

# ÇERÇEVELİ VE PERDELİ-ÇERÇEVELİ BETONARME BİNALARIN ÖTELENMESİ: ANALİTİK ÇÖZÜMLER

**Hamide TEKELİ, Fuat DEMİR ve Ergin ATIMTAY\***

İnş. Müh. Böl., Müh. Mim. Fak., Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta

\*İnş. Müh. Böl., Müh. Fak., Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

[hamidet@mmf.sdu.edu.tr](mailto:hamidet@mmf.sdu.edu.tr), [fudemir@mmf.sdu.edu.tr](mailto:fudemir@mmf.sdu.edu.tr), [a03712@metu.edu.tr](mailto:a03712@metu.edu.tr)

(Geliş/Received: 21.11.2006; Kabul/Accepted: 07.11.2007)

## ÖZET

Yapıların tasarımı aşamasında yürürlükte bulunan yönetmelik ve şartname kriterlerinin sağlandığına dair kontrollerin yapılabilmesi için üç boyutlu yapının, kat ötelenmelerinin bilinmesi gerekir. Günümüzde yapıların ötelenme miktarı, bilgisayar programları ile yapılan analizler sonucunda elde edilebilmektedir. Yapı ötelenmeleri bilgisayar programları ile hesaplanabilse bile, tasarım aşamasında kesit boyutları henüz belli değilken, yönetmelik ve şartnamelerin gerektirdiği sınırlanmalar sağlanana kadar yinelenen çözümlerin yapılması gerekir. Öyleyse, uygulamacı mühendisin yapıların ötelenme hesabı için çabuk ve gerçekçi bir çözüm yöntemine ihtiyacı vardır. Böyle bir yöntem ile mevcut yapıların değerlendirilmesinde çok pratik çözümler yapılabilir. Bu çalışmada, çerçevesiz ve perde duvarlı-çerçevesiz yapıların ötelenmesinin hesabı için geliştirilen genel diferansiyel denklemlerden yararlanılarak analitik ilişkiler türetilmiş ve yapıların ötelenmesinin hesabı için oldukça basit bir yöntem geliştirilmiştir. Böyle bir çözüm yönteminin ötelenme hesabı gerektiren birçok tasarım işlemini de kolaylaştıracağı açıktır.

**Anahtar Kelimeler:** Betonarme yapılar, ötelenme, çerçevesiz yapılar, perde duvarlı-çerçevesiz yapılar.

## SWAY OF FRAME AND SHEAR WALL- FRAME BUILDINGS: ANALYTICAL SOLUTIONS

### ABSTRACT

The sway profile and sway quantities of a three dimensional structure must be known during the design process, in order to satisfy the criteria required in the design codes. Presently, the sway data of buildings is obtained by available computer programs. Even though sway data can readily be obtained by computer programs, during the preliminary design stage where cross-sectional dimensions are not yet finalized, repeated sway calculations become necessary, until code restrictions are satisfied. Therefore, the design engineer needs a method to calculate sway, which is realistic as well as quick and simple. Such a procedure may provide very practical solutions in the performance evaluation of existing structures. In this study, rather simple analytical relationships are developed to calculate sway of framed and shear wall-frame buildings, based on general differential equations of equilibrium. It is clear that such sway calculation methods will facilitate the efforts required in calculation of sway of building structures.

**Keywords:** Reinforced concrete structure, sway, framed structure, composite structure.

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Önceden tahmin edilmesi ve önlenmesi mümkün olmayan deprem afetine karşı alınacak en akılcı önlem biçimi, kuşkusuz depreme dayanıklı yapıların inşaa edilmesidir. Depreme dayanıklı yapı tasarımının

temel ilkeleri ise, ilgili yönetmelik ve standartlarla belirlenmiştir. Bu yönetmelik ve standartlarda yapılması öngörülen bazı hesaplamalarda kullanılmak üzere (TS 500/2000' deki stabilite indeksi hesabı, 2006 Deprem Yönetmeliği'nde görelî kat ötelenmele-

rinin sınırlandırılmasının kontrolü, doğal periyot hesabı vs.), yapıların yanal ötelenmesinin bilinmesi bir zorunluluk olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yüzden uygulamacı mühendis, daha ön tasarım aşamasında, elemanların kesit boyutları henüz tam olarak bilinmiyorken bile yapının ötelenme hesabını birkaç kez yapmak zorunda kalır. Ayrıca, mevcut yapıların değerlendirilmesi için de ötelenmelerin hesaplanması önemli bir parametredir.

Günümüzde yapı sistemlerinin ötelenme hesabında, genellikle, paket bilgisayar programları kullanılmaktadır. Bilgisayar programı bile olsa, ön tasarım aşamasında, üç boyutlu bir yapının bilgisayar modelini yapmak ve gerekli bilgisayar girdilerini hazırlamak zaman alan bir işlemdir. Ayrıca bazı mühendisler hazır programların kullanımına tam olarak hakim olamamakta, çözümlene ilkelerini anlayamamakta ve program sonuçlarını yorumlamak yerine doğrudan kullanmayı tercih etmektedir. Yani yapısal analizde kullanılan program ne kadar mükemmel hazırlanırsa hazırlansın, kullanıcının hatalı veri girme veya hatalı modelleme yapma olasılığı her zaman mevcuttur. Bu yüzden bilgisayar destekli yapı tasarımından elde edilen çözümlerin her zaman doğru olduğunu iddia etmek yanlıştır. Dolayısıyla bilgisayar sonuçlarının mutlaka yaklaşık yöntemler ile kontrol edilmesi gerekir. Öyle ise, üç boyutlu çerçevesi yapının matematik modeli yapılabilir ve herhangi bir yatay yük altında oluşan ötelenme büyüklüklerini hesaplayabilecek bir yöntem geliştirilebilirse, proje mühendisinin işinin ne kadar kolaylaşacağı açıktır.

Eşdeğer deprem yükü yönteminde, toplam eşdeğer deprem yükünün belirlenebilmesi için yapının doğal titreşim periyodunun bilinmesi gerekir [1]. Dolayısıyla deprem hesabında, yapının doğal titreşim periyodunun doğru olarak belirlenmesi önem taşımaktadır. 2006 Deprem Yönetmeliği'nde, doğal titreşim periyodu hesabı için Denklem (1)' de verilen formül önerilmektedir.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i \times d_{fi}^2}{\sum_{i=1}^N F_{fi} \times d_{fi}}} \quad (1)$$

Önerilen formülde, kat ötelenme değerleri bir parametre olarak karşımıza çıkmaktadır. O halde, daha tasarım aşamasında, doğal periyodun dolayısıyla deprem yükünün daha gerçekçi olarak belirlenebilmesi için, yapının üç boyutlu ötelenme değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.

