

# RASSAL OLARAK KUSURLU ÜRETİM YAPAN ÜRETİM SÜREÇLERİ İÇİN EKONOMİK ÜRETİM MİKTARI MODELİ

**Abdullah EROĞLU, Abdullah SÜTÇÜ\* ve Harun SULAK\*\***

İşletme Bölümü, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Süleyman Demirel Üniversitesi, 32260, Isparta

\*Orman Endüstri Mühendisliği Bölümü, Orman Fakültesi, Süleyman Demirel Üniversitesi, 32260, Isparta

\*\*İktisat Bölümü, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Pamukkale Üniversitesi, Kınıklı Kampüsü, Denizli

[aeroglu@iibf.sdu.edu.tr](mailto:aeroglu@iibf.sdu.edu.tr), [asutcu@orman.sdu.edu.tr](mailto:asutcu@orman.sdu.edu.tr), [hsulak@pau.edu.tr](mailto:hsulak@pau.edu.tr)

(Geliş/Received: 06.03.2008 ; Kabul/Accepted: 19.10.2008)

## ÖZET

Optimal üretim miktarının belirlenmesi için ekonomik üretim miktarı modeli (EÜM) kullanılır. Ancak, klasik ekonomik üretim miktarı modelinde birçok varsayımın bulunması araştırmacıları orijinal EÜM modelini sürekli modifiye etmeye yöneltmiştir. EÜM modelinin temel varsayımlarından biri, üretilen ürünlerin %100'ünün kusursuz olmasıdır, ancak bir çok üretim süreci için bu varsayım geçerli değildir. Bu çalışmada; üretilen ürünlerin belli bir ölçülebilir özelliğinin normal dağılım gösterdiği ve hatalı ürünlerin tamir edilebilir, düşük kalite ve iskarta olarak ayrıldığı bir durum için ekonomik üretim miktarı modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen modelin uygulanabilirliğini göstermek için biri yonga levha üretimi diğeri transformatör üretimi olmak üzere farklı iki sektöre ait sayısal örnekler verilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** EÜM, envanter yönetimi, tamir, parti büyüklüğü.

## AN ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY MODEL WITH RANDOM DEFECTIVE RATE IN IMPERFECT PRODUCTION PROCESSES

### ABSTRACT

Determining the optimal production quantity has been widely used by the classic economic production quantity (EPQ) model. However, the analysis for finding an EPQ model has many faults which led many researchers to make extensions in several aspects on the original EPQ model. The basic assumption of EPQ is that 100% of manufactured products are non-defective. This assumption is not valid for many production processes. In this paper a modified EPQ model has been developed. In this model, a portion of the defective items is considered to be scrap, rework and imperfect quality which are sold to a particular purchaser at a lower price. The wooden chipboard production process and high voltage transformers producing process give good examples for such situations. A mathematical model has been developed and for illustration of model a numerical examples are presented.

**Keywords:** EPQ, inventory management, rework, batch size.

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Ekonomik üretim miktarı modeli, genel olarak üretim, hazırlık, stok ve stoksuzluk maliyetlerini dikkate alarak, her bir çevrim için optimum üretim miktarını bulmak amacıyla kullanılan ve güncelliğini hiçbir zaman kaybetmeyen en yaygın tekniktir. Ancak, klasik ekonomik üretim miktarı modelinde (EÜM) birçok varsayımın bulunması araştırmacıları orijinal EÜM modelini sürekli modifiye etmeye yöneltmiş,

konuyla ilgili onlarca bilimsel makale, yüksek lisans ve doktora tezi yayınlanmıştır. Bu çalışmada klasik ekonomik üretim miktarı modelinin zayıf noktalarından birini oluşturan “üretilen ürünlerin %100 ünün kusursuz olması” varsayımı üzerine odaklanılmıştır. Orman ürünleri endüstrisinde olduğu gibi birçok üretim sürecinde, kullanılan hammaddeden, çalışma ortamından veya iş görenlerden dolayı hatalı ürün üretimi söz konusu olabilmektedir. Bu noktadan hareketle, araştırmacılar kusurlu üretimin olduğu

üretim sistemleri için modeller geliştirmişlerdir.

