



The thermal stress analysis around the cavities in composite plates used for the body of reactors

Osman Bulut

Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering, Istanbul Technical University, Istanbul, 34469, Turkey

Highlights:

- Modelling of composite plate using in the reactor body in nuclear energy plants for thermal effect
- The analysis of the stress concentration factor at the crack tip which is perpendicular to the interface of two different materials for various geometries and positions
- Modelling by using finite element method which was verified analytically

Keywords:

- Composite plates
- Thermal stress analysis
- Stress concentration factor
- Finite element analysis
- Nuclear reactors

Article Info:

Research Article
Received: 26.10.2017
Accepted: 09.05.2018

DOI:

10.17341/gazimmfd.460504

Acknowledgement:

Auhor would like to thanks to Experimental Mechanics Laboratory in Istanbul Technical University.

Correspondence:

Author: Osman Bulut
e-mail: buluto@itu.edu.tr
phone: +90 212 285 3651

Graphical/Tabular Abstract

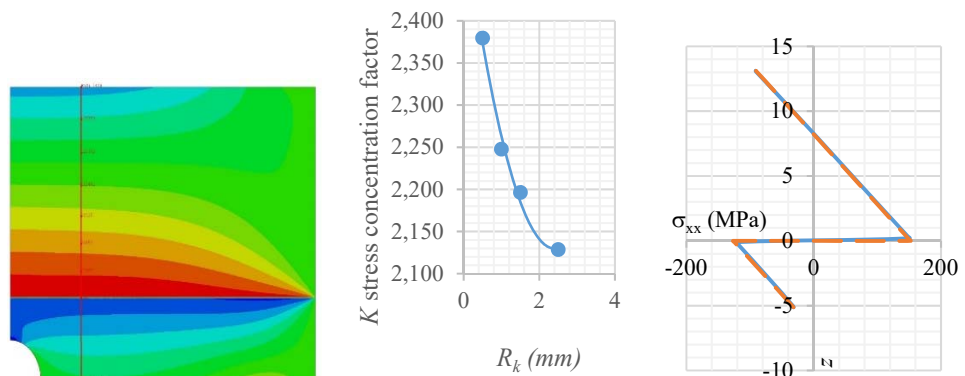


Figure A. The finite element model of the nuclear wall near the cavity perpendicular to the interface, verification of numerical results with analytical solution, variation of the stress concentration factor with respect to the radius of the tip of the cavity

Purpose: In this study, the variation of the thermal stress concentration factor was intended to be determined with respect to the radius and the location of the tip of a cavity, which is perpendicular to the interface of two materials having different coefficients of thermal expansion.

Theory and Methods:

The dimensions of the region including a small cavity is small with respect to those of the reactor composite body so that this region can be modeled by a plate. The difference between the coefficients of thermal expansion was modeled by different temperature on two regions of a single material plate. The numerical model, which was analyzed by Abaqus, was verified by an analytical solution given in the literature. Various geometries of the numerical model were analyzed varying the radius and the location of the tip of the cavity.

Results:

The variations of the stress concentration factor were obtained with respect to the variations of the radius and location of the tip of the cavity, separately. Furthermore, second degree parabolas were fitted to the results in order to obtain the stress concentration factor when the radius or the distance of the tip to the interface equal to zero.

Conclusion:

The analogical approach was applied successfully to the numerical model considered here. The verification of the numerical model for the analysis of thermal stress was presented, which can be used to obtain an empirical expression for calculation of the thermal stress concentration factor comparing with some of the experiments in future.



Reaktör gövdesinde kullanılan kompozit levhalardaki kusurlar civarında termal gerilme analizi

Osman Bulut*

İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Maslak, İstanbul, 34469, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- Nükleer enerji santrallerinde reaktör gövdesinde kullanılan kompozit levhalanın termal etki için modellenmesi
- Farklı malzemelerin birleşim yüzeyine dik kusur ucunda, farklı konum ve geometriler için gerilme yığılması analizi
- Doğrulaması analitik olarak yapılmış sonlu eleman analiz yöntemi ile modelleme

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi
Geliş: 26.10.2017
Kabul: 09.05.2018

DOI:

10.17341/gazimmfd.460504

Anahtar Kelimeler:

Kompozit levhalar,
termal gerilme analizi,
gerilme yığılma faktörü,
sonlu eleman analizi,
Nükleer reaktörler

ÖZET

Uygulamada birçok alanda kullanılan iki malzemeli kompozit levhaların, bu levhalardan birinde çeşitli etkilerle birleşim yüzeyi civarında buna dik doğrultuda meydana gelen kusur civarında, termal gerilme analizi yapılmıştır. Bu çalışmada özel olarak nükleer enerji santrallerindeki reaktör gövdesinde kullanılan çelik ve paslanmaz çelik içeren kompozit levha modellenmiştir. Analizler, sonlu eleman yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sonlu eleman modeli, literatürdeki analitik çözümün probleme uyarlanması sonucunda ağ iyileştirmesi yapılarak doğrulanmıştır. Bunun sonucunda kusur geometrisi ve konumuna bağlı olarak termal gerilme yığılma faktörünün değişimleri elde edilmiştir. Burada seçilen kusur türü literatürde tanımlanmış ve gerçek yapıda ortaya çıktığı tespit edilen kusur türlerinden biri olarak seçilmiştir.

The thermal stress analysis around the cavities in composite plates used for the body of reactors

H I G H L I G H T S

- Modelling of composite plate using in the reactor body in nuclear energy plants for thermal effect
- The analysis of the stress concentration factor at the crack tip which is perpendicular to the interface of two different materials for various geometries and positions
- Modelling by using finite element method which was verified analytically

Article Info

Research Article
Received: 26.10.2017
Accepted: 09.05.2018

DOI:

10.17341/gazimmfd.460504

Keywords:

Composite plates,
thermal stress analysis,
stress concentration factor,
finite element analysis,
Nuclear reactors

ABSTRACT

The thermal stress analysis around cavities which are formed near the interface in perpendicular direction by the various effects on one of the plate of two material-composite plates used mostly in many applications was attained. Particularly, the composite plates consisting of steel and stainless steel plates which are used in the body of reactors in nuclear power plants were modelled in this study. The analyses were performed by Finite Element Method. The finite element model was validated using the analytical solution derived from the solution in the literature and mesh refinement. As a result of this, according to the geometry and position of the cavities, the variations of thermal stress intensity factor were obtained. Here, the selected type of cavity has been identified in the literature and it was detected on the real structure.

