

Arıcılık Malzemeleri Üretiminde Bulanık Doğrusal Programlama Kullanımı: Werners Yaklaşımı

Mustafa ÖZKAN*

Öz

Endüstriyel gelişmeler, üretim mekanizması alternatiflerinin artmasına neden olmuş, bu ise karar aşamasında karar vericilerin çelişkiler içerisinde kalmalarını beraberinde getirmiştir. Tüketiciler bir ürünü tercih ederken, birçok alternatif içerisinde kendileri için önemlilik sırasına göre en uygun olanı tercih ederler. Firmaların bu tüketici kitlesi karşısında arz olanaklarını belirlemesi, bazı üretim alternatifleri içerisinde kendileri için en uygun üretim teknik ve miktarlarını seçmeleri gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Bu ise belirsizlikler dolu bir süreçtir ve belirsizlikle dolu bu ortamda karar alabilmek işletmelerin karşılaşıkları birçok zorluktan biridir. 1965 yılında Zadeh tarafından geliştirilen "bulanık küme" kavramı, bahsedilen bu kararsızlık çerçevesinde, karar mekanizmalarının kararlarını almalarında onlara bir yön vermeyi amaçlamıştır. Belirsizliklerin olduğu ortamlarda, esnek kararlar alınabilmesini amaçlayan bu sistem çağımızda daha da önemini hissettirmektedir. Bu çalışmada arıcılık ürünleri üreten bir işletmenin verileri analize tabi tutulmuştur. Çalışmada, öncelikle doğrusal programlama modeli oluşturulmuş ve elde edilen sonuçlar bulanık doğrusal programlama (BDP) yöntemlerinden Werners yaklaşımı ile değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda analize tabi tutulan işletmenin günlük ortalama karını maksimum hale getirebilmesi için ürettiği 3 ana ürün olan kovan, şerbetlik ve çerçevelerin; bulanık üretim kapasitesi, bulanık hamadden miktarı ve bulanık toplam iş gücü miktarlarına göre gerekli üretim düzeyleri hesaplanmıştır. Buna göre, günde 1,366667 adet kovan, 2,533334 adet şerbetlik ve 83,335 adet çerçeve üretilmesi gereği sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Mantık, Bulanık Doğrusal Programlama, Nicel Karar Yöntemleri, Yöneylem Araştırması

The Use of Fuzzy Linear Programming in the Production of Beekeeping Materials: Werners Approach

Abstract

Industrial developments have led to an increase in the production mechanism alternatives, which has led to decision makers remaining in contradictions during the decision making process. While consumers prefer a product, they choose from many alternatives in order of their priorities. Determining the supply possibilities in the face of this consumer population by firms has revealed the necessity to choose the most suitable production techniques and quantities for them from some production alternatives. This is a process full of uncertainties and it is one of the many challenges faced by enterprises to make decisions in this environment of uncertainty. "Fuzzy Sets" concept developed by Zadeh in 1965 aimed to give a direction to the decision-making mechanisms in the framework of this uncertainty. In environments with uncertainty, this system, which aims to make flexible decisions, becomes more important in our age. In this study, data of an enterprise, producing beekeeping products, were analyzed. In this study, firstly, linear programming model was created and the results were evaluated with Werners approach which is one of the fuzzy linear programming (FLP) methods. As a result of the study, the firm, which is analyzed, should produce 1,366667 pieces of hives, 2,533334 pieces of sherbet and 83,335 of the frame in order to maximize the daily average profit. In addition, the fact that it is not possible to realize a decimal amount in real production is not taken into consideration.

Keywords: Fuzzy Logic, Fuzzy Linear Programming, Quantitative Decision Methods, Operations Research

Received/Geliş: 24.01.2019

Accepted/Kabul: 17.05.2019

* Dr. Öğr. Üyesi, Giresun Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü,
mustafa.ozkan@giresun.edu.tr. ORCID ID: 0000-0002-4439-2531
(Makale Türü: Araştırma Makalesi)

Giriş

İşletmeler karar vericileri, herhangi bir amaç için bir karar verirken, çoğunlukla karar değişkenleri için tüm veri ve kısıtların kesin sınırlar içerisinde bilindiğini varsayıarak hareket etmektedirler. Oysa gerçek hayat içinde teknolojik, yönetsel, bilimsel birçok gelişme bulunurken; bu gelişimle birlikte ortaya çıkan bir o kadar da belirsizlik bulunmaktadır. Talep belirsizlikleri, konjonktürel dalgaların, tedarik zinciri aksaklıları, siyasi karar mekanizmalarının tavırları ve globalleşme vb. birçok sebebe bağlı olarak ortaya çıkan belirsizlikler ve bunların türevi olarak bu kümeye eklenen diğer birçok değişken, kesin ve sınırları belli olmayan birer veri kümesi oluşturmaktadır. Klasik mantık ve klasik karar yöntemleriyle karar alabilmek için ise analizler için kullanılacak tüm değişkenlerin ve onların istatistikî durumlarının kesin olarak bilinmesi gerekmektedir. Bu yaklaşım temelde Aristoteles mantığına dayanır. Genel olarak bir şey veya olgu için var-yok ikileminden başka bir üçüncü seçenek olamayacağı esasına dayanır. Bulanık mantık ise temelde, klasik mantıkta bulunan var-yok yaklaşımını geliştirerek, bir şeyin varlığından ya da yokluğundan ziyade ne düzeyde “var” veya “yok” olacağı üzerinde durmaktadır. Bu açıdan değerlendirildiğinde ise klasik mantık işlemlerinin olasılık, bulanık mantık sistemlerinin ise olabilirlik temelli olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada, önce BDP'ye ilişkin genel bilgiler verilmiş ve daha sonra arıcılık malzemeleri sektöründe faaliyet gösteren bir işletmede uygulama yapılarak sonuçlar değerlendirilmiştir.

