



Aktüerya Derneği

İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya

Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences

IDIA 12, 2019, 1, 32-42

Geliş/Received:25.04.2019, Kabul/Accepted: 12.06.2019

www.istatistikciler.org

Araştırma Makalesi / Research Article

Hayat dışı sigorta riskinin toplamsal hasar rezervi yöntemi ile analizi : Türkiye uygulaması

Rümeysa Karataş

*Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi
Kamil Özdağ Fen Fakültesi
70100, Karaman, Türkiye
rumeysakaratas@kmu.edu.tr
orcid.org/0000-0001-6810-3357*

Murat Büyükyazıcı

*Hacettepe Üniversitesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800-Beytepe, Ankara, Türkiye
muratby@hacettepe.edu.tr
orcid.org/0000-0002-8622-4659*

Öz

Hasar gelişim sonucu, zaman içerisinde hasar rezervlerindeki değişimdir ve bir sigorta şirketinin kar-zarar tablosundaki temel risk etkenlerinden biridir. Bu çalışmada, Türkiye’de zorunlu trafik sigortası branşında hizmet veren sigorta şirketlerinin 2007-2013 yılları verileri kullanılarak; sigorta şirketine dair hasar gelişim sonuçları, gelecek 1 yıllık ve çok yıllık rezerv ve prim riski toplamsal hasar rezervi yöntemi ile hesaplanmıştır. Geleceğe dair prim tahminleri doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon yöntemleri kullanılarak elde edilmiştir. Rezerv riski her iki yöntem için aynı kalırken, doğrusal olmayan regresyon yönteminde prim riski artmıştır.

Anahtar sözcükler: Hasar gelişim sonucu, hayat dışı sigorta riski, solvency, toplamsal hasar rezerv yöntemi.

Abstract

Analysis of non-life insurance risk in the additive loss reserving model: An application to Turkey

Claims development results are the changes in claims reserves and one of the major risk drivers in the profit and loss statement of a general insurance company. In this study, claims development result, future one year and multi-year reserve and premium risk computed with additive loss reserving model using data of an insurance company serving in the mandatory traffic insurance for the 2007-2013 periods. The estimators of premiums were calculated by using linear and non-linear regression methods. In conclusion, the reserve risk is same for two methods, but premium risk is increased for the non-linear regression method .

Keywords: Claims development result, non-life insurance risk, solvency, additive loss reserving model.

1. Giriş

Hayat dışı sigorta riski temel olarak, rezerv riski ve prim riski olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır [1]. Rezerv riski, geçmiş kaza yıllarında meydana gelmiş ancak ödemesi tamamlanmamış hasar ödemelerine karşılık gelirken; prim riski gelecekte gerçekleşmesi beklenen hasarlara ilişkin ödemeleri ifade etmektedir.

Solvency II kapsamında önerilen ve risk yönetim sistemlerinin bir parçası olan ORSA (own risk and solvency assesment) ile birlikte şirketlerin sadece güncel risklerini değil uzun dönemde karşılaşılabileceği risklerinin de göz önüne alınması gerektiği belirtilmiştir [2]. Ayrıca hayat dışı sigorta şirketlerinin; herhangi bir ek kaynağa ihtiyaç duymadan yükümlülüklerinin ne kadarını karşılayabildiği veya varlığını sürdürebilmek için ne kadarlık bir sermayeye ihtiyaç duyduğu gibi konularda daha doğru stratejik kararlar verebilmesi için çok yıllık bir değerlendirme yapması gerekmektedir [3].

Bir ve daha çok yıllık değerlendirme yapılırken hasar rezervlerinin yıldan yıla güncellenmesi ile ortaya çıkan değişimlerden yararlanılmaktadır. Bu değişimler “hasar gelişim sonucu” olarak adlandırılmaktadır. Hasar gelişim sonucu, sigorta şirketlerinin kar-zarar durumları incelenirken göz önüne alınan temel risk etkenlerinden biridir [4].

Hasar gelişim sonuçları; ilk defa Merz ve Wüthrich [5] çalışmasında, nihai hasar miktarına ilişkin ardışık iki tahmin arasındaki fark olarak tanımlanmıştır. Çalışmada, hasar rezervine ilişkin kısa ve uzun dönem tahminleri karşılaştırılmış, kısa dönemin önemi üzerinde durulmuştur. Bir yıl olarak ele alınan kısa dönem için herbir kaza yılına ilişkin hasar gelişim sonuçlarının, zincir merdiven yöntemi ile elde edildiği çalışması temel kaynak olarak değerlendirilmektedir.