1. GİRİŞ (INRODUCTION)

Farklı malzemelerin dış etkilere karşı birlikte çalışmalarına olanak sağlayacak şekilde birleştirilmeleri ile imal edilen kompozit malzemeler, her türlü yapısal uygulamada geniş bir kullanım alanına sahiptir. Nükleer enerji, petrokimya ve diğer benzer sanayi alanlarında kullanılan, iç yüzeyleri paslanmaz çelik ile kaplanmış çelik kabuklar, bu çalışmada esas alınan kompozit uygulamalarıdır. Yürütülen özel teknolojilerin sonucu olarak, aktif kimyasalları içeren ve akış hızı yüksek akışkanların etkisi ile veya titreşim vb. etkilerle bu kabukların iç yüzeylerinde çeşitli formlarda ve boyutlarda kusurlar oluşur. İşletme sırasında ortaya çıkan termal ve mekanik yükler sonucundaysa bu kusurların civarında gerilme yığılmaları oluşur [1-4]. Bu durum, yalnızca yukarıda adı geçen sanayi alanlarına özgü bir problem değildir. Bahsedilen türde yapı güvenliğini tehdit edecek gerilme yığılmaları, çeşitli birçok yapıda da çokça karşılaşılan bir sorundur. Örneğin, uçak gövdesinde veya gündüz gece sıcaklığının çok farklı olduğu iklimlerde inşa edilmiş yapılarda kullanılan kompozit yapı elemanlarının gerilme alanları da burada ele alınan termal gerilme problemine benzer şekilde modellenebilir. Yapı ve elemanlarındaki kusurlar civarında mekanik yüklerin etkisi ile oluşan gerilme dağılımı daha önce incelenmiştir [1]. Bu çalışmada termal etkinin bu tür kusurlara bağlı oluşturacağı gerilme dağılımlarının değişimi spesifik durumlar için incelenmiştir.

Teknik literatürde, iki malzemeli kompozit elemanlarda, termal etki altında, birleşim düzleminde bulunan çatlak civarında gerilme analizi için teorik ve nümerik çözümler geliştirilmiştir [5, 6]. Kırılma mekaniğinde tanımlanmış K_{III} gerilme şiddeti çarpanının belirlenmesi problemi, burulma etkisi altındaki deney modelinde üç boyutlu bir çatlak için gerilmelerin dondurulması yöntemi ile fotoelastik olarak çalışılmıştır [7]. Diğer bir çalışmada, silindirik üzerinde oluşması varsayılan bir çatlak civarında ani sıcaklık değişimi durumunun oluşturduğu etki incelenmiştir [8]. İnce bir film ile ortotrop kaplama ara yüzeyi üzerindeki çatlak, düzgün ısı akışı altında analiz edilmiştir [9]. Yüksek performanslı beton kullanılarak üretilmiş ince plaklar ile imal edilen yangına maruz sandviç paneller, deneysel yöntemle çalışılmıştır [10].

Kırılma mekaniğinin ve termoelastisitenin farklı problemleri teknik literatürde geniş bir biçimde ele alınmaktadır. Mevcut çalışmalar genelde mekanik yükler etkisindeki çatlak civarında gerilme dağılımı üzerinedir. Termal gerilme analizine dayanan araştırmalar olsa bile az sayıdadır ve genelde nümerik yöntemlere dayanmaktadır [11, 12].

Kokoni ve Smith [13] çalışmalarında pirinç şerit ile fotoelastik malzemeyi yapıştırırken ara yüzeydeki kusuru, yapıştırma sırasında yapışma bölgesine ince Teflon bandı koyarak elde etmiştir. Bu kusurlar ısının akış yönüne paralel ve dik olmak üzere iki türlü modellenerek mod 1 ve 2 için gerilme şiddeti çarpanı incelenmiştir. Simon vd. [14] transient termal etkiyi inceledikleri çalışmalarında, ara yüzey

üzerinde bulunan çatlakın termal gerilme durumunu incelemiştir. Finlayson [15] tezinde, iki malzemeli sistemlerin farklı modelleri üzerinde çentik civarında, üç boyutlu fotoelastisite yöntemi kullanarak mekanik yükleme ile oluşan gerilme şiddeti çarpanını hesaplamıştır. Üç boyutlu analiz için şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemi kullanılan tez çalışmasında, yapıştırma yüzeyi ve bununla birlikte yüzey üzerinde bulunan çentiğin yatayla yaptığı açılarının değişimlerine bağlı olarak yükleme altında gerilme dağılımları elde edilmiştir. Yapıştırma bölgesinin geniş olması bu çalışmada üçüncü bir fazın olduğunu göstermektedir [15].

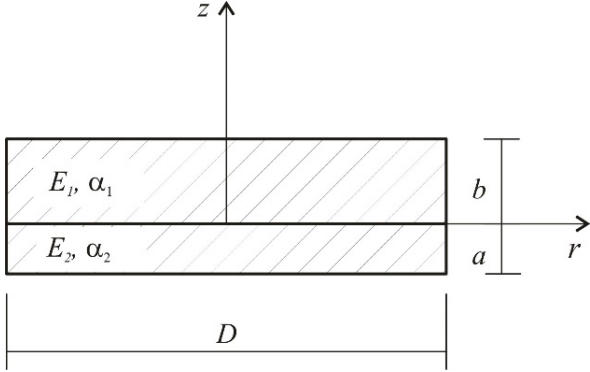
Schroedl vd., [16] çalışmalarında çatlak ucundaki gerilme alanını şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemi ile bulmak için, çatlakın yuvarlak uçlu çentik olarak modellenmesini literatürdeki Marloff vd. [17] nin çalışmasına dayandırarak gerçekleştirmiş; çentik ucu yarıçapını gittikçe azaltarak elde ettiği gerilme eğrilerinden eğrilik yarıçapı sıfır olan çatlakın ucundaki gerilme dağılımını varsaymıştır.

Mekanik etkilerin yanında termal etkilerin de yapılar üzerinde analizleri değerlendirilerek yapı tasarımlarının daha dayanıklı ve ekonomik olması sağlanır. Düzgün [18] yaptığı çalışmada hava soğutma kanallı fren disklerinin üretiminin avantaj sağlamadığını fren disklerindeki termal gerilme analizini sonlu elemanlar yöntemi kullanarak göstermiştir. Termal etkilerin sebep olduğu elastik deformasyonun yanında plastik deformasyon da plastikten imal edilmiş ısı üreten kompozit silindirik için çalışılmıştır [19]. Isı kaynağının hareketli olması halinde bir tarafından ısıtılan plaktaki termal gerilme dağılımı sayısal analiz ile elde edilmiştir [20].