Depreme dayanıklı yapı tasarımında, elastik sınırlar ötesinde şekil değiştirme olacağı öngörüldüğünden, şiddetli depremlerde büyük yer değiştirmelerin oluşması kaçınılmaz olacaktır. Yatay ötelenme rijitliği

küçük olan bir yapı, deprem etkisi altında büyük ötelenmeler yapar [2]. Yatay ötelenmenin büyük olması, ikinci mertbe momentlerinin oluşmasına yol açar. Kolon uçlarındaki momentler, ikinci mertbe momentlerinin oluşması ile daha da büyür. Buradan da anlaşılacağı gibi, görel kat ötelenmelerinin büyük olması, yapının deprem davranışını olumsuz etkilemektedir.

Deprem yüküne maruz yapıda oluşan büyük ötelenmeler hem taşıyıcı sistemin hem de taşıyıcı olmayan sistemin hasar görmesine yol açar [3]. Bazı durumlarda taşıyıcı olmayan elemanlarda meydana gelen hasarın onarım maliyeti, taşıyıcı elemanlardan daha da büyük olabilir. Ötelenme değerlerini sınırlandırmakla hasarın seviyesi ve maliyeti azaltmış olur [4]. Yeterli ötelenme rijitliğini sağlamak, ikinci mertbe etkilerinin oluşmasını önlemek ve oluşan hasarın büyüklüğünü kontrol altına almak amacıyla 2006 Deprem Yönetmeliği, görel kat ötelenmesine Denklem (2) ile verilen sınırlamayı getirmiştir.

$$(\Delta_i)_{\max} / h_i \leq 0,02/R \quad (2)$$

Yapıların tasarımı aşamasında, narin kolon hesabı yapılırken kolon uçlarının yanal ötelenmesinin önlenmiş olup olmadığının bilinmesi önem kazanmaktadır. Bunun için, TS 500/2000' de, ikinci mertbe çözümlenmesinin yapılmadığı durumlarda, yapının herhangi bir katı için taşıyıcı sistemin bütünü göz önünde tutularak hesaplanması istenen stabilite indeksi ifadesi Denklem (3) ile verilmiştir. Hesaplanan stabilite indeksinin %5 sınırını aşmadığı durumlarda, o katta yeterli rijitlik bulunduğu ve yanal ötelenmenin önlenmiş olduğu varsayılabilir [5].

$$\varphi = 1,5 \times (\Delta_i) \times \frac{\sum N_{di}}{V_{fi}} \leq 0,05 \quad (3)$$

Ancak, hesaplanması istenen stabilite indeksinde, görel kat ötelenmesinin  $(\Delta_i)$  bilinmesi gerekmektedir. Bunun anlamı ise, üç boyutlu yapının yatay yükler altında ötelenme analizinin yapılması demektir. Görel kat ötelenmesi her bir kat için değişik olabilir. Bu durumda, i. katın kolonlarının tasarımı için  $(\Delta_i)$ 'nin tekrar tekrar hesaplanması gerekir. Bunu yapabilmek için de, temelden çatıya yapının ötelenme değerlerinin bilinmesi zorunludur.

## 2. ÇOK KATLI YAPILARIN ÖTELENME PROFİLLERİ: MATEMATİK MODEL (SWAY PROFILES OF MULTI-STORY BUILDINGS: MATHEMATICAL MODEL)

Bu çalışmada; çerçevesi ve perdeli-çerçevesi yapıların ötelenme hesabı için geliştirilmiş olan diferansiyel denklem yöntemleri anlatılmaktadır. Kullanılacak hesap yönteminde;

- ✓ Malzemenin lineer elastik olduğu,
- ✓ Kat döşemelerinin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijit olduğu,
- ✓ Sistemin burulmasız olduğu,
- ✓ Kat yüksekliğinin, yapı yüksekliği boyunca değişmediği,
- ✓ Kiriş ve kolon boyutlarının yapı yüksekliği boyunca değişmediği

kabul edilmiştir [6].

Seçilen çerçevesel ve perdeli-çerçevesel bina modellerine ait kat ötelenmeleri, önerilen diferansiyel denklem ve SAP2000 programı kullanılarak hesaplanmış ve sonuçlar grafik ortamda karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.

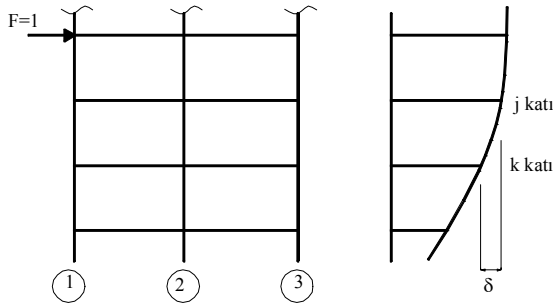
## 2.1. Çerçevesel Taşıyıcı Sistemlerin Ötelenmesi (Sway of Structures Having Framed Systems)

### 2.1.1. Ötelenme rijitliği (Sway rigidity)

Çerçevesel bir yapının yatay bir kat düzlemi içinde çok sayıda kolonu vardır. Yapının toplam kayma rijitliğini bulmak için, Denklem (4)' ün kat içerisindeki tüm kolonlara uygulanarak toplanması gerekir [7].

$$GA = \frac{12 \times E_c \times I_c}{\ell_c^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2 \times I_c}{\ell_c \times \left( \frac{I_{b1}}{\ell_1} + \frac{I_{b2}}{\ell_2} \right)}} \quad (4)$$

Şekil 1' de verilen sisteme ait iki kat arasında oluşan görelî ötelenme, (5) ifadesi ile bulunabilir [7].



**Şekil 1.** F=1 kN yatay yük altında ardışık katlar arasında oluşan yatay ötelenme (Drift between two consecutive floors under a lateral load of F=1 kN)

$$\delta = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\frac{12 \times E_c \times I_c}{\ell_c^3} \times \frac{1}{1 + \frac{2 \times I_c}{\ell_c \times \left( \frac{I_{b1}}{\ell_1} + \frac{I_{b2}}{\ell_2} \right)}}} \quad (5)$$

Bütün katların ( $F_i$ ) yüklerine maruz olması durumunda toplam görelî ötelenme ( $\Delta_i$ ) olacaktır.

$$\Delta_i = \delta \times V_{oi} \quad (6)$$

Herhangi bir (k) katının yatay ötelenmesi, (k) katına kadar oluşan görelî ötelenmelerin toplamıdır.

$$y = \sum_{i=1}^k \Delta_i = \delta \times \sum_{i=1}^k V_{oi} \quad (7)$$

Çerçevesel yapının bir kayma kirişi oluşturacak şekilde sürekli olması ve yatay yükün yapı yüksekliğince sürekli bir şekilde uygulanması durumunda, (7) denklemindeki toplama işlemi integrasyona dönüştürülebilir.

