 383 4606

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Çeşitli yüklemeler etkisindeki yapı elemanlarının içerdiği süreksizlikler (delik, boşluk, çatlak vb.), gerilme üretici gibi davranarak, yapı içerisinde gerilme yığılmalarına sebep olmaktadır. Bu gerilme yığılmaları, yapı elemanlarının mukavemetini önemli ölçüde etkilediğinden yapı elemanının işlev ömrünü kısaltmakta veya kullanım esnasında yapı elemanında ciddi hasarların oluşmasına sebep olmaktadır. Bu nedenlerden dolayı tasarımla uğraşan mühendisler için yapı elemanının içerdiği delik veya boşlukların çeşitli yüklemeler altında yapının statik ve dinamik davranışına ne kadar etki gösterdiğinin bilinmesi, tasarımın üstleneceği görevi başarıyla yerine getirebilmesi açısından çok önemlidir.

Çeşitli yüklemeler etkisinde delikler civarında oluşan gerilme yığılmalarının belirlenmesine ait kapsamlı ilk çalışmalar Savin [1] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, sonsuz boyutlu plağın içerdiği çeşitli geometrik formdaki delik/delikler civarında oluşan gerilme durumu kompleks fonksiyonlar teorisi ve konform dönüşüm yardımıyla çözülmüş ve elde edilen analitik çözümler verilmiştir. Sayısal çözüm tekniklerinin geliştirilmesi ile bu alanda karmaşık yükleme ve malzemeler göz önüne alınarak pek çok çalışma yapılmıştır. Son yıllarda bu alanda yapılan çalışmalardan; [2]'de tek ve çift eksenli yükleme altında delik içeren izotrop ve ortotrop malzemelerden yapılmış plaklarda gerilme yığılmaları incelenmiştir. [3]'de Airy gerilme fonksiyonları kullanılarak dairesel delik içeren sonsuz dikdörtgen plağın gerilme, şekil değiştirme ve yer değiştirmeleri için kesin çözüm bulunmuştur, [4]'de sonlu elemanlar metodu kullanılarak ANSYS paket programı ile eksenel düzlem yüke maruz merkezi delik içeren izotropik ve ortotropik plaka davranışları üç boyutlu incelenmiştir. [5]'de eliptik delik içeren sonlu bir plakada deliğin eğim ve geometrisinin değişiminin gerilme değerlerine etkisi sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilmiştir.

Yapı elemanı oluşturulurken, çeşitli montaj kusurları veya teknolojik uyumsuzluklar nedeniyle istemeden veya esas yükleme esnasında avantaj sağlayabilmek için amaç yönlü olarak yapı elemanının başlangıçta sahip olduğu ön etkilerin (öngerilme vb.) göz önüne alındığı, statik gerilme yığılması problemlerine ait pek çok çalışma mevcuttur. Örneğin; [6]'da iki komşu dairesel delik içeren öngerilmeli ortotrop şerit levhanın eğilmesi durumunda delikler arasındaki etkileşim incelenmiş, [7]'de üç boyutlu sonlu eleman analizi ile iki komşu silindirik delik içeren öngerilmeli kompozit plağın eğilmesi durumunda delikler civarındaki gerilme yığılmaları incelenmiştir

Delik veya boşluklar yapı elemanının statik davranışına olduğu kadar dinamik davranışına da önemli ölçüde etki göstermektedir. Bu süreksizliklerin yapı elemanının doğal titreşim frekanslarına gösterdiği etkilerin araştırıldığı deneysel ve teorik çalışmalar mevcuttur. Bunlardan [8]'de merkezi delik içeren yarı izotropik karbon fiber laminaların

serbest titreşim analizi sayısal ve analitik olarak plak teorileri ile incelenmiştir. [9]'da dikdörtgen ve dairesel delik içeren dikdörtgen plağın titreşim analizi Independent Coordinate Coupling Method (ICCM) ile incelenmiştir. [10]'da üç boyutlu silindirik boşluk içeren kompozit plağın serbest titreşim analizi incelenmiştir. Ele alınan yapı elemanlarının içerdiği süreksizliklerin, bu yapı elemanlarının zorlanmış titreşimine etkilerinin incelenmesine ait bazı çalışmalar [11-13] olarak verilebilir.

Fakat tüm bu çalışmalarda yapısal elemanların kendi ağırlıkları ihmal edilmiştir. Çünkü dış yükler altındaki yapı elemanlarının analizinde çoğu zaman bu yapı elemanının kendi ağırlığı ele alınan dış yükün büyüklüğüne göre küçük kaldığı, dolayısıyla sonuca az etki gösterdiği ve işlemleri zorlaştırdığı için göz önüne alınmaz. Ancak, yapının ağırlığı bazı durumlarda belirleyici olabilmektedir. Bu nedenle göz önüne alınmasının gerekliliği ortaya çıkabilmektedir. Çünkü yapıların kendi ağırlığı ihmal edildiğinde hafif ve ağır yapılar eşitlenmiş olup bu da güvenilir yapısal tasarım elde edilmesini engellemektedir. Güvenilir bir yapısal tasarım elde edebilmek için yapıların kendi ağırlıkları mutlaka dikkate alınmalıdır.

Bu çalışmada, karşılıklı kenarlarından düşey doğrultuda yer değiştirme yapamayacak şekilde mesnetlenmiş, yapısında dairesel delik bulunan öngerilmeli kompozit şerit-levhanın üst yüzeyine etki eden dinamik yük etkisi altında eğilmesi durumunda, serbest ve zorlanmış titreşimine levhanın kendi ağırlığından dolayı oluşan öngerilmelerin etkisi incelenmiştir. Belirtilen problemler literatürde ancak yaklaşık teoriler çerçevesinde ve delik içermeyen yapı elemanları için yapılmıştır. Bu çalışmalardan [14]'de kendi ağırlığının herhangi bir süreksizlik içermeyen plakların statik analizine etkisi, [15]'de kendi ağırlığının kirişlerin dinamik analizine etkisi incelenmiştir. [16]'da dairesel delik içeren eğilme altındaki şerit-plağın kendi ağırlığının statik davranışına olan etkisi incelenmiştir. Bu çalışmada literatürde verilen problemler, elastisite teorisinin üç boyutlu lineerize edilmiş kesin denklemleri çerçevesinde modellenerek, kendi ağırlığının, içerisinde dairesel delik içeren kompozit yapı elemanlarının dinamik analizine etkisi geliştirilmiştir.

2. PROBLEMİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU (MATHEMATICAL FORMULATION OF THE PROBLEM)

Ele alınan çalışmada, dairesel delik içeren öngerilmeli şerit-plağın, üst yüzeyine etki eden düzgün yayılı yük altında eğilmesi durumunda doğal frekans değerlerine ve zorlanmış titreşimine levhanın kendi ağırlığından dolayı oluşan öngerilmelerin etkisi incelenecektir. Bu incelemeler, ele alınan kalın plağın üst yüzeyinde normal doğrultuda zamana göre periyodik değişen dış kuvvet etkisindeki zorlanmış titreşim problemi yardımıyla yapılacaktır. Kalın plağın üst yüzeyine etki eden dinamik yüklemeye doğan yer değiştirme yayılışına yapıdaki öngerilmeler (Şerit plağın

kendi ağırlığı ve uçlarından etki eden tek eksenli çekme kuvvetleri) etki gösterdiğinden, bu etki dış yüklemelerin ayrı ayrı etkilerinin süperpozisyonu ile belirlenmemektedir. Bu nedenle bu problemin matematik modeli LEÜBET çerçevesinde yapılacaktır. Buna göre çözüm iki aşamada belirlenecektir. Birinci aşamada yapıda karşılıklı iki kenardan düzgün yayılı normal dış kuvvet ve kendi ağırlığı etkisinde yapıda oluşan gerilme (öngerilmeler) yayılışları süperpoze edilerek belirlenecek, ikinci aşamada; ele alınan kalın plağın üst yüzeyine normal doğrultuda etki eden ve zamana göre periyodik değişen dinamik yük etkisinde yapıda oluşan yer değiştirme yayılımına, birinci aşamada bulunan yapıdaki öngerilmelerin etkisi incelenecektir. Belirtelim ki, ele alınan sınır değer problemine ait aşağıda verilen matematiksel modellemede; birinci aşamaya ait büyüklükler üst indis (0), ikinci aşamaya ait büyüklükler indissiz gösterilecektir.

Dikdörtgen şerit plağın bütün yanal kenarlarından basit mesnetle tutturulduğu, yapısındaki ilk öngerilmenin karşılıklı iki yanal yüzeyinden ($x_1 = 0$ ve $x_1 = \ell$) etkiyen yoğunluğu q olan düzgün yayılı normal kuvvet etkisinde oluştuğu, diğer öngerilmenin şerit plağa etki eden birim yoğunluğu f olan kendi ağırlığı etkisiyle oluştuğu ve yapıdaki dairesel deliğin bu yüzeyler arasında ve plağın iç kısmında yer aldığı kabul edilmektedir. Delik civarında etki eden herhangi bir kuvvet yoktur. Yoğunluğu $pe^{i\omega t}$ ($p \ll q$ ve $p \ll f$) olan ilave uniform yayılı normal kuvvet plağın üst yüzeyine etki etmektedir (Şekil 1).

Ele alınan sınır değer probleminin çözüm bölgesidir (Eş. 1 ve Eş. 2).