Literatür Taraması

Modern anlamda bulanık mantık düşüncesinin kurucusu sayılan Zadeh (1965), öznel ve bulanık bir yapıda olan insan düşünce sistemini temsil eden veri işlemeye, alışlageldik bilgisayar mantığının yetersiz kaldığını gözlemlemiş ve “bulanık kümeler” çalışmasını yayımlamıştır. Bu çalışmasında, bulanık kümeler teorisi ve bulanık mantıkla olan ilişkisini açıklamıştır (Baykal, 2004: 17-18). “Büyük”, “uzun”, “sıcak”, “yaşlı”, “genç” ve “hızlı” gibi nispi kavramların derecelendirilmesinde Zadeh'in geliştirdiği “bulanık set teorisi” ve matematik formülasyonu, klasik mantığın aksine, daha farklı yeni ufuklar açmıştır (Güneş, 2001:177). Bu şekilde klasik mantıkta kullanılamayan nice ifadelerde matematikte kullanılabilir hale gelmiştir.

Mamdami (1977) bir çimento fabrikasında, fırın sıcaklık düzeyinin kontrolünde Zadeh'in bulanık kümeler yaklaşımını esas alarak bir bulanık çıkarım sistemi oluşturduğu ve başarılı sonuçlar elde ettiği çalışması, bulanık mantık ve onunla ilgili yapılacak çalışmalar için dönüm noktası olmuştur. Mamdami'nin geliştirdiği protokolün bunun başarılı sonuçlar vermesi ise dünyada bu sistemin yaygınlaşmasının da önünü açmıştır (Özkan, 2014: 5). Bu çalışmadan, bulanık sistemlerle çalışmanın ne kadar kolay ama sonuçlarının da ne kadar etkili olduğu anlaşılmıştır (Aydın, 2007: 52).

Literatürde farklı birçok disiplinde bulanık mantıkla ilgili çalışmalara rastlamak mümkündür. Karar verme problemlerinde bulanık mantık kullanımına ise ilk kez Bellman ve Zadeh'in 1970 yılında yayınladığı "Bulanık Çevrede Karar Verme" adlı makalede rastlanmaktadır (Zimmermann, 1991: 248). Bu çalışmadan sonra Zimmermann 1974 yılında, bulanık amaç ve kısıtlayıcıları bir doğrusal programlama ile ifade etmeyi başardığı bir başka çalışma gerçekleştirmiştir (Wang ve Liang, 2004: 14-41).

Tanaka, Okuda ve Asai, 1974 yılında yaptıkları çalışmalarında ise bulanık kısıtlarla BDP'nin bir formülasyonunu önermiş ve bulanık sayılar arasında eşitsizlik ilişkilerine dayanan çözümlerde yeni bir yöntem geliştirmiştirlerdir (Delgado vd., 1989: 21). Negoita ve Sularia (1976) ise bulanık kısıtlı doğrusal programlama problemlerini formüle etmiş ve bulanık amaç fonksiyonunun maksimize edildiği bir karar probleminin klasik bir matematiksel programlama problemine indirgenebileceğini çalışmalarında göstermişlerdir (Wu, 2003: 61). Ayrıca bulanık katsayılarla BDP problemi de ilk kez Negotia (1981) tarafından formüle edilmiş ve Robust programlama olarak literatüre kazandırılmıştır. Ayrıca, 1981 yılında Hannan ve 1984 yılında ise Nakamura, parçalı üyelik fonksiyonlu BDP problemleri konusunda çalışmalar yapmışlardır (Inuiguchi vd., 1990a: 15). Hannan (1981), doğrusal üyelik fonksiyonlarına sahip olan hedeflerle, hedef programlama probleminin tek bir hedef programlama problemi olarak nasıl formüle edilebileceği üzerinde de bir çalışma yapmıştır. Tanaka ve Asai'nin (1984) ise amaç fonksiyonuna bir tatmin düzeyi veren ve bu fonksiyonu da kısıt gibi düşünün, amaç ve kısıt parametrelerindeki belirsizliği göz önünde bulundurularak makul bir çözüm edebilir bir yöntem geliştirmiştir.

Orlovsky (1984), bulanık çözümlemelerde yüksek derecede uyumsuzluk ve olası fizibilite derecesinin elde edilmesi arasındaki dengeleri esas alarak, bir problemin geleneksel formülasyonunun sistematik uzantısı esasına dayanan matematiksel programlama analizine farklı bir yaklaşım sunmuştur. Tanaka, Ichihashi ve Asai (1985), BDP için bulanık parametreler ve bulanık değişkenlerle doğrusal kısıtlar hakkında araştırma yapmışlardır. Bulanık amaç problemine optimal bir çözümün eksiklinden dolayı, Slowinski (1986), karar vericinin tatmin derecesini ifade etmek amacıyla, amaç fonksiyonlarının katsayıları ve kısıtlamaları L-R tipi bulanık sayılar olan bir probleme, amacı tatmin edici bir bulanık hesaplama yöntemi geliştirmiştir. Werners (1987), bulanık temelli etkileşimli bir model üzerinde çalışmış ve "bulanık-ve" operatörü kavramı kullanmıştır. Ayrıca Delgado vd. (1989), hem bulanık sayı hem de bulanık kısıtlar kümesini içeren, öncelikle bulanık doğrusal programlama kavramındaki önemli problemleri tanımlamak ve bu önemlilikleri dikkate alan, karşılaştırma esasına dayanan genel bir bulanık doğrusal programlama problemleri modeli oluşturmuşlardır.