Bühlmann, Felice, Gisler, Moriconi ve Wüthrich [6] çalışmasında kısa dönem için hasar gelişim sonuçları Bayesci zincir merdiven yöntemi kullanılarak elde edilmiştir ve bu sonuçlara ilişkin koşullu hata kareler ortalamaları hesaplanmıştır. Dahms, Merz, Wüthrich [7] çalışmasında kısa dönem için hasar gelişim sonuçlarının hata kareler ortalaması tamamlayıcı hasar oranı yöntemi (complementary loss ratio method, CLRM) ile hesaplanmıştır. Bu çalışmada, diğerlerinden farklı olarak, veri gerçekleşen ve ödenmiş hasarlar olmak üzere iki gruba ayrılarak incelenmiştir.

Bu çalışmada, Türkiye’de zorunlu trafik sigortası branşından temin edilen veriler kullanılarak şirketler için hasar gelişim sonuçları hesaplanacak ve Solvency bazında değerlendirmeler yapılacaktır.

Hayat dışı sigorta türlerinde, ödenmemiş hasar tahminlerinin geçmiş deneyimlerden yararlanılarak hesaplandığı birçok yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler arasında en çok kullanılan, dağılımdan bağımsız olması ve uygulanmasının basit olması nedeniyle Zincir Merdiven (Chain Ladder) yöntemidir. Hasar gelişim üçgeni verisi ile birlikte sigorta branşına ait başka veriler de dikkate alınarak hesaplamaların yapıldığı yöntemler de literatürde sıklıkla kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden birisi de toplamsal hasar rezerv yöntemidir. Bu yöntemde, hasar gelişim üçgeni verisiyle birlikte kaza yılları için poliçe sayısı veya elde edilen prim miktarı kullanılmaktadır. Bu çalışmada hesaplamalar yapılırken zincir merdiven yöntemi ve toplamsal hasar rezerv yöntemi kullanılacaktır.

Çalışmanın ikinci bölümünde hasar gelişim sonuçları tanımlanmış, üçüncü bölümde zincir merdiven yöntemi ve toplamsal hasar rezerv yöntemi ile hesaplamalar yapılmış, dördüncü bölümde ise sonuçlara yer verilmiştir.

2. Hasar Gelişim Sonuçları

Hasar gelişim sonucu, hasar rezervi tahmininin zaman içerisindeki değişimidir [8]. Hasar gelişim sonuçları, sigorta şirketinin bilançosunda yer aldığı ve şirketin finansal gücünü doğrudan etkilediği için Solvency kapsamındaki değerlendirmelerin ilgi alanlarından biridir.

2.1. Kısa dönem için hasar gelişim sonucu

Hasar rezervleri hesaplanırken kısa döneme (bir yıllık) ilişkin hesaplamaların yapılması Solvency II ile teşvik edilmiş ve bu hesaplamalar son yıllarda literatürde de yer almaya başlamıştır. Hesaplamalar yapılırken zaman periyodu bir yıl olarak alınır ve yıl sonundaki hasar rezervi, yıl içinde gözlenen hasar verisi yardımıyla tekrar tahmin edilerek güncellenir [9]. Bu hesaplama ile hasar rezervleri tahminlerindeki olası değişimler daha net görülmektedir.

Bir yıla ilişkin hasar gelişim sonucu aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

Belirli bir başlangıç yılı için;

R_0 : Rezerv miktarının başlangıç tahmini

R_1 : Bir yıl sonrası için rezerv tahmini

C_1 : Bir yıl içinde yapılacak olan hasar ödemeleri

CDR_1 : Hesaplama yapılan yıla ilişkin hasar gelişim sonucu olmak üzere,

$CDR_1 = R_0 - C_1 - R_1$ eşitliği bir yıllık hasar gelişim sonucunu vermektedir.

U_0 : Nihai hasar miktarının başlangıç tahmini

U_1 : Bir yıl sonrası için nihai hasar miktarı tahmini olmak üzere hasar gelişim sonucu,

$CDR_1 = U_0 - U_1$ eşitliği ile de hesaplanabilmektedir.

Yukarıdaki eşitlikten de görülebileceği üzere hasar gelişim sonucu, nihai hasar miktarının ardışık iki tahmini arasındaki farktır [10].

3. Zincir Merdiven ve Toplamsal Hasar Rezerv Yöntemi ile Hesaplamalar

3.1. Zincir Merdiven Yöntemi ile Kısa Dönem Hasar Gelişim Sonucu

Çalışmada kullanılan $i \in \{0, \dots, I\}$ kaza yılını, $j \in \{0, \dots, J\}$ ise gelişim yılını ifade etmektedir.