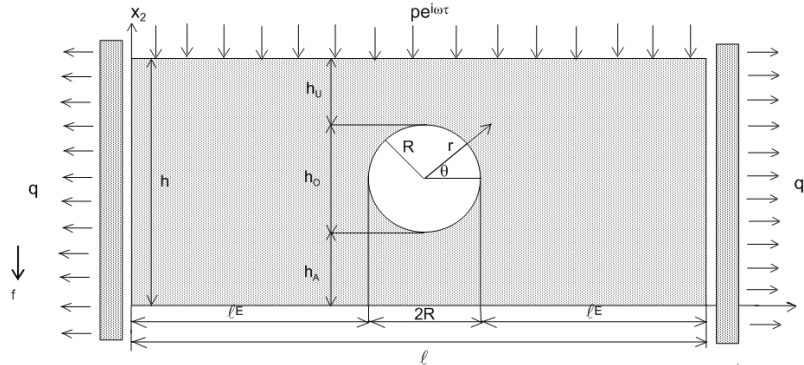
$$\Omega' = \Omega - \Omega_1$$

$$\Omega = (0 \leq x_1 \leq \ell, 0 \leq x_2 \leq h) \quad (1)$$

$$\Omega_1 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell_E + R))^2 + (x_2 - (h_A + R))^2 \leq R^2 \right\} \quad (2)$$

Problemin matematik modeli düzlem şekil değiştirme ile LEÜBET çerçevesinde ([17, 18]) yapılacaktır.

Birinci aşamaya ait sınır değer problemi;



Şekil 1. Dairesel delik içeren şerit-plağa etki eden kuvvetler (Forces acting on the plate-strip containing a circular hole)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(0)}}{\partial x_j} + f_i = 0; f_i = \rho g \delta_2^i, \sigma^{(0)} = D \varepsilon^{(0)},$$

$$\sigma^{(0)} = [\sigma_{11}^{(0)}, \sigma_{22}^{(0)}, \sigma_{12}^{(0)}]^T \text{ ve } \varepsilon^{(0)} = [\varepsilon_{11}^{(0)}, \varepsilon_{22}^{(0)}, \varepsilon_{12}^{(0)}]^T,$$

$$\varepsilon_{ij}^{(0)} = \frac{1}{2} (u_{i,j}^{(0)} + u_{j,i}^{(0)}), i, j = 1, 2 \quad (3)$$

$$u_2^{(0)} \Big|_{x_1=0;\ell} = 0, \sigma_{ii}^{(0)} \Big|_{x_1=0;\ell} = q \delta_1^i, \sigma_{2i}^{(0)} \Big|_{x_2=h} = 0, i = 1, 2$$

$$\sigma_{nn}^{(0)} \Big|_{L_1} = 0, \sigma_{nr}^{(0)} \Big|_{L_1} = 0,$$

$$L_1 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell_E + R))^2 + (x_2 - (h_A + R))^2 = R^2 \right\}$$

Burada f_i ağırlık kuvveti yoğunluğunun bileşenlerini $\sigma^{(0)}$, $\varepsilon^{(0)}$ ve $u^{(0)}$ sırasıyla toplam öngerilme kuvvetlerinin etkisiyle oluşan gerilme, şekil değiştirme ve yer değiştirme tensörü bileşenlerini, L_1 yapı elemanının içerdiği dairesel boşluğun sınırını, ρ şerit plağın kütle yoğunluğunu, g yerçekimi ivmesini ve δ_1^i Kronecker sembolünü göstermektedir.

İkinci aşamaya ait sınır değer problemi;

Burada n_j dairesel delik sınırına ait dış birim normalin bileşenleridir. Ele alınan titreşim problemleri titreşim olayının başlangıcından yeterince uzak bir zaman diliminde yani titreşim olayı “stabil” olduğu durumda inceleneceğinden, zaman parametresine göre başlangıç koşulları verilmemiştir.

Yukarıda verilen birinci aşamaya ait (Eş. 3) sınır değer problemi ele alınan şerit-plağın karşılıklı $x_1 = 0, \ell$ kenarlarından düzgün yayılı çekme kuvveti ve kendi ağırlığı etkisinde yapıda oluşan yer değiştirme/gerilme yayılışının belirlenmesini; ikinci aşamaya ait (Eş. 4) sınır değer problemi öngerilmeli (öngerilmeler $\sigma_{ij}^{(0)}$ ile gösterilmektedir) şerit-plağın üst yüzeyine etkiyen ve zamana göre harmonik değişen düzgün yayılı dış kuvvet etkisinde, anizotrop şerit-plağın dinamik davranışının belirlenmesini temsil etmektedir. Bilindiği üzere, bu tür problemlere zorlanmış titreşim problemleri adı verilmektedir. Zorlanmış titreşim problemlerinin çözümlerinden yararlanılarak, aynı yapı elemanının serbest

titreşim problemlerine ait büyüklükler belirlenebilmektedir ([19]).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ji} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) &= \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \sigma = D\varepsilon, \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), u_2 \Big|_{x_1=0, \ell} = 0, \\ \left(\sigma_{11} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_1}{\partial x_n} \right) n_1 \Big|_{x_1=0, \ell} &= 0, \left(\sigma_{ji} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) n_j \Big|_{x_1=h} = p e^{i\omega t} \delta_i^2, \\ \left(\sigma_{ji} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) n_j \Big|_{x_1=0} &= 0, \left(\sigma_{11} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_1}{\partial x_n} \right) n_1 \Big|_{x_1=0, \ell} = 0, \\ \left(\sigma_{ji} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) n_j \Big|_{x_1=h} &= p e^{i\omega t} \delta_i^2, \left(\sigma_{ji} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) n_j \Big|_{x_1=0} = 0, \\ \left(\sigma_{nn} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_n}{\partial x_n} \right) \Big|_{L_1} &= \left(\sigma_{nn} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_n}{\partial x_n} \right) \Big|_{L_2} = 0, i, j, n = 1, 2. \end{aligned} \quad (4)$$

Eş. 4'deki denklem ve ifadelerin yapısından görüldüğü gibi aranan büyüklüklerin zamana bağımlılığı aşağıdaki biçimde seçilebilir.

$$\left\{ \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i \right\} = \left\{ \bar{\sigma}_{ij}, \bar{\varepsilon}_{ij}, \bar{u}_i \right\} e^{i\omega t}, \quad i, j = 1, 2 \quad (5)$$

Eş. 5'de $\bar{\sigma}_{ij}$, $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ve \bar{u}_i 'ler uygun büyüklüklerin genliğini, ω dış kuvvetin frekansını ve i kompleks (sanal) büyüklüğü göstermektedir. Eş. 5 ifadeleri Eş. 4'de yerine yazılır, gerekli düzenlemeler yapılır ve basitlik açısından genlikleri gösteren sembollerdeki üst çizgiler ihmal edilirse, Eş. 4'deki hareket denklemi genlikler cinsinden aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \rho \omega^2 u_i = 0 \quad (6)$$

$x_2 = h$ 'daki sınır koşulu ise

$$\sigma_{22} \Big|_{x_2=h} = p \quad (7)$$

haline dönüşür. Eş. 4'deki diğer denklem ve ifadeler aranan büyüklüklerin genlikleri için de aynen sağlanmaktadır. Böylece ele alınan plağın zorlanmış titreşimlerinin araştırılması Eş. 4'deki sınır değer probleminin ilgili ifadelerinin Eş. 6 ve Eş. 7 ile değiştirilip diğer denklem ve bağıntılarının genlikler cinsinden aynı kalması çerçevesinde incelenmesine getirilir. Eğer Eş. 7'de $p=0$ kabul edilirse problem ele alınan plağın serbest titreşim frekanslarının belirlenmesine ait özdeğer probleminde dönüşmüş olur.

3. PROBLEMİN SONLU ELEMANLARLA MODELLENMESİ (FEM MODELLING OF THE PROBLEM)

Matematiksel modelleri verilen problemlerin sonlu eleman formülasyonları ([19, 20]);

1. aşamaya ait sınır değer problemi için

$$\begin{aligned} \Pi^{(0)} &= \frac{1}{2} \iint_{\Omega'} \sigma_{ij}^{(0)} \varepsilon_{ij}^{(0)} dx_1 dx_2 - \iint_{\Omega'} u_2^T f dx_1 dx_2 - \\ &\int_0^h q u_1^{(0)} \Big|_{x_1=0} dx_2 + \int_0^h q u_1^{(0)} \Big|_{x_1=\ell} dx_2 \end{aligned} \quad (8)$$

fonsiyoneli ve 2. aşamaya ait sınır değer problem için

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega'} \left(T_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \rho \omega^2 u_i u_j \right) dx_1 dx_2 - \int_0^{\ell} p u_2 \Big|_{x_2=h} dx_1 \quad (9)$$

fonsiyoneli yardımıyla yapılmıştır. Burada

$$T_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_{in}^{(0)} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \quad (10)$$

dir. Eş. 10'da $\sigma_{in}^{(0)}$ Eş. 3 sınır değer probleminin çözümünden belirlenen öngerilme bileşenleridir. Eş. 6 denklemleri Eş. 9 fonsiyonelinin Euler denklemleri olur. Her bir problemin sonlu eleman formülasyonu Ritz tekniği yardımıyla elde edilebilir ([21]).