Bu çalışmada, nükleer enerji santrallerindeki reaktörün kompozit gövdesinin paslanmaz çelik kaplaması yüzeyinde yukarıda bahsedilen değişik etkilerle oluşan kusurlar civarındaki termal gerilme alanının incelenmesi ile elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Reaktör gövdesinin boyutları, bahsedilen türdeki kusurların boyutlarına göre oldukça büyük olduğundan, bu tür kusurların olduğu bölgelere, yüzeyinde konsantratör bulunan, kaplamalı levha gibi bakılabilir [1-4]. Bunun için farklı malzemelerden yapılmış düzlem levhalardan oluşan modelde, birleşim yüzeyi civarında, levha düzlemine dik doğrultuda bulunan oyuk civarında termal gerilmeler incelenmiştir. Bu inceleme, analitik çözümle doğrulanarak geliştirilmiş sonlu eleman (SE) analizi ile yapılmıştır. Literatürde mevcut olan analitik çözüm, üzerinde kusur bulunmayan serbest levhanın yalnızca kalınlığı ile değişen termal etki sonucu gerilme-şekil değiştirme bileşenlerini vermektedir [21, 22]. Bu modelde oluşturulan kusur, referans [1]'de tespit edilen kusur tiplerinden birisi olarak seçilmiştir. Analitik yöntemle elde edilen sonuçlarla, sonlu eleman modelinin doğrulanması yapılmıştır. Bundan sonra geliştirilen sonlu eleman modelinde oyuğun birleşim yüzeyine göre konumlarının varyasyonu sonucunda gerilme çarpanının değişimi elde edilmiştir.

2. MODEL (THE MODEL)

Boyutlar göz önünde bulundurulduğunda, ilgili termal analizin yapılmak istendiği bölge, iki farklı malzemeden imal edilmiş levhanın birleştirilmesi ile elde edilmiş kompozit levha olarak modellenebilir (Şekil 1). Burada E ve α her bir malzeme için elastisite modülünü ve ısıl genişleme katsayısını göstermektedir. 1 ve 2 indisleri sırasıyla çelik ve paslanmaz çelik malzemelerine ait büyüklükleri göstermek için kullanılmıştır.



Şekil 1. Termal gerilme durumunun inceleneceği bölgeyi modelleyen kompozit levhanın kesidi
(The section of the composite plate which models the region on which the thermal state of stress is investigated)

Bu çalışmada probleme ait model, ısıl genişleme katsayısı ile sıcaklık değişimi arasında kurulan analogi kullanılarak oluşturulmuştur. Bu tür modelleme deneysel çalışmalarda kolaylık bakımından tercih edilmektedir [1, 2]. Bu analogiyi ifade etmek için öncelikle ΔT sıcaklık değişimi ile Şekil 1'deki levhaların birim şekil değiştirmelerinin farkı elde edilmek istenilirse Eş. 1 yazılır.

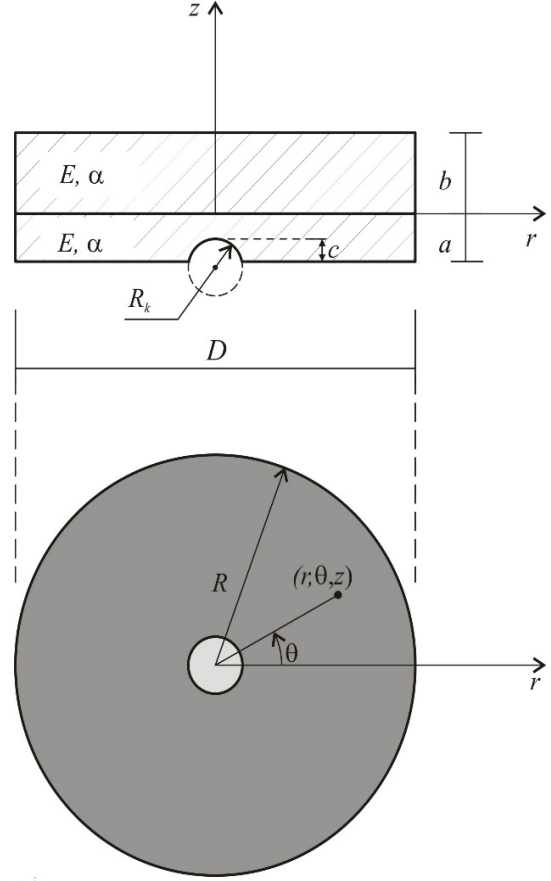
$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta T \quad (1)$$

Burada $\Delta \varepsilon$ şekil değiştirme farkı, ısıl genişleme katsayılarının farkı ile sıcaklık farkının çarpılması sonucu elde edilmektedir. Ele alınan problemde de, ısıl genişleme katsayıları farklı malzemelerin aynı sıcaklık değişimine maruz kalmaları durumu söz konusudur. Bununla birlikte, özellikle deneysel çalışmalarda modelin üretim kolaylığı göz önünde bulundurularak, iki levhanın da aynı malzeme ile modellenmesi tercih edilmektedir. Bu sebeple bu çalışmadaki modelde iki levha aynı malzeme olarak seçilmiştir. Asıl probleme uyum sağlaması açısından levhalarda farklı sıcaklık değişimlerinin olduğu durum ele alınırsa, yukarıda hesaplanan $\Delta \varepsilon$ şekil değiştirme değeri Eş. 2 olarak ifade edilir.

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \alpha (\Delta T_1 - \Delta T_2) \quad (2)$$

Böylece $\Delta \varepsilon$ şekil değiştirme farkı, ısıl genişleme katsayılarının farkı ile değil, sıcaklık değişimlerinin farkı ile sağlanmış olur.

Modelde levha düzleminin geometrisi daire olarak seçilmiştir. Levhalardan mekanik ve kimyasal etkiye maruz kalanında bir tür kusurun oluşması öngörülmüştür. Bu kusur, [1]'de verilen oyuk türlerinden biri olan, R_k yarıçaplı yarım küre geometrisindeki oyuktur. Bu çalışmada probleme ait kurulan model Şekil 2'de görülmektedir.



Şekil 2. Çalışmada geliştirilen model, silindirik koordinatlarda bir noktanın konumu ve modelin sonlu eleman ağı
(The developed model in this study, the cylindrical coordinates of a point, and the mesh web of the model)

Bundan sonraki bölümlerde öncelikle SE modelinin doğrulanması için uygulanmış analitik çözüm türetilacaktır.

Ardından SE modelinin detayları verilerek, seçilen boyut ve malzeme sabitleri için sonuçlar verilecektir.