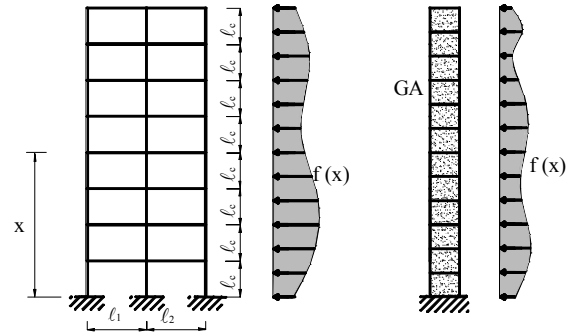
$$y = \frac{\delta}{\ell_c} \int_0^x V_o(x) dx,$$

$$y = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 (GA)_i} \int_0^x V_o(x) dx,$$

$$y = \frac{1}{(GA)_{yapı}} \int_0^x V_o(x) dx \quad (8)$$

### 2.1.2. Çerçevesel yapının eşdeğer kayma kirişi modeli (Equivalent shear beam model of framed buildings)

Yatay yüklere maruz çerçevesel bir yapı, kayma kirişi olarak modellenebilir (Şekil 2).



**Şekil 2.** Çok katlı çerçevesel yapının kayma kirişi olarak modellenmesi (Multi-story framed building modelled as a shear beam)

Şekil 2'de gösterilen kayma kirişinin diferansiyel denklemi, ötelenme ifadesinin türevi alınarak bulunabilir.

$$(GA)_{yapı} = GA, \quad y = \frac{1}{GA} \int_0^x V_o(x) dx, \quad (9)$$

$$y' = \frac{1}{GA} V_o(x), \quad GA(y'') = -f(x)$$

Diferansiyel denklemin çözümü Denklem (10) ile gösterilmiştir [7].

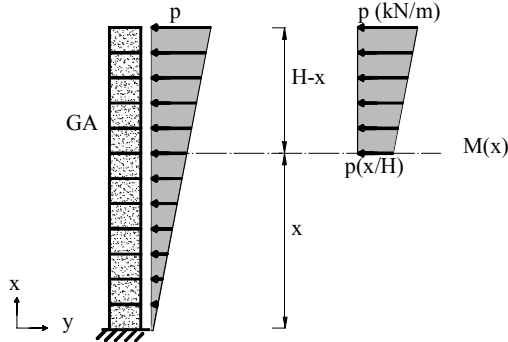
$$y = \frac{1}{GA} \int_0^x V_o(x) dx, \quad y = -\frac{1}{GA} (M_o(x) - M_o(0))$$

$$y = \frac{M_o(0) - M_o(x)}{GA} \quad (10)$$

Denklem (10) kullanılarak kayma kirişi olarak modellenen ve yatay yüke maruz çok katlı çerçevesel bir yapının yatay ötelenmesi kolayca bulunabilir. Dikkat edilirse, kayma kirişi rijitliğinin çerçeve yüksekliğince sabit kaldığı kabul edilmiştir. Başka bir deyişle, kat planı ve kat yükseklikleri değişmemektedir.

### 2.1.3. Üçgen yayılı eşdeğer statik deprem yükü için çözüm (Solution for triangularly distributed equivalent static earthquake load)

Çerçevesel yapıya ait kayma kirişi modeli üçgen yayılı yatay yüke maruz kalırsa yatay ötelenme değerleri Denklem (11) ile elde edilebilir (Şekil 3).



Şekil 3. Üçgen yayılı yatay yüke maruz çerçevesel yapı (Framed structure subject to triangular lateral load)

$$M_o(0) = \frac{p \times H}{2} \times \frac{2 \times H}{3} = \frac{p \times H^2}{3}$$

$$M_o(x) = \frac{p \times H^2}{6} \left( \frac{-3 \times x}{H} + \frac{x^3}{H^3} + \frac{2 \times H}{H} \right), \quad k = \frac{x}{H}$$

$$M_o(x) = \frac{p \times H^2}{6} (k^3 - 3 \times k + 2)$$

$$y = \frac{M_o(0) - M_o(x)}{GA}$$

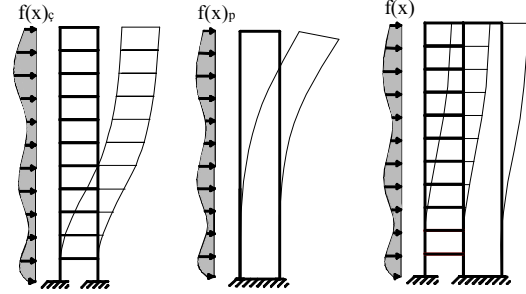
$$y = \frac{p \times H^2}{2 \times GA} \times \left( k - \frac{k^3}{3} \right) \quad (11)$$

## 2.2. Karma Taşıyıcı Sistemlerin Ötelenmesi (Sway of Structures Having Composite Systems)

### 2.2.1. Karma taşıyıcı sistemin matematik modeli (The mathematical model of the composite structure)

Çerçevesel ve perdelerden oluşan karma sistemli yapılarda yatay yükü perde ve çerçeve ortaklaşa taşır. Perde, yatay yükler altında “eğilme kirişi” gibi davranırken, çerçeve “kayma kirişi” davranışı

gösterir. Yani yatay yük altında perde duvarın şekil değiştirme eğrisi “dışbükey” (Şekil 4.b), çerçevenin şekil değiştirme eğrisi ise “içbükey” (Şekil 4.a) olur. Ancak, perde duvarlı-çerçevesel yapılarda, perde ve çerçeve birlikte çalışır. Üst katlarda çerçeve perdeyi, alt katlarda ise perde çerçeveyi sınırlandırır (Şekil 4.c).



(a) Kayma kirişi (b) Eğilme kirişi (c) Perde-çerçeve etkisi. Şekil 4. Perde-çerçeve etkileşimi (Shear wall-frame interaction)

### 2.2.2. Karma taşıyıcı sistemlerin ötelenmesi: diferansiyel denklem ve çözümü (Sway of the composite structure: the differential equation and its solution)

Şekil 4.c’deki perde duvarlı-çerçevesel yapıya etkileyen  $f(x)$  yayılı yatay yük, Şekil 4.a’ daki çerçevesel yapıya etkileyen  $f(x)_c$  ile Şekil 4.b’ daki perdeli yapıya etkileyen  $f(x)_p$  değerlerinin toplamına eşittir. Perde çerçeve sistemine etkileyen  $f(x)$  yatay yükü, Denklem (12) ile elde edilebilir.

$$f(x) = f(x)_c + f(x)_p \quad (12)$$

Şekil 4.a’daki kayma kirişinin genel diferansiyel denklemi (13) ile verilmiştir [7].

$$GA \times \left( y'' + \frac{K \times y' - M_o(x)}{K_o} \right) = -f(x) \quad (13)$$

$K \times y'' - M_o(x)$  : Çerçevenin aldığı moment

$K \times y'$  : Perdeler tarafından taşınan moment

$\frac{K \times y'' - M_o(x)}{K_o}$  : Çerçeve kolonlarının aksel kısılmaları

ile oluşan birim dönme

Şekil 4.b’de verilen eğilme kirişinin genel diferansiyel denklemi ise Denklem (14)’deki gibi yazılabilir [7].