Çözüm bölgesi Ω' , sonlu adet alt bölgeye yani, sonlu elemana ayrıklaştırılır. Burada,

$$\Omega' = \bigcup_{k=1}^M \Omega_k \quad (11)$$

olur. Dairesel deliğin etrafında 6 nodlu eğrisel üçgen sonlu elemanlar, geri kalan bölgede 9 nodlu dikdörtgen Lagrange kuadratik elemanları kullanılmıştır ([13, 21]) (Şekil 2).

Dikdörtgen sonlu elemanların nodlarında tanımlı şekil fonsiyonlarının ifadeleri 2. Dereceden Lagrange şekil fonsiyonları yardımıyla, üçgen sonlu elemanların nodlarında tanımlı şekil fonsiyonları ise, 2. Dereceden polinom olarak tanımlanmış ve N_i şekil fonsiyonlarının bilinmeyen katsayıları

$$N_i(x_{1j}, x_{2j}) = \delta_{ij} \quad (12)$$

eşitliği yardımıyla belirlenmiştir ([21]). Eş. 12'de (x_{1j}, x_{2j}) , Ox_1x_2 koordinat sisteminde j . nodun koordinatları ve δ_{ij} , kronecker sembolüdür.

Çözüm yöntemi gereği, her bir sonlu elemanda aranan yer değiştirme fonsiyonu polinom şeklinde kabul edilir. Bu polinomlar (8) ve (9) fonsiyonellerinde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa;

1. sınır değer problemi;

$$K^{(0)} a^{(0)} = r^{(0)} \quad (13)$$

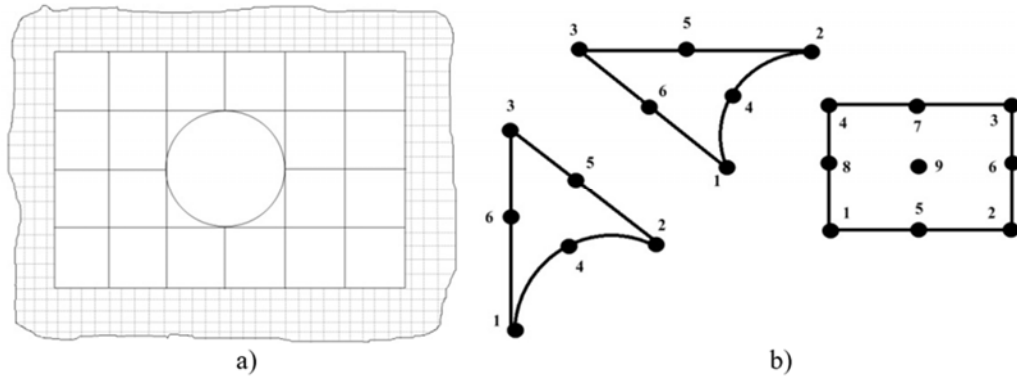
cebirsal denklem sisteminin çözümüne, 2. sınır değer probleminin çözümü;

$$(K - \omega^2 M)a = r \quad (14)$$

cebirsel denklem sisteminin çözümüne indirgenir. Eş. 13 ve Eş. 14'de $K^{(0)}$, K Rijidlik matrisi, M kütle matrisi, $a^{(0)}$, a nodlarda bilinmeyenleri içeren vektör ve $r^{(0)}$, r kuvvet (sağ taraf) matrisini göstermektedir ([19, 21]). Eş. 13 (Eş. 14) cebrik denklem sisteminin çözümünden sırasıyla birinci aşamaya (ikinci aşamaya) ait nodlardaki yer değiştirme (yer değiştirmenin amplitüdlerinin) değerleri belirlenir. Ancak birinci aşamaya ait gerilme değerleri ikinci aşamadaki problemin formülasyonuna dahil olduğundan, ikinci aşamaya ait gerilme değerlerinin belirlenebilmesi için birinci aşamada yapıda oluşan gerilme yayılımının belirlenmesi gerekmektedir.

Serbest titreşim analizi için, dış kuvvetin frekansının değeri, yapının kritik doğal frekans değerine yaklaştırılırsa yani, $\omega \rightarrow \omega_{cr}$ için Eş. 14'ün çözümünde yer değiştirmeler sonsuza gider. Ele alınan yapının kritik doğal frekanslarını gösteren sayısal sonuçlar bu özellikten yararlanılarak belirlenmiştir. Yapının zorlanmış titreşimine ait sayısal hesaplamalarda dış kuvvetin frekansının (ω) değeri, yapının uygun doğal frekans (ω_{cr}) değerinden küçük alınarak ($\omega \ll \omega_{cr}$), dairesel delik civarındaki gerilme yığılmaları incelenmiştir.

Sayısal integral hesaplamaları için Gauss Karelemesi (Gauss Quadrature) metodu 10 gauss noktası kullanılarak yapılmıştır. Dairesel delik civarında gerilmelerin daha anlaşılır olması açısından kutupsal koordinatlardaki değerler daha elverişli olduğundan, kartezyen koordinatlardaki gerilme fonksiyonları yardımıyla, kutupsal koordinatlarda gerilme fonksiyonlarının ifadelerinden yararlanır. Bu ifadeler; Eş. 15 ile belirtilmiştir [22].



Şekil 2. a) Sonlu Eleman Ağı (Finite Elements Mesh) b) Dikdörtgen ve üçgen sonlu elemanlar ve nodların konumu (Rectangular and triangular finite elements and position of the nodes)

Tablo 1. N parametresi değişiminin birinci doğal frekans değerlerine ($\bar{\omega}_{cr,I}^2$) etkisinin incelenmesi (Investigation of the effect of the parameter N on the values of the first fundamental frequencies ($\bar{\omega}_{cr,I}^2$))

N	40	50	60	70	80	85	90
$\bar{\omega}_{cr,I}^2$	0,0651	0,0647	0,0645	0,0644	0,0643	0,0643	0,0643

$$\sigma_{rr} = \sigma_{11} \cos^2 \theta + \sigma_{22} \sin^2 \theta + 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{11} \sin^2 \theta + \sigma_{22} \cos^2 \theta - 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta \quad (15)$$

$$\tau_{r\theta} = \sigma_{12} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \sin \theta \cos \theta$$

4. SAYISAL SONUÇLAR (NUMERICAL RESULTS)

Şerit-plağın malzemesinin birbirini tekrarlayan iki izotrop, homojen levhadan oluşmuş çok katlı kompozit malzeme olduğu kabul edilmektedir. Ele alınan şerit-plağın malzemesi simetri eksenini Ox_2 olan, homojen transversal izotrop malzeme olarak modellenmiştir ([19]). Ele alınan problemlerin çözümü, yapı elemanı ve yüklemenin $x_1 = \ell/2$ 'ye göre simetrik olmasından yararlanılarak yarım (1/2) bölge için yapılmıştır. Çözüm bölgesinin uygun sonlu eleman ağı ayrıştırılması için Tablo 1 ve Tablo 2 $q/E_1 = 0$, $h/\ell = 0,10$ ve $f=0$ değerleri için hesaplanmıştır. Bu tablolarda N ve M parametreleri sırasıyla Ox_1 ve Ox_2 eksenleri doğrultusundaki dikdörtgen sonlu eleman sayılarını göstermektedir.

Tablo 2. M parametresi değişiminin birinci doğal frekans değerlerine ($\bar{\omega}_{cr,I}^2$) etkisinin incelenmesi (Investigation of the effect of the parameter M on the values of the first fundamental frequencies ($\bar{\omega}_{cr,I}^2$))

M	6	8	10	12	14	16
$\bar{\omega}_{cr,I}^2$	0,0655	0,0648	0,0644	0,0643	0,0643	0,0643

Tablo 1 ve Tablo 2'de sırasıyla Ox_1 ve Ox_2 eksenleri doğrultusundaki dikdörtgen sonlu eleman sayıları olan N ve M parametrelerinin değişiminin birinci doğal frekans değerlerine etkisi incelenmiştir. Tablolardan N ve M parametreleri değerlerinin artmasıyla birinci doğal frekans değerlerinin azaldığı, fakat belli bir değerden sonra sabit

kalıp bir limit değere yakınsadığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla çözüm bölgesinin sonlu eleman modellemesi için 6 nodlu eğri kenarlı 8 üçgen sonlu eleman, Ox_1 eksenini doğrultusunda 80 ve Ox_2 eksenini doğrultusunda 12 adet olmak üzere 9 nodlu toplamda 956 dikdörtgen sonlu eleman, 4027 düğüm noktası (nod) ve 8004 serbestlik derecesi (NDOF) kullanılmıştır. Tablolar ve şekillerde boyutsuz büyüklükler verilmiştir. Buna göre boyutsuz doğal frekans

$$\bar{\omega}^2 = \frac{\omega^2 \rho \ell}{A_{22}} \quad (16)$$

şeklinde dir. Burada A_{22} , Eş. 3 ve Eş. 4'de ele alınan yapı elemanının malzemesinin mekanik özelliklerini içeren D matrisinin bir bileşenidir. Ox_1 ve Ox_2 eksenleri boyunca boyutsuz yerdeğiştirmeler, sırasıyla, u ve v bu eksenler boyunca boyutlu yerdeğiştirmeler olmak üzere Eş. 17.

$$u_1 = \frac{E_1 u}{p \ell}, \quad u_2 = \frac{E_1 v}{p \ell} \quad (17)$$

E_1 matris malzemesinin Elastisite modülü, p, şerit-plağın üst yüzeyinden etki eden düzgün yayılı basınç yükünün yoğunluğu, ℓ şerit-plağın Ox_1 doğrultusundaki uzunluğudur. Elde edilen sayısal sonuçları doğrulamak için Tablo 3'de dairesel delik içeren şerit-plağın kenarlarından uniform yayılı öngerilme kuvveti etkisi olmadığı durumda ($q/E_1 = 0$), delik boyutlarının (R/ℓ) küçültülerek, farklı E_2/E_1 değerlerinde birinci doğal frekans değerlerine etkisi incelenmiştir.

