

KARE KÖK SKALALI ÇİZGE KULLANILARAK, KARESEL BİÇİMLİ ORTOGONAL KOORDİNAT SİSTEMLERİNİN BAZI BİLİNMEYEN ÖZELLİKLERİNİN YENİ BİR YAKLAŞIMLA GRAFİKSEL GÖSTERİMİ

Osman GÜRDAL

Elektrik Eğitimi Bölümü, Teknik Eğitim Fakültesi, Gazi Üniversitesi, 06500, Ankara
ogurdal@gazi.edu.tr

(Geliş/Received: 21.05.2007; Kabul/Accepted: 09.04.2008)

ÖZET

Yavaş değişen değişimlerin davranışlarının gösterilmesinde kare kök skalalı çizge (SRSC) istatistiksel veri işleme amaçları için hemen hemen yarım yüzyıldır kullanımda olup, çizgenin sadece bir eksenini gözlem altındaki bir değişkenin kare kökü ile skalalanmıştır. Bu çalışmada, yaygın kullanılan karesel biçimli bazı ortogonal koordinat sistemleri (OCS), literatürde bir ilk olarak, bütün eksenleri kare kök skalalı SRSC kullanılarak grafiksel olarak gösterilmektedir. OCS'ler fiziğin (özellikle elektrik ve manyetizmanın) geniş bir alanında eşpotansiyel yüzeylerin ve vektör akışlarının incelenmesi, formülasyonu ve gösterilmesinde vazgeçilmez pedagojik (bilimsel ve mühendislik) değere sahip olarak çok önemlidir. Geleneksel doğrusal skalalı çizge (LSC) kullanımı karesel biçimli OCS'lerin bazı özelliklerini saklarken, SRSC kullanımı saklı özellikleri açığa çıkararak OCS çizimlerini kolaylaştırma katkısı yapmakta ve değişkenlerin birbirleri ile nasıl etkileşimde olduğunu (ve atfedildikleri fiziksel olgunun) anlaşılmasını sağlamaktadır. OCS'de SRSC'nin önerilen kullanımı özellikle teorik ve uygulamalı fizik (potansiyel teori alanında) ve geometri öğretiminde bunların kullanımını artırma potansiyeline sahiptir.

Anahtar Kelimeler: Karekök skalalı çizge, ortogonal koordinat sistemleri, eşpotansiyel yüzeyler, vektör akışları, potansiyel teori.

A NEW APPROACH TO GRAPHICALLY REVEAL SOME UNKNOWN PROPERTIES OF THE ORTHOGONAL COORDINATE SYSTEMS IN QUADRIC FORM, BY USING THE SQUARE ROOT SCALED CHART

ABSTRACT

The square root scaled chart (SRSC) to show the behaviour of variations changing slowly, has been in use for almost half a century for statistical data processing purposes, in which an axis only is scaled in terms of square root of any variable under consideration. In this study, as a first in the literature, some orthogonal coordinate systems (OCSs) in quadric form which are widely in use are graphically illustrated by using the SRSC in which all axes are square root scaled. The OCSs are very important having indispensable pedagogical (scientific and engineering) value to explore, formulate and illustrate the equipotential surfaces and vector flows in wide area of physics (e.g. mainly in electricity and magnetism). While the traditional linearly scaled chart (LSC) used to hide some properties of the OCSs in quadric form, the use of SRSC contributes towards facilitating drawing by revealing the hidden properties and provides a good understanding how the variables interact with each other (and the physical phenomena to which they are attributed). The suggested usage of the SRSC in the OCSs has the potential to increase their usage mainly in teaching theoretical and applied physics (in the area of potential theory) and geometry.

Keywords: Square root scaled chart, orthogonal coordinate systems, equipotential surfaces, vector flows, potential theory

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Yavaşça değişen değişkenlerin davranışlarının gösterilmesinde (Tukey tarafından rootogram olarak adlandırılan [1-2]) kare kök skalalı çizge (SRSC) istatistiksel veri işleme amaçları için 1965 yılından itibaren kullanılmakta olup çizgenin sadece bir eksenini gözlem altındaki bir değişkenin kare kökü ile skalalanmıştır. Bu çalışmada, çok yaygın kullanılan [3-5] karesel biçimdeki bazı ortogonal koordinat sistemleri (OCS) bütün eksenleri, doğrusal skala da sağlayan SRSC ile grafiksel olarak gösterilmiştir. OCS'ler özellikle elektrik ve manyetizmayı ilgilendiren potansiyel teori [6] konularında, teorik ve uygulamalı fizik ve mühendisliğin geniş bir alanında eşpotansiyel yüzeylerin ve vektör akışlarının gösterilmesinde vazgeçilmez öneme sahiptirler. Eksenlerin, geleneksel doğrusal skalalı çizge (LSC) ile karesel biçimdeki OCS'lerin [7-8] çizilmesi değişkenlerin doğrusalsızlığından dolayı bazı özellikleri saklamaktadır. Bu yaklaşım bunların geniş alanda kullanımını sınırlayarak çizim zorlukları çıkarmaktadır. SRSC çizimi oldukça kolaylaştırmakta ve karesel biçimdeki OCS'lerin şimdiye kadar bilinmeyen saklı özelliklerini ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca, değişkenlerin birbirleri ile nasıl etkileşimde olduğunun (ve atfedildikleri fiziksel olgunun) anlaşılması ve yorumlanması oldukça kolaylaşmaktadır. SRSC ile açığa çıkarılmış şimdiye kadar bilinmeyen saklı özellikler sonraki kısımda açıklanmaktadır.