Luhanjura (1989), bulanık parametreler ve matematiksel programlama problemleri üzerinde çalışmıştır. Inuichi vd.(1990b), yapılan çalışmaların çokluğu sebebiyle, bulanık mantık

çalışmalarının türleri ve kategorize edilmesi ile ilgili 3 tipte sınıflama yaptıkları bir çalışmayı literatüre katmışlardır. Çalışmalarında “belirsizlik ile matematiksel programlama, belirsizlik ve matematiksel programlama ile belirsizlik ve belirsizlik ile matematiksel programlama” şeklinde bir anket formu düzenleyerek sınıflamaya gitmişlerdir. Tanaka ve Ishibuchi (1991), kuadratik üyelik kavramı ile olasılıksal doğrusal sistemlerin etkileşimli olduklarını varsayıarak, bulanık parametreleri tanımlamada kullanılabileceği bir yöntem geliştirmiştir. Böylece, parametrelerin olasılıksal dağılımını tahmin edebilecek bir model geliştirmiştir. Başka bir çalışmalarında ise Sugeno ve Tanaka (1991) bulanık bir doğrusal model için ardışık tanımlama yöntemi geliştirmiştir. Burada biri denetleyici seviyesi, diğeri ise ayarlama seviyesi olan iki seviyeli bir tanımlama mekanizması geliştirilmiştir. Tomsovic (1992), voltaj kontrolünde doğrusal programlama yaklaşımını modifiye etmek ve uzman sistem yaklaşımının bazı sezgisel kavramlarını dâhil etmek maksadıyla bulanık mantık ve bulanık doğrusal programlamadan faydalananmıştır. Bu amaçla bulanık kümeler için parçalı doğrusal dışbükey üyelik fonksiyonları tanımlanmış ve bulanık optimizasyon problemi standart bir doğrusal programlama problemi olarak yeniden formüle edilmiştir. Inuiguchi ve Sakawa (1998), doğrusal programlama problemlerinin belirsizliği ile bulanıklığın yumuşaklığını ve sağlamlığını bulanık bir objektif fonksiyonu ile araştırmışlardır. Ayrıca, BDP problemlerinin çözümü için önerilen iki aşamalı olan yaklaşımında, max-min işlemcisi gerçekleştirebilecek etkin bir çözüm araştırılıyor, karar vericinin bu isteğini gerçekleştirmek için uygun bir ortam olması halinde otomatik olarak yerine getirilebileceği Robust bir model sunmuşlardır. Zhu ve Xu (1999), BDP modelli problemlerin çözümünde iki aşamalı çözüm yöntemlerini literatüre sunmuştur. Bu çalışmalarında, etki endeksine dayalı olarak karar verici için etki ağırlıkları belirleme yöntemi geliştirilmiştir. Buckley ve Feuring (2000), tüm parametrelerin ve değişkenlerin bulanık sayılar olduğu, tamamen bulanıklaştırılmış doğrusal programa çözümlemesi üzerine çalışmışlardır. Bu amaçla biroptimizasyon problemini çok amaçlı doğrusal programlama haline dönüştürmüştür ve baskın olmayan çözümler kümesini incelemek için bulanık esnek programlama kullanımı kullanmışlardır.

Liu (2001a), belirsiz çevre, olay, şans fonksiyonu ve bulanık rastlantısal karar sistemleri için belirsizlik ilkesi kavramlarını sunarak, bulanık rastgele bağımlı-olasılıksal doğrusal programlama için teorik bir çerçeve sunmuş ve yine Liu (2001b) bulanık sayıların yeni bir yöntemle sıralanması esasına dayanarak, kısıtların yerine getirilmesine olanak sağlayan bulanık doğrusal programlama çözümlemesi gerçekleştirmiştir. Chiang (2001), istatistiksel veriler ve istatistiksel güven aralığı kavramını kullanarak bir BDP modellemesi yapmıştır. Li ve Yang (2004) bulanık ortamlarda çok boyutlu analiz tercihleri için çoktan seçmeli toplu karar verme esasına dayanan birçok boyutlu doğrusal programlama tekniği geliştirmeye çalışmışlardır.

Mahdavi-Amiri ve Nasseri (2007) ise yamuk tipli bulanık sayılar için bulanık sıralama fonksiyonu üzerine çalışmışlardır. Bu amaçla, yamuk tipli bulanık değişkenlerle doğrusal programlama problemini duallerini oluşturarak incelemiştir. Kumar vd. (2011), aynı tür bulanık doğrusal programlama problemlerinin bulanık optimal çözümünü bulmak için yeni bir yöntem geliştirdikleri bir çalışma yapmışlardır. Lotfi vd. (2011) ise tüm parametreler ve değişkenlerin üçgen bulanık sayı olarak tanımladığı problemler için simetrik üçgen üyelik fonksiyonu kullandıkları modellerinde, üçgen tipli bulanık sayıyı durulaştırmak için yeni bir yaklaşım geliştirmiştir.

Türkiye'de, BDP üzerine yapılmış birçok uygulamalı çalışma mevcuttur. Özkan (2003), BDP'nin geliştirilmiş hali olan bulanık hedef programlama ile bir model öne sürmüş ve sonuçları diğer bulanık mantık yöntemleriyle de değerlendirmiştir.

Yalçın-Seçme (2005) yılında, Bulanık doğrusal programlama modelinin klasik doğrusal programlama modeline göre daha esnek olduğu sonucunu elde ettiği bir çalışma sunmuştur. Bu amaçla Nevşehir'de bir un fabrikasının üretim planlamasını klasik ve bulanık doğrusal programlama modellerini uygulayıp karşılaştırmasını gerçekleştirmiştir. Türe(2006), İMKB'de işlem görmüş 26 hisse senedi için klasik portföy yönetimi için bulanık doğrusal programlama modeli kullanmış, optimal bir portföy yöneticisinin kurulan senaryolara göre nasıl davranışacağı üzerine değerlendirmeler yapmıştır. Tuş(2006), yapmış olduğu çalışmada, bir mermer işletmesinin aylık üretim planlamasını dikkate alarak, bu işletme için doğrusal programlama modeli ve BDP çözümlemiş ve sonrasında çözümlemeleri birbirleriyle karşılaştırarak daha kullanılabilir bir üretim planlaması ortaya koymuştur. Aydin(2007), çevre sorunlarından birisi olan katı atık yönetiminde, bulanık doğrusal programlama modeli uygulamıştır. Çalışmasında öncelikle, katı atıkların taşınması ve işlenmesinde maliyet minimizasyonunu gerçekleştirmeyi amaçlamış, bu süreçte, atık miktarının gerçek hayatı standart bir miktarda olmadığına ve gerçek hayatı bu aşamanın bulanık olmasına atıfta bulunarak modelini sunmuştur. Çevik ve Yıldırım (2010), süt imalatı yapan bir firmanın üretim karını maksimize etmek amacıyla ulaşması gereken üretim düzeyini BDP kullanarak modellemiştir. Kocadağlı ve Cinemre (2010) hisse senedi yatırımlarında oluşturulacak bir satın alma optimizasyonu için doğrusal programlama modellerinin bulanıklaştırılmasıyla elde edilen bir portföy modeli sunmuşlar ve ilgili çeşitli modeller ile karşılaştırmalar yapmışlardır. Şişman (2012), talebin belirsiz olduğu bir tedarik zinciri problemine Werners yaklaşımı uygulamıştır. Gülcen (2012), bulanık doğrusal programlama modeli ile bir bisküvi firmasının bazı ürünlerinde ürün reçetesinin değiştirilmesi sonucu, algıda değişikliğe sebep olmadan optimum maliyetli ürün reçeteleri sunan ve klasik ve bulanık doğrusal programlama modellerinin karşılaştırıldığı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Oruç ve Gülişik (2013), salça üretimi yapan bir gıda işletmesinde belirli bir dönem ait verileri