Tablo 3. Delik yarıçapının (R/ℓ) şerit-plağın kenarlarından uniform yayılı öngerilme kuvveti etkisi olmadığı durumda ($q/E_1 = 0$), $h/\ell = 0,10$ için farklı E_2/E_1 değerlerinde $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ değerlerine etkisi

(Effect of radius of the hole (R/ℓ) on the values of $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ for the case $q/E_1 = 0$ for $h/\ell = 0.10$ for different values of E_2/E_1)

R/ℓ	E_2/E_1		
	1	20	50
0,0120	0,0656	0,3208	0,6398
0,0083	0,0643	0,3163	0,6324
0,0070	0,0628	0,3132	0,6281
0,0064	0,0609	0,3104	0,6209
*(Akbarov ve Guz) [19]	0,06	0,31	0,62

Tablodaki verilerden her bir E_2/E_1 değeri için, dairesel deliğin boyutları küçüldükçe, kritik doğal frekans değerlerinin azaldığı ve delik içermeyen katı şerit-plağın [19]'daki değerlerine yakınsadığı görülmektedir. Bu yakınsama sayısal sonuçların belirlenmesinde kullanılan algoritma ve programlara güvenilirliği sağlamaktadır. Tablo 4'de dairesel delik içeren şerit-plağın kenarlarından uniform yayılı öngerilme kuvveti etkisi olmadığı durumda ($q/E_1 = 0$), birim ağırlık kuvveti değişiminin (f), farklı E_2/E_1 değerlerinde birinci doğal frekans değerlerine etkisi incelenmiştir. Tablodaki verilerden her bir E_2/E_1 değeri için, şerit-plağın ağırlığı arttıkça kritik doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4. Birim ağırlık kuvvetinin (f), dairesel delik içeren şerit-plağın kenarlarından uniform yayılı öngerilme kuvveti etkisi olmadığı durumda ($q/E_1 = 0$), $h/\ell = 0,10$, $R/\ell = 0,0083$ için farklı E_2/E_1 değerlerinde $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ değerlerine etkisi (Effect of unit weight force (f) on the values of $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ for the case $q/E_1 = 0$, for $h/\ell = 0.10$, $R/\ell = 0.0083$ for different values of E_2/E_1 .)

$q/E_1 = 0$	E_2/E_1		
	1	20	50
f			
0	0,0643	0,3163	0,6324
0,01	0,0642	0,3163	0,6324
0,02	0,0637	0,3162	0,6323
0,03	0,0628	0,3161	0,6322
0,04	0,0617	0,3159	0,6320

Tablo 5'de q/E_1 parametresi değişiminin, farklı f değerlerinde birinci doğal frekans değerlerine etkisi incelenmiştir. Tablodaki verilerden her bir f değeri için yapıda iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi ($q/E_1 > 0$) (basınç öngerilmesi ($q/E_1 < 0$) olması, plağın doğal frekans değerlerini, iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilme olmaması ($q/E_1 = 0$) durumuna göre önemli ölçüde arttırmaktadır (düşürmektedir).

Tablo 6'da farklı q/E_1 ve f değerlerinde dairesel deliğin konumu, önceki konumuna paralel kalacak şekilde, şerit-plağın üst yüzeyine yaklaştırılması durumunda birinci doğal frekans değerleri verilmiştir. Tablodaki verilerden delik üst yüzeye yaklaştıkça yani, h_U/R oranı küçüldükçe $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ değerleri şerit-plağın kendi ağırlığı ihmal edildiğinde ($f=0$) neredeyse etkilenmezken, kendi ağırlığı dikkate alındığında ($f \neq 0$) önemli ölçüde küçülmektedir.

Tablo 5. q/E_1 parametresinin, $E_2/E_1 = 1$ için farklı f parametresi değerlerinde $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ değerlerine etkisi.

(Effect of parameter q/E_1 on the values of $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ for $E_2/E_1 = 1$ for different values of f .)

q/E_1	$f=0$	$f=0,02$	$f=0,04$
0,01	0,1392	0,1385	0,1365
0,005	0,1018	0,1011	0,0991
0,001	0,0718	0,0712	0,0692
0	0,0643	0,0637	0,0617
-0,001	0,0568	0,0562	0,0542
-0,005	0,0269	0,0262	0,0242

Tablo 6. Deliğin konumunun (h_U/R) farklı f parametresi değerlerinde $h/\ell = 0,10$, $R/\ell = 0,0083$ ve $E_2/E_1 = 1$ için $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ değerlerine etkisi.

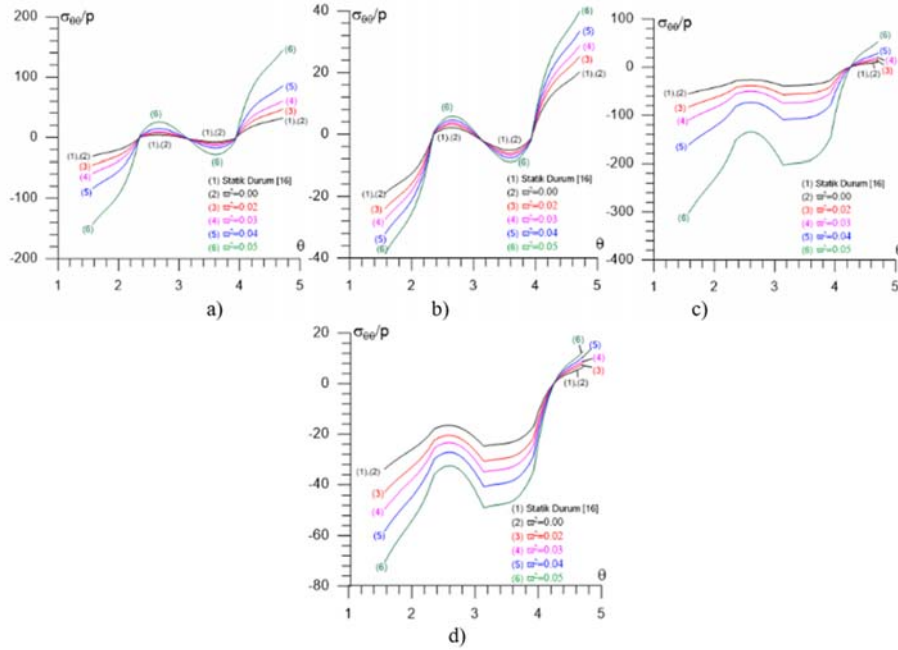
(Effect of position of the hole (h_U/R) on the values of $\bar{\omega}_{cr,1}^2$ for different values of f for $h/\ell = 0.10$, $R/\ell = 0.0083$ and $E_2/E_1 = 1$.)

q/E_1	f	h_U/R			
		5	4	3	2
0	0	0,0643	0,0643	0,0643	0,0643
	0,02	0,0637	0,0629	0,0626	0,0625
	0,04	0,0617	0,0601	0,0595	0,0593
0,005	0	0,1018	0,1017	0,1017	0,1017
	0,02	0,1011	0,1003	0,1000	0,0999
	0,04	0,0991	0,0975	0,0969	0,0967