2. KARESEL BİÇİMDEKİ ORTOGONAL KOORDİNAT SİSTEMLERİNİN SAKLI ÖZELLİKLERİNİN GRAFİKSEL OLARAK TEMSİL EDİLMESİ İÇİN KARE KÖK SKALALI ÇİZGE (II. THE SQUARE ROOT SCALED CHART TO GRAPHICALLY REVEAL THE HIDDEN PROPERTIES OF THE ORTHOGONAL COORDINATE SYSTEMS IN QUADRIC FORM)

(a) Bu kısımda, SpCS ve bunun dejenere biçimi olarak karesel biçimde tanımlanan OSCS ve PSCS dikkate alınmaktadır. Bu OCS'ler değişkenlerin birbirleri ile etkileşimini anlamaya katkı sağlayan SRSC üzerinde çizilmiştir. Ek olarak çizim LSC üzerindeki çizime göre çok daha kolaydır.

SpCS (r, θ, ϕ) 'nin iyi bilinen geometrik özellikleri – Ek.3– şekil 1'de CyCS (ρ, ϕ, z) 'nin –Ek.3– değişkenleri ile gösterilmiştir; simetrik özelliğinden dolayı SpCS'nin sadece birinci çeyreği çizilmiştir. Yarıçapı $r_1 = a = \sqrt{6}$ 'den başlayan ve $r_2 = \infty$ 'de sona eren sonsuz sayıda küresel kabuklar hayal edilebilir. Gösterim amaçlarıyla en dıştaki küresel kabuk $r_2 = \sqrt{26}$ ile verilmiştir. SpCS'de sabit r küreleri, sabit θ konileri ve sabit ϕ düzlemleri daima karşılıklı ortogonal özellikleri ile iyi bilinmektedir.

Şekil 1'de görülen ve alternatif biçimde,

$$\frac{\rho^2}{a^2(1+\lambda^2)} + \frac{z^2}{a^2(1+\lambda^2)} = 1 \quad (1)$$

ile tanımlanan $r^2 = a^2(1+\lambda^2)$ küresel kabukları z ekseninde $r^2 = a^2(1+\lambda^2) - a^2 = a^2\lambda^2$ olarak çöktürüldüğünde

$$\frac{\rho^2}{a^2(1+\lambda^2)} + \frac{z^2}{a^2\lambda^2} = 1 \quad (2)$$

ile tanımlanan aynı odaklı basık küresel kabuklara dönüşür; burada $\lambda = z/\mu a$ OSCS ve PSCS'ye ait bir özellik olup Ek.4-5'de açıklanmaktadır. Aynı metot diğer eksen, ρ 'da uygulandığında aynı küresel kabuklar

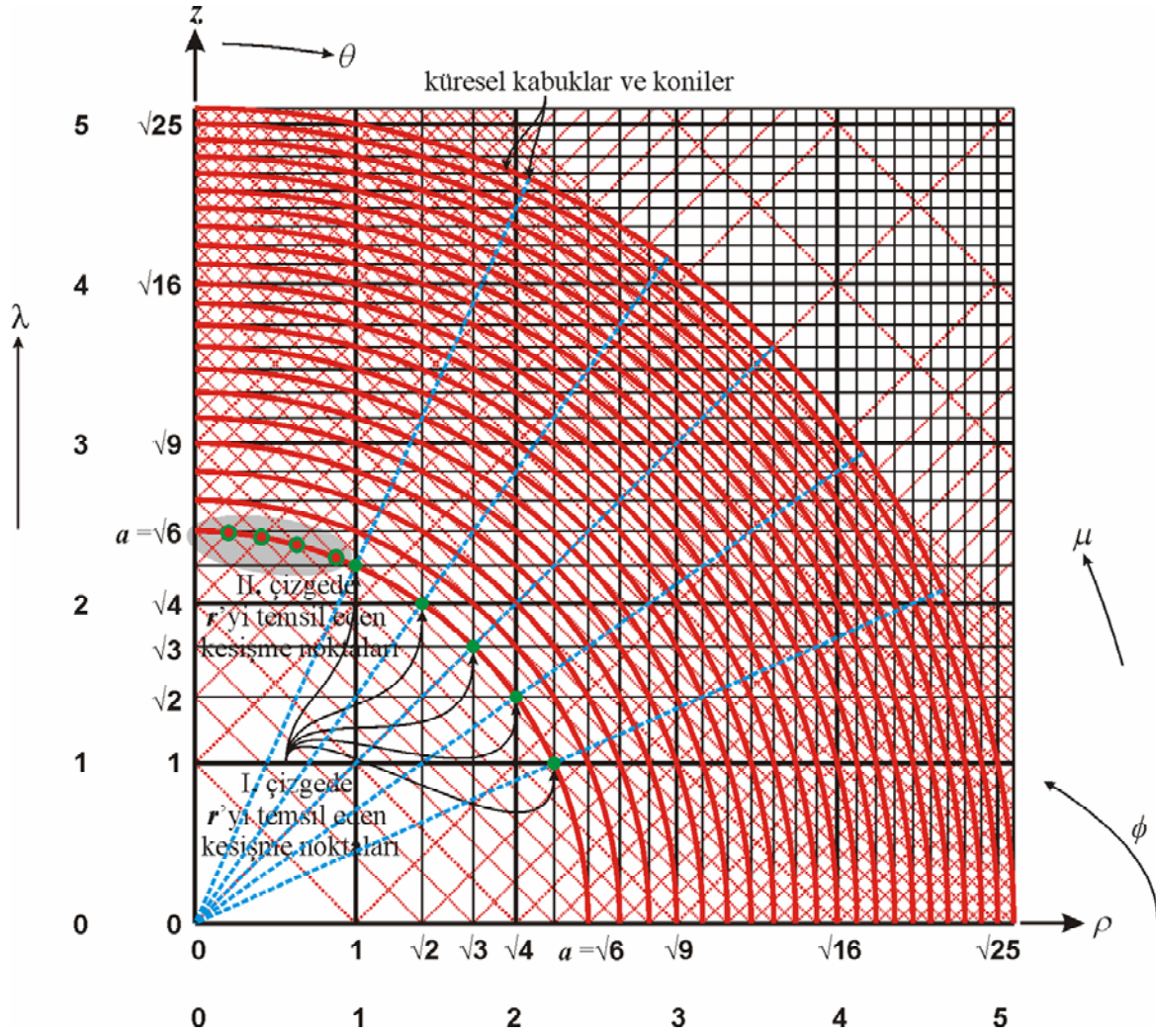
$$\frac{\rho^2}{a^2\lambda^2} + \frac{z^2}{a^2(1+\lambda^2)} = 1$$