3. ANALİTİK ÇÖZÜMDE TEMEL DENKLEMLER (THE GOVERNING EQUATIONS IN ANALYTICAL SOLUTION)

Sıcaklık değişiminin yalnızca z koordinatının bir fonksiyonu olması durumunda, kalınlığı $2h$ olan ve kenarları serbest bir levhanın gerilme alanının çözümü literatürde verilmiştir [21, 22]. Sıcaklığın $T=T(z)$ fonksiyonu olarak ifade edildiği bu problem için gerilme bileşenleri, elastisite teorisinden bilinen bünye bağıntıları, uygunluk koşulları ve denge denklemleri kullanılarak Eş. 3 şeklinde elde edilirler [21, 22].

$$\begin{aligned}\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yx} = \sigma_{zy} &= 0, \\ \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = f(z) &= \frac{\alpha E}{1-\nu} \{-T + C_1 + C_2 z\}\end{aligned}\quad (3)$$

Burada $f(z)$, z koordinatına bağlı bir fonksiyonu göstermektedir. Ayrıca ν Poisson oranını ifade etmektedir. C_1 ve C_2 katsayıları integral sabitleridir ve sınır koşullarının uygulanması ile elde edilirler. Bu çalışmada ele alınan probleme ait sınır koşullarının yazılması için eksen takımının başlangıcı, literatürdeki çözümden farklı olarak, iki farklı malzemenin kesişim yüzeyi üzerindedir (Şekil 1 ve 2). Buna göre yazılacak sınır şartları, $r=R'$ 'de gerilmelerin toplamının sıfır olması ve toplam momentin sıfır olması eşdeğer koşullardır. Bu denklemler sırasıyla Eş. 4 'te verilen şekilde yazılırlar.

$$\begin{aligned}\int_{-a}^b \left[-\frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} + C_1 + C_2 z \right] dz &= 0 \\ \int_{-a}^b \left[-\frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} + C_1 + C_2 z \right] z dz &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

Model, ikinci bölümde anlatılan analogi ile tek bir malzemeden oluştuğu için bu denklemlerde E , α ve ν sabittir. Denklemlerdeki $T(z)$ ise basamak fonksiyonu olarak tanımlanırsa Eş. 5 şeklinde ifade edilir.

$$T(z) = \begin{cases} T, & -a \leq z \leq 0 \\ 0, & 0 \leq z \leq b \end{cases}\quad (5)$$

Bu fonksiyona göre, modeli oluşturan parçaların birinde sabit sıcaklık değişimi mevcutken diğerinde sıcaklık değişimi yoktur. Burada öncelikle Eş. 4 integral denklem takımından C_1 ve C_2 katsayıları $T(z)$ fonksiyonuna bağlı genel olarak çözülmüş ve daha sonra Eş. 5 denklemindeki özel durum için sonuçlar türetilmiştir. Bunun için Eş. 4 denklemleri integre edilirse Eş. 6'da verilen denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}C_1(b+a) + C_2 \left(\frac{b^2 - a^2}{2} \right) &= \frac{E}{1-\nu} \int_{-a}^b \alpha T(z) dz \\ C_1 \left(\frac{b^2 - a^2}{2} \right) + C_2 \left(\frac{b^3 + a^3}{3} \right) &= \frac{E}{1-\nu} \int_{-a}^b \alpha T(z) z dz\end{aligned}\quad (6)$$

Burada α sabiti integral içerisinde bırakılarak integrant, birim şekil değiştirme cinsinden ifade edilmiştir. Bunun çözümünden ise ilgili katsayılar Eş. 7'de verilen denklemler olarak bulunurlar.

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{E}{1-\nu} \frac{\left(\frac{b^3 + a^3}{3} \right) \varphi - \left(\frac{b^2 - a^2}{2} \right) \psi}{h \left(\frac{b^3 + a^3}{3} \right) - \left(\frac{b^2 - a^2}{2} \right)^2}, \\ C_2 &= \frac{E}{1-\nu} \frac{\left(\frac{b^2 - a^2}{2} \right) \varphi - h\psi}{h \left(\frac{b^3 + a^3}{3} \right) - \left(\frac{b^2 - a^2}{2} \right)^2}\end{aligned}\quad (7)$$

Burada Eş. 7'de verilen yeni değişkenler Eş. 8'de tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}h &= a + b, \quad \varphi = \int_{-a}^b \alpha T(z) dz, \\ \psi &= \int_{-a}^b \alpha T(z) z dz\end{aligned}\quad (8)$$

Eş. 5 denklemindeki $T(z)$ ifadesi Eş. 8'de yerine konulursa Eş. 9 denklemleri elde edilir.

$$\begin{aligned}\varphi &= \int_{-a}^0 \alpha T dz + \int_0^b 0 dz = \alpha T a \\ \psi &= \int_{-a}^0 \alpha T z dz + \int_0^b 0 z dz = -\frac{\alpha T a^2}{2}\end{aligned}\quad (9)$$

Eş. 9'da verilen ifadeler, Eş. 7'de kullanıldığında modele ait çözümü veren denklemler elde edilmiş olur.

4. SONLU ELEMANLAR ANALİZİ (FINITE ELEMENT ANALYSIS)

SE analizi için lineer-elastik olarak modellenen çelik ve paslanmaz çelik malzemelerinin ortalama elastisite modülü ve Poisson oranı sırasıyla Eş. 10'da verilmiştir.

$$E = 195000 \text{ MPa}, \nu = 0.3\quad (10)$$

Şekil 2'de verilen levhanın boyutları, bu model için Eş. 11'de verilen değerler seçilmiştir.

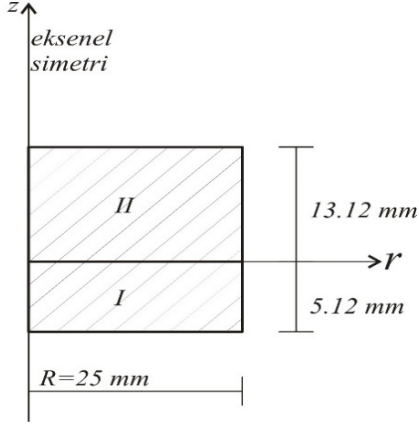
$$a = 5,12 \text{ mm}, b = 13,12 \text{ mm}, D = 50 \text{ mm}\quad (11)$$

Model geometrisinin ekstenel simetri özelliği sebebiyle, SE modeli olarak Şekil 2'de verilen kesitin yarısı kullanılmıştır. Modelde iki malzeme bölgesi ara yüzeyinde sonlu elemanların düğüm noktaları ortaktır ve dolayısıyla herhangi bir ara eleman kullanılmamıştır.