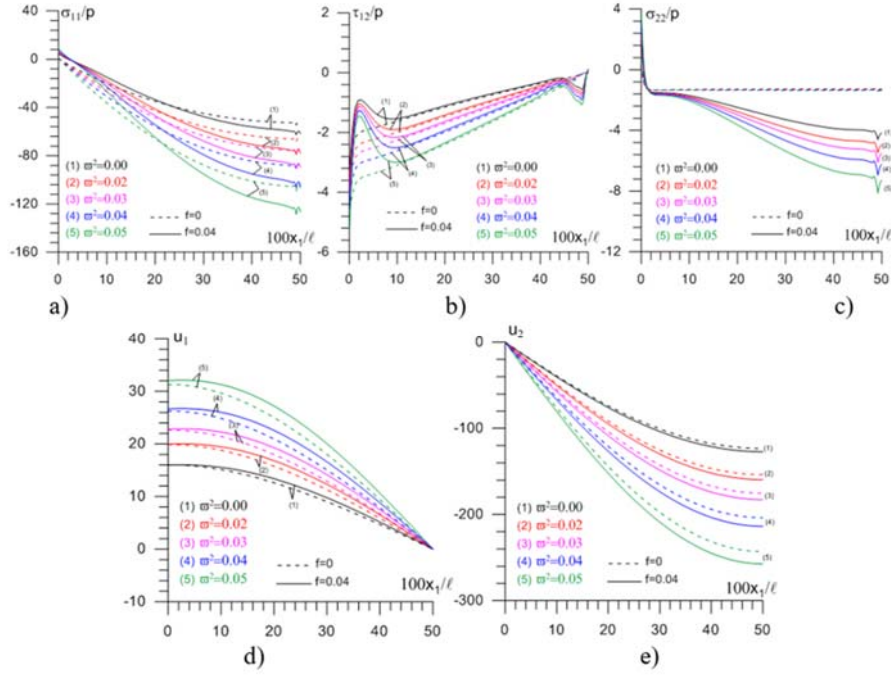
Zamana göre harmonik değişen ilave periyodik dış kuvvetin frekans değeri, yapının doğal frekans değerinden küçük alınması ($\omega^2 < \omega_{cr,1}^2$) durumunda dış kuvvetin frekansının (ω^2) dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$ gerilme dağılımına etkisi bazı f ve q/E_1 değerleri için Şekil 3'de incelenmiştir. Şekil 3'deki grafiklerde ilave periyodik dış kuvvetin frekans değerinin (ω^2) artırılması delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$ gerilme değerlerini mutlak değerce önemli ölçüde arttırmaktadır. İlave periyodik dış kuvvetin frekans değeri (ω^2) azaldıkça statik problemde elde edilen değerlere yaklaşmakta ve $\omega^2 = 0$ durumunda elde edilen değerler ile [16]'da statik problemde elde edilen değerler üst üste düşmektedir. Dış kuvvetin frekansının (ω^2) değişiminin dairesel delik içeren şerit-plağın kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında $q/E_1 = 0,005$, $E_2/E_1 = 1$ için, Şekil 4'de şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h$ 'da) Ox_1 eksenini boyunca sırasıyla (a) σ_{11}/p , (b) τ_{12}/p ve (c) σ_{22}/p gerilmeleri ile (d) u_1 ve (e) u_2 yerdeğiştirme dağılımlarına etkisi; Şekil 5'de dairesel delik civarında $r=R$ 'de $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ aralığında (a) $\sigma_{\theta\theta}/p$, (b) $\tau_{r\theta}/p$, (c) σ_{rr}/p , (d) u_r ve (e) u_θ dağılımlarına etkisi incelenmiştir. Şekil 4'deki grafiklerde her iki durum için (kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında) ilave periyodik dış kuvvetin frekans değerinin (ω^2) artırılması, ($x_2 = h$ 'da Ox_1 eksenini boyunca σ_{22}/p gerilme değeri hariç σ_{11}/p , τ_{12}/p , u_1 ve u_2 değerlerini mutlak değerce arttırmaktadır. Şerit-plağın kendi ağırlığının ihmal edilmesi durumunda ($f=0$), σ_{22}/p gerilmesine ω^2 değişiminin etkisi yoktur, kendi ağırlığı dikkate alındığında σ_{22}/p gerilmesi de mutlak değerce artmaktadır. Şekil 5'deki grafiklerde her iki durum için (kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve kendi ağırlığı

etkisinde ($f=0,04$ olması durumlarında) ilave periyodik dış kuvvetin frekans değerinin (ω^2) artırılması, dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$, $\tau_{r\theta}/p$, σ_{rr}/p , u_r ve u_θ değerlerini mutlak değerce arttırmaktadır. İlave periyodik dış kuvvetin frekans değerinin (ω^2) artırılması, şerit-plağın kendi ağırlığı dikkate alındığında, dairesel delik civarındaki kutupsal gerilme değerlerini, ihmal edildiği duruma göre daha fazla etkilemektedir. Şekil 6'da dairesel delik içeren şerit-plağın $q/E_1 = 0; 0,005$ durumlarında $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için kendi ağırlığının (f) değişiminin şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h$ 'da) Ox_1 eksenini boyunca sırasıyla (a) σ_{11}/p , (b) τ_{12}/p ve (c) σ_{22}/p gerilmeleri ile (d) u_1 ve (e) u_2 yerdeğiştirme dağılımlarına etkisi incelenmiştir. Grafiklerde her iki durum için (iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi olması ($q/E_1 = 0,005$) ve olmaması ($q/E_1 = 0$) durumlarında) şerit-plağın kendi ağırlığının (f) artırılması, $x_2 = h$ 'da Ox_1 eksenini boyunca σ_{11}/p , τ_{12}/p , σ_{22}/p , u_1 ve u_2 değerlerini mutlak değerce arttırmaktadır.

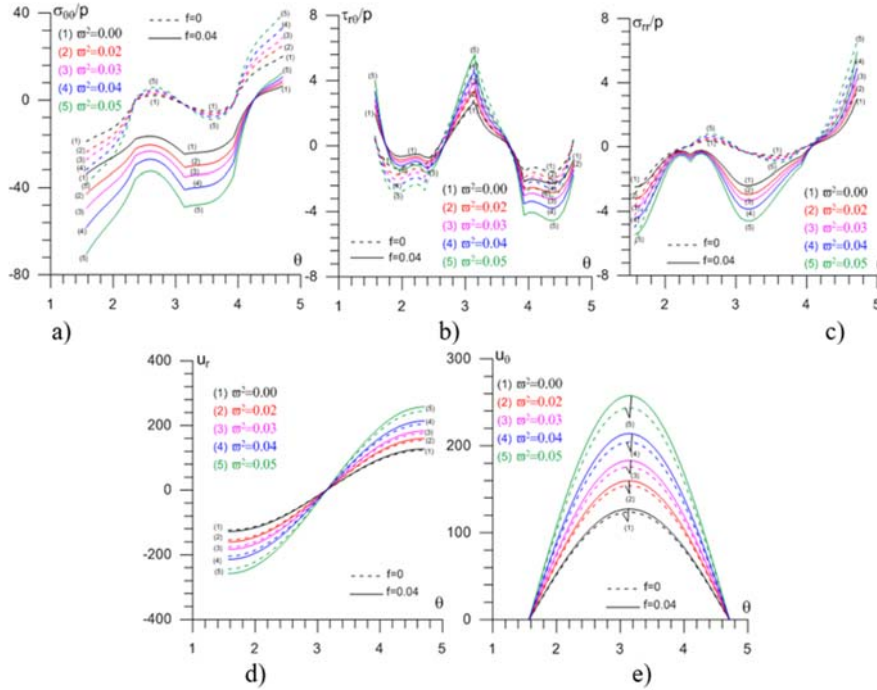
Şekil 7'de dairesel delik içeren şerit-plağın $q/E_1 = 0; 0,005$ durumlarında $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için kendi ağırlığının (f) değişiminin etkisi dairesel delik civarında $r=R$ 'de $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ aralığında (a) $\sigma_{\theta\theta}/p$, (b) $\tau_{r\theta}/p$, (c) σ_{rr}/p , (d) u_r ve (e) u_θ dağılımlarına etkisi incelenmiştir. Grafiklerde her iki durum için (iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi olması ($q/E_1 = 0,005$) ve olmaması ($q/E_1 = 0$) durumlarında) şerit-plağın kendi ağırlığının (f) artırılması, dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$, $\tau_{r\theta}/p$, σ_{rr}/p , u_r ve u_θ değerlerini mutlak değerce arttırmaktadır. Şerit-plağın iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi olmaması durumunda ($q/E_1 = 0$) kendi ağırlığındaki değişim daha etkili olmaktadır.



Şekil 3. ω^2 değişiminin $E_2/E_1 = 1$ için dairesel deliğin $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ civarında $r=R$ 'de a) $f=0$ ve $q/E_1 = 0$ b) $f=0$ ve $q/E_1 = 0,005$ c) $f=0,04$ ve $q/E_1 = 0$ d) $f=0,04$ ve $q/E_1 = 0,005$ durumlarında $\sigma_{\theta\theta}/p$ dağılımına etkisi (Effect of ω^2 on the values of $\sigma_{\theta\theta}/p$ for the cases a) $f=0$ and $q/E_1 = 0$ b) $f=0$ and $q/E_1 = 0,005$ c) $f=0,04$ and $q/E_1 = 0$ d) $f=0,04$ and $q/E_1 = 0,005$ around the hole $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ at $r=R$ for $E_2/E_1 = 1$).

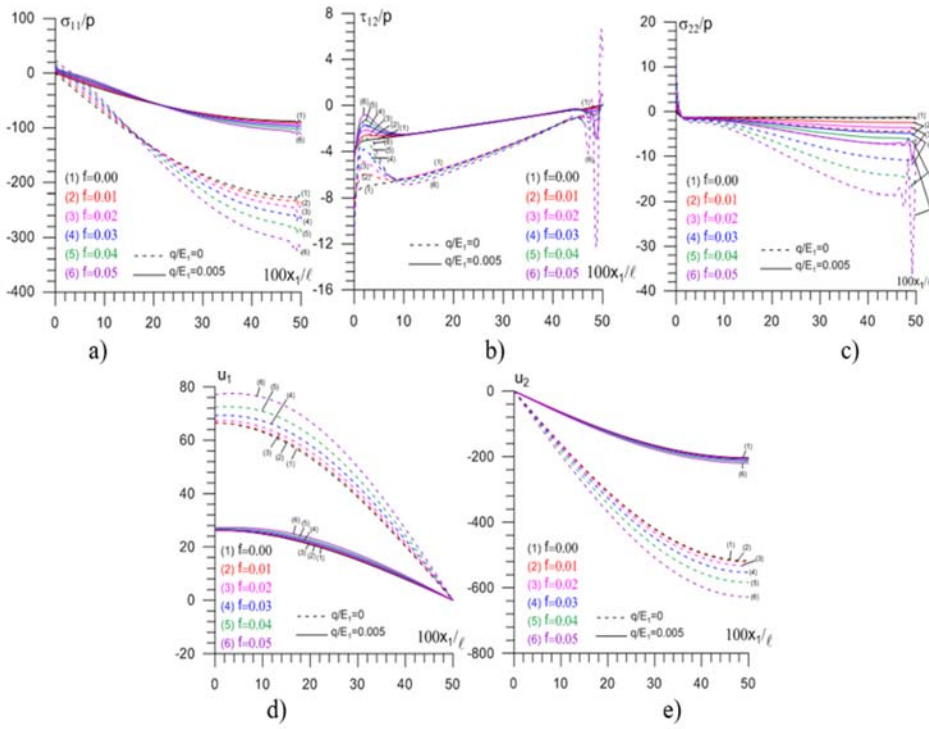


Şekil 4. ω^2 değişiminin $q/E_1 = 0,005$ ve $E_2/E_1 = 1$ durumlarında $f=0$ ve $f=0,04$ için şerit-plağın Ox_1 eksenı boyunca üst yüzeyinde ($x_2 = h$ 'da) a) σ_{11}/p b) τ_{12}/p c) σ_{22}/p d) u_1 ve e) u_2 dağılımlarına etkisi.
(Effect of ω^2 on the values of (a) σ_{11}/p , (b) τ_{12}/p , (c) σ_{22}/p (d) u_1 and (e) u_2 for the cases $f=0$ and $f=0.04$ for $q/E_1 = 0.005$ and $E_2/E_1 = 1$ along the Ox_1 axis at $x_2 = h$.)