$C_{i,j} = \sum_{i=1}^j X_{i,j}$ olmak üzere;

$C_{i,j}$ her bir kaza yılı için birikimli hasar miktarını, $C_{i,J}$ i. kaza yılı için nihai hasar miktarını göstermektedir. Kolaylık olması açısından hesaplamalarda $I=J$ kabul edilir.

Her bir i. kaza yılına ilişkin ödenmemiş hasar miktarı yükümlülüğü;

- $t=I$ zamanı için $R_i^I = C_{i,J} - C_{i,I-i}$
- $t=I+1$ zamanı için $R_i^{I+1} = C_{i,J} - C_{i,I-i+1}$ (1)

biçiminde elde edilmektedir.

D_t , $t=I$ anındaki gözlem değerlerinin kümesini, D_{t+1} ise bir yıl sonrası yani $t=I+1$ anındaki gözlem değerlerinin kümesini ifade etmektedir.

Bu bilgiler ışığında; i kaza yılı ve $(I, I+1]$ takvim yılı için zincir merdiven yöntemi ile hasar gelişim sonucu:

$$CDR_i(I+1) = \hat{R}_i^{D_t} - (X_{i,I-i+1} + \hat{R}_i^{D_{t+1}}) = \hat{C}_{i,J}^I - \hat{C}_{i,J}^{I+1} \quad (2)$$

biçiminde elde edilmektedir.

Toplam hasar gelişim sonucu;

$$\sum_{i=1}^I \hat{CDR}_i(I+1) \text{ eşitliği ile elde edilir.}$$

Hesaplamalarda kullanılan veri; zorunlu trafik sigortası dalında hizmet vermekte olan 25 şirkete ilişkin, 2007-2013 yıllarına ait çeyrek dönemlik ödenmiş hasar miktarlarının yer aldığı gelişim üçgeni ve prim miktarlarıdır.

Çizelge 1. Zincir merdiven yöntemine göre hasar gelişim sonuçları

| i | | | | CDR _i (I+1) |
|--------|-----------|-----------|---------|------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 4.378 | 4.313 | 0 | 65 |
| 2 | 9.348 | 3.305 | 4.344 | 1.698 |
| 3 | 28.392 | 16.048 | 7.997 | 4.347 |
| 4 | 51.444 | 38.972 | 27.522 | -15.050 |
| 5 | 111.811 | 38.873 | 54.577 | 18.360 |
| 6 | 187.084 | 83.525 | 106.326 | -2.767 |
| 7 | 411.864 | 217.794 | 183.340 | 10.731 |
| 8 | 1.433.505 | 1.073.458 | 417.540 | -57.458 |
| toplam | 2.237.826 | 1.476.288 | 801.646 | -40.074 |

Çizelge 1'de ikinci sütun t=I zamanı için, dördüncü sütun t=I+1 zamanı için ödenmemiş hasar yükümlülüğü, üçüncü sütun ise i. kaza ve I-i+1. gelişim yılı için hasar miktarını göstermektedir. Son sütunda yer alan hasar gelişim sonuçları (2) eşitliği kullanılarak hesaplanmıştır.

Toplamda oluşan -40.074 birimlik değer, tüm kaza yılları için toplam hasar gelişim sonucudur. Hesaplanan hasar gelişim sonucu, rezervlerin tüm kaza yılları için yeterli olmadığını ve 40.074 birim eksik kaldığını göstermektedir.

3.2. Toplamsal Hasar Rezerv Yöntemi ile Hesaplamalar

Hasar gelişim sonucu toplamsal hasar rezerv yöntemi ile hesaplanacaktır. Hasar gelişim sonucu hesabı yapılmadan önce, toplamsal hasar rezerv yöntemine ait varsayımlardan bahsedilecektir:

- $X_{i,j}$: i. kaza yılı ve j. gelişim yılı için birbirinden bağımsız hasar miktarları,
 v_i : i. kaza yılına ait prim miktarı,
 m_j : j. gelişim yılı için artış oranıdır.

Bu yöntemde m gelecekteki takvim yıllarının sayısını göstermektedir.