veya

$$(3)$$

$$\frac{\rho^2}{a^2(\lambda^2-1)} + \frac{z^2}{a^2\lambda^2} = 1$$

ile tanımlanan aynı odaklı sivri küresel kabuklara dönüşür. Küresel kabukların her iki yönde, z ve ρ ($-a^2$ kadar) çöktürülmesi, OSCS için ortogonal sabit λ aynı odaklı basık küreler, sabit μ tek kanatlı hiperboloidler ve sabit ϕ düzlemleri oluştururken PSCS için ortogonal sabit λ aynı odaklı sivri küreler, sabit μ çift kanatlı hiperboloidler ve sabit ϕ düzlemleri oluşturur. Yani küreler küresel biçimlere dönüşürken, koniler hiperboloidlere dönüşmekte ve ϕ düzlemleri (sınırlarındaki bir farklılık ile) değişmeden kalmaktadır. Geometrik detaylar Ek.4-5'de verilmiş ve Şekil 2-3'de gösterilmiştir.



Şekil 1. SRSC üzerinde SpCS (r, θ, ϕ) 'nin grafiksel temsil edilmesi (Graphical representation of the SpCS (r, θ, ϕ) on the SRSC)

Şekil 2-3'deki çizge eksenlerinin bölünmesi, SpCS, OSCS ve PSCS'de basık ve sivri küreler ve tek-çift kanatlı hiperboloidlerin (ve şekil 1'de küreler ve konilerin) çizimini oldukça kolaylaştıracak şekilde, değişkenlerin kare kökü ile skalalanmıştır. Çizge aynı zamanda değişkenlerin tam sayı ile değişmekte olduğu geleneksel doğrusal skalayı da barındırmaktadır. Şekil 2-3'te (aynı odaklı basık ve sivri küreleri temsil eden) λ ve a bir tam sayının kare kökü ile değiştiği (arttığı veya azaldığı) sürece, geliştirilen (ve kare kök skalalı çizge -SRSC- olarak adlandırılan) çizge, 2-3 eşitlikleri ile tanımlanan aynı odaklı basık ve sivri kürelerin ve tek-çift kanatlı hiperboloidlerin gösterilmesinde oldukça uygundur. z yönünde çökertme işlemi, $r = a$ yarıçapında en içteki küresel kabuğu, $\rho = a$ yarıçapında sonsuz derecede ince bir diske dönüştürürken, ρ yönündeki çökertme işlemi aynı küresel kabuğu $z = a$ uzunluğunda sonsuz derecede ince bir çizgi elemanına dönüştürmektedir.

SpCS, OSCS ve PSCS'nin grafiksel olarak gösterilmesinde SRSC kullanımının katkıları: (Contributions of the usage of the SRSC to graphically illustrate the SpCS, the OSCS and the PSCS)

-Şekil 1'de görüldüğü gibi SpCS'de eksen çizgilerinin kesişimlerinin (ρ ve z bileşenleri) toplamı doğrudan

$$r^2 = \rho^2 + z^2 \quad (4)$$

ile tanımlanan yarıçaplara, r^2 karşılık gelmektedir. Örneğin $r = \sqrt{6}$ küresi $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{0}^2 + \sqrt{6}^2)$, $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{1}^2 + \sqrt{5}^2)$, $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{4}^2)$, $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^2)$, $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{4}^2 + \sqrt{2}^2)$, $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{5}^2 + \sqrt{1}^2)$, $(\sqrt{6}^2 = \sqrt{6}^2 + \sqrt{0}^2)$ kesişim noktalarının birleştirilmesi ile oluşturulabilmektedir. Yarıçapların ara değerlerinde de çizgenin avantajından yararlanmak için 45° döndürülmüş (çapraz) ikinci bir karekök skalalı çizge

(CrCaCs, Ek.1b) eklenmiştir. Örneğin $r = \sqrt{6}$ küresinin $0 \leq \rho < 1$ arasındaki ara değerleri

$$\sqrt{6}^2 = \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{6}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{6}}{2} \right)^2,$$

$$\sqrt{6}^2 = \left(\frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2} \right)^2,$$