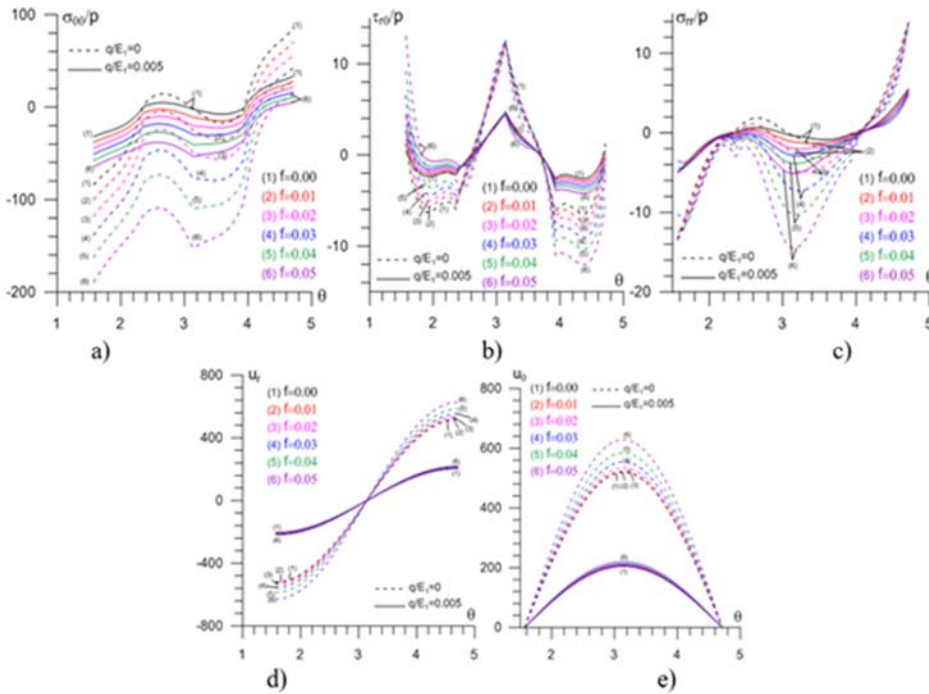


Şekil 5. ω^2 değişiminin $q/E_1 = 0,005$ ve $E_2/E_1 = 1$ durumlarında $f=0$ ve $f=0,04$ için dairesel deliğin $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ civarında $r=R$ 'de a) $\sigma_{\theta\theta}/p$, b) $\frac{\tau_{r\theta}}{p}$, c) σ_{rr}/p , d) u_r ve e) u_θ dağılımlarına etkisi.

(Effect of ω^2 on the values of (a) $\sigma_{\theta\theta}/p$ (b) $\tau_{r\theta}/p$, (c) σ_{rr}/p (d) u_r and (e) u_θ around the hole $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ at $r=R$ for the cases $f=0$ and $f=0.04$ for $q/E_1 = 0.005$ and $E_2/E_1 = 1$.)



Şekil 6. f değişiminin $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için $q/E_1 = 0; 0,005$ durumlarında şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h$ 'da) Ox_1 eksenı boyunca a) σ_{11}/p , b) τ_{12}/p c) σ_{22}/p (d) u_1 ve (e) u_2 dağılımlarına etkisi.
 (Effect of f on the values of (a) σ_{11}/p (b) τ_{12}/p (c) σ_{22}/p (d) u_1 and (e) u_2 for the cases $q/E_1 = 0; 0,005$ for $\omega^2 = 0,04$, $E_2/E_1 = 1$ along the Ox_1 axis at $x_2 = h$)

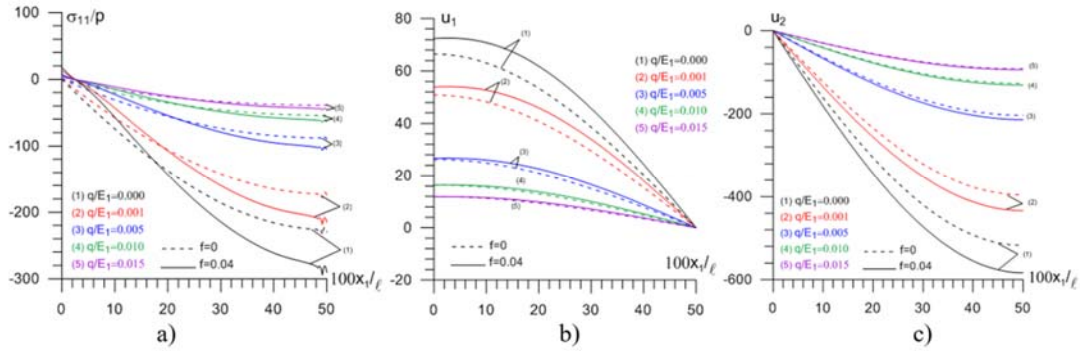


Şekil 7. f değişiminin $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için $q/E_1 = 0; 0,005$ durumlarında dairesel deliğin $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ civarında $r=R$ 'de a) $\sigma_{\theta\theta}/p$ b) $\tau_{r\theta}/p$ c) σ_{rr}/p d) u_r ve (e) u_θ dağılımlarına etkisi.
 (Effect of f on the values of (a) $\sigma_{\theta\theta}/p$ (b) $\tau_{r\theta}/p$ (c) σ_{rr}/p (d) u_r and (e) u_θ around the hole $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ at $r=R$ for the cases $q/E_1 = 0; 0,005$ for $\omega^2 = 0,04$ and $E_2/E_1 = 1$)

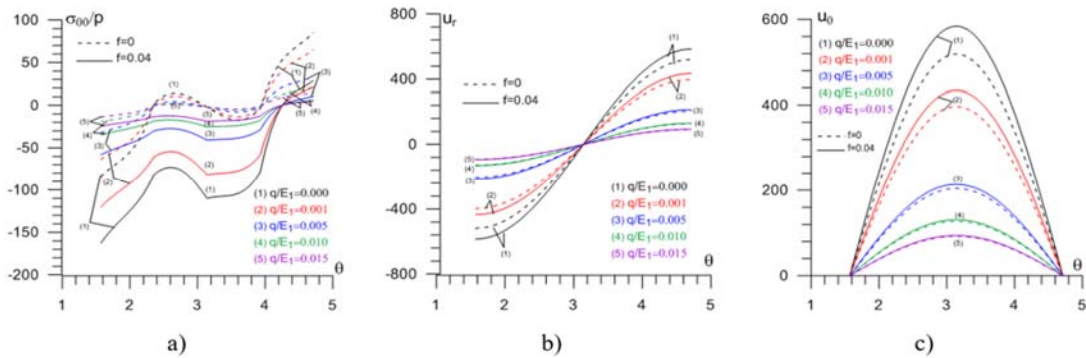
Şekil 8'de dairesel delik içeren şerit-plağın $f=0; 0,04$ durumlarında $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi değişiminin (q/E_1), şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h'$) Ox_1 eksenı boyunca sırasıyla a) σ_{11}/p gerilmesi ile b) u_1 ve c) u_2 yerdeğiştirme dağılımlarına etkisi incelenmiştir. Grafiklerde her iki durum için düzgün yayılı çekme öngerilmesi değeri (q/E_1) arttıka, $x_2 = h'$ 'da Ox_1 eksenı boyunca $\sigma_{11}/p, u_1$ ve u_2 değerlerinin mutlak değerce azaldığı görölmektedir. q/E_1 arttıka $f=0$ ve $f=0,04$ olması durumundaki dağılımlar arasındaki fark azalmaktadır. Şekil 9'da dairesel delik içeren şerit-plağın $f=0; 0,04$ durumlarında $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi değişiminin (q/E_1), dairesel delik civarında $r=R$ 'de $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ aralığında a) $\sigma_{\theta\theta}/p$, b) u_r ve c) u_θ dağılımlarına etkisi incelenmiştir. Grafiklerde her iki durum için ($f=0; 0,04$) düzgün yayılı çekme öngerilmesi değeri (q/E_1) arttıka, dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p, u_r$ ve u_θ değerlerinin mutlak değerce azaldığı görölmektedir. q/E_1 arttıka $f=0$ ve $f=0,04$ olması durumundaki dağılımlar arasındaki fark azalmaktadır. Şekil 10'da dairesel delik içeren şerit-plağın $f=0; 0,04$ durumlarında $\omega^2 = 0,04$ ve $q/E_1 = 0,005$ için E_2/E_1 değişiminin, şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h'$) Ox_1 eksenı boyunca sırasıyla a) σ_{11}/p gerilmesi ile b) u_1 yerdeğiştirme dağılımlarına ve dairesel delik civarında $r=R$ 'de

$\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ aralığında c) $\sigma_{\theta\theta}/p$ gerilmesi ile d) u_θ yerdeğiştirme dağılımlarına etkisi incelenmiştir.