Yöntemin her j gelişim yılı için;

$$E[X_{i,j}] = v_i * m_j$$

$$\text{Var}[X_{i,j}] = v_i * s_j^2 \text{ olacak şekilde } m_j \text{ ve } s_j^2 \text{ parametreleri vardır.}$$

T=n zamanında parametrelere dair yansız tahmin ediciler aşağıda verilen eşitlikler ile hesaplanmaktadır:

$${}^{(n)}\hat{m}_j := \frac{\sum_{i=1}^{n+1-j} X_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n+1-j} v_i} \quad (3)$$

$$\hat{s}_j^2 := \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n+1-j} v_i \left(\frac{X_{i,j}}{v_i} - {}^{(n)}\hat{m}_j \right)^2 \quad (4)$$

Herhangi bir kaza yılı için çok yıllık hasar gelişim sonucu:

$$C\hat{D}R_i^{(n \rightarrow n+m)} = {}^{(n)}\hat{R}_i - \left(\sum_{t=1}^{\min(m, i-1)} X_{i, n+1+t-i} \right) - {}^{(n+m)}\hat{R}_i \quad (5)$$

eşitliğinden hesaplanmaktadır [3].

Hayat Dışı Sigorta Riski

m gelecek takvim yıllarının sayısı olmak üzere, m yıllık hasar gelişim sonucunun varyansı hayat dışı sigorta riskine eşittir ve bu varyans aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır [3]:

$$\hat{V}[C\hat{D}R_i^{(n \rightarrow n+m)}] = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\sum_{i=1}^{n+m} v_i^2}{\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i \sum_{i=1}^{n+1-j} v_i} \right) \left(\sum_{t=1}^m v_{n+1+t-j} \right) \hat{s}_j^2 \quad (6)$$

Çok Yıllık Rezerv Riski

Çok yıllık rezerv riski, önceki yıllar için m yıllık hasar gelişim sonucunun varyansına eşittir. Bu varyans eşitlik (7) ile hesaplanmaktadır [3].

$$\hat{V}[C\hat{D}R_{PY}^{(n \rightarrow n+m)}] = \sum_{j=2}^n \left(\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{\min \left(\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i, \sum_{i=1}^{n+1-j} v_i \right) \cdot \sum_{i=1}^{n+1-j} v_i} \right) \left(\sum_{t=1}^{\min(j-1, m)} v_{n+1+t-j} \right) \hat{s}_j^2 \quad (7)$$

Çok Yıllık Prim Riski

Çok yıllık rezerv riski, gelecek yıllar için m yıllık hasar gelişim sonucunun varyansına eşittir. Bu varyans eşitlik (8) ile hesaplanmaktadır [3].

$$\hat{V}[C\hat{D}R_{NY}^{(n \rightarrow n+m)}] = \sum_{j=1}^m \left[\left(\sum_{t=1}^{m-j+1} v_{n+t} \right) \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n+m} v_i^2}{\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i^2} + \sum_{i=2}^n v_i \cdot \frac{\sum_{i=n+m+2-j}^{n+m} v_i^2}{\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i^2} \right] * \hat{s}_j^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{\sum_{i=1}^{n+1-j} v_i}$$

$$\begin{aligned}
& x \left[\left(\sum_{t=1}^{m-j+1} v_{n+t} \right) \frac{\sum_{i=1}^{n+m} v_i}{\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i} + \sum_{i=2}^n v_i \frac{\sum_{i=n+m+2-j}^{n+m} v_i}{\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i} \right]^2 * \hat{S}_j^2 \\
& + \sum_{j=m+1}^n \frac{\left(\sum_{t=1}^m v_{n+t} \right)^2}{\sum_{i=1}^{n+m+1-j} v_i \sum_{i=1}^{n+1-j} v_i} \left(\sum_{t=1}^m v_{n+1+t-j} \right) * \hat{S}_j^2 \quad (8)
\end{aligned}$$

4. Uygulama

Çalışmada, zorunlu trafik sigortası dalında hizmet vermekte olan 25 şirkete ilişkin ödenmiş 2007-2013 yıllarına ait çeyrek dönemlik hasar miktarları verilerinin yer aldığı gelişim üçgenleri ve prim miktarları kullanılmıştır. 2007-2013 yılları arasındaki prim miktarları her çeyrek dönem için eksiksiz bir şekilde verilmiş olan 23 şirkete ilişkin prim miktarları zaman içerisinde primlerin artış miktarına göre incelenmiştir. Geçmiş yıllardaki prim miktarları doğrusal olarak artan bir şirketin, prim miktarlarının gelecekte artış biçimi varsayımına göre doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki şekilde incelenmiştir.

4.1. Gelecek Yıllara ait Primlerin Doğrusal Biçimde Artması Varsayımına İlişkin Uygulama Sonuçları

Geçmiş yıllara ait primleri düzgün bir desene uygun biçimde artan bir şirketin gelecek yıllara ait primlerinin de doğrusal biçimde artacağı varsayılarak inceleme yapılmıştır. Bu şirketin hasar miktarları bilinen dönemlerdeki prim miktarları ve gelecek yıllar için prim miktarlarının doğrusal artması varsayımıyla gelecek 3 yıla ait prim tahminleri Çizelge 2'de yer almaktadır.