Rosenblatt ve Lee [1] kusurlu ürünler üreten üretim sistemleri için bir ekonomik üretim miktarı modeli önermiştir. İlgili modelin temel varsayımı, üretimin başlangıcından, rassal değişken olan bir zaman noktasına kadar sistem %100 kusursuz ürün üretir. Bu noktada sistem kontrol dışına çıkarak üretim periyodunun sonuna kadar belli bir oranda kusurlu ürün üretir. Sistemin kontrol dışına çıktığı ana kadar geçen sürenin dağılımının, üstel dağılım olduğu varsayılmış ve stoksuzluğa izin verilmemiştir. Kim ve Hong [2] Rosenblatt ve Lee [1]'nin modelini, sistemin kontrol dışına çıktığı ana kadar geçen sürenin dağılımını, genel rassal dağılım varsayımı ile genişlettiler. Chung ve Hou [3] ise temelde yukarıda sözü edilen modelleri, stoksuzluğa izin verilmesi varsayımı ile birleştirdiler. Yukarıdaki modellerin tümü, kusurlu ürünlerin yeniden işleme alınarak (rework) kusursuz hale getirilmesi için gerekli süreyi dikkate almamışlardır (sıfır kabul etmişlerdir).

Hayek ve Salameh [4] kusurlu ürün oranının tekdüze dağılıma uyduğu durum için bir ekonomik üretim miktarı modeli geliştirdiler. Modelin temel varsayımları: stoksuzluğa izin verilmesi, kusurlu ürünlerin tümü yeniden işleme alınarak kusursuz hale getirilmesi ve yeniden işlem süresinin dikkate alınmasıdır. Chiu [5], Hayek ve Salameh [4]'in modelini, kusurlu ürünlerin tümü yerine belli bir oranının yeniden işleme alınarak kusursuz hale getirilmesi ve diğerlerinin ıskartaya ayrılması varsayımı ile birleştirerek bir model geliştirmiştir.

Salameh ve Jaber [6] sipariş verilen partinin belli bir oranının kusurlu olduğu ve kusur oranının tekdüze (uniform) dağılıma uyduğu durum için bir ekonomik sipariş miktarı modeli geliştirdiler. Eroğlu ve Ozdemir [7]; Salameh ve Jaber [6] modelini stoksuzluğa izin veren durum için genişlettiler. Chan vd. [8] üretilen ürünlerin, sayısal olarak ifade edilebilen temel özelliğinin normal dağılıma uyduğu varsayımı ile üç ekonomik üretim miktarı modeli geliştirdiler. Onlar ürünleri kusursuz, tamir etmek suretiyle kusursuz, düşük kalite ve ıskarta olarak sınıflandırmışlardır. Modellerin temel varsayımları: stoksuzluğa izin verilmemekte, tamir süresi sıfır ve düşük kalite ürünler indirimli fiyattan satılmaktadır. Modellerin her birini diğerlerinden ayıran temel varsayım düşük kalite ürünlerin satış zamanlarının farklı (dolayısıyla stok maliyetlerinin farklılaşması) olmasıdır. Papachristos ve Konstantaras [9] ise Salameh ve Jaber [6] ve Chan vd. [8]'nin modellerini yeniden incelemiş, modellerin işleyişi için gerekli şartların eksik olduğunu belirleyerek, gerekli şartları yeniden üretmişlerdir.

Eroğlu ve Demir [10] rassal olarak belirlenen oranlarda kusurlu ürünler içeren sipariş partilerinde, kusurlu ürünlerin, ıskarta, tamir edilen ve düşük kalite