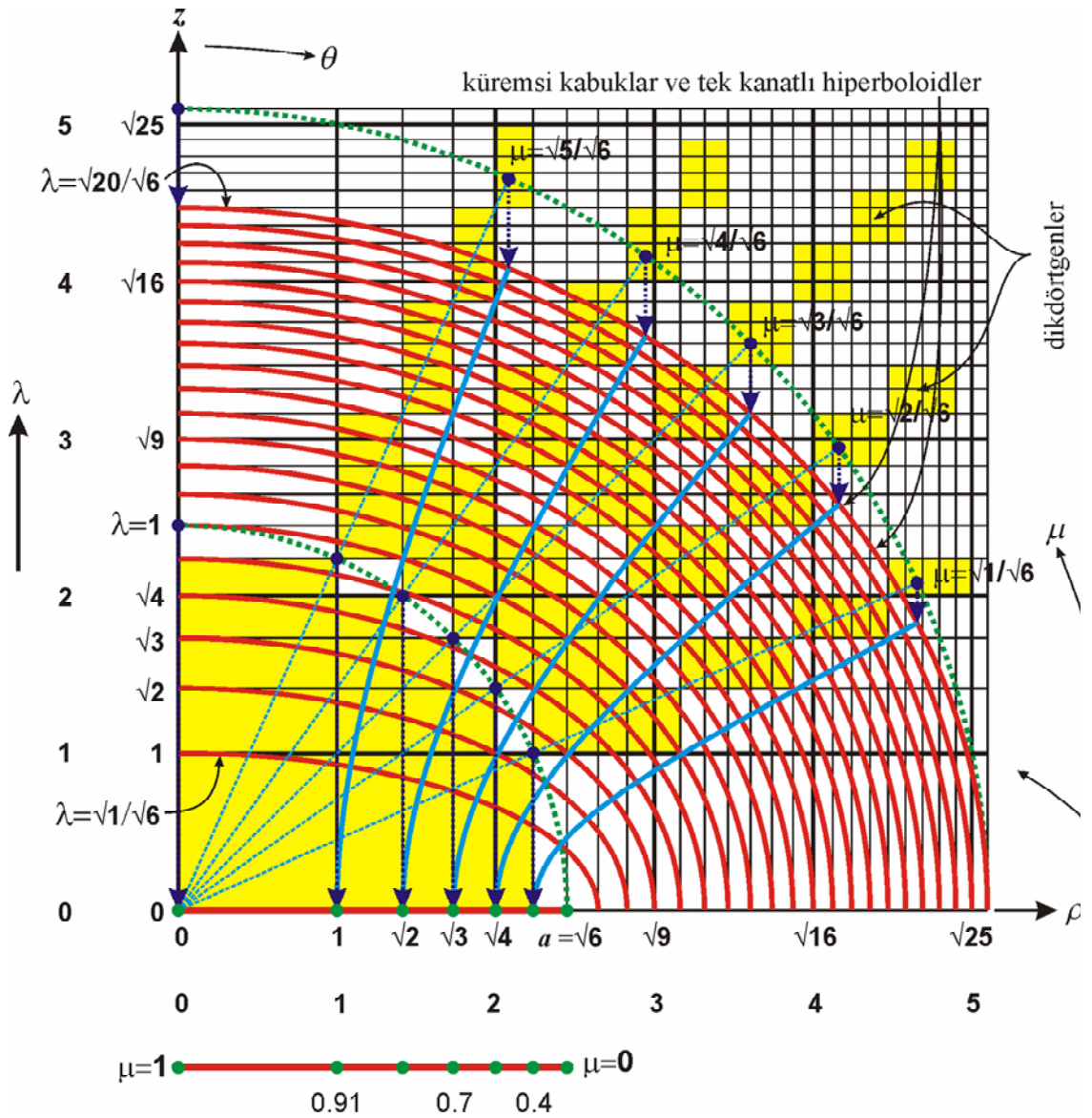
$$\sqrt{6}^2 = \left(\frac{\sqrt{8} - \sqrt{4}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{8} + \sqrt{4}}{2} \right)^2,$$

$$\sqrt{6}^2 = \left(\frac{\sqrt{9} - \sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{9} + \sqrt{3}}{2} \right)^2,$$

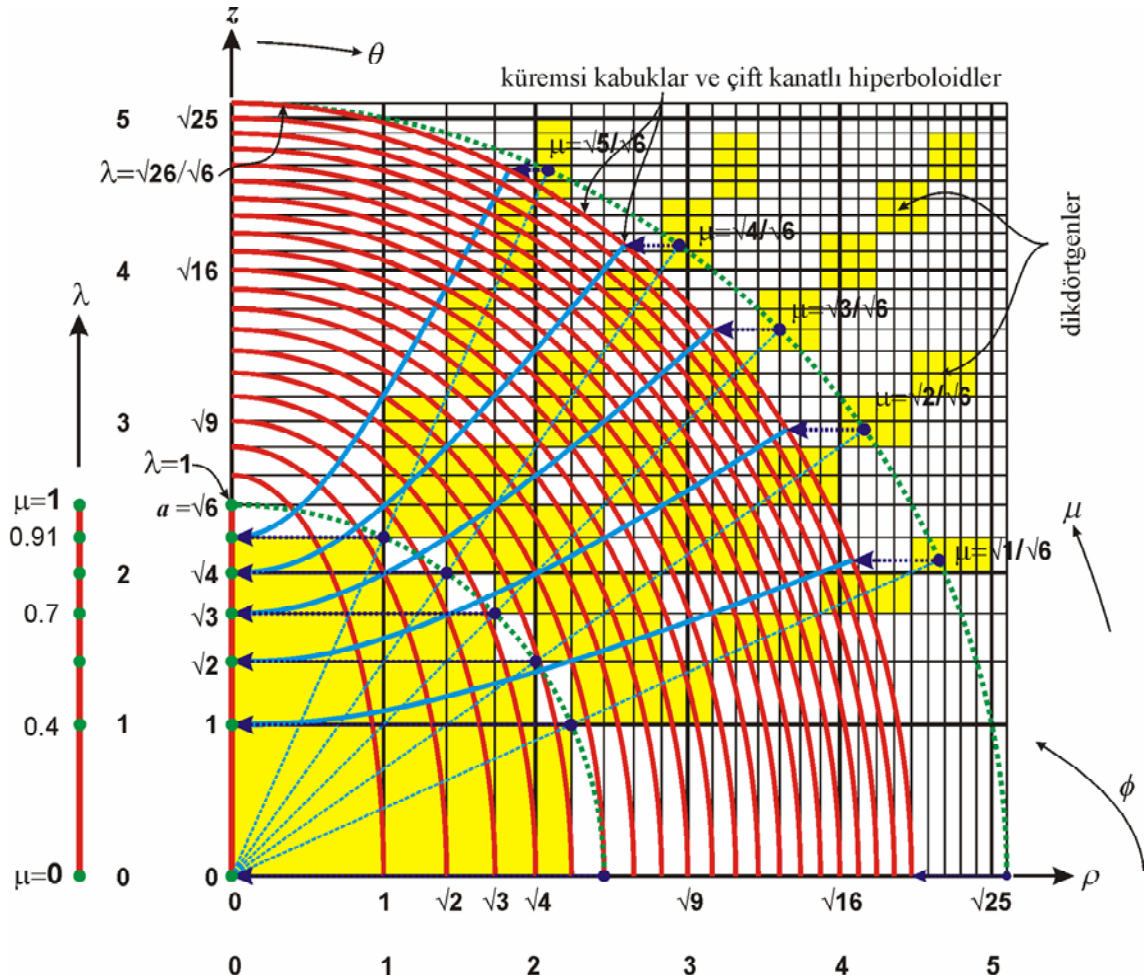
$$\sqrt{6}^2 = \left(\frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2} \right)^2$$

kesişim

noktalarının birleştirilmesi ile elde edilebilmektedir. Benzer hesaplamalar $\sqrt{5} < \rho \leq \sqrt{6}$ arası için de yapılabilir. Bu özellik yarıçapların bulunması için ekstra hesap gerektiren LSC üzerinde açık değildir. SRSC kullanımı LSC kullanımına göre küre ve konilerin çizilmesinde bir kolaylık sağlamaktadır.