Çizelge 2. Prim miktarları ve tahminleri

| Kaza yılı i | | Prim | Kaza yılı i | | Prim |
|-------------|--------|--------------|-------------|--------|-------------|
| 1 | 2007Q1 | 30.542.768,5 | 21 | 2012Q1 | 82.517.599 |
| 2 | 2007Q2 | 27.444.071,2 | 22 | 2012Q2 | 89.576.027 |
| 3 | 2007Q3 | 30.042.957,4 | 23 | 2012Q3 | 96.316.269 |
| 4 | 2007Q4 | 33.116.540,3 | 24 | 2012Q4 | 103.891.234 |
| 5 | 2008Q1 | 35.016.535,6 | 25 | 2013Q1 | 105.057.550 |
| 6 | 2008Q2 | 36.975.229,4 | 26 | 2013Q2 | 112.589.844 |
| 7 | 2008Q3 | 36.994.258 | 27 | 2013Q3 | 120.316.078 |
| 8 | 2008Q4 | 38.330.344,6 | 28 | 2013Q4 | 142.612.597 |
| 9 | 2009Q1 | 39.216.905 | 29 | 2014Q1 | 146.206.761 |
| 10 | 2009Q2 | 41.174.327,8 | 30 | 2014Q2 | 149.800.924 |
| 11 | 2009Q3 | 44.294.204,5 | 31 | 2014Q3 | 153.395.088 |
| 12 | 2009Q4 | 47.590.908,5 | 32 | 2014Q4 | 156.989.252 |
| 13 | 2010Q1 | 49.938.910,9 | 33 | 2015Q1 | 160.583.415 |
| 14 | 2010Q2 | 51.174.033,6 | 34 | 2015Q2 | 164.177.579 |

| | | | | | |
|----|--------|--------------|----|--------|-------------|
| 15 | 2010Q3 | 55.163.653,7 | 35 | 2015Q3 | 167.771.743 |
| 16 | 2010Q4 | 57.732.277,8 | 36 | 2015Q4 | 171.365.906 |
| 17 | 2011Q1 | 54.952.975,6 | 37 | 2016Q1 | 174.960.070 |
| 18 | 2011Q2 | 56.428.189,6 | 38 | 2016Q2 | 178.554.234 |
| 19 | 2011Q3 | 63.688.729,4 | 39 | 2016Q3 | 182.148.397 |
| 20 | 2011Q4 | 70.464.495,2 | 40 | 2016Q4 | 185.742.561 |

Gelecek 3 yıla ait prim tahminlerini hesaplayabilmek için elde edilen regresyon modeli Eşitlik (9)'daki gibidir:

$$\hat{y}_i = 41976014,76 + 3594163,651\hat{x}_i \quad (9)$$

Bu modelde \hat{x}_i kaza yılını, \hat{y}_i ise o kaza yılına ilişkin prim tahminini göstermektedir.

Gelecek m yıl için rezerv riski ve prim riski, (7) ve (8) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır. Çizelge 3 ve 4'te yer alan sonuçlar gelecek yıllara ait primlerin doğrusal olarak artacağı varsayımına dayanmaktadır.

Çizelge 3. Primlerin doğrusal olarak artması varsayımı altında uzun dönem için rezerv ve prim riski

| m | Rezerv riski | Prim riski |
|----|--------------|-------------|
| 1 | 10.142.107,4 | 5.349.865,9 |
| 2 | 11.173.312,5 | 12.659.707 |
| 3 | 11.260.977,2 | 18.508.724 |
| 4 | 11.303.321,5 | 23.568.074 |
| 5 | 11.337.932,6 | 28.278.033 |
| 6 | 11.366.402,8 | 32.817.198 |
| 7 | 11.389.061 | 37.273.359 |
| 8 | 11.407.472,1 | 41.695.527 |
| 9 | 11.422.040,7 | 46.114.546 |
| 10 | 11.433.505,5 | 50.550.435 |
| 11 | 11.442.770,6 | 55.016.925 |
| 12 | 11.450.670,7 | 59.524.055 |

Çizelge 3'te gelecek yıllara ait primlerin doğrusal olarak artacağı varsayımına dayanarak, gelecek 12 çeyrek döneme -3 yıl- dair rezerv ve prim riskleri bulunmuştur.