olarak sınıflandırıldığı ve bu oranların da rassal değişken olduğu varsayımları altında bir ekonomik sipariş miktarı modeli geliştirmişlerdir. Çalışmada aynı zamanda tüm oranların normal dağılıma uyması durumunda, kusur oranının ortalaması ve standart sapması ile birlikte, kusurlu ürünler içindeki ıskarta, tamir edilen ve düşük kalite oranlarının ortalamalarındaki bireysel değişimlerin de optimal çözüm üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bazı durumlarda stoksuzluğa izin vererek, karşılanamayan talebi sonradan karşılamak işletmeler açısından daha uygun ve ekonomik olabilir. Bu amaçla gerçekleştirilen bir çalışmada kusurlu ürünlerin oranının tekdüze dağılıma uyduğu, üretim periyodu sonunda indirimli fiyattan toptan satıldığı ve stoksuzluğa izin verildiği durum için bir model geliştirilmiş, farklı kusur oranları için sonuçlar üretilmiştir [11]. Chiu vd. [12] ise stokastik makine bozulmalarını ilave ederek ilgili modelleri daha da genişletmiştir.

Tüm bunların yanında, stok maliyetlerinde doğrudan etkili farklı faktörlerin modellerde dikkate alınmasıyla üretici ve tedarikçilerin güncel problemlerine çözüm önerilerinin geliştirildiği sayısız çalışma bulunmaktadır. Örneğin, Lo vd. [13] bozulabilir ürünlerin ve enflasyonist etkinin olduğu koşullarda üretici ve dağıtıcı perspektifinden bütünleşik bir üretim-stok modeli geliştirirken, Ittharat [14] kusurlu üretim yapan üretim süreçleri için stok maliyetleri ve kalitesizlik maliyetlerini birlikte değerlendiren ve yıllık toplam maliyeti minimize eden bir matematiksel model ortaya koymuştur.

Bu çalışmada, Chan vd. [8] tarafından geliştirilen model, stoksuzluğa izin verilmesi ve tamir süresinin dikkate alınması varsayımları ile genişletilmiştir. Elde edilen modelin kullanılabilirliği biri yonga levha üretim süreci, diğer transformator üretimi olmak üzere farklı sektörlere ait iki örnekle izah edilmiştir.

## 2. ATEMATİKSEL MODEL (MATHEMATICAL MODEL)

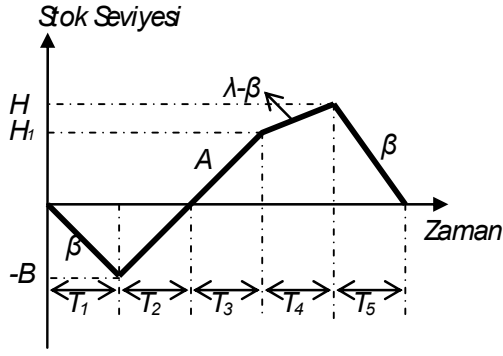
Bir çevrim için stok seviyesinin zamanla değişimi Şekil 1 ve Şekil 2 ile verilmektedir.

Maksimum stoksuzluğa ulaşmak için geçen süre ( $T_1$ ),

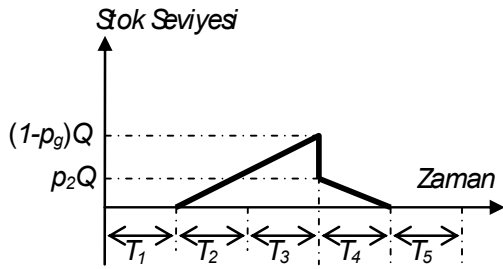
$$T_1 = \frac{B}{\beta} \quad (1)$$

ve maksimum stoksuzluğu elimine etmek için geçen süre ( $T_2$ ),

$$T_2 = \frac{B}{A} \quad (2)$$



Şekil 1. Kusursuz ürün üreten süreçler için stok seviyesinin zamanla değişimi (On-hand inventory level of perfect quality items)



Şekil 2. Kusurlu ürünler için stok seviyesinin zamanla değişimi (On-hand inventory level of in-perfect quality items)

burada:  $A = \alpha p_g - \beta$  yazılabilir. Bir çevrimdeki üretim süresi, parti hacminin üretim oranına bölümü ile elde edilir.

$$T_2 + T_3 = \frac{Q}{\alpha} \quad (3)$$

(2) ve (3) eşitliklerinden (4) eşitliğine ulaşılır.