Şekil 2. SRSC üzerinde SpCS (r, θ, ϕ) 'den OSCS (λ, μ, ϕ) 'ye dönüşümün grafiksel temsili (Graphical representation of the conversion from the SpCS (r, θ, ϕ) to the OSCS (λ, μ, ϕ) on the SRSC)



Şekil 3. SRSC üzerinde SpCS (r, θ, ϕ) 'den PSCS (λ, μ, ϕ) 'ye dönüşümün grafiksel temsil edilmesi (Graphical representation of the conversion from the SpCS (r, θ, ϕ) to the PSCS (λ, μ, ϕ) on the SRSC)

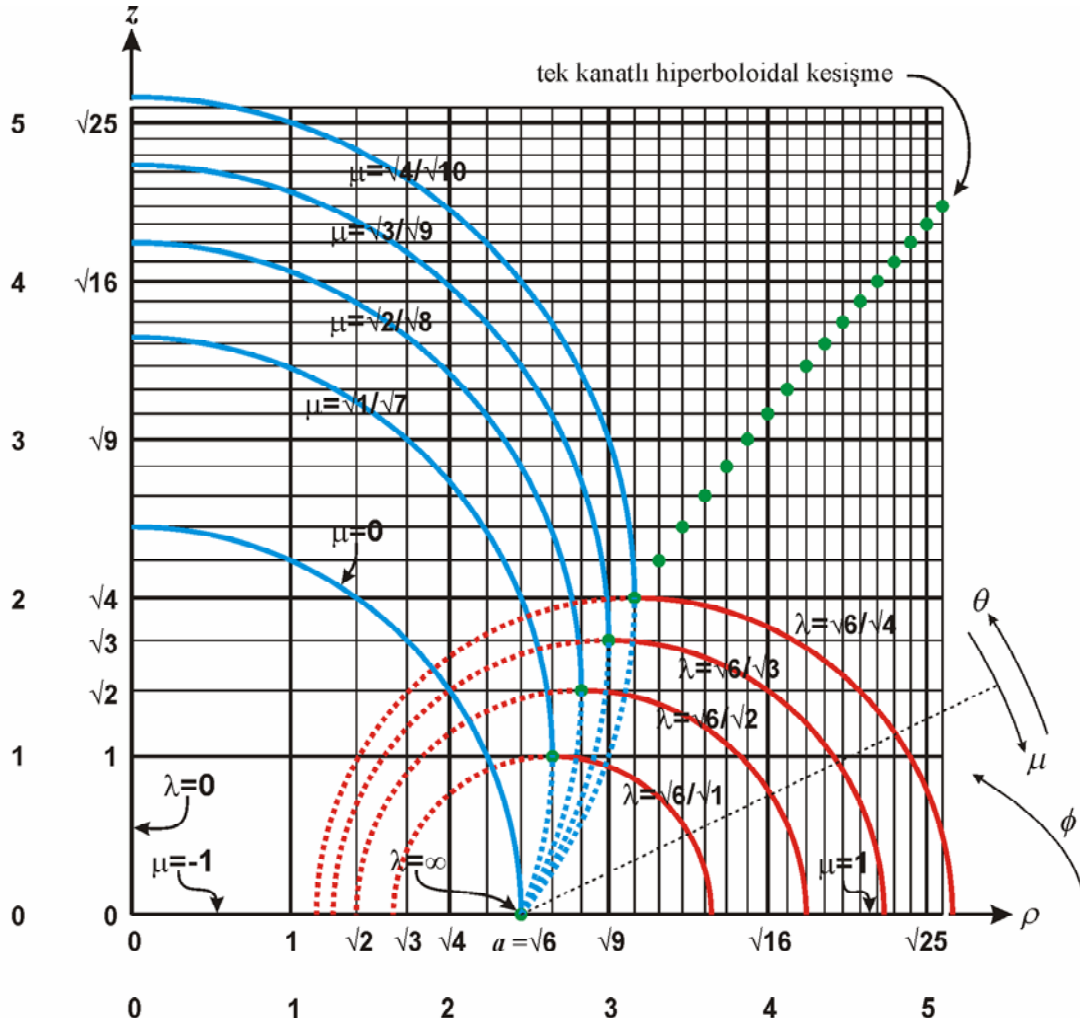
-SpSC (r, θ, ϕ) 'den OSCS (λ, μ, ϕ) 'ye dönüşümün grafiksel temsil edilmesi şekil 2'de görülmektedir. Eş.2'den, z ekseninde a^2 kadar çöktürme işleminden dolayı, en büyük çökme miktarı $\sqrt{6} \approx 2,45$ iken en küçük çökme miktarı $\sqrt{26} - \sqrt{20} \approx 0,63$ değerlerinin verilmesi öğretici olabilir. Şekil 2'de görüldüğü gibi hipotenüsleri aynı konik çizgi veya açıdan $(\cos \theta$ veya $\mu)$ geçerek merkezlenmiş dikdörtgenler hiperboloidlerin çizilmesini çok kolaylaştırmaktadır. Dikdörtgenlerin sağ kenarlarında bulunan köşelerin birleştirilmesiyle tek kanatlı hiperboloidlerin kolaylıkla oluşturulması mümkündür. Aynı dikdörtgenlerin diğer (sol) tarafındaki köşe noktalarının birleştirilmesi ile bundan sonraki paragrafta açıklanacak çift kanatlı hiperboloidler kolaylıkla oluşturulabilmektedir. Örneğin, $\mu = \sqrt{5}/\sqrt{6}$ için tek kanatlı hiperboloidi oluşturan noktalar $(\sqrt{1}, \sqrt{0}), (\sqrt{2}, \sqrt{5}), (\sqrt{3}, \sqrt{10}), (\sqrt{4}, \sqrt{15}), (\sqrt{5}, \sqrt{20}), \dots$ dir. Böylece, SRSC kullanımı LSC kullanımına göre basık kürelerin ve

hiperboloidlerin çizilmesinde büyük kolaylık sağlamaktadır. Ayrıca, metin içinde değinilmeyen bazı ayrıntılar için şekillerin dikkatlice incelenmesi yararlı olabilir.