Çizelge 3'e göre 2013 yılının 4. çeyreği için 1 yıllık ileri bakılacak olursa; rezerv riskinin 11.303.321,5, prim riskinin ise 23.568.074 olduğu görülmektedir. Bu sonuçlardan, 2014 yılının 4. çeyreğinden önce oluşan ve bu dönem içerisinde ödenmesi beklenen hasar miktarının tahmin edilenden 11.303.312,5 birim fazla olduğu görülmektedir. 2014 yılının 4. çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı ise 23.568.074 birimdir.

Çizelge 4. Primlerin doğrusal olarak artması varsayımı altında kısa dönem için rezerv ve prim riski

| t | Rezerv riski | Prim riski |
|----|--------------|--------------|
| 0 | 10.142.107,4 | 5.349.865,9 |
| 1 | 4.688.344,05 | 9.078.568,99 |
| 2 | 1.402.388,5 | 4.496.449,61 |
| 3 | 977.482,09 | 938.545,18 |
| 4 | 885.233,59 | 262.857,55 |
| 5 | 803.987,78 | 245.007,61 |
| 6 | 718.051,99 | 266.747,9 |
| 7 | 647.849,22 | 229.625,59 |
| 8 | 576.708,63 | 235.820,39 |
| 9 | 511.893,52 | 208.075,15 |
| 10 | 460.382,22 | 161.291,31 |
| 11 | 425.276,88 | 122.545,39 |
| 12 | 394.181,53 | 120.245,99 |

Çizelge 4'teki sonuçlar gelecek m yıl 1 olarak alınarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar n+t yılından 1 yıllık gelecek yıl için rezerv riski ve prim riskini vermektedir. t=4 değerine denk gelen 885.233,59 değeri 2014 yılının son çeyrek döneminden bir sonraki çeyrek döneme bakıldığında elde edilen hasar gelişim sonucudur. Aynı dönem için prim riskinin 262.857,55 olduğu görülmektedir. Bu miktar ise 2015 yılının ilk çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarıdır.

2013 yılının son çeyreğinden önceki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 11.485.531, 2013 yılının son çeyreğinden sonraki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 60.898.197, toplam ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası ise 64.344.699'dur. Son kaza yılından önceki ve sonraki yıllara ait rezerv tahminine ilişkin standart hatalar rezerv tahminlerine bölünerek 29 değişim katsayıları hesaplanmıştır. Bu katsayılar önceki yıllar için %7,52, sonraki yıllar için %4,04 ve toplam rezerv tahmini için %3,88 olarak bulunmuştur.

4.2. Gelecek Yıllara ait Primlerin Doğrusal Olmayan Biçimde Artması Varsayımına İlişkin Uygulama Sonuçları

Bu bölümde, gelecek yıllara ait primleri doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayılarak inceleme yapılmıştır. Bu şirketin hasar miktarları bilinen dönemlerdeki prim miktarları ve gelecek yıllar için prim miktarlarının doğrusal artması varsayımıyla gelecek 3 yıla ait prim tahminleri Çizelge 2'de yer almaktadır. Gelecek yıllar için prim miktarlarının doğrusal olmayan bir artış göstermesi varsayımıyla gelecek 3 yıla ait prim tahminleri Çizelge 5'te yer almaktadır.

Çizelge 5. Prim miktarları ve tahminleri

| Kaza yılı i | | Prim | Kaza yılı i | | Prim |
|-------------|--------|--------------|-------------|--------|-------------|
| 1 | 2007Q1 | 30.542.768,5 | 21 | 2012Q1 | 82.517.599 |
| 2 | 2007Q2 | 27.444.071,2 | 22 | 2012Q2 | 89.576.027 |
| 3 | 2007Q3 | 30.042.957,4 | 23 | 2012Q3 | 96.316.269 |
| 4 | 2007Q4 | 33.116.540,3 | 24 | 2012Q4 | 103.891.234 |
| 5 | 2008Q1 | 35.016.535,6 | 25 | 2013Q1 | 105.057.550 |
| 6 | 2008Q2 | 36.975.229,4 | 26 | 2013Q2 | 112.589.844 |
| 7 | 2008Q3 | 36.994.258 | 27 | 2013Q3 | 120.316.078 |
| 8 | 2008Q4 | 38.330.344,6 | 28 | 2013Q4 | 142.612.597 |
| 9 | 2009Q1 | 39.216.905 | 29 | 2014Q1 | 149.259.348 |
| 10 | 2009Q2 | 41.174.327,8 | 30 | 2014Q2 | 161.987.086 |
| 11 | 2009Q3 | 44.294.204,5 | 31 | 2014Q3 | 175.721.570 |
| 12 | 2009Q4 | 47.590.908,5 | 32 | 2014Q4 | 190.505.578 |
| 13 | 2010Q1 | 49.938.910,9 | 33 | 2015Q1 | 206.992.423 |
| 14 | 2010Q2 | 51.174.033,6 | 34 | 2015Q2 | 223.393.281 |
| 15 | 2010Q3 | 55.163.653,7 | 35 | 2015Q3 | 241.582.533 |
| 16 | 2010Q4 | 57.732.277,8 | 36 | 2015Q4 | 260.992.423 |
| 17 | 2011Q1 | 54.952.975,6 | 37 | 2016Q1 | 281.665.730 |
| 18 | 2011Q2 | 56.428.189,6 | 38 | 2016Q2 | 303.645.233 |
| 19 | 2011Q3 | 63.688.729,4 | 39 | 2016Q3 | 326.973.709 |
| 20 | 2011Q4 | 70.464.495,2 | 40 | 2016Q4 | 351.693.938 |