$$K \times y^{IV} = f(x) \quad (14)$$

Şekil 4.c’de gösterilen eğilme-kayma kirişinin (perde-çerçeve) diferansiyel denklemi (15)’deki gibi kolayca yazılabilir [7].

$$K \times y^{IV} - GA \times \left( y'' + \frac{K \times y'' - M_0(x)}{K_0} \right) = f(x)$$

$$K \times y^{IV} - GA \times v^2 \times y'' + \frac{GA \times M_0(x)}{K_0} - f(x) = 0 \quad (15)$$

$$v^2 = 1 + \frac{K}{K_0}, \quad w = K \times y, \quad s^2 = \frac{K}{v^2 \times GA}$$

$$s^2 \times w^{IV} - w'' + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) - s^2 \times f(x) = 0 \quad (16)$$

$w = K \times y$  ifadesinin iki defa türevi alınırsa, (17) denklemi elde edilir.

$$M(x) = w''$$

$$s^2 \times M''(x) - M(x) + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) - s^2 \times f(x) = 0 \quad (17)$$

(17) denkleminin çözümü tümler ve özel olarak iki şekilde düşünülür [8-9].

#### A.) Tümler çözüm, $M(x)_{\text{tüm}}$

$$s^2 \times M''(x) - M(x) = 0 \quad (18)$$

Çözümün  $e^{tx}$  şeklinde olacağı kabul edilirse; (19) denklemi elde edilir.

$$\left( s^2 \times t^2 - 1 \right) \times M(x) = 0, \quad t = \pm \frac{1}{s}, \quad \phi = \frac{x}{s}$$

$$M(x)_{\text{tüm}} = A_1 \times \cosh \phi + A_2 \times \sinh \phi \quad (19)$$

#### B.) Özel çözüm, $M(x)_{\text{öz}}$

$$\left( s^2 \times D^2 - 1 \right) \times M(x)_{\text{öz}} = s^2 \times f(x) - \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) \quad (20)$$

$$D^2 = \frac{d^2}{dx^2}$$

$$M(x)_{\text{öz}} = \frac{1}{s^2 \times D^2 - 1} \left\{ s^2 \times f(x) - \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) \right\}$$

$$M(x)_{\text{öz}} = \frac{(s^2 \times D^2 + 1)}{(s^2 \times D^2 + 1) \times (s^2 \times D^2 - 1)}$$

$$\times \left\{ s^2 \times f(x) - \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) \right\}$$

$$M(x)_{\text{öz}} = -(1 + s^2 \times D^2) \times \left\{ s^2 \times f(x) - \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) \right\} \quad (21)$$

Tümler ve özel çözümler kullanılarak sonuç denklemi;

$$M(x) = M(x)_{\text{tüm}} + M(x)_{\text{öz}} \quad (22)$$

$$M(x) = A_1 \times \cosh \phi + A_2 \times \sinh \phi - \left( 1 + s^2 \times D^2 \right)$$

$$\times \left\{ s^2 \times f(x) - \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) \right\} \quad (23)$$

olarak yazılabilir. Denklemdaki  $A_1$  ve  $A_2$  bilinmeyenlerinin bulunması için iki sınır şartı yazılır.

1. Yayılı yükün toplamı taban kesme kuvvetine eşittir.

$$M'(0) = Q(0) = - \int_0^H f(x) dx$$

2. Yapının en üstünde moment sıfır olmalıdır.

$$M(H) = 0$$

Yanal ötelenme eğrisinin ( $w=Ky$ ) bulunması için denklemin iki defa integrali alınır.

$$w = \int \int_0^x M(x) dx^2 + A_3 \times x + A_4$$

3. Temel kotunda ötelenme sıfırdır.  $w(0)=0$

4. Temel kotunda dönme sıfırdır.  $w'(0)=0$

Yukarıda elde edilen denklemlere, yatay yükün etkime şekline göre sınır şartları uygulanır. Perde duvarlı-çerçevesi yapıların ötelenme hesabı için geliştirilmiş olan diferansiyel denklemler, çerçeve kolonlarının eksenel deformasyonlarından doğan ek yanal ötelenme değerlerini de dikkate almaktadır. Eğer bu etkiler ihmal edilmek istenirse, Denklem (23) ile verilen ifadede  $v^2=1$  olarak alınması yeterlidir [10].

#### 2.2.3. Üçgen yayılı eşdeğer statik deprem yükü için çözüm (Solution for triangularly distributed equivalent static earthquake load)

Üçgen yayılı yük için,  $f(x) = p \times x/H$  olarak alınabilir.

Perde duvarlı- çerçevesi yapıların (23)' te verilen genel çözüm denklemi, üçgen yayılı yatay yük için düzenlenirse (24) ifadesi elde edilir.

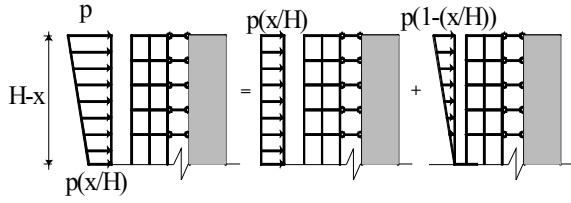
$$M(x) = M(x)_{\text{tüm}} + M(x)_{\text{öz}} = A_1 \times \cosh \phi$$

$$+ A_2 \times \sinh \phi + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times M_0(x) - \frac{p \times s^2}{v^2} \times k \quad (24)$$

Toplam devrilme momenti, Şekil 5' ten Denklem (25)' te görüldüğü gibi yazılabilir.

$$M_0(x) = \frac{p \times (H-x)^2}{H} \left\{ \frac{x}{2} + \frac{(H-x)}{3} \right\}$$

$$= \frac{p \times H^2}{3} - \frac{3 \times H \times p \times x}{6} + \frac{p \times x^3}{6 \times H} \quad (25)$$



**Şekil 5.** Üçgen yayılı yatay yük altındaki perde duvarlı-çerçevesi yapılarda x seviyesinde oluşan moment (Moment at level x of a composite structure subject to distributed triangular load)

(24) denklemindeki  $A_1$  ve  $A_2$  bilinmeyenlerini bulmak için, aşağıdaki sınır şartları uygulanır.