Benzer yorumlar şekil 3'te görüldüğü gibi SpCS (r, θ, ϕ) 'den PSCS (λ, μ, ϕ) 'ye dönüşüm için yapılabilir. Bu metotla, elips ve hiperboller için bir çizim aparatının kullanılması ayrıca gerekmemektedir [9].

(b) Bu kısımda, SpCS'nin dejenere biçimi olarak karesel biçimde tanımlanan ToCS ve BsCS dikkate alınmaktadır. Bu OCS'ler de önceki kısımda olduğu gibi değişkenlerin birbirleri ile etkileşimini anlamaya katkı sağlayan SRSC üzerinde çizilmiştir. Çizim LSC üzerindeki göre çok daha kolaydır.

ToCS (λ, μ, ϕ) 'nin iyi bilinen geometrik özellikleri – Ek.6– şekil 4'de CyCS (ρ, ϕ, z) 'nin –Ek.3– değişkenleri ile gösterilmiştir; simetrik özelliğinden dolayı ToCS'nin sadece birinci çeyreği çizilmiştir. Yarıçapı $r_1 = 1$ 'den başlayan ve $r_2 = \infty$ 'de sona eren sonsuz sayıda toroidal kabuklar hayal edilebilir.



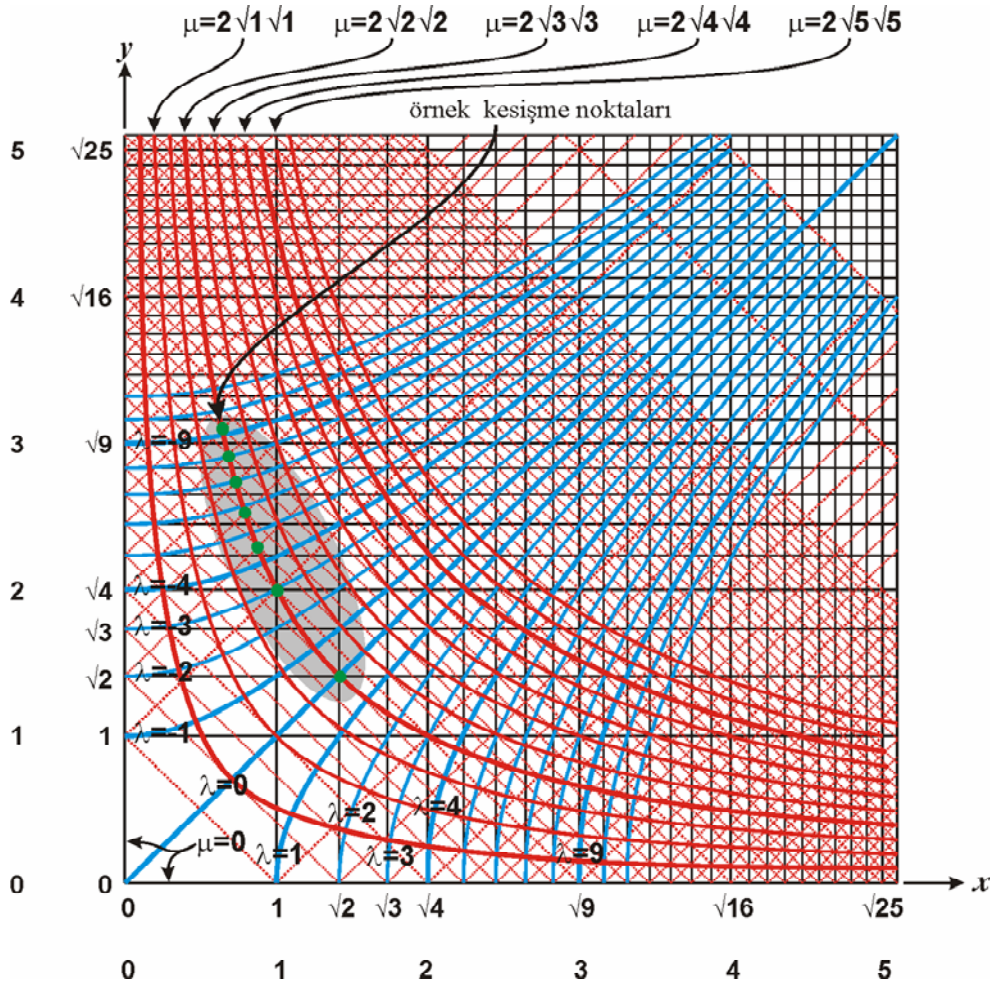
Şekil 4. SRSC üzerinde ToCS (λ, μ, ϕ) 'nin grafiksel temsil edilmesi (Graphical representation of the ToCS (λ, μ, ϕ) on the SRSC)

Gösterim amaçlarıyla en dıştaki toroidal kabuk $\lambda = \sqrt{6}/\sqrt{4}$ (veya $r_2 = \sqrt{4}$) ile verilmiştir. ToCS'de sabit μ eşeksenli olmayan küreler, sabit λ kesişmeyen toroidler ve sabit ϕ düzlemleri daima karşılıklı ortogonal özellikleri ile iyi bilinmektedir.