4.1. Sonlu Eleman Analizi Doğrulaması (Verification of the Finite Element Analysis)

Modelde oyuk oluşturulmadan önce, SE analizinin doğrulanması için, kusur bulandırmayan levhanın çözümü

yapılmıştır. Bunun için önceki bölümde türetilen formüller kullanılarak elde edilen sonuçlar, ABAQUS paket programı ile gerçekleştirilen SE analiz sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Kusur bulundurmeyen levhanın sonlu eleman modeli için geometri Şekil 3’de gösterildiği gibidir.



Şekil 3. SE doğrulama modelinin geometrisinde I ve II numaralı parçalar ve aksel simetri koşulunun tanımlanması (The parts numbered I and II on the geometry of the verification model of finite element and definition of axial symmetry)

Bu modelde 0.1 mm aralıkla SE ağı oluşturulmuş ve toplamda 45500 adet CAX4R (dört nodlu, lineer dörtgen elemanlar) kullanılmıştır. Modelde I ve II numaralı parçalarda, ε birim şekil değiştirmelerinin değerleri Eş. 12’de verilen değerlere uygun olarak α ve T seçilmiştir.

$$\varepsilon_I = (\alpha T)_I = 0.001, \varepsilon_{II} = (\alpha T)_{II} = 0 \quad (12)$$

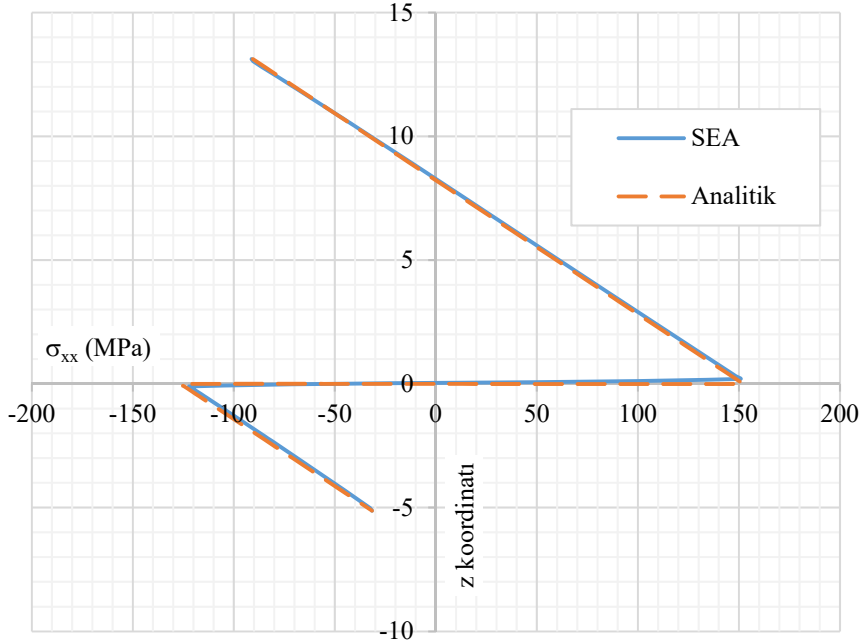
Bu analiz sonucunda, Eş. 3 ifadesinde verilen eşitlikten dolayı, $r=0$ ’da z ekseni boyunca σ_{xx} gerilme dağılımı elde edilmiştir (Şekil 4). Bu dağılımın doğrulaması için Eş. 7-9 denklemleri kullanılacaktır. Ele alınan problem için Eş. 11 denkleminde verilen değerler, Eş. 7-9 denklemlerinde yerlerine konulursa integral katsayıları hesaplanır. Eş. 5 denkleminde verilen $T(z)$ fonksiyonu göz önünde bulundurularak ilgili gerilme bileşeni ifadesi Eş. 12’de verilen şekilde ifade edilir.

$$\sigma_{xx} = \begin{cases} 0 + C_1 + C_2 z, & 0 \leq z \leq b \\ -\frac{(\alpha T)_I \cdot E}{(1-\nu)} + C_1 + C_2 z, & -a \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha T)_I \cdot E}{(1-\nu)} [0 + 0,54637 - 0,06642z], & 0 \leq z \leq b \\ \frac{(\alpha T)_I \cdot E}{(1-\nu)} [-1 + 0,54637 - 0,06642z], & -a \leq z \leq 0 \end{cases}$$

Eş. 10 ve Eş. 12’de verilen değerler Eş. 13’de yerlerine yazılarak $r=0$ ’da z ekseni boyunca σ_{xx} gerilme dağılımı analitik olarak elde edilir (Şekil 4).

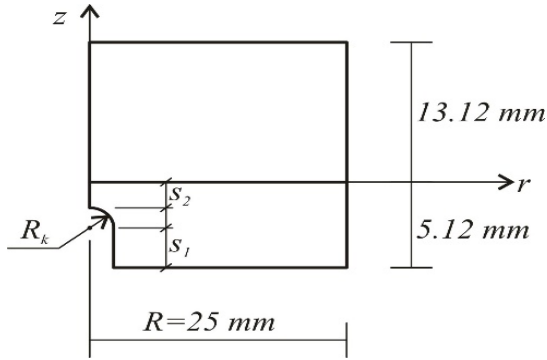
SE analizi sonuçlarının analitik çözüme göre hata oranları, gerilmenin işaret değiştirdiği yerlerde bir miktar büyük olsa da, ortalamada %3.75 civarındadır. Burada kusur bulundurmeyen model için yapılan SE analizi doğrulamasından başka, gelecek bölümdeki kusur bulunduran levhalardan ilkinde, ikinci bir SE analizi doğrulaması daha yapılmıştır. İlgili işlem yeri gelince anlatılacaktır.



Şekil 4. Kusur bulundurmeyen levha için SE analizinden (SEA) ve analitik çözümden elde edilen $r=0$ ’da z ekseni boyunca σ_{xx} gerilme dağılımlarının karşılaştırılması (The comparison of σ_{xx} stress distribution along the z axis at $r=0$ obtained from the finite element analysis and analytical solution of plate having no cavity)

4.2. Farklı Geometri ve Konumlarda Kusur Bulunduran Modellerin Sonlu Eleman Analizleri (Finite Element Analysis of Models Including Cavities with Various Geometries at Various Positions)

Bu çalışmada sıcaklık farkının sıfırdan farklı olduğu levha parçasında değişik kusurlar modellenmiştir. Bu parça, başta bahsedilen türde kimyasal ve mekanik etkilere maruz olduğundan gerçek yapıda kusurun bulunabileceği kaplamayı modellemektedir. Kusur türlerinin geometrilerini ve konumlarını tanımlayabilmek için Şekil 5'deki şema verilmiştir.