1.  $M'(0) = -Q(0) = -\frac{p \times H}{2}$  Yapının taban kesme kuvveti, yayılı yükün toplamına eşittir.

$$M'(x) = \frac{A_1}{s} \times \sinh \phi + \frac{A_2}{s} \times \cosh \phi + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times \left( -\frac{p \times H}{2} + \frac{p \times x^2}{2 \times H} \right) - \frac{p \times s^2}{v^2 \times H}$$

$$M'(0) = \frac{A_2}{s} + \frac{v^2 - 1}{v^2} \left( -\frac{p \times H}{2} \right) - \frac{p \times s^2}{v^2 \times H} = -\frac{p \times H}{2}$$

$$A_2 = -\frac{p \times s^2}{v^2} \left( \frac{\lambda}{2} - \frac{1}{\lambda} \right), \quad \lambda = \frac{H}{s}$$

2.  $M(H) = 0$  Yapının en üstünde moment sıfırdır.

$$M(H) = A_1 \times \cosh \lambda + A_2 \times \sinh \lambda + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times 0 - \frac{p \times s^2}{v^2} = 0$$

$$A_1 = -\frac{p \times s^2}{v^2 \times \cosh \lambda} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda}{2} - \frac{1}{\lambda} \right) \times \sinh \lambda \right]$$

Yanal ötelenmeyi bulmak için, (26)' da elde edilen moment denkleminin iki defa integralinin alınması gerekir [11].

$$M(x) = A_1 \times \cosh \phi + A_2 \times \sinh \phi + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times \left[ \frac{p \times H^2}{3} - \frac{p \times H \times x}{2} + \frac{p \times x^3}{6 \times H} \right] - \frac{p \times s^2}{v^2} \times k \quad (26)$$

$$w = \int \int_0^x M(x) dx^2 + A_3 \times x + A_4, \quad k = \frac{x}{H}$$

$$w' = \int M(x) = A_1 \times s \times \sinh \phi + A_2 \times s \times \cosh \phi + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times \left[ \frac{p \times H^2 \times x}{3} - \frac{p \times H \times x^2}{4} + \frac{p \times x^4}{24 \times H} \right] - \frac{p \times s^2 \times x^2}{2 \times H \times v^2} + A_3$$

$$w = A_1 \times s^2 \times \cosh \phi + A_2 \times s^2 \times \sinh \phi + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times p \times H^4 \times \left\{ \frac{x^2}{6 \times H^2} - \frac{x^3}{12 \times H^3} + \frac{x^5}{120 \times H^5} \right\} - \frac{p \times s^2 \times x^3}{6 \times H \times v^2} + A_3 \times x + A_4$$

$$w = A_1 \times s^2 \times \cosh \phi + A_2 \times s^2 \times \sinh \phi + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times p \times H^4$$

$$\times \left\{ \frac{k^2}{6} - \frac{k^3}{12} + \frac{k^5}{120} \right\} - \frac{p \times s^2 \times x^3}{6 \times H \times v^2} + A_3 \times x + A_4$$

$A_3$  ve  $A_4$  bilinmeyenlerini bulmak için sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir.

1. Temel kotunda ötelenme sıfırdır.  $w(0) = 0$

$$w(0) = A_1 \times s^2 + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times p \times H^4 \times (0) - 0 + 0 + A_4 = 0$$

$$A_4 = -A_1 \times s^2$$

2. Temel kotunda dönme sıfırdır.  $w'(0) = 0$

$$w'(0) = 0 + A_2 \times s + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times (0) - 0 + A_3$$

$$A_3 = -A_2 \times s$$

Sonuç olarak yanal ötelenme ifadesi (27) elde edilir.

$$w = K \times y$$

$$y(x) = \frac{1}{K} \left[ \begin{aligned} & A_1 \times s^2 \times \cosh \phi + A_2 \times s^2 \times \sinh \phi \\ & + \frac{v^2 - 1}{v^2} \times p \times H^4 \times \left\{ \frac{k^2}{6} - \frac{k^3}{12} + \frac{k^5}{120} \right\} \\ & - \frac{p \times s^2 \times x^3}{6 \times H \times v^2} + A_3 \times x + A_4 \end{aligned} \right] \quad (27)$$

### 3. TÜRETİLEN DENKLEMLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ (ASSESSMENT OF DERIVED EQUATIONS)

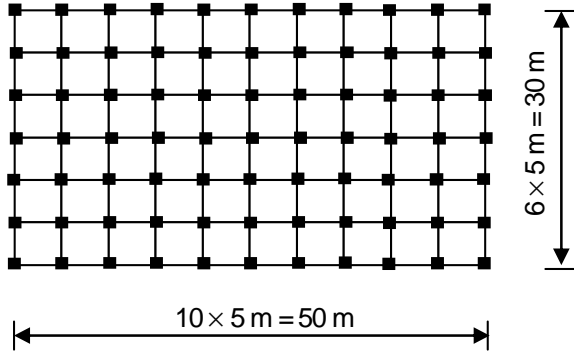
#### 3.1. Çerçevesi Yapıların Ötelenmesi (Sway of Framed Structures)

Yapıların ötelenme hesabı için geliştirilen diferansiyel denklemlerin geçerliliğini araştırmak üzere Şekil 6' da görülen bina model olarak seçilmiştir [12]. Diferansiyel denklem ve SAP 2000 analiz programı ile elde edilen ötelenme sonuçları karşılaştırmalı olarak Şekil 7' de gösterilmiştir.

#### Kesitlerin Atalet Momenti Hesabı:

$$I_c = \frac{0,5 \times 0,5^3}{12} = 0,005208 \text{ m}^4$$

$$I_b = 2 \times \frac{0,25 \times 0,45^3}{12} = 0,003797 \text{ m}^4$$



Şekil 6. Çerçevesel yapıların ötelenme hesabı için geliştirilen analitik denklemlerin geçerliliğini kanıtlanmasında kullanılan bina modeli (Building model chosen to verify the validity of the analytical equations to calculate the sway of framed structures)

### Çerçevesel Kayma Rijitliği Hesabı:

Kenar Kolonlar



$$GA_1 = \frac{12 \times 28\,500\,000 \times 0,005208}{3^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,005208}{3 \times \left(\frac{0,003797}{5}\right)}}$$

$$GA_1 = 35\,517 \text{ kN}$$

Orta Kolonlar



$$GA_2 = \frac{12 \times 28\,500\,000 \times 0,005208}{3^2} \times \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,005208}{3 \times \left(\frac{0,003797}{5} + \frac{0,003797}{5}\right)}}$$

$$GA_2 = 60\,226 \text{ kN}$$

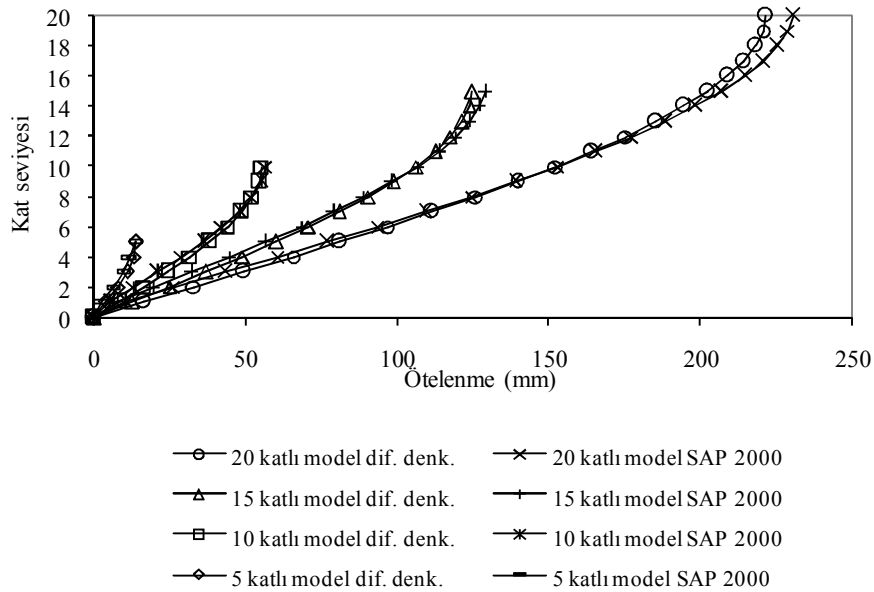
Çerçevesel Toplam Kayma Rijitliği

$$(GA)_{\text{yapı}} = 22 \times GA_1 + 55 \times GA_2 = 4\,093\,797 \text{ kN}$$