kullanarak BDP ile üretim planlaması gerçekleştirmiştirlerdir. Demiral (2013), arz ve talep düzeylerinin belirgin olmadığı süt endüstrisinde faaliyet gösteren bir firmanın kar maksimizasyonu amaçlı üretim probleminin çözümünde bulanık doğrusal programlama kullanmıştır. Arıkan (2013), çok kaynaklı tedarikçi seçim problemi için, çok amaçlı doğrusal programlama probleminde karar vericinin bulanık arayışlarını tatmin etmek için bir bulanık model ve yeni bir çözüm yaklaşımı önermiştir. Tan vd. (2016), iklim değişikliğinin neden olduğu krizlerin çözümlenmesinde, bir model olarak endüstriyel komplekslerin risk-dayanıklılık analizi için model tabanlı bir yaklaşım önermek için BDP modeli kullanmışlardır. Teke vd. (2017), bir tekstil üretim işletmesinde BDP kullanımı ile bir model geliştirmiştir ve bu model ile kar maksimizasyonu amacı ile çeşitli türlerinden üretilmesi gereken üretim miktarı tespit etmişlerdir.

Bulanık Doğrusal Programlama

Bir BDP probleminin çözümünde kullanılabilecek 5 farklı yaklaşım bulunmaktadır. Bu yaklaşımalar, Zimmermann, Vergeday, Chanas, Werners ve son olarak Carlson ve Korhonen yöntemleri olarak bilinmektedir (Ural, 2006: 77). Esasında, bütün bulanık programlama çalışmalarında Zimmermann yaklaşımı temel yaklaşım olarak kabul görmektedir (Kağnıcıoğlu, 2006: 21- 22). Ancak, Werners yaklaşımı çalışmanın ana temasını oluşturduğu için diğer yöntemlerin üzerinde durulmayacaktır.

Werners'e göre, bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemleri ile bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modelleri aynı şekilde çözülebilmektedir. Werners yaklaşımında kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenebilmesine rağmen, kısıtlayıcıların bulanık olmasından ötürü, bulanık olarak algılanan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu, karar verici tarafından önceden belirlenemez. Werners, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirleyebilmek için Orlovski'nin 1984 yılında önerdiği bulanık karar kümesini baz almıştır. Orlovski, bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu tanım kümesinin her bir α -kesim kümesi için, amaç fonksiyonunun optimal değerlerini belirlemeyi ve bu optimal değerlerle eşit üyelik dereceli olan çözüm uzayının α -kesim kümesini bulanık karar kümesi olarak ele almayı önermiştir (Tuş, 2006: 97).

Geleneksel bir doğrusal programlama yaklaşımı aşağıdaki gibi modellenir;

$$\max(z = c^T x)$$

Kısıtlayıcılar,

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Burada $c^T x$ terimi $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ ifadesini, $Ax \leq b$ denklemi ise $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$ ($i=1,2,\dots,m$) ifadesini gösterir. Bu modelde, tüm parametreler tam bilinmektedir. Werners'in yaklaşımı, amaç ve kısıtlayıcıların bulanık olduğu bir BDP modeli olarak aşağıdaki gibi modellenir (Özkan, 2003:164-165).

$$\max z \cong c^T x$$

Kısıtlayıcılar,

$$(Ax)_i \leq b_i$$

$$i=1,2,\dots,m$$

$$x \geq 0$$

“~” simgesi ilgili işlemin bulanıklaştırılmış olduğunu ifade etmektedir. Werners yaklaşımını kullanarak bu problemi çözmek için z^0 ve z^1 değerlerini belirlemek gereklidir. Zimmermann algoritmasında olduğu gibi p_0 ve b_0 değerlerini karar vericiye sorarak üyelik fonksiyonu oluşturmak yerine; Werners, karar vericinin bu değerleri veremeyeceğini ileri sürerek iki olası uç nokta olan z^0 ve z^1 değerlerini kullanmaktadır (Tuş, 2006: 98). Yukarıda, optimal değer z^0 ve z^1 arasında değer alacağından; bu aralıktaki amaç fonksiyonu için yazılacak üyelik fonksiyonu, sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonudur (Yalçın Seçme, 2005: 47). Amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } c^T x \geq z^1 \\ 1 - \frac{z^1 - c^T x}{z^1 - z^0} & ; \text{eğer } z^0 \leq c^T x \leq z^1 \\ 0 & ; \text{eğer } c^T x < z^0 \end{cases}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 0 & ; \text{eğer } (Ax)_i \geq b_i + p_i \end{cases}$$

Optimal kararın belirlenmesinde max-min işlemcisi kullanıldığından Werners'in yöntemi simetrik bir yöntemdir. Hem amaç fonksiyonun hem de kısıtların birlikte doyumunu sağlayan bir BDP modelidir. Optimal karara ulaşmak için Bellman ve Zadeh tarafından önerilen “min”

işlemci kullanılarak μ_D üyelik fonksiyonu ile belirlenen bir “D” karar alanı elde edilebilir (Tuş, 2006: 100);

$$\mu_D = \min(\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$$

Werners modelini klasik doğrusal programlama modeline dönüştürmek için, yine “l” değişkeni kullanılır. μ_D eşitliğinin optimal çözümünün maksimum olduğu kararının seçilmesi halinde eşitlik aşağıdaki hali alır.