Şekil 5. Oyuk geometri ve konumlarını tanımlamak için şema
(The scheme in order to define the geometry and position of cavity)

SE analizi yapılan levha modellerinin ilgili boyutları, Şekil 5'de verilen şemaya göre Tablo 1'de verilmiştir. Bu tablonun dördüncü sütununda, oyuk ucundaki σ_{xx} gerilme bileşeninin SE analizinden elde edilen değeri verilmiştir. Bu levhada kusur bulunmaması durumunda σ_{xx} gerilme bileşeni için analitik çözümden elde edilen sonuç, ilgili koordinat değeri Eş. 13 kullanılarak hesaplanıp beşinci sütunda verilmiştir. Bunların oranı gerilme yığılma faktörünü verir ve değerleri Tablo 1'de altıncı sütunda verilmiştir. Modellerin SE analizinde kullanılan toplam eleman sayıları da bu tabloda son sütunda verilmiştir. Eleman türleri CAX3 (Üç nodlu, lineer, aksel simetrik üçgen) ve CAX4R (Dört nodlu,

bilineer, aksel simetrik dörtgen, indirgenmiş integral ve hourglass kontrollü) olmak üzere iki çeşittir. Modelde, oyukun bulunduğu parçada ilk eleman türü, diğer parçada ikinci eleman türü kullanılarak sonlu eleman ağı oluşturulmuştur. Ağ sıklığı 0.04 mm olarak belirlenmiştir.

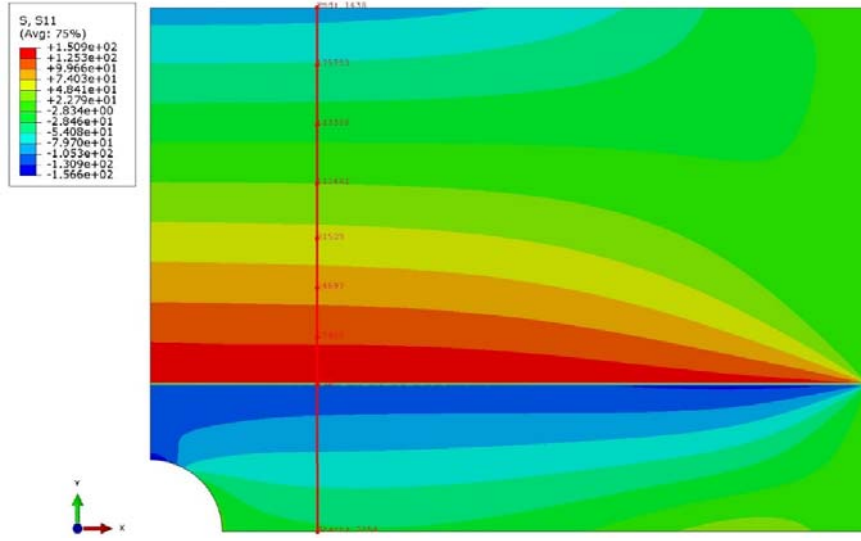
Bu değerler, ağ geliştirmesi (mesh refinement) yapılarak elde edilmiştir. SE ağ iyileştirmesinde karşılaştırma, analitik yolla elde edilen sonuçlarla yapılmıştır. Bu karşılaştırma 1 numaralı modelde, oyuk ucu ve levha kenarı etkilerinin bulunmadığı levha orta bölgesinde, gerilme şeritlerinin birbirine yaklaşık olarak paralel bulunduğu düşey bir hat üzerinde yapılmıştır. Bu karşılaştırma gerilmelerinin elde edildiği hat ve 1 numaralı modelin SE analizi ile elde edilen σ_{xx} gerilme bileşeni dağılımı Şekil 6'da verilmiştir. İki analizden elde edilen sonuçların karşılaştırmalı grafikleri Şekil 7'de görülmektedir. Analitik çözüme göre SE analizinden elde edilen çözümler ortalama %5 hataya sahiptir.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

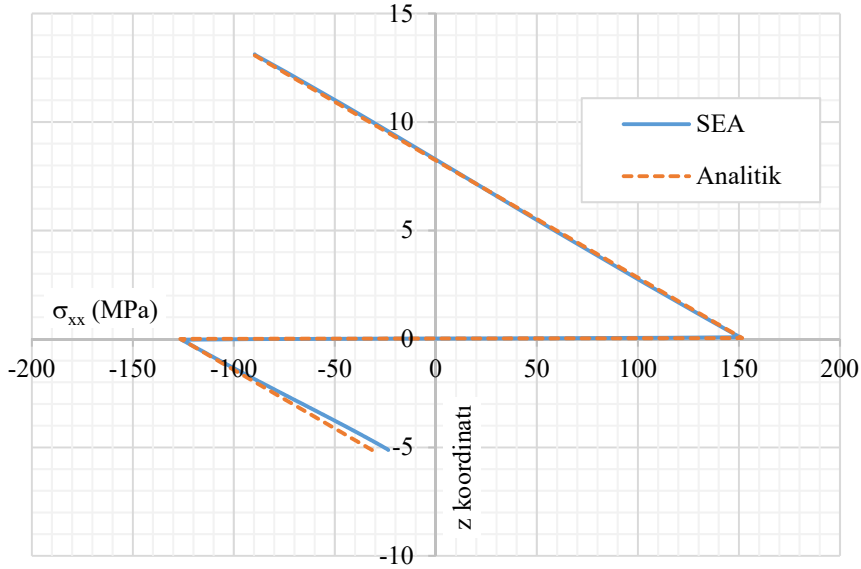
Bu çalışmadaki modellerde kusur ucundaki gerilme dağılımı için, doğrulaması yapılmış SE analiz yöntemi ile elde edilen veriler kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Ele alınan farklı durumların termal analizlerinin sonuçları ile gerilme yığılma faktörünün oyuk ucunun konumuna bağlı ve oyuk ucunun yarıçapına bağlı değişimi elde edilmiştir (Şekil 8, 9). Bunun için en küçük kareler yöntemi ile parabolik eğriler tanımlanmıştır. Şekil 8'de verilen grafik, uç formu aynı olan oyukun kesişim yüzeyine yaklaşması ile gerilme yığılmasının azalan bir artışla arttığını göstermektedir. Şekil 9'da verilen eğri kesişim yüzeyine 0.5 mm uzaklıkta ucu bulunan oyukun uç eğriliği arttıkça, gerilme yığılma faktörünün artan bir artış ile arttığını göstermektedir. Bu grafikten oyuk ucu eğrilik yarıçapının sıfır olması durumuna karşılık gelen çatlak için gerilme yığılma faktörü 2.519 olarak bulunmuştur. Gerilme değerleri incelendiğinde malzemenin lineer-elastik sınırlar içerisinde davrandığı görülmektedir (Tablo 1).