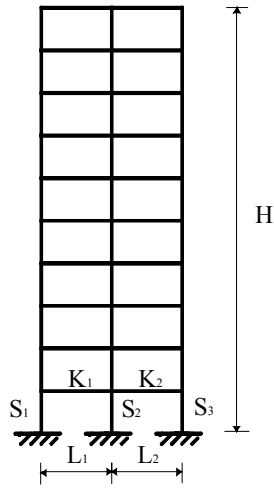
### 3.2. Çerçevesel Yapıların Ötelenme Profillerinin Taşıyıcı Sistemin Geometrik Parametrelerine Duyarlılığı (Sensitivity of Sway of Framed Structures to Geometrical Parameters of The Structural System)

Çerçevesel yapıların yanal ötelenmesi için geliştirilen diferansiyel denklemlerin kat adedi değişiminden etkilenmediği ispatlanmıştır (Şekil 7). Fakat seçilen örnek modeldeki açıklıklar ve kolon boyutları eşit olarak tasarlanmıştır. Kolon boyutları ve açıklıkların değişiminin denklemin geçerliliğini nasıl etkilediğini araştırmak için Şekil 8'deki iki açıklıklı düzlem çerçeve model olarak seçilmiştir [11].

Seçilen model üzerinde  $S_1$ ,  $S_2$  ve  $S_3$  kolon boyutları için çeşitli kombinasyonlar oluşturulmuştur. Çözümlemelerde kolon aksel deformasyonlarının ötelenmeye olan etkisi ihmal edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, Şekil 9'da SAP 2000 ile karşılaştırılmalı olarak gösterilmiştir.

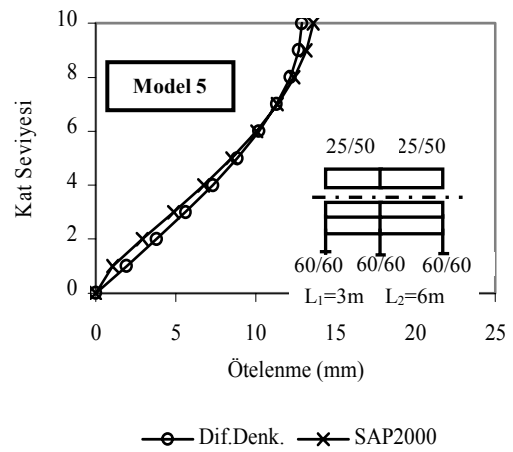
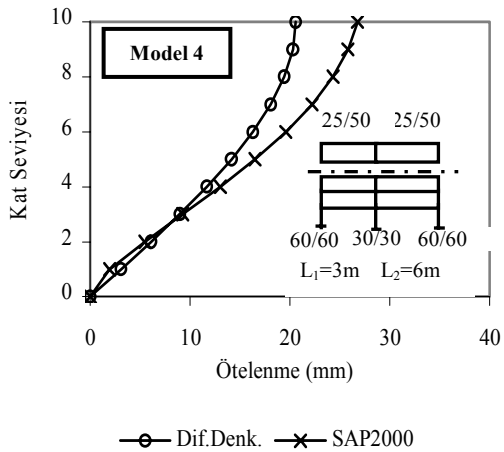
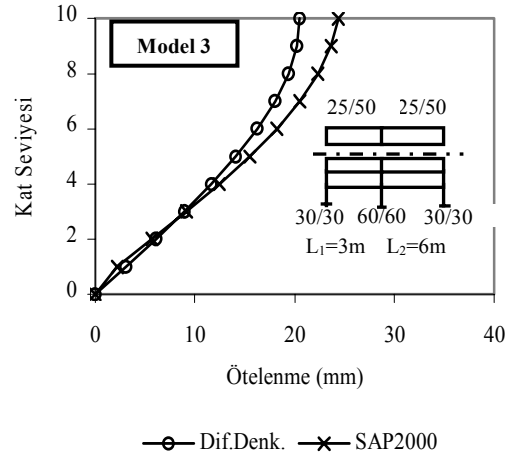
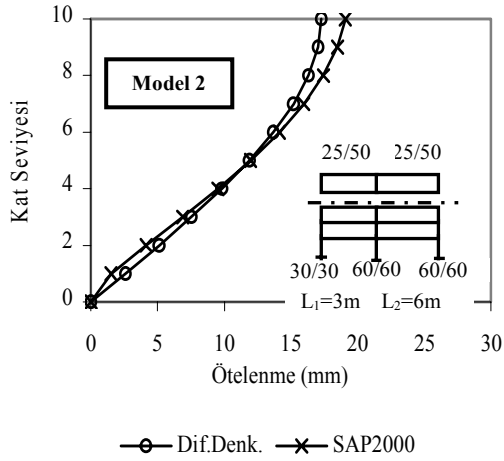
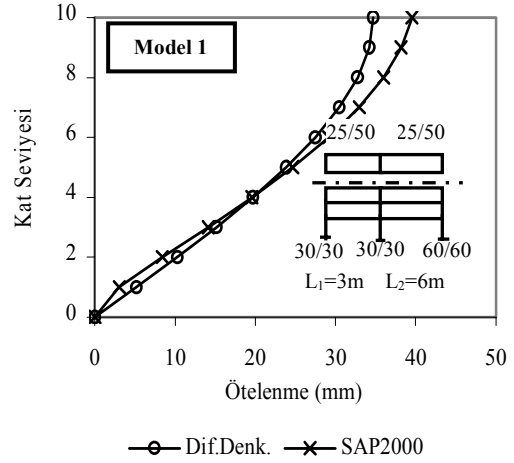


Şekil 7. 20, 15, 10, 5 katlı çerçevesel yapıya üçgen yaylı yatay yük etkimesi durumunda hesaplanan ötelenme profilleri (Sway profiles of framed buildings of 20, 15, 10, 5 stories subject to triangularly distributed lateral load)



Şekil 8. Çerçeve modeli (The model frame)

diferansiyel denklemin geçerliliğini koruduğu



Şekil 9. Model (1-5)'e ait çerçevesel yapının denklem ve SAP 2000 ile hesaplanan ötelenme profilleri (Sway profiles of framed structures of model (1-5) calculated by the equation and SAP 2000)