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \mu_0 \geq \lambda \\ & \mu_i \geq \lambda \\ & \lambda, \mu_0, \mu_i \in [0,1] \\ & \text{ve } \forall_i \text{ için } x \geq 0 \end{aligned}$$

Uygulama

Sivas’ın Suşehri ilçesinde faaliyet gösteren bir arıcılık malzemeleri üretim işletmesi, 24 yıldır arıcılık sektörü için çeşitli malzemelerin üretimini yapmaktadır. İşletme, üretim faaliyetlerini Suşehri ilçesinde yapmakta olmasına rağmen Tunceli, Erzincan, Giresun ve Sivas illerinde faaliyet göstermektedir. İşletme dâhilinde 3 tür ürün üretilmekte ve üretim 7 aylık bir zamanda gerçekleşmektedir. Satış faaliyetleri ile birlikte yıllık çalışma süresi 9 aydır. İşletme küçük ölçekli olduğu için, üretim kapasitesinde artış aşırı bir tolerans sağlanamamakta ancak kârlılık için yeni alternatifler aranmaktadır. Araştırma için kullanılan verilerin tümü firmadan alınmıştır. Veriler, 7 aylık süreçte toplam üretim miktarlarını ve toplam hammadde kısıtlarını ifade etmektedir. Kullanılan veriler 2016 yılına aittir.

Çalışmada kullanılan veriler, günlük ortalama haline getirilip, işletmeye ait günlük kar maksimum kılınmaya çalışılmıştır. Tablo 1’de üretilen ürünler ve üretim miktarları gösterilmektedir. Tablo 2’de, atölyenin üretiminde birim satış fiyatı, birim maliyet ve birim kâr verilmiştir. Tablo 3 ve Tablo 4’te ise kısıtlar ifade edilmiştir.

Tablo 1: Modeldeki Değişkenler ve 2016 Yılı Üretim Miktarları

Ürünün Simgesi	Ürünün Adı	Üretim Miktarı(Yıllık)
KV	Kovan	300 Adet
SB	Şerbetlik	1000 Adet
CV	Çerçeve	15000 Adet

Tablo 2: Modeldeki Değişkenlerin Birim Fiyat, Maliyet ve Kâr Değerleri

Ürün Simgesi	Birim Fiyat(TL)	Birim Maliyet(TL)	Birim Kâr (TL)
KV	65	40	25
SB	10	4	6
CV	0,6	0,4	0,2

Tablo 3: Hammadde Kısıtlarına İlişkin Veriler

	KV	SB	CV
Birim Başına Kereste İhtiyacı (dm³)	65	15	0,8
Birim Başına Kontrplak İhtiyacı (dm²)	0	21,84	0
Birim Başına Sac İhtiyacı (dm²)	30	0	0
Birim Başına Çivi İhtiyacı (kg)	0,5	0,2	0
Birim Başına Boya İhtiyacı (lt)	0,52	0	0

Tablo 4: Zaman Kısıtlarına İlişkin Veriler

	KV	SB	CV
Kereste	100 dk	15 dk	5 dk
Kontrplak	0	1 dk	0
Sac Kaplama	5 dk	0	0
Çivi	40 dk	10 dk	0
Boya	3 dk	0	0
Toplam	148 dk	26 dk	5 dk

Kısıtlarda bir kısım sınırlar bulunmaktadır. İşletme yıl içerisinde aktif olarak 7 ay üretim yapmaktadır. Üretim 7 ay olduğu için günlük ortalama kısıtlar hesaplanırken her bir kisit 210(30x7)'a bölünmüştür. Bunlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

- Kovan üretimi, normal şartlarda 1,43 ve eğer talep olursa 1,91 adet/gün'e çıkarılabilir mektedir.
- Şerbetlik üretimi normal şartlarda 4,77 ve eğer talep olursa 7,15 adet/gün'e çıkarılabilir mektedir.
- Çerçeve üretimi normal şartlarda 71,43 ve eğer talep artarsa 95,24 adet/gün'e çıkarılabilir mektedir.
- İşletmede günlük ortalama 10 saat çalışılmaktadır. Ancak talep artışında 12 saatte çıkarılabilir mektedir.
- Üretimde kullanılan kereste miktarı 238,1 dm³/gün ancak talep artışında 285,7 dm³/gün'e çıkarılabilir mektedir.
- Üretimde kullanılan kontrplak miktarı 1748,58 dm³/gün ancak talep artışında 2428,58dm³/gün'e çıkarılabilir mektedir.
- Üretimde kullanılan düz sac miktarı 285,71 dm³/gün ancak talep artışında 380,95 dm³/gün'e çıkarılabilir mektedir.

- Üretimde kullanılan çivi miktarı 0,95 kg/gün ancak talep artışında 1,43 kg/ gün'e çıkarılabilir mektedir.
- Üretimde kullanılan boyalar miktarı, 0,52 lt/gün ancak talep artışında 0,71 lt/ gün'e çıkarılabilir mektedir.

Uygulamada değişken sayısı 3 olup, bunlar sırası ile x_1 : kovan, x_2 : şerbetlik ve x_3 : çerçeveye olarak kodlanmıştır.