Grafiklerde her iki durum için ($f=0; 0,04$) E_2/E_1 değeri arttıka, $x_2 = h'$ 'da Ox_1 eksenı boyunca σ_{11}/p gerilmesinin mutlak değerce arttığı ve u_1 yerdeğiştirme değerlerinin mutlak değerce azaldığı görölmektedir, dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$ kutupsal gerilmesi ile u_θ kutupsal yerdeğiştirme değerlerinin mutlak değerce azaldığı görölmektedir. Şekil 11'de dairesel delik içeren şerit-plağın $f=0; 0,04$ durumlarında $\omega^2 = 0,04$, $q/E_1 = 0,005$ ve E_2/E_1 için dairesel deliğın konumu, önceki konumuna paralel kalacak şekilde, şerit-plağın üst yüzeyine yaklaştırılmasının (h_U/R parametresinin azaltılmasının) şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h'$) Ox_1 eksenı boyunca sırasıyla a) σ_{11}/p b) τ_{12}/p c) σ_{22}/p gerilmeleri ile d) u_1 ve e) u_2 yerdeğiştirme dağılımlarına etkisi incelenmiştir. Grafiklerde her iki durum için ($f=0; 0,04$) dairesel deliğın şerit-plağın üst yüzeyine yaklaştırılmasının $\sigma_{11}/p, \tau_{12}/p, \sigma_{22}/p, u_1$ ve u_2 değerlerini önemli ölçüde etkilediğı görölmektedir. Ancak şerit-plağın kendi ağırlığının ihmal edilmesi durumunda ($f=0$), σ_{22}/p gerilmesi değeri ile u_2 yerdeğiştirme değerleri h_U/R değişiminden etkilenmemektedir.

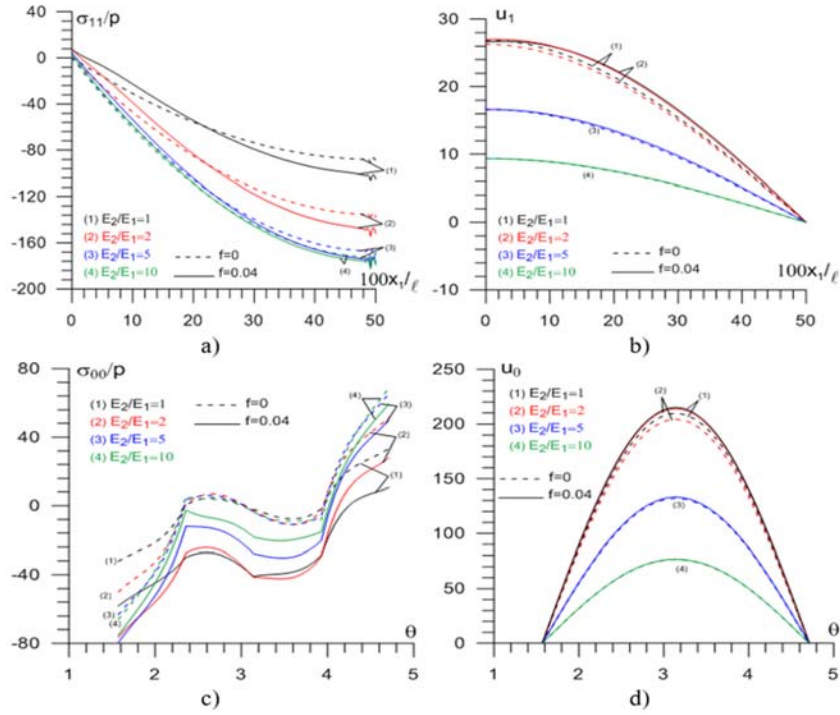


Şekil 8. q/E_1 değişiminin $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için $f=0$ ve $f=0,04$ durumlarında şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h'$) Ox_1 eksenı boyunca a) σ_{11}/p b) u_1 ve c) u_2 dağılımlarına etkisi. (Effect of q/E_1 on the values of (a) σ_{11}/p (b) u_1 and (c) u_2 for the cases $f=0$ ve $f=0,04$ for $\omega^2 = 0,04$ and $E_2/E_1 = 1$ along the Ox_1 axis at $x_2 = h$)

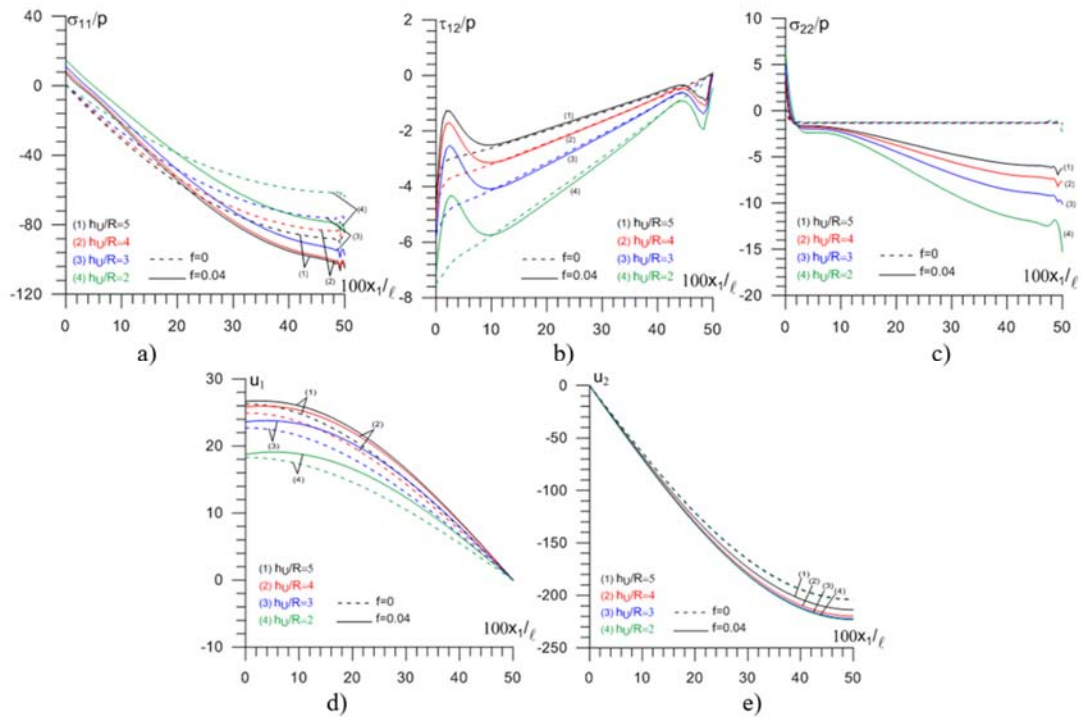


Şekil 9. q/E_1 değişiminin $\omega^2 = 0,04$ ve $E_2/E_1 = 1$ için $f=0$ ve $f=0,04$ durumlarında dairesel deliğın $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ civarında $r=R$ 'de a) $\sigma_{\theta\theta}/p$ b) u_r ve c) u_θ dağılımlarına etkisi.

(Effect of q/E_1 on the values of (a) $\sigma_{\theta\theta}/p$ (b) u_r and (c) u_θ around the hole $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ at $r=R$ for the cases $f=0$ ve $f=0,04$ for $\omega^2 = 0,04$ and $E_2/E_1 = 1$)



Şekil 10. E_2/E_1 değişiminin $\omega^2 = 0,04$ ve $q/E_1 = 0,005$ için $f=0$ ve $f=0,04$ durumlarında şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h$ 'da) Ox_1 eksenı boyunca a) σ_{11}/p , b) u_1 ve dairesel deliğın $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ civarında $r=R$ 'de c) $\sigma_{\theta\theta}/p$ d) u_θ dağılımlarına etkisi. (Effect of E_2/E_1 on the values of (a) σ_{11}/p (b) u_1 along the Ox_1 axis at $x_2 = h$ and (c) $\sigma_{\theta\theta}/p$ (d) u_θ around the hole $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ at $r=R$ for the cases $f=0$ ve $f=0.04$ for $\omega^2 = 0.04$ and $q/E_1 = 0.005$)



Şekil 11. h_U/R değişiminin $\omega^2 = 0,04$ $E_2/E_1 = 1$ ve $q/E_1 = 0,005$ için $f=0$ ve $f=0,04$ durumlarında şerit-plağın üst yüzeyinde ($x_2 = h$ 'da) Ox_1 eksenı boyunca a) σ_{11}/p , b) τ_{12}/p , c) σ_{22}/p d) u_1 ve e) u_2 dağılımlarına etkisi. (Effect of h_U/R on the values of (a) σ_{11}/p (b) τ_{12}/p (c) σ_{22}/p (d) u_1 and (e) u_2 for the cases $f=0$ ve $f=0.04$ for $\omega^2 = 0.04$, $E_2/E_1 = 1$ and $q/E_1 = 0.005$ along the Ox_1 axis at $x_2 = h$)

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada dairesel delik içeren öngerilmeli kompozit şerit-plağın kendi ağırlığının serbest ve zorlanmış titreşim analizine etkisi düzlem şekil değiştirme altında, Lineerize Edilmiş Üç Boyutlu Elastisite Teorisi (LEÜBET) çerçevesinde, Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımıyla sayısal olarak çözülmüştür. Çalışma çerçevesinde yapılan araştırmalar ile bu araştırmalarda elde edilen sonuçlar ve değerlendirmeler aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

Şerit-plağın kendi ağırlığı arttıkça (f parametresi arttıkça), kritik doğal frekans değerlerinin ($\bar{\omega}_{cr.1}^2$) azaldığı görülmektedir.