$$T_3 = \frac{Q}{\alpha} - \frac{B}{\alpha p_g - \beta} \quad (4)$$

Diğer yandan Şekil 1'den aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$T_3 = \frac{H_1}{\alpha p_g - \beta} \quad (5)$$

$$T_4 = \frac{H - H_1}{\lambda - \beta} \quad (6)$$

$$T_5 = \frac{H}{\beta} \quad (7)$$

tamir süresi ( $T_4$ ), tamir edilecek ürün miktarının tamir oranına bölümü ile elde edilir.

$$T_4 = \frac{p_2 Q}{\lambda} \quad (8)$$

(4) ve (5) eşitliklerinden

$$H_1 = (p_g - \beta / \alpha) Q - B \quad (9)$$

(6), (8) ve (9) eşitliklerinden

$$H = [(1 - \beta / \lambda) p_2 + p_g - \beta / \alpha] Q - B \quad (10)$$

elde edilir. Çevrim başına toplam maliyet (TC) ise, hazırlık, üretim ve muayene, tamir, ıskarta, stok ve stoksuzluk maliyetleri toplamından oluşmaktadır.

$$\begin{aligned} TC &= K + CQ + p_2 C_r Q + p_3 C_s Q + h \left[ \frac{H_1 T_3}{2} + \frac{(H + H_1) T_4}{2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{H T_5}{2} + \frac{(T_2 + T_3)(1 - p_g) Q}{2} \right] + h_1 \left( \frac{T_4 p_2 Q}{2} \right) + \pi \left[ \frac{(T_1 + T_2) B}{2} \right] \\ &= K + CQ + p_2 C_r Q + p_3 C_s Q \\ &\quad + \frac{h}{2} \left\{ \frac{1}{\alpha} + 2p_2 \left( \frac{p_g}{\beta} - \frac{1}{\alpha} \right) + (1 - \beta / \lambda) \frac{p_2^2}{\beta} + \frac{p_g^2}{\beta} - \frac{2p_g}{\alpha} \right\} Q^2 \\ &\quad - \frac{h(p_2 + p_g) B Q}{\beta} + \frac{(h + \pi) p_g B^2}{2\beta(p_g - \beta / \alpha)} + \frac{h_1 p_2^2 Q^2}{2\lambda} \\ &= K + (C + p_2 C_r + p_3 C_s) Q + \frac{h}{2\beta} \left\{ \frac{\beta}{\alpha} + 2p_2(p_g - \beta / \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \left[ 1 + \left( \frac{h_1}{h} - 1 \right) \beta / \lambda \right] p_2^2 + p_g^2 - \frac{2\beta p_g}{\alpha} \right\} Q^2 \\ &\quad - \frac{h(p_2 + p_g) B Q}{\beta} + \frac{(h + \pi) p_g B^2}{2\beta(p_g - \beta / \alpha)} \end{aligned} \quad (11)$$

Çevrim süresi (T) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T = \sum_{i=1}^5 T_i = \frac{(p_2 + p_g) Q}{\beta} \quad (12)$$

Birim zamandaki toplam maliyet (TCU) ise, çevrim başına toplam maliyetin çevrim süresine oranıdır.

$$\begin{aligned} TCU &= \frac{TC}{T} \\ &= \frac{\beta K}{(p_2 + p_g) Q} + \frac{\beta(C + p_2 C_r + p_3 C_s)}{p_2 + p_g} \\ &\quad + \frac{h F Q}{2(p_2 + p_g)} - h B + \frac{(h + \pi) B^2}{2(p_2 + p_g) F_1 Q} \end{aligned} \quad (13)$$

Burada:

$$F = \frac{\beta}{\alpha} + 2p_2(p_g - \beta/\alpha) + \left[ 1 + \left( \frac{h_1}{h} - 1 \right) \beta / \lambda \right] p_2^2 + p_g^2 - \frac{2\beta p_g}{\alpha}$$

$$F_1 = \left( 1 - \frac{\beta}{\alpha p_g} \right)$$

Amaç; birim zamandaki toplam maliyeti minimum kılan üretim ve maksimum stoksuzluk miktarının bulunmasıdır. Bu nedenle (13) eşitliğinin  $B$  ve  $Q$  değişkenlerine göre kısmi türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse,

$$B^* = \frac{h(p_2 + p_g)F_1Q^*}{(h + \pi)} \quad (14)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h \left( F - \frac{h(p_2 + p_g)^2 F_1}{h + \pi} \right)}} \quad (15)$$

elde edilir.