Amaç fonksiyonu:

İşletme, toplam karını maksimize etmeyi hedeflemektedir. Bu sebeple amaç fonksiyonu maksimizasyon tiplidir ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

Amaç fonksiyonu

$$\max z = 25x_1 + 6x_2 + 0,2x_3$$

Kısıtlayıcılar

$$\begin{aligned} x_1 &\leq B_1 \\ x_2 &\leq B_2 \\ x_3 &\leq B_3 \\ 148x_1 &\leq B_4 \\ 26x_2 &\leq B_5 \\ 5x_3 &\leq B_6 \\ 65x_1 + 15x_2 + 0,8x_3 &\leq B_7 \\ 21,48x_2 &\leq B_8 \\ 30x_1 &\leq B_9 \\ 0,5x_1 + 0,2x_2 &\leq B_{10} \\ 0,52x_1 &\leq B_{11} \end{aligned}$$

ve

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Problemin çözümünde Werners yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşımda kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenmez. B_i , bulanık sayılarının belirlenmesi için aşağıdaki formül kullanılır.

$$B_i(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } x \leq b_i \\ \frac{b_i + p_i - x}{p_i} & ; \text{eğer } b_i \leq x \leq b_i + p_i \\ 0 & ; \text{eğer } x \geq b_i + p_i \end{cases}$$

Çözüm için z^0 ve z^1 değerleri belirlenecektir. Burada z^0 , toleransın olmadığı, z^1 ise toleransın tam kullanıldığı maksimum amacı ifade etmektedir. Başka bir ifade ile alt ve üst sınırları ifade etmektedirler. Fonksiyona ait alt sınırlar aşağıdaki gibi ifade edilir.

Amaç fonksiyonu

$$\max z^0 = 25x_1 + 6x_2 + 0,2x_3$$

Kısıtlar:

$$x_1 \leq 1,43$$

$$x_2 \leq 4,77$$

$$x_3 \leq 71,43$$

$$148x_1 \leq 600$$

$$26x_2 \leq 600$$

$$5x_3 \leq 600$$

$$65x_1 + 15x_2 + 0,8x_3 \leq 238,1$$

$$21,48x_2 \leq 1748,58$$

$$30x_1 \leq 285,71$$

$$0,5x_1 + 0,2x_2 \leq 0,95$$

$$0,52x_1 \leq 0,52$$

$$ve \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Bu model, QM for Windows paket programı ile çözüldüğünde $z^0 = 54,34$ olarak bulunur.

Üst sınırlar ise aşağıdaki gibidir:

Amaç fonksiyonu:

$$\max z^1 = 25x_1 + 6x_2 + 0,2x_3$$

Kısıtlar:

$$x_1 \leq 1,91$$

$$x_2 \leq 7,15$$

$$x_3 \leq 95,24$$

$$148x_1 \leq 720$$

$$26x_2 \leq 720$$

$$5x_3 \leq 720$$

$$65x_1 + 15x_2 + 0,8x_3 \leq 285,7$$

$$21,48x_2 \leq 2428,58$$

$$30x_1 \leq 380,95$$

$$\begin{aligned} 0,5x_1 + & \quad 0,2x_2 \leq 1,43 \\ 0,52x_1 & \leq 0,71 \\ \text{ve } & \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Bu model, QM for Windows paket programı ile çözüldüğünde $z^1 = 77,73$ olarak bulunur.

Amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonu, aşağıda gösterilen formüle göre yazılmaktadır.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } c^T x \geq z^1 \\ 1 - \frac{z^1 - c^T x}{z^1 - z^0} & ; \text{eğer } z^0 \leq c^T x \leq z^1 \\ 0 & ; \text{eğer } c^T x \geq z^0 \end{cases}$$

Buradan yola çıkarak amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } c^T x \geq 77,73 \\ 1 - \frac{77,73 - 54,34}{23,39} & ; \text{eğer } 54,34 \leq c^T x \leq 77,73 \\ 0 & ; \text{eğer } c^T x \geq 54,34 \end{cases}$$

BDP probleminin klasik doğrusal programlama modeli gibi çözülebilmesi için $(B_i) + \lambda p_i \leq b_i + p_i$ işlemi dikkate alınarak sağ taraf sabitleri yalnız bırakılır. Bu işlem aşağıdaki gibi düzenlenmektedir.

Amaç fonksiyonu

$\max \lambda$

$$= 25x_1 + 6x_2 + 0,2x_3 - 23,39\lambda \geq 54,34$$

Kısıtlar,

$$\begin{aligned} x_1 + & \quad (1,91 - 1,43)\lambda \leq 1,91 \\ x_2 + & \quad (7,15 - 4,77)\lambda \leq 7,15 \\ x_3 + & \quad (95,24 - 71,43)\lambda \leq 95,24 \\ 148x_1 + & \quad (720 - 600)\lambda \leq 720 \\ 26x_2 + & \quad (720 - 600)\lambda \leq 720 \\ 5x_3 + & \quad (720 - 600)\lambda \leq 720 \\ 65x_1 + 15x_2 + 0,8x_3 + & \quad (285,7 - 238,1)\lambda \leq 285,7 \\ 21,48x_2 + & \quad (2428,58 - 1748,58)\lambda \leq 2428,58 \\ 30x_1 + & \quad (380,95 - 285,71)\lambda \leq 380,95 \\ 0,5x_1 + 0,2x_2 + & \quad (1,43 - 0,95)\lambda \leq 1,43 \\ 0,52x_1 + & \quad (0,71 - 0,52)\lambda \leq 0,71 \end{aligned}$$

$$\text{ve } x_1, x_2, x_3 \geq 0, \lambda \in [0,1]$$

Werners yaklaşımında optimal çözüm için α -kesim kümescinin, bulanık karar kümesi olarak ele alınması gerekmektedir. Burada $\alpha = \lambda$ 'dir. Eşit üyelik çözüm uzayında $\lambda = 0,5$ olarak kabul edilir (Çevik ve Yıldırım, 2010: 24). Bu durumda yukarıda görülen model, aşağıdaki gibi ifade edilir.