Tablo 1. Farklı geometri ve konumlardaki kusurları içeren modellerin ilgili verileri
(The data for models including cavities with various geometries and positions)

Model NO	s_1 (mm)	s_2 (mm)	R_k (mm)	SE Analizi σ_{xx} (MPa)	Analitik σ_{xx} (MPa)	Gerilme Yığılma Faktörü	SE analizinde eleman sayısı
1	0	2,62	2,5	-154,656	-77,893	1,986	361598
2	0,62	2	2,5	-184,742	-89,364	2,067	359928
3	1,12	1,5	2,5	-206,317	-98,615	2,092	358211
4	1,62	1	2,5	-227,123	-107,866	2,106	356594
5	2,12	0,5	2,5	-249,276	-117,117	2,128	355184
6	3,12	0,5	1,5	-257,209	-117,117	2,196	359921
7	3,72	0,5	1	-263,240	-117,117	2,248	363414
8	4,12	0,5	0,5	-278,681	-117,117	2,380	365717



Şekil 6. 1 numaralı modelde σ_{xx} gerilme bileşeni dağılımı ve karşılaştırma yapılabilmesi için seçilen hat
(The distribution of stress component of σ_{xx} on the model 1 and the path selected for comparison)



Şekil 7. 1 numaralı modelde oyuk ucu ve kenar etkisinin olmadığı hat üzerinde gerilme dağılımının doğrulanması
(The verification of stress distribution along the path on which no effects of the tip of cavity and edges occur)

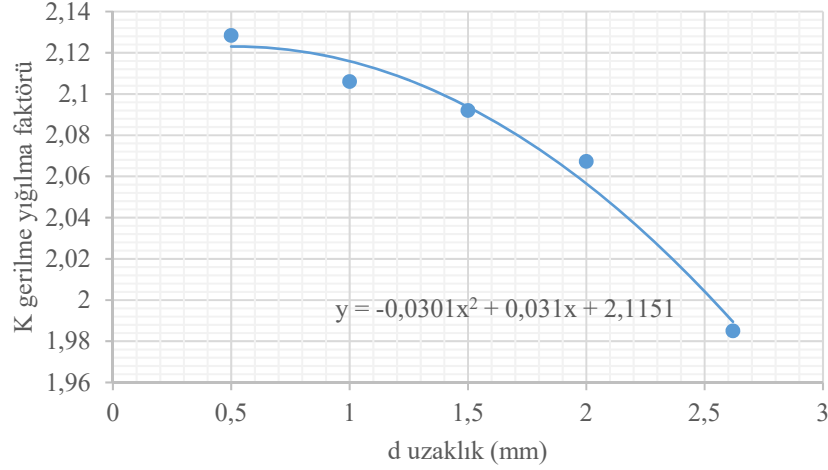
6. SİMGELER (SYMBOLS)

6.1. Yunan Harfleri (Greek Letters)

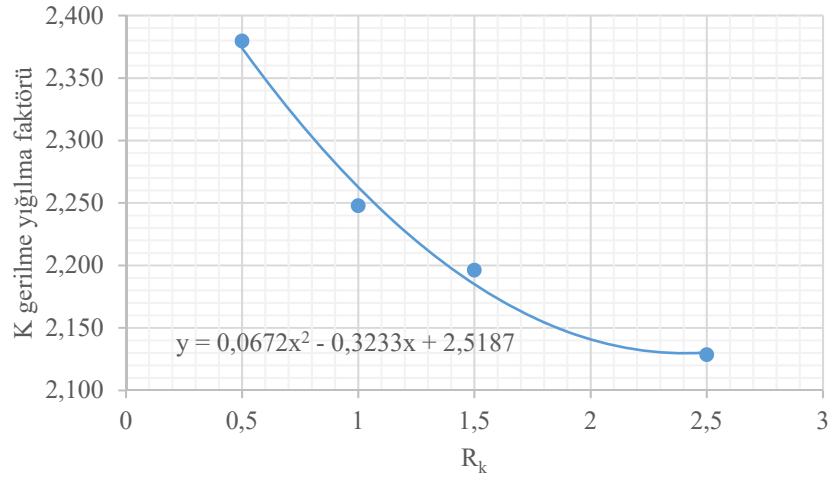
α	: ısı genleşme katsayısı
ε	: birim normal şekil değiştirme
φ	: sınırdaki gerilmelerin toplamı için tanımlanmış integral
ψ	: sınırdaki momentlerin toplamı için tanımlanmış integral
ν	: Poisson oranı
σ_{xx}	: x doğrultusundaki gerilme bileşeni
θ	: koordinat değişkeni

6.2. Latin Harfleri (Latin Letters)

a, b, c	: boyutlar
$f(z)$: z 'e bağlı fonksiyon
r	: koordinat değişkeni
s_1, s_2	: uzaklıklar
x, y	: parabol denklemlerinin değişkenleri
z	: koordinat değişkeni
C_1, C_2	: integral sabitleri
D	: levha çapı
E	: elastisite modülü
R	: levha yarıçapı
R_k	: oyuk ucu yarıçapı
SE	: sonlu eleman



Şekil 8. Model 1, 2, 3, 4 ve 5'den elde edilmiş verilerle çizilen gerilme yığılma faktörünün, oyuk ucu ile birleşim yüzeyi arasındaki uzaklığa bağlı değişimi (The variation of the stress concentration factor according to the distance from the interface sketched by using the results from the models 1, 2, 3, 4, and 5)



Şekil 9. Model 5, 6, 7 ve 8'den elde edilmiş verilerle çizilen birleşim yüzeyine uzaklık sabit kalmak üzere uç yarıçapının azaltılması ile gerilme yığılma faktörünün değişimi (The variation of the stress concentration factor with the decrease of the tip of cavity radius at the same position with respect to the interface sketched by using the results from the models 5, 6, 7, and 8)

SEA : sonlu eleman analizi
 T : sıcaklık fonksiyonu
 ΔT : sıcaklık farkı
 $(\alpha T)_I, (\alpha T)_{II}$: levha parçalarındaki termal birim şekil
 değiştirme değerleri

7. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Nükleer reaktörlerin gövdesinde kullanılan, çelik gövde-paslanmaz çelik kaplama ile imal edilen kompozit kabukların, çeşitli etkiler sonucu kusur oluşan bölgelerinde termal gerilme analizi SE analizi yöntemi ile yapılmıştır. Termal etkilerin iki farklı malzemenin birleşim yüzeyine dik bir oyuk civarında analiz edilmiş olması literatüre katkı

sağlamaktadır. Bu inceleme için analogik yaklaşım ile aynı iki malzemenin farklı sıcaklık değişimine maruz kalması durumu modellenmiştir. SE modelinin doğrulanması için öncelikle kusur bulundurmeyen, kenarları serbest levhanın literatürde mevcut çözümü kullanılmıştır. Bu çözüm ele alınan problem için türetilerek analitik gerilme dağılımı elde edilmiştir. Ardından SE analizi gerçekleştirilmiş ve bu analizin sonuçları analitik çözümden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. SE sonuçlarının ortalama düşük hata oranı ile analitik sonuçlara yakın olması, yapılan nümerik yaklaşımın doğruluğunu göstermektedir. SE analizleri için diğer bir doğrulama oyuk bulunduran bir modelde, oyuk ve kenar etkilerinin dağılımı etkilemediği yerde, sonuçların analitik çözümlerle elde edilenlerle karşılaştırılması ile yapılmıştır. Bu karşılaştırmada da hata oranı oldukça düşük çıktığından SE analizlerinin güvenilir olduğu

anlaşılacaktır. SE analizleri yapılırken sonlu eleman ağı iyileştirmesi yapılmıştır. Bu sebeple kusur içermeyen modelde az sayıdaki dörtgen elemanla ağ oluşturulurken; oyuk içeren modellerde ağ aralığı azaltılmış, dörtgen elemanla birlikte üçgen eleman da kullanılmıştır. Ağ sıklığı optimum seviyede ayarlanmış, modelin şekil değiştirmesinde beklenmeyen süreksizliklere rastlanmamıştır.

İleriki çalışmalarda bu sonuçların deney modelleri ile doğrulaması yapılacaktır. Böylece elde edilen verilerle, bu çalışmada ele alınan probleme yönelik oyuk ucu gerilme yığılma faktörünü hesaplamak için bir ifade türetilmesi mümkün olabilecektir.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Yazar katkılarından dolayı İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Deneysel Mekanik Laboratuvarı'na teşekkürlerini sunar.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Abdulaliyev Z., Ataoglu S., Bulut O., Kayali E.S., Three-dimensional stress state around corrosive cavities on pressure vessels, *J. Pressure Vessel Technol.*, 132 (2), 021204, 2010.
2. Bakioğlu M., Abdulaliyev Z., Bulut O., Ataoglu Ş., Thermal Stress Intensity Factor in Plane Problems, 2011, 9th International Fracture Conference, YTU, İstanbul, 19-21 Ekim, 2011.
3. Abdulaliyev Z., Bakioğlu M., Ataoglu S., Kurtkaya Z., Gulluoglu A. N., Thermal Stress Concentration in Plates from Different Materials, *J Aircr*, 49 (3), 941-946, 2012.
4. Abdulaliyev Z., Ataoglu S., Guney D., Thermal stresses in butt-jointed thick plates from different materials, *WELDING JOURNAL*, 201S-204S 86 (7), 2007.
5. Zhao M. H., Dang H. Y., Fan C. Y., Chen Z. T., Analysis of an arbitrarily shaped interface cracks in a three dimensional isotropic thermoelastic bi-material. Part 1: Theoretical solution, *Int. J. Solids Struct.*, 97-98, 168-181, 2016.
6. Dang H. Y., Zhao M. H., Fan C. Y., Chen Z. T., Analysis of an arbitrarily shaped interface crack in a three-dimensional isotropic thermal elastic bi-material. Part 2: Numerical method, *Int. J. Solids Struct.*, 99, 48-56, 2016.
7. Wu D. F., Shang L., Pu Y., Wang H. T., Determination of Stress Intensity Factor KIII for Three-Dimensional Crack by Using Caustic Method in Combination with Stress-Freezing and Stress-Releasing Technique, *Exp. Mech.*, 56 (3), 463-474, 2016.
8. Guo S. L., Wang B.L., Thermal Shock Cracking Behavior of a Cylinder Specimen with an Internal Penny-Shaped Crack Based on Non-Fourier Heat Conduction, *Int. J. Thermophys.*, 37 (2), 2016.
9. Zhuo X. R., Beom H. G., Interface crack between a thin film and an orthotropic substrate under uniform heat flow, *Arch. Appl. Mech.*, 85, 1-18, 2015.
10. Hulin T., Hodicky K., Schmidt J. W., Stang H., Experimental investigations of sandwich panels using high performance concrete thin plates exposed to fire, *Mater. Struct.*, 48, 1-13, 2015.
11. Ikeda, T., Sun C. T., Stress intensity factor analysis for an interface crack between dissimilar isotropic materials under thermal stress, *Int. J. Fracture*, 111, 229-249, 2001.
12. Yu H. L., Liu X. H., Thermal-mechanical finite element analysis of evolution of surface cracks during slab rolling, *Mater. Manuf. Processes*, 24, 570-578, 2009.
13. Kokoni K., Smith C.C., Interfacial transient thermal fracture of adhesively bonded dissimilar materials, *Exp. Mech.*, 29 (3), 312-317, 1989.
14. Simon B. N., Prasath R. G. R., Ramesh, K., Transient thermal stress intensity factors of biomaterial interface cracks using refined three-fringe photoelasticity, *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 44, 427-438, 2009.
15. Finlayson E. F., Stress intensity factor distributions in bimaterial systems - a three-dimensional photoelastic investigation, MSc Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 1998.
16. Schroedl M. A., McGowan J. J., Smith C. W., An assessment of factors influencing data obtained by the photoelastic stress freezing technique for stress fields near crack tips, *Eng. Fract. Mech.*, 4 (4), 801-809, 1972.
17. Marloff R. H., Leven, M. M., Ringler T. N., Johnson R. L., Photoelastic determination of stress-intensity factors, *Exp. Mech.*, 11 (12), 529-539, 1971.
18. Düzgün M., Improvement of thermo-mechanical characteristic of the self ventilated brake discs using fea, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 29 (3), 625-635, 2014.
19. Öztürk A., Gülgeç M., Influence of the material properties on the elastic-plastic deformation in a heat generating composite solid cylinder, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 28 (2), 283-292, 2013.
20. Özışık G., Genç M.S., Temperature and thermal stress distribution in a plate heated from one side surface with a moving heat source, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 23 (3), 601-610, 2008.
21. Boley B. A. ve Weiner J. H. Theory of Thermal Stresses, Dover Publications, New York, 1997.
22. Timoshenko S. P. ve Goodier J. N. Theory of Elasticity, International Edition, McGraw Hill, Singapore, 1970.