Diğer yandan; eğer ürünlerin hepsi kusursuz üretilirse; yani  $p_1=p_2=p_3=0$  ve dolayısıyla  $p_g=1$  olursa, bu durumda  $F = F_1 = 1 - \beta/\alpha$  olmak üzere (14) ve (15) eşitlikleri

$$B^* = \frac{h(1 - \beta/\alpha)Q^*}{(h + \pi)} \quad (16)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h(1 - \beta/\alpha)}} \sqrt{\frac{h + \pi}{\pi}} \quad (17)$$

eşitliklerine dönüşür. Elde edilen (16) ve (17) eşitlikleri; üretilen ürünlerin kusursuz olduğu varsayımına sahip stoksuzluğa izin verilmesi durumunda klasik ekonomik üretim miktarı modelinin karar değişkenleridir.

### 3.1. Modelin İşleyişi İle İlgili Gerekli Şartlar (Conditions for the Model)

$T_2$  döneminde stoksuzluğu elimine etmek ve  $T_3$  döneminde ise stok inşa etmek için, bu dönemlerdeki kusursuz üretim miktarının talep miktarından fazla olması gerekir. Yani matematiksel olarak;

$$A > 0 \text{ veya } \alpha p_g > \beta \quad (18)$$

yazılabilir.

Diğer yandan; tamir süresi boyunca stoksuz duruma düşülmemesi için

$$H_1 + \lambda T_4 > \beta T_4$$

veya

$$\frac{(1 - \beta/\alpha)\pi}{h + \pi} > p_1 + p_3 + \frac{\beta p_2}{\lambda} \quad (19)$$

şartının sağlanması gerekir.

### 3.2. Sayısal Örnekler (Numerical Examples)

Modelin kullanımı ile ilgili farklı sektörlere ait iki sayısal örnek aşağıda verilmiştir.

#### Sayısal Örnek\_1

Bir yonga levha üretim işletmesi anma boyutu 18mm kalınlıkta olan çıplak ve melamin kaplı yonga levhalar üretmektedir. Üretilen yonga levhaların kalınlık değerleri ortalaması 18mm standart sapması 0.32 mm olan normal dağılıma uyduğu bilinmektedir. TS EN 312'ye göre 17.70-18.30 mm aralığındaki yonga levhalar piyasaya arz edilebilmektedir. Firma, üretim sürecinde zımpara hattı sonrasına yerleştirilen otomatik sınıflandırıcı yardımıyla 17.4 den daha az ve 18.7 den daha fazla kalınlıkta olan yonga levhaları ıskarta olarak ayırmaktadır. Bu ürünler parçalanarak belli oranlarda yeniden üretim sürecine dahil edilir. 17.4-17.7 mm aralığındakiler düşük kalite ürün olarak piyasada özellikle kaplama mobilya veya panel kapı imalatı yapan işletmelere daha düşük fiyattan satılmaktadır. 18.3-18.7 mm aralığındaki ürünler ise çevrim sonuna kadar ( $T_4$  süresince) üretim faaliyeti ( $T_2+T_3$ ) sonrası ayarları değiştirilen zımpara makinasından yeniden geçirilerek anma boyutuna ulaşılır. Böylece iyi kalite yonga levhalar olarak, müşteri istekleri doğrultusunda melamin kaplı veya çıplak halde piyasaya arz edilebilir.

Üretim süreci ile ilgili amaca özgü diğer parametreler adet ve para birimi (Pb) cinsinden değerler halinde aşağıda verilmiştir.