Amaç Fonksiyonu

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & = 25x_1 + 6x_2 + 0,2x_3 - 23,39\lambda \geq 54,34 \end{aligned}$$

Kısıtlar,

$$\begin{array}{lll} x_1 + & & \leq 1,67 \\ x_2 + & & \leq 5,96 \\ x_3 + & & \leq 83,335 \\ 148x_1 + & & \leq 660 \\ 26x_2 + & & \leq 660 \\ 5x_3 + & & \leq 660 \\ 65x_1 + 15x_2 + 0,8x_3 + & & \leq 261,9 \\ 21,48x_2 + & & \leq 2088,58 \\ 30x_1 + & & \leq 333,33 \\ 0,5x_1 + 0,2x_2 + & & \leq 1,19 \\ 0,52x_1 + & & \leq 0,615 \end{array}$$

$$ve \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad \lambda \in [0,1]$$

Model QM for Windows paket programı ile çözüldüğünde çözüm değeri;
 $\lambda = 0,5$

$$x_1 = 1,366667$$

$$x_2 = 2,533334$$

$x_3 = 83,335$ olarak bulunur.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \max z^* &= 25x_1 + 6x_2 + 0,2x_3 \\ &= (25 \cdot 1,366667) + (6 \cdot 2,533334) + (0,2 \cdot 83,335) \\ &= 66,035 \end{aligned}$$

Aynı sonucu aşağıdaki formülle de elde edebiliriz:

$$\mu_0(x) = \lambda$$

$$1 - \frac{77,73 - c^T x}{23,39} = 0,5$$

$c^T x = 66,035$ olarak elde edilir.

Sonuç

BDP, kısıtların kesin olarak belirlenemediği, amaç ve kısıtların birtakım ihlaller içерdiği durumlarda optimal çözümü bulmada hızlı, esnek ve etkili bir yöntemdir.

Bu çalışmanın yapıldığı işletme karar vericileri, amaç fonksiyonuna ait bir tolerans miktarı belirlememişlerdir. Ancak, üretim kısıtlarına ilişkin çeşitli tolerans miktarları karar vericiler tarafından belirlenmiştir. Bu nedenle çalışmada Werners yaklaşımı kullanılmıştır. Çalışma verilerinden anlaşılmış üzere, 7 aylık üretim süreci içerisinde firmadan elde edilen veriler yeniden düzenlenerek, firmanın günlük karını maksimum hale getirmesi için gerekli faaliyet bütünü elde edilmiştir. İşletmenin normal şartlarda, diğer maliyet giderleri sabit kalmak şartıyla günlük karı 54,34 TL'dir. Bu karı elde edebilmek için firma günde ortalama 1,43 adet kovan, 4,77 adet şerbetlik ve 71,43 adet çerçeveyi üretmek durumundadır. Firma yöneticileri, teorik olarak eğer günde ortalama 1,366667 adet kovan, 2,533334 adet şerbetlik ve 83,335 adet çerçeveyi üretirse günlük karını 66,035'e çıkaracaktır. Firma bu işlemleri uygularsa, günlük ortalama 11,695 TL daha karını artıracaktır. Çalışmanın sonucunda, firmanın elindeki imkânları kullanarak elde edeceği bu yeni üretim düzeyi firmaya, 2455,96 TL daha fazla kar sağlayacaktır.

Çalışmada kullanılan BDP yaklaşımı, tek amaçlı ve amaç probleminde tolerans belirlenmemiş olan işletme problemleri için farklı faaliyetlerde bulunan işletmelerde kolaylıkla kullanılabilir. BDP, işletme karar vericilerinin kesin sınırlar içerisinde karar veremediği, istatistiksel ve matematiksel varsayımların tamamen sağlanamadığı durumları barındıran problemlere karşı karar vermeyi kolaylaştırmaktadır. Yöntemin bu şekilde bir avantajı olmasına rağmen; tolerans miktarlarının doğru belirlenememesi durumunda çözüme ulaşılamaması yahut sistemin deneme-yanılma ile kontrol edilebilir olması gibi dezavantajları bulunduğu da bilinmektedir. Bu sebeple, yapılabilecek bir çözümlemede, uzman görüşlerine mutlaka aşırı önem verilmeli ve uzmanların sayısı artırılarak tolerans miktarları belirlenmelidir. Birden fazla amacı olan çalışmalarda ise BDP yöntemleri yerine, bulanık hedef programlama yöntemleri tercih edilmelidir.

Kaynakça

- Arikan, F. (2013). A Fuzzy Solution Approach For Multiobjective Supplier Selection. *Expert Systems with Applications*, 40(3), 947-952.
- Aydın, N. (2007). *Kati Atık Yönetiminde Optimal Planlama İçin Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımı*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Baykal N. ve T. Beyan; Bulanık Mantık İlkeleri ve Temelleri, Bıçakçılar Kitabevi, 2001, Ankara.