BsCS (λ, μ, ϕ) 'nin iyi bilinen geometrik özellikleri – Ek.7– şekil 5'te CyCS (ρ, ϕ, z) 'nin –Ek.3– değişkenleri ile gösterilmiştir; simetrik özelliğinden dolayı BsCS'nin sadece birinci çeyreği çizilmiştir. Yarıçapı $r_1 = 1$ 'den başlayan ve $r_2 = \infty$ 'de sona eren sonsuz sayıda eşmerkezli olmayan küresel kabuklar hayal edilebilir. Gösterim amaçlarıyla en dıştaki küresel kabuk $\lambda = \sqrt{6}/\sqrt{4}$ (veya $r_2 = \sqrt{4}$) ile verilmiştir. BsCS'de sabit λ eşeksenli olmayan küreler, sabit μ kesişen toroidler ve sabit ϕ düzlemleri daima karşılıklı ortogonal özellikleri ile iyi bilinmektedir.

ToCS ve BsCS'nin grafiksel olarak gösterilmesinde SRSC kullanımının katkıları:
(Contributions of the usage of the SRSC to graphically illustrate the ToCS and the BsCS:)

–Şekil 4'te gösterilen ToCS'de, kesişmeyen toroid ve eşmerkezli olmayan kürelerin kesişimleri, a bir tam sayının kare kökü olarak seçildiği sürece (örneğin, $a = \sqrt{6}$) SRSC üzerinde tam olarak ızgara eksenlerinin kesişimlerinden geçerek tek kanatlı bir hiperboloid oluşturmaktadır. Kesişim oluşturan tek kanatlı hiperboloid LSC kullanımına göre toroid ve kürelerin çizimini oldukça kolaylaştırmaktadır. Merkezleri kaymış toroid ve küreler, kayabilen ikinci bir şeffaf SRSC kullanılarak elle kolaylıkla çizilebilir. Örneğin $\mu = 0$ küresi mevcut ızgaranın izleyen noktalarının birleştirilmesiyle çizilebilirken ($\sqrt{7}$ yarıçapında) $\mu = \sqrt{1}/\sqrt{7}$ küresi z ekseninde 1 birim kaydırılmış ikinci bir SRSC ile çizilebilir.



Şekil 7. SRSC üzerinde RHCS (λ, μ, ϕ) 'nin grafiksel temsil edilmesi (Graphical representation of the RHCS (λ, μ, ϕ) on the SRSC)

çözümlerini içeren elektrik, manyetizma, ısı transferi, çekimsel kuvvetler alanında) eşpotansiyel yüzeylerin ve vektör akışlarının formülasyonu ve gösterilmesinde vazgeçilmez öneme sahiptir. Karesel biçimde ifade edilen OCS'lerin LSC üzerinde geleneksel gösterimleri değişkenlerin doğrusalsızlığı nedeniyle bazı özellikleri saklamaya ek olarak çizim zorlukları oluşturarak yaygın kullanımlarını sınırlamaktadır. Bu çalışmada, yeni bir bakış açısıyla literatürde bir ilk olarak, SRSC kullanılarak değişkenlerin birbirleri ile etkileşimini anlamak için uygun bir mekanizma sağlamanın yanında karesel biçimdeki OCS'lerin çizimi oldukça kolaylaştırılmış ve şimdiye kadar bilinmeyen bazı saklı özellikleri açığa çıkartılmıştır. Tanımlamalarına bağlı olarak, karesel biçimde olmayan diğer (2 ve 3 boyutlu) OCS'lerin farklı kombinasyonlu eksen skalaları ile gösterilmesi de mümkündür. Ek olarak önerilen yaklaşım, bir fiziksel olayın davranışını modelleyebilecek yeni uyarlamalı (adapted), çok kutuplu veya dejenere koordinat sistemlerinin oluşturulmasını kolaylaştıracak potansiyele sahiptir.

Semboller ve Kısaltmalar (Symbols and Abbreviations)

LSC: Doğrusal Skalalı Çizge (Linearly Scaled Chart)

SRSC: Kare Kök Skalalı Çizge (Square Root Scaled Chart)

CRSC: Kübik Kök Skalalı Çizge (Cubic Root Scaled Chart)

OCS: Ortogonal Koordinat Sistemi (Orthogonal Coordinate System)

CaCS: Kartezyen Koordinat Sistemi (Cartesian Coordinate System)

CrCaCS: Çapraz Kartezyen Koordinat Sistemi (Cross Cartesian Coordinate System)

CyCS: Silindirik Koordinat Sistemi (Cylindrical Coordinate System)

SpCS: Küresel Koordinat Sistemi (Spherical Coordinate System)

OCS: Basık Küresel Koordinat Sistemi (Oblate Spheroidal Coordinate System)

PSCS: Sivri Küresel Koordinat Sistemi (Prolate Spheroidal Coordinate System)

ToCS: Toroidal Koordinat Sistemi (Toroidal Coordinate System)

BsCS: Çift küresel Koordinat Sistemi (Bispherical Coordinate System)

PaCS: Paraboloidal Koordinat Sistemi (Paraboloidal Coordinate System)

RHCS: Dikdörtgen Hiperbolik Koordinat Sistemi (Rectangular Hyperbolic Coordinate System)

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Tukey, J.W., *Exploratory Data Analysis*, Reading, Addison-Wesley, 1977
2. Smith, J.H., Constant-Amplitude Scales for Plotting Stock Prices, *Econometrica*, Vol.14, No:4, 316-319, 1946
3. Dray T. ve Manogue, C.A. Electromagnetic conic sections, *Am. J. Phys.* 70, 1129 (2002)
4. Foreman, J.W., The conic sections revisited, *Am. J. Phys.* 59, 1002 (1991)
5. Andrews, C.L. ve Margolis, D.P., Elementary use of spheroidal coordinates, *Am. J. Phys.* 42, 697 (1973)
6. Örneğin elektrik teknolojisinin çoğu konfigürasyonları küresel ve hiperbolik yüzeylerin sınırlayıcı durumlarıdır: bir dairesel disk etrafındaki alan, sonlu uzunluktaki bir telin etrafındaki alan, aynı hat üzerinde aralarında bir
7. Moon, P. ve Spencer, D. E., *Field Theory Handbook*, 2nd ed. Springer-Verlag, Berlin, 1988
8. Moon, P. ve Spencer, D. E., *Field Theory for Engineers*, Van Nostrand, Princeton, NJ, 1961
9. Sutton, R. M., An Instrument for Drawing Confocal Ellipses and Hyperbolas, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 50, No. 4., pp. 253-254, Apr., 1943