Her bir f değeri için yapıda iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi ($q/E_1 > 0$) (basınç öngerilmesi ($q/E_1 < 0$)) olması, plağın doğal frekans değerlerini ($\bar{\omega}_{cr.1}^2$), iki kenarından düzgün yayılı çekme öngerilmesi olmaması ($q/E_1 = 0$ durumuna göre önemli ölçüde arttırmaktadır (düşürmektedir).

Delik üst yüzeye yaklaştıkça (h_U/R oranı küçüldükçe), kritik doğal frekans değerleri ($\bar{\omega}_{cr.1}^2$) şerit-plağın kendi ağırlığı ihmal edildiğinde ($f=0$) neredeyse etkilenmezken, kendi ağırlığı dikkate alındığında ($f \neq 0$) önemli ölçüde küçülmektedir.

Şerit-plağın hem kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve hem de kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında zamana göre harmonik değişen ilave periyodik dış kuvvetin frekans değeri, yapının uygun doğal frekans değerinden küçük alınması ($\omega^2 < \bar{\omega}_{cr.1}^2$) durumunda dış kuvvetin frekansının artırılması, $x_2 = h'$ 'da Ox_1 eksenı boyunca, σ_{22}/p gerilme değeri hariç σ_{11}/p , τ_{12}/p , u_1 ve u_2 değerlerini mutlak değerce arttırmaktadır. Şerit-plağın kendi ağırlığının ihmal edilmesi durumunda ($f=0$), σ_{22}/p gerilmesine ω^2 değişiminin etkisi yoktur, kendi ağırlığı dikkate alındığında σ_{22}/p gerilmesi de mutlak değerce arttırmaktadır.

Şerit-plağın hem kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve hem de kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında ilave periyodik dış kuvvetin frekans değerinin (ω^2) artırılması, dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$, $\tau_{r\theta}/p$, σ_{rr}/p , u_r ve u_θ değerlerini mutlak değerce arttırmaktadır. İlave periyodik dış kuvvetin frekans değerinin (ω^2) artırılması, şerit-plağın kendi ağırlığı dikkate alındığında, dairesel delik civarındaki kutupsal gerilme değerlerini, ihmal edildiği duruma göre daha fazla etkilemektedir.

Şerit-plağın kendi ağırlığının (f) artırılması, ilave dinamik yük etkisinde gerilme ve yerdeğiştirme dağılımlarının mutlak değerce artmasına sebep olmaktadır.

Şerit-plağın hem kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve hem de kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında düzgün yayılı çekme öngerilmesi değeri (q/E_1) arttıkça, ilave dinamik yük etkisinde Ox_1 eksenı boyunca σ_{11}/p , u_1

ve u_2 değerlerinin ve dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$, u_r ve u_θ değerlerinin mutlak değerce azaldığı görülmektedir. q/E_1 arttıkça $f=0$ ve $f=0,04$ olması durumundaki dağılımlar arasındaki fark azalmaktadır.

Şerit-plağın hem kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve hem de kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında, E_2/E_1 değeri arttıkça, ilave dinamik yük etkisinde Ox_1 eksenı boyunca $x_2 = h'$ 'da σ_{11}/p gerilmesinin mutlak değerce arttığı ve u_1 yerdeğiştirme değerlerinin mutlak değerce azaldığı görülmektedir, dairesel delik civarında $\sigma_{\theta\theta}/p$ kutupsal gerilmesi ile u_θ kutupsal yerdeğiştirme değerlerinin mutlak değerce azaldığı görülmektedir.

Şerit-plağın hem kendi ağırlığının ihmal edilmesi ($f=0$) ve hem de kendi ağırlığı etkisinde ($f=0,04$) olması durumlarında dairesel deliğin şerit-plağın üst yüzeyine yaklaştırılmasının (h_U/R oranının azaltılması), ilave dinamik yük etkisinde Ox_1 eksenı boyunca $x_2 = h'$ 'da σ_{11}/p , τ_{12}/p , σ_{22}/p , u_1 ve u_2 değerlerini önemli ölçüde etkilemektedir. Ancak şerit-plağın kendi ağırlığının ihmal edilmesi durumunda ($f=0$), σ_{22}/p gerilmesi değeri ile u_2 yerdeğiştirme değerleri h_U/R değişiminden etkilenmemektedir.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENT)

Bu çalışmamın gerçekleştirilmesinde ilgi, yönlendirme, tavsiye ve yardımlarını esirgemeyen hocalarım Sayın Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV ve Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU'na sonsuz teşekkür ederim.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Savin G.N., Stress Concentration Around Holes, E. Gros Translator, Pergomon, 1961.
2. Wu H.C., Mu B., On Stress concentrations for isotropic/orthotropic plates and cylinders with a circular hole, Composites Part B, 34, 127-134, 2002.
3. Yang Y.B., Kang J. H., Exact deformation of an infinite rectangular plate with an arbitrarily located circular hole under in-plane loadings, Struct. Eng. & Mater., 58 (5), 783-797, 2016.
4. Nagpal S., Jain N. K., Sanyal S., Three Dimensional Parametric Analyses of Stress Concentration Factor and Its Mitigation in Isotropic and Orthotropic Plate with Central Circular Hole Under Axial In-Plane Loading, J. Inst. Eng. (India): Series C, 97 (1), 85-92, 2016.
5. Ozben T. T., Arslan, N., Ozbay, M., Stress intensity analysis of biaxial stressed single elliptical hole in plate according to change of hole inclination and geometry, J. Fac. Eng. Archit. Gazi Univ., 26 (3), 523-531, 2011.
6. Akbarov S.D., Yahnioglu N., Babuscu Yesil U., Interaction between two neighbouring circular holes in a pre-stretched simply supported orthotropic strip under bending, Mech. Compos. Mater., 44 (6), 827-838, 2008.
7. Akbarov S.D., Yahnioglu N., Babuscu Yesil U., A 3D FEM Analysis of Stress Concentrations Around Two Neighboring Cylindrical Holes In a Pre-Stressed

- Rectangular Composite Plate Under Bending, *Mech. Compos. Mater.*, 48 (5), 499-510, 2012.
8. Aidi B., Shaat M., Abdelkefi A., Case S. W., Experimental, numerical, and analytical free vibration analyses of open-hole composite plates, In 57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA Associatin, (p. 0926)., 2016.
 9. Kwaka M. K., Han S., Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Hole by Means of independent Coordinate Coupling Method, *J. Sound Vib.*, 306, 12-30, 2007.
 10. Babuşcu Yeşil Ü., Kompozit Kalın Plağın Doğal Titreşim Frekansına İçerdiği Silindirik Boşluğun Etkisi, *Sigma Müh. Fen Bil. Derg.*, Aralık 2009, 226-235, 2009.
 11. Marchuk A. V., Piskunov V. G., Statics, Dynamics and Stability of Composite Panels with Gently Curved Orthotropic Layers 1. Statics and Vibrations, *Mech. Compos. Mater.*, 5 (4), 285-292, 1999.
 12. Akbarov S.D., Yahnioglu N., Babuscu Yesil U., 3D Analysis of the Forced Vibration of a Prestressed Rectangular Composite Plate with Two Neighboring Cylindrical Cavities, *CMC: Comput., Mater. Continua*, 2 (28), 147-164, 2012.
 13. Babuscu Yesil U., Forced Vibration Analysis Of Prestretched Plates With Twin Circular Inclusions, *J. Eng. Mech.*, 141 (1), 04014099-1-04014099-16, 2015.
 14. Takabatake H., Effects of dead loads on the static analysis of plates, *Struct. Eng. & Mater.*, 42 (6), 761-781, 2012.
 15. Takabatake H., Effects of dead loads on dynamic analyses of beams, *Earthquakes & Struct*, 1 (4), 411-425, 2010.
 16. Babuscu Yesil U., The Effect of Own Weight On The Static Analysis of A Prestretched Plate-Strip With A Circular Hole In Bending, *Mech. Compos. Mater.*, 53 (2), 243-252, 2017.
 17. Akbarov S.D., Stability Loss and Buckling Delamination: Three-Dimensional Linearized Approach for Elastic and Viscoelastic Composites, Springer-Heidelberg, New York, 2013.
 18. Guz A.N., Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies, Springer-Verlag, Berlin, 1999.
 19. Akbarov S.D. and Guz A.N., Mechanics of Curved Composites, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2000.
 20. Guz A.N., Elastic Waves in Bodies With Initial (Residual) Stresses [in Russian], Kiev, 2004.
 21. Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L., The Finite Element Methods: Basic Formulation and Linear Problems, Vol. 1, 4th Edition, Mc Graw-Hill Book Company, Oxford, 1989.
 22. Timoshenko S.P. and Goodier J.N., Theory of Elasticity, Third Edition, McGraw-Hill International Editions, London, 1970.