Gelecek 3 yıla ait prim tahminlerini hesaplayabilmek için elde edilen regresyon modeli Eşitlik (10)'daki gibidir:

$$\hat{y}_i = 25799630,34 + 2271966\hat{x}_i - 138305,616\hat{x}_i^2 + 7129,76\hat{x}_i^3 \quad (10)$$

Bu modelde \hat{x}_i kaza yılını, \hat{y}_i ise o kaza yılına ilişkin prim tahminini göstermektedir.

Çizelge 6 ve 7'de yer alan sonuçlar gelecek yıllara ait primlerin doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayımına dayanmaktadır.

Çizelge 6. Primler doğrusal olmayan biçimde artması varsayımı altında uzun dönem için rezerv ve prim riski

| m | Rezerv riski | Prim riski |
|----|--------------|--------------|
| 1 | 10.142.107,4 | 5.411.068,8 |
| 2 | 11.173.312,5 | 12.944.418,6 |
| 3 | 11.260.977,2 | 19.292.032,6 |
| 4 | 11.303.321,5 | 25.125.413,9 |
| 5 | 11.337.932,6 | 30.894.599,8 |
| 6 | 11.366.402,8 | 36.798.680,9 |
| 7 | 11.389.061 | 42.950.204,1 |
| 8 | 11.407.472,1 | 49.425.212,8 |
| 9 | 11.422.040,7 | 56.283.095,6 |
| 10 | 11.433.505,5 | 63.573.649,9 |
| 11 | 11.442.770,6 | 71.341.457,3 |
| 12 | 11.450.670,7 | 79.628.440,3 |

Sonuçlar, Çizelge 3'te yer alan sonuçlarla karşılaştırıldığında; rezerv riskinin aynı olduğu, prim riskinin değiştiği görülmektedir. Gelecek dönem sayısı arttıkça prim riski ilk varsayımına göre daha fazladır. Bunun sebebi, gelecek yıllara ait primlerin doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayımı ile hesaplanmasıdır.

Çizelge 7. Primlerin doğrusal olmayan biçimde artması varsayımı altında kısa dönem için rezerv ve prim riski

| t | Rezerv riski | Prim riski |
|----|--------------|--------------|
| 0 | 10.142.107,4 | 5.411.068,79 |
| 1 | 4.688.344,05 | 9.180.385,12 |
| 2 | 1.402.388,5 | 4.546.825,74 |
| 3 | 977.482,09 | 949.122,90 |
| 4 | 885.233,59 | 266.002,38 |
| 5 | 803.987,78 | 247.929,39 |
| 6 | 718.051,99 | 269.865,41 |
| 7 | 647.849,22 | 232.320,34 |
| 8 | 576.708,63 | 238.556,27 |
| 9 | 511.893,52 | 210.490,14 |
| 10 | 460.382,22 | 163.186,17 |
| 11 | 425.276,88 | 122.545,39 |
| 12 | 394.181,53 | 121.679,80 |

Sonuçlar, Çizelge 4'te yer alan sonuçlarla karşılaştırıldığında; rezerv riskinin aynı olduğu, prim riskinin değiştiği görülmektedir. t=4 değeri için 2014 yılının son çeyrek döneminden bir sonraki çeyrek döneme bakıldığında prim riski 266.002,38 değerine eşit olduğu görülmektedir.

Bu miktar 2015 yılının ilk çeyreğinden sonra oluşacak hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarıdır. Primlerin doğrusal olmayan regresyon yöntemi kullanılarak tahmin edilmesi prim riskini artırmıştır.