Ek: Karesel biçimdeki bazı OCS'lerin özellikleri. CaCS ve CyCS listedeki OCS'lerin tanımlanmasında değişkenleri kullanıldığı için çizelgede eklenmiştir. (V. Appendix: Properties of some OCSs in quadric form. The properties of the CaCS and the CyCS are also included in the table because of their variables are used to define the OCSs in the list)

1a - CaCS - (x, y, z)		
Sabit düzlemler (Constant planes)	Sabit düzlemler (Constant planes)	Sabit düzlemler (Constant planes)
x	y	z
1b - CrCaCS - (λ, μ, ϕ)		
Sabit koniler (Constant cones)	Sabit koniler (Constant cones)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\lambda = z - \rho$	$\mu = z + \rho$	$\phi = \tan^{-1} y / x$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = \frac{\mu - \lambda}{2}$	$z = \frac{\mu + \lambda}{2}$	
2 - CyCS - (ρ, ϕ, z)		
Sabit silindirler (Constant cylinders)	Sabit düzlemler (Constant planes)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\frac{x^2}{\rho^2} + \frac{y^2}{\rho^2} = 1$	z	$\phi = \tan^{-1} y / x$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$x = \rho \cos \phi$	$y = \rho \sin \phi$	$z = z$
3 - SpCS - (r, θ, ϕ)		
Sabit küreler (Constant spheres)	Sabit koniler (Constant cones)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\frac{\rho^2}{r^2} + \frac{z^2}{r^2} = 1$	$\frac{\rho^2}{a^2 \sin^2 \theta} - \frac{z^2}{a^2 \cos^2 \theta} = 0$	$\phi = \tan^{-1}(y / x)$
veya (or)	veya (or)	
$\frac{\rho^2}{a^2(1 + \lambda^2)} + \frac{z^2}{a^2(1 + \lambda^2)} = 1$	$\frac{\rho^2}{a^2(1 - \mu^2)} - \frac{z^2}{a^2 \mu^2} = 0$	$r = a\sqrt{1 + \lambda^2}$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = r \sin \theta$	$z = r \cos \theta$	$\mu = \cos \theta$

4 - OSCS - (λ, μ, ϕ)		
Aynı odaklı basık küreler (Confocal oblate spheroids)	Tek kanatlı hiperboloidler (Hyperboloids of one sheet)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\frac{\rho^2}{a^2(1+\lambda^2)} + \frac{z^2}{a^2\lambda^2} = 1$	$\frac{\rho^2}{a^2(1-\mu^2)} - \frac{z^2}{a^2\mu^2} = 1$	$\phi = \tan^{-1}(y/x)$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = a\sqrt{(1+\lambda^2)(1-\mu^2)}$	$z = a\lambda\mu$	
5 - PSCS - (λ, μ, ϕ)		
Aynı odaklı sivri küreler (Confocal prolate spheroids)	Çift kanatlı hiperboloidler (Hyperboloids of two sheets)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\frac{\rho^2}{a^2(\lambda^2-1)} + \frac{z^2}{a^2\lambda^2} = 1$	$-\frac{\rho^2}{a^2(1-\mu^2)} + \frac{z^2}{a^2\mu^2} = 1$	$\phi = \tan^{-1}(y/x)$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = a\sqrt{(\lambda^2-1)(1-\mu^2)}$	$z = a\lambda\mu$	
6 - ToCS - (λ, μ, ϕ)		
Eşmerkezli olmayan küreler (Nonconcentric spheres)	Kesişmeyen torlar (Nonintersecting tori)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\rho^2 + \left(z - a \frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \right)^2 = \frac{a^2}{1-\mu^2}$	$z^2 + \left(\rho - a \frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{\lambda} \right)^2 = \frac{a^2}{\lambda^2}$	$\phi = \tan^{-1}(y/x)$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = a \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2} - \mu}$	$z = a \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\sqrt{1+\lambda^2} - \mu}$	
7 - BsCS - (λ, μ, ϕ)		
Kesişmeyen küreler (Nonintersecting spheres)	Kesişen torlar (elma ve limonlar) Intersecting tori (apples and lemons)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\rho^2 + \left(z - a \frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{\lambda} \right)^2 = \frac{a^2}{\lambda^2}$	$z^2 + \left(\rho - a \frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \right)^2 = \frac{a^2}{1-\mu^2}$	$\phi = \tan^{-1}(y/x)$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = a \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\sqrt{1+\lambda^2} - \mu}$	$z = a \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2} - \mu}$	
8 - PaCS - (λ, μ, ϕ)		
Aşağı yönde paraboloidler (Paraboloids opening downwards)	Yukarı yönde paraboloidler (Paraboloids opening upwards)	Sabit düzlemler (Constant planes)
$\rho^2 = \lambda^2(\lambda^2 - 2z)$	$\rho^2 = \mu^2(\mu^2 + 2z)$	$\phi = \tan^{-1}(y/x)$
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$\rho = \lambda\mu$	$z = \frac{1}{2}(\lambda^2 - \mu^2)$	
9 - RHCS - (λ, μ, ϕ)		
Dikdörtgen hiperboller (Rectangular hyperbolas)	Köşe hiperbolleri (Corner hyperbolas)	
$\lambda = x^2 - y^2$	$\mu = 2xy$	
Geleneksel özellikler (Traditional properties)		
$x = \frac{\mu}{\sqrt{2}\sqrt{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}}$	$y = \frac{\sqrt{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}}{\sqrt{2}}$	