Elde edilen grafiklerden kolon boyutlarının ya da açıklıkların birbirinden farklı olması durumunda

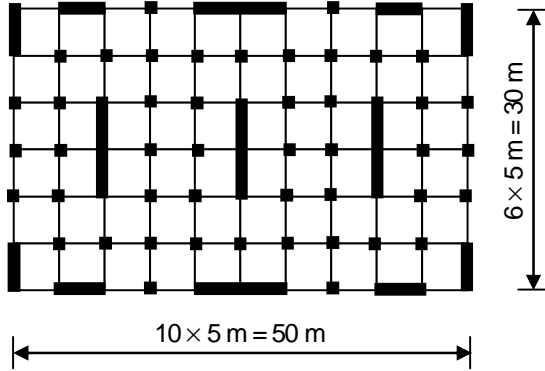
görülebilmektedir. Çerçevesel yapıların ötelenme hesabı için geliştirilmiş olan diferansiyel denklemler; yapının kat



sayısı, kolon boyutu, açıklıklar ne olursa olsun SAP2000 analiz programı ile oldukça yakın sonuçlar vermektedir. Bu denklemlerin tasarımcı mühendisin işini ne kadar kolaylaştıracağı açıktır.

### 3.3. Perdeli- Çerçevesel Yapıların Ötelenmesi (Sway of Shear Wall- Frame Structures)

Perde duvarlı-çerçevesel yapıların ötelenmesi için geliştirilen diferansiyel denklemin geçerliliğini araştırmak üzere Şekil 10' da görülen yapı modeli örnek olarak seçilmiştir [11].



**Şekil 10.** Perde duvarlı-çerçevesel yapıların ötelenme hesabı için geliştirilen analitik denklemlerin geçerliliğinin kanıtlanması için seçilen bina modeli (Model building chosen to verify the validity of the analytical equations to calculate the sway of shear wall- frame buildings)

#### Perde Kesitlerin Atalet Momenti Hesabı:

$$(I_p)_{y L=10m} = \frac{0,25 \times 10^3}{12} = 20,83333 \text{ m}^4$$

$$(I_p)_{x L=10m} = \frac{10 \times 0,25^3}{12} = 0,01302 \text{ m}^4$$

$$(I_p)_{y L=5m} = \frac{0,25 \times 5^3}{12} = 2,60417 \text{ m}^4$$

$$(I_p)_{x L=5m} = \frac{5 \times 0,25^3}{12} = 0,00651 \text{ m}^4$$

#### Çerçevenin Kayma Rijitliği Hesabı:

$$(GA)_{y \text{ yapı}} = 4 \times GA_1 + 42 \times GA_2 = 2 \text{ 671 560 kN}$$

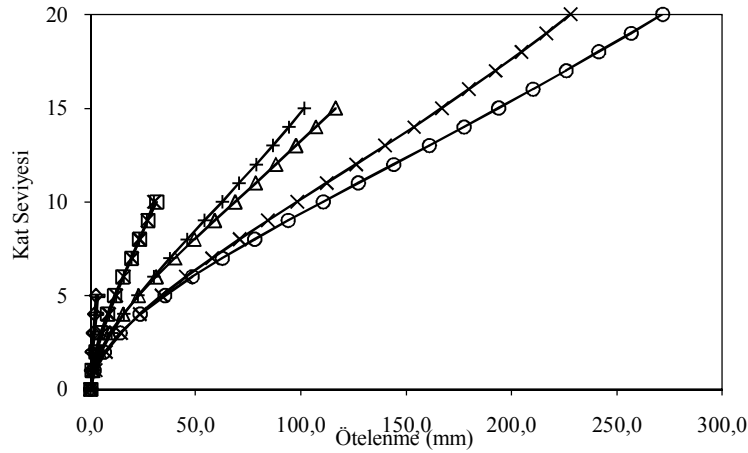
#### Yatay Düzlemdeki Eğilme Rijitliği Hesabı:

Yatay düzlemdeki eğilme rijitliği ( $K_o$ ), perdeler ve en dış akstaki kolonlar dikkate alınarak hesaplanmış dolayısıyla iç kolonların etkisi ihmal edilmiştir.

$$K_{oy}^{\text{perde}} = 28 \text{ 500 000} \left[ \begin{array}{l} (0,25 \times 5) (15 - 2,5)^2 \times 4 \\ + (0,25 \times 5) (15)^2 \times 4 \\ + (0,25 \times 10) (15)^2 \times 2 \end{array} \right]$$

$$K_{oy}^{\text{kolon}} = 28 \text{ 500 000} \times (0,5 \times 0,5 \times 15^2) \times 2 \times 2$$

$$K_{oy} = K_{oy}^{\text{perde}} + K_{oy}^{\text{kolon}} = 92 \text{ 803 125 000 kNm}^2$$



- |                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
| ○— 20 katlı model dif. denk. | ×— 20 katlı model SAP 2000 |
| △— 15 katlı model dif. denk. | +— 15 katlı model SAP 2000 |
| □— 10 katlı model dif. denk. | *— 10 katlı model SAP 2000 |
| ◇— 5 katlı model dif. denk.  | — 5 katlı model SAP 2000   |

**Şekil 11.** 20, 15, 10, 5 katlı perde duvarlı-çerçevesel yapıya üçgen yayılı yatay yük etkimesi durumunda hesaplanan ötelenme profilleri (Sway profiles of shear wall- frame buildings of 20, 15, 10, 5 stories subject to triangularly distributed lateral load)

### Eğilme Rijitliği Hesabı:

Perdelerin eğilme rijitliği kolonlara oranla çok büyüktür. Bu yüzden eğilme rijitliği (K), sadece perdeler dikkate alınarak hesaplanmıştır. Kolonların etkisi ihmal edilmiştir.

$$K_y = E \times [4 \times (I_p)_{y, L=5m} + 4 \times (I_p)_{x, L=5m} + 3 \times (I_p)_{y, L=10m} + 2 \times (I_p)_{x, L=10m}]$$

$$K_y = 28\,500\,000 \times [4 \times 2,60417 + 4 \times 0,00651 + 3 \times 20,83333 + 2 \times 0,01302]$$

$$K_y = 2\,079\,609\,375 \text{ kNm}^2$$

Şekil 10'da planı verilen yapının, üçgen yatay yayılı yük etkimesi durumuna göre analizi yapılmıştır. Model bina en üstte 1267,62 kN/m değerinde üçgen yayılı yatay yük etkisine maruz kalırsa, yapıda oluşan ötelenme profilleri Şekil 11'de SAP 2000 ile karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.