2013 yılının son çeyreğinden önceki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 11.485.531, 2013 yılının son çeyreğinden sonraki yıllara ait hasarlar için ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası 81.624.080, toplam ayrılması gereken rezerv miktarı tahmininin standart hatası ise 85.011.114'tür. Son kaza yılından önceki ve sonraki yıllara ait rezerv tahminine ilişkin standart hatalar rezerv tahminlerine bölünerek değişim katsayıları hesaplanmıştır. Bu katsayılar önceki yıllar için %7,52, sonraki yıllar için %3,75 ve toplam rezerv tahmini için %3,65 olarak bulunmuştur.

5. Sonuç ve öneriler

Çalışmada gelecekteki herhangi bir kaza yılı için rezerv ve prim riskinin tahmini hesaplanmıştır. Rezerv riski ve prim riskinin öngörülebilmesi için toplamsal hasar rezerv yöntemi kullanılmıştır.

Prim riskinin elde edilebilmesi için gelecek yıllara ait prim tahminleri, geçmiş yıllardaki prim miktarları doğrusal olarak artan bir şirket üzerinden iki farklı varsayım altında elde edilmiştir. Birincisinde gelecek yıllara ait primlerin de doğrusal biçimde artacağı, ikincisinde ise gelecek yıllara ait primlerin doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayılmıştır. Bu iki varsayım altında yapılan hesaplamalar karşılaştırıldığında, primlerin doğrusal olmayan biçimde artacağı varsayımı ile prim riskinin daha fazla olduğu görülmüştür. Buna bağlı olarak rezerv riski ile prim riski arasındaki korelasyon da artmıştır.

Son yıllarda, özellikle Solvency II ile birlikte, rezerv tahminlerinin gerçek değerleri ile arasındaki farklardan kaynaklanacak potansiyel kayıpların tahmini ile de ilgilenilmektedir. Solvency II'de yer alan rezerv riski, şirketlerin teknik karşılıklarını belirlerken yanlış tahminlerde bulunmaları sonucu rezervlerin yetersiz kalması anlamına gelmektedir. Ayrıca Solvency II kapsamında hasar gelişim sonuçlarının elde edilmesi şirketlerin bilançosunda önemli bir yere sahiptir. Bu durumda, hasar rezervi hesaplamaları, rezerv ve prim riskinin belirlenmesi ile hasar gelişim sonuçlarındaki belirsizlik şirketler için öncelikli bir problem haline gelmiştir. Bu çalışmada söz konusu belirsizlikler incelenmiş ve şirketlerin rezerv miktarlarındaki oynaklıklar elde edilmiştir. Rezerv tahminlerine dair standart hatalar ve değişim katsayıları hesaplanmıştır.

İleride yapılacak olan çalışmalar için prim tahminlerinin farklı yöntemler kullanılarak hesaplanması önerilmektedir.

Kaynaklar

- [1] Ohlsoon, E., Lauzeningsks, J., The one-year non-life insurance risk, Insurance : Mathematics and Economics, 45 (2), 203-208, 2009.
- [2] CEIOPS, Own Risk and Solvency Assesment (ORSA) Issues Paper, 2008.
- [3] Diers, D., Linde, M. The multi-year non-life insurance risk in the additive loss reserving model, Insurance: Mathematics and Economics, 2013.
- [4] Merz, M., Wüthrich, M.V., Full and 1-year runoff risk for credibility-based additive loss reserving method, Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2010.
- [5] Merz, M., Wüthrich, M.V., Modelling the claims development result for solvency purposes, Casualty Actuarial Society, 542-568, 2008.
- [6] Bühlmann, H., De Felice, M., Gisler, A., Moriconi, F., Wüthrich, M.V., Recursive credibility formula for chain ladder factors and the claims development result, ASTIN Bulletin, 39/1, 275-306, 2009.
- [7] Dahms, R., Merz M., Wüthrich, M.V., Claims development result for combined claims incurred and claims paid data, Bulletin Franc Ais D'actuariat, 9/18, 5-39, 2009.
- [8] Merz, M., Wüthrich, M.V., Salzman, R., Higher moments of the claims development result in general insurance, ASTIN Bulletin, 42/1, 355-384, 2012.
- [9] Bühlmann, H., Wüthrich, M.V., The one-year runoff uncertainty for discounted claims reserves, Giornale dell Istituto Italiano degli Attuari, Vol. LXXI, 1-37, 2008.
- [10] Boisseau, J., One-year reserve risk including a tail factor: closed formula and bootstrap approaches, Working Paper, No: 138, 2011.
- [11] Karataş, R. (2014). Hayat dışı sigorta riskinin çok yıllık dönem için toplamsal hasar rezervi yöntemi ile analizi. Hacettepe Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.