- Buckley, J. J. ve Feuring, T. (2000). Evolutionary Algorithm Solution to Fuzzy Problems: Fuzzy Linear Programming. *Fuzzy Sets And Systems*. 109(1), 35-53.
- Chiang, J. (2001). Fuzzy Linear Programming Based on Statistical Confidence Interval and Interval-Valued Fuzzy Set. *European Journal of Operational Research*. 129(1), 65-86.
- Çevik, O. Ve Yıldırım Y. (2010). Bulanık Doğrusal Programlama ile Süt Ürünleri İşletmesinde Bir Uygulama. *KMÜ Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*. 12(18), 15-26.
- Delgado, M., Verdegay, J. L., ve Vila, M. A. (1989). A General Model For Fuzzy Linear Programming. *Fuzzy Sets And Systems*. 29(1), 21-29.
- Demiral, M. F. (2013). Bulanık Doğrusal Programlama ile Süt Endüstrisinde Bir Uygulama. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*. 18(2). 373-397.
- Guu, S.M. and Wuu, Y. K. (1999). Two Phase Approach for Solving The Fuzzy Linear Programming Problems, *Fuzzy Sets and Systems*. 107(29), 191-195.
- Gülcan, B. (2012). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Bisküvi İşletmesinde Optimum Ürün Formülü Oluşturma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. İşletme Ana Bilim Dalı, Karaman.
- Güneş, M. (2001). Bulanık Doğrusal Sistemler ve Regrasyon Modellerine Uygulaması, *A Review of Social, Economic & Business Studies*. 1(1). 176-192.
- Hannan, E. L. (1981). On Fuzzy Goal Programming. *Decision Sciences*. 12(3), 522-531.
- Inuiguchi, M. ve Sakawa, M. (1998). Robust Optimization Under Softness in A Fuzzy Linear Programming Problem. *International Journal of Approximate Reasoning*. 18(1), 21-34.
- Inuiguchi, M., Ichihashi, H. ve Kume, Y. (1990a). A Solution Algorithm For Fuzzy Linear Programming With Piecewise Linear Membership Functions. *Fuzzy Sets and Systems*. 34(1), 15-31.
- Inuiguchi, M., Ichihashi, H. ve Tanaka, H. (1990b). Fuzzy Programming: A Survey of Recent Developments. In Stochastic Versus Fuzzy Approach Esto Multi Objective Mathematical Programming Under Uncertainty (45-68). Springer, Dordrecht.
- Kağnıcıoğlu, C.K.(2006). Hedef Programlama ve Bulanık Hedef Programlama Arasındaki İlişki. *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*. 7(2), 17-38.
- Kocadağlı, O., Cinemre, N. (2010), Portföy Optimizasyonunda SVFM ile Bulanık Doğrusal Olmayan Model Yaklaşımı. İstanbul: *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*. 39(2), 359-369.
- Kumar, A., Kaur, J. ve Singh, P. (2011). A New Method For Solving Fully Fuzzy Linear Programming Problems. *Applied Mathematical Modelling*. 35(2), 817-823.
- Li, D. F. ve Yang, J. B. (2004). Fuzzy Linear Programming Technique For Multi Attribute Group Decision Making in Fuzzy Environments. *Information Sciences*. 158, 263-275.
- Liu, B. (2001a). Fuzzy random dependent-chance programming. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 9(5), 721-726.
- Liu, X. (2001b). Measuring the satisfaction of constraints in fuzzy linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*. 122(2), 263-275.
- Lotfi, F. H., Allahviranloo, T., Jondabeh, M. A. ve Alizadeh, L. (2009). Solving A Full Fuzzy Linear Programming Using Lexicography Method and Fuzzy Approximate Solution. *Applied Mathematical Modelling*. 33(7), 3151-3156.
- Mahdavi-Amiri, N. ve Nasseri, S. H. (2007). Duality Results And A Dual Simplex Method For Linear Programming Problems with Trapezoidal Fuzzy Variables. *Fuzzy Sets and systems*. 158(17), 1961-1978.
- Negoita, C. V. (1981). The Current Interest in Fuzzy Optimization. *Fuzzy Sets and Systems*. 6(3), 261-269.
- Orlovsky, S. (1984). Mathematical programming problems with fuzzy parameters. IIASA Working Paper, WP-84-38.

-
- Oruç, K. O. ve Gülişik, M. N. (2013). Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımı ile Üretim Planlaması. *Alphanumeric Journal*. 1(1), 33-45.
- Özkan, M. M. (2003). Bulanık Hedef Programlama Modeli ve Bir Uygulama Denemesi. *Review of Social, Economic and Business Studies*. 2, 265-301.
- Özkan, M. M. (2003). Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi. Bursa.
- Özkan, M. (2014). Bulanık Hedef Programlama ve Bir İşletme Üzerinde Uygulama. (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sivas.
- Tan, R. R., Aviso, K. B., Cayamanda, C. D., Chiu, A. S. F., Promentilla, M. A. B., Ubando, A. T. ve Yu, K. D. S. (2016). A Fuzzy Linear Programming Enterprise Input–Output Model For Optimal Crisis Operations In Industrial Complexes. *International Journal of Production Economics*. 181, p410-418.
- Tanaka, H. ve Asai, K. (1984). Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets And Systems*. 13(1), 1-10.
- Tanaka, H. ve Ishibuchi, H. (1991). Identification Of Possibilistic Linear Systems by Quadratic Membership Functions of Fuzzy Parameters. *Fuzzy Sets And Systems*. 41(2), 145-160.
- Tanaka, H., Ichihashi, H. ve Asai, K. (1985). Fuzzy Decision In Linear Programming Problems With Trapezoid Fuzzy Parameters. *Management Decision Support Systems Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, 146-154.
- Teke, Ç., Okutkan, C. ve Erden, C. (2017). Bulanık Doğrusal Programlamayla Tekstil Sektöründe Üretim Miktarlarının Belirlenmesi. *Uluslararası Mühendislik ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*. 2(1), 1-6.
- Tuncel, S. Ö. (1997). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Üretim İşletmesinde Uygulama Örneği*. Yayınlanmamış Bilim Uzmanlığı Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tuş, A. (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Üretim Programlamasında Uygulama Örneği*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Denizli.
- Tomsovic, K. (1992). A Fuzzy Linear Programming Approach to There Active Power/Voltage Control Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*. 7(1), 287-293.
- Türe, H. (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Uygulama*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Slowiński, R. (1986). A Multicriteria Fuzzy Linear Programming Method For Water Supply System Development Planning. *Fuzzy Sets and Systems*. 19(3), 217-237.
- Sugeno, M. ve Tanaka, K. (1991). Successive Identification of A Fuzzy Model and Its Applications to Prediction of A Complex System. *Fuzzy Sets And Systems*. 42(3), 315-334.
- Şişman, B. (2012). Talebin Belirsiz Olduğu Tedarik Zinciri Tasarımında Bulanık Eniyileme Yaklaşımı. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*. 8 (17), 27-44.
- Ural, G.F. (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemi Kullanılarak Bir Sanayi Kuruluşunda Üretim Planlama Çalışmasının Gerçekleştirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kocaeli.
- Wang R.C. and T.F. Liang (2004). Application of Fuzzy Multi-ObjectiveLinear Programming to Aggregate Production Planning. *Computers & Industrial Engineering*. 46(1), 17-41.
- Werners, B. (1987). An Interactive Fuzzy Programming System. *Fuzzy Sets and Systems*, 23(1), 131-147.
- Wu, H.C. (2003). Duality Theory in Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Coefficients. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. 2, p.61-73.
- Yalçın Seçme, N. (2005). *Klasik Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programmanın Karşılaştırılmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kayseri.

- Zhu, B. ve Xu, Z. (2014). A Fuzzy Linear Programming Method for Group Decision Making with Additive Reciprocal Fuzzy Preference Relations. *Fuzzy Sets and Systems*. 246, 19-33.
- Zimmermann, H.J. (1991). Fuzzy Set Theory and Its Applications, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.