### 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir:

1. Üç boyutlu burulmasız çerçevesel ve perdeli-çerçevesel yapıların yatay deprem kuvvetleri altında ötelenme büyüklüklerini veren analitik ifadeler türetilmiştir.
2. Analitik denklemlerle elde edilen ötelenmeler SAP 2000 bilgisayar programı ile karşılaştırılmış ve sonuçların yeterli yaklaşıklıkta olduğu görülmüştür.
3. Analitik ötelenme formülleri çok basit olduğu için, proje mühendisi tarafından kolaylıkla ve güvenle kullanılabilir.
4. Binanın kat sayısı arttıkça analitik ve bilgisayar çözümleri arasında uyum da artmaktadır. Kat düzeylerinde yoğunlaşmış kiriş özellikleri ve katlar arasındaki kolon- perde özelliklerinin, düzgün yayılı sürekli bir ötelenme rijitliğine dönüştürüldüğü düşünülürse, bunun normal olduğu anlaşılır. Olay, sürekli bir ortamın, sonlu elemanlar ile modellenmesine benzetilebilir.
5. Üç boyutlu bir yapının ötelenme büyüklüklerinin bilinmesi ile,

- Narin kolon hesabında stabilite indeksi
- Doğal periyodun hesaplanması
- Görel kat ötelenmelerinin belirli büyüklükleri aşmama koşulu

vs. kolaylıkla hesaplanabilir ve kontrol edilebilir duruma gelmektedir.

6. Ötelenme denklemlerini oluşturan parametrelerin değiştirilmesinin, ötelenme profilleri ve büyüklüklerini ne kadar etkilediği ve gerçeklikten (SAP 2000 sonuçlarının gerçek kabulü ile) ne kadar uzaklaştığı araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlardan, kolon boyutlarının ya da açıklıkların birbirinden farklı olması durumunda diferansiyel denklemin geçerliliğini koruduğu görülmüştür (Şekil 9).

Çerçevesel yapıların ötelenme hesabı için geliştirilmiş olan diferansiyel denklemler; yapının kat sayısı, kolon boyutu, açıklıklar ne olursa olsun SAP 2000 analiz programı ile oldukça yakın sonuçlar vermektedir.

7. Tasarımı yapan bir mühendis, bu denklemleri kullanarak bilgisayarda modelleme yapmaya gerek kalmadan kolayca ötelenmeleri hesaplayabilecektir. Böylece hem zamandan tasarruf edecek hem de çok karmaşık işlemler arasında kaybolmayacaktır.

8. Denklemler, çerçevenin sürekli bir kayma kirişi olarak modellenmesi ile elde edilmiştir. Bu yüzden denklemlerin kullanım alanı da sabit GA' nın olması ile sınırlanmaktadır.

### SEMBOLLER (SYMBOLS)

$d_{fi}$	Binanın i. katında $F_{fi}$ fiktif yüklerine göre hesaplanan yer değiştirme
$E_c$	Betonun elastisite modülü
$F$	Yatay tekil yük
$F_{fi}$	Birinci doğal titreşim periyodunun hesabında i. kata etkileyen fiktif yük
$f(x)$	Yayıllı yatay yükün dağılımı
$f(x)_ç$	Çerçevesel yapıya etkileyen yayılı yatay yükün dağılımı
$f(x)_p$	Perdeli yapıya etkileyen yayılı yatay yükün dağılımı
$GA$	Çerçevenin kayma rijitliği
$H$	Bina yüksekliği
$h_i$	Kat yüksekliği
$I_{bi}$	Kiriş atalet momenti
$I_c$	Kolon atalet momenti
$I_p$	Perde atalet momenti
$K$	Perdelerin eğilme rijitlikleri toplamı
$K_o$	Yatay düzlemdeki eğilme rijitliği
$l_c$	Kolon boyu
$l_1, l_2$	Kiriş açıklıkları
$m_i$	Binanın i'inci katının kütlesi
$M_o$	Toplam devrilme momenti
$M_o(x)$	Kayma kirişinin herhangi bir kesitinde dış yükün oluşturduğu moment
$n$	Kolon sayısı
$\Sigma N_{di}$	i. kata ait kolon tasarım aksel yükü
$p$	Yayıllı yükün en üstteki değeri
$R$	Yapı davranış katsayısı
$T_1$	Binanın birinci doğal titreşim periyodu
$V_{oi}, V_{fi}$	i. kattaki toplam kesme kuvveti
$y$	Kat ötelenmesi
$\delta$	F=1 ton yatay yüke maruz ardışık katlar arasında oluşan görel ötelenme
$\Delta_i$	Her katta $F_i$ yatay yükü etkisinde oluşan görel kat ötelenmesi
$\varphi$	Stabilite indeksi

### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. **2006 Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Esaslar.** Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara, 2006.

2. Paulay T, Priestley MJN., **Seismic Design Of Reinforced Concrete And Masonry Buildings**. John Wiley and Sons, 1992.
3. Zou, X.K., Chan, C.M., “An optimal resizing technique for seismic drift design of concrete buildings subjected to response spectrum and time history loadings”. **Computers and Structures**, 83 1689–1704, 2005.
4. Dinh, T.V., Ichinose, T., “Probabilistic Estimation of Seismic Story Drifts in Reinforced Concrete Buildings”. **ASCE, J. Struct. Eng.**, Volume 131, Issue 3, pp. 416-427, 2005.
5. **TS-500**, Betonarme Yapıların Tasarım ve Yapım Kuralları. Türk Standartları Enstitüsü, Ankara, 2000.
6. Bilyap, S., **Betonarme Yüksek Yapılarda Burulmasız Perde-Çerçeve Sistemlerinin Yatay Kuvvetlere Göre Yaklaşık Hesap Yöntemleri ve Dinamik Karakteristikleri**. Teknik Yayınevi, İzmir, 1992.
7. Murashev, V., Sigalov, E., and Baikov, V. N., **Design of Reinforced Concrete Structures**. Mir Publishers, Moscow, 1976.
8. Atımtay, E., **Çerçevesi ve Perdeli Betonarme Sistemlerin Tasarımı: Temel Kavramlar ve Hesap Yöntemleri**. 2 Cilt, Bizim Büro, Ankara, 2001.
9. Tüken, A., **Quantifying Seismic Design Criteria For Concrete Buildings**. Ph.D., METU, Department of Civil Engineering, 2004.
10. Bilyap, S., **Betonarme Yüksek Yapılarda Perde-Çerçeve Sistemlerinin Yatay Yüklere Göre Hesabı**. E.Ü. İnşaat Mühendisliği Bölümü Yayınları No. 2, İzmir, 1979.
11. Tekeli, H., **Deprem Tasarımında Ötelenmenin ve Enerji Tüketiminin Kontrolü**. Doktora Tezi, S.D.Ü., F.B.E., Isparta, 2006.
12. Tekeli, H., Tüken, A., Türkmen, M., Atımtay, A., “Depreme Maruz Yapının Ötelenmesinin Basit Hesabı: Kapalı Çözüm”. **Antalya Yöresinin İnşaat Mühendisliği Sorunları Kongresi**, Cilt 1, Sayfa 190-203, Antalya, 2005.
13. CSI, **SAP2000 V-8**, Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures Basic Analysis Reference Manual. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA, 2002.