Günlük üretim miktarı 4000 adet:	$\alpha = 4000$
Günlük iyi kalite talep miktarı 2200 adet :	$\beta = 2200$
Günlük tamir edilen ürün miktarı 500 adet:	$\lambda = 500$
Birim üretim ve muayene maliyeti 25 Pb:	$C = 25$
Birim tamir maliyeti 6 Pb:	$C_r = 6$
Birim ıskarta maliyeti 4 Pb :	$C_s = 4$
Birim stok maliyeti 0.5 Pb :	$h = 0.5$
Tamir sürecindeki ürünlerin birim stok maliyeti 0.6 Pb :	$h_1 = 0.6$
Birim stoksuzluk maliyeti 0.7 Pb:	$\pi = 0.7$
Üretime hazırlık maliyeti 100 Pb :	$K = 100$

Firma günlük beklenen toplam maliyetini minimum yapmak istemektedir. Bu durumda karar değişkenleri ne olmalıdır?

Yukarıdaki verilerden, iyi kalite, düşük kalite, tamir edilen ve ıskarta ürün oranları, normal dağılımdan yararlanarak aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{aligned}
 p_g &= P(17.70 \leq X \leq 18.30) = \\
 &P\left(\frac{17.70-18}{0.32} \leq z \leq \frac{18.30-18}{0.32}\right) = \\
 &P(-0.9375 \leq z \leq 0.9375) = 0.3257 + 0.3257 = 0.6514 \\
 p_1 &= P(17.40 \leq X \leq 17.70) = \\
 &P\left(\frac{17.40-18}{0.32} \leq z \leq \frac{17.70-18}{0.32}\right) = \\
 &P(-1.875 \leq z \leq -0.9375) = 0.4696 - 0.3258 = 0.1439 \\
 p_2 &= P(18.30 \leq X \leq 18.70) = \\
 &P\left(\frac{18.30-18}{0.32} \leq z \leq \frac{18.70-18}{0.32}\right) = \\
 &P(0.9375 \leq z \leq 2.1875) = 0.4856 - 0.3258 = 0.1599 \\
 p_3 &= P(X \leq 17.40) + P(X \geq 18.70) = \\
 &P(z \leq -1.875) + P(z \geq 2.1875) \\
 &\dots = 0.0304 + 0.0144 = 0.0448
 \end{aligned}$$

Böylece; optimum üretim miktarı (15) eşitliğinden  $Q^*=1725.4$  adet, izin verilebilir optimum stoksuzluk miktarı (14) eşitliğinden  $B^*=90.8$  adet, günlük optimum ortalama maliyet (13) eşitliğinden  $TCU^*=71194.3$  Pb, Ortalama çevrim süresi (12) eşitliğinden  $T^*=0.6363$  gün, üretim süresi ise (3) eşitliğinden  $T_2^*+T_3^*=0.4314$  gün elde edilir. Modelin geçerli olabilmesi için gerekli (18) ve (19) şartları sağlanmaktadır.

Günlük 3 vardiya (24 saat) esasına göre çalışan işletmede verilen maliyet, üretim ve talep değerleri doğrultusunda en düşük maliyeti oluşturmak için 1725 birimlik partiler halinde 0.6363 günlük (0.6363\*24=15.27saat) çevrim süresinde, (0.4314\*24) 10.35 saat üretim yapılacak, geri kalan (15.27-10.35) 4.92 saatlik süre içerisinde gelen talep stoktan karşılanacaktır.

### Sayısal Örnek\_2

Bu bölümde Chan vd. (2003)'de elektronik sektörü için verilen örneğin çalışmada geliştirilen modele adaptasyonu yapılarak çözümü verilmiştir.

Transformatör üretimi yapan bir işletmede XTA model transformatörlerden 8 saatlik bir vardiyada 960 adet üretim yapılabilmektedir. Üretim sonrasında her bir transformatör voltaj değerleri ölçülerek değerlendirilmektedir. Yapılan ölçümlerden transformatörlerin voltaj dağılımlarının  $x \sim N(\mu=100, \sigma=5)$  olacak şekilde normal dağılım gösterdiği bilinmektedir. Transformatörlerden 93-107 voltaj aralığında olanlar iyi kalite olarak doğrudan kullanılabilirken, bu aralığın dışında ve 90-110 volt aralığında olanlar düşük kalite olarak

farklı modellerde değerlendirilebilmekte ya da diğer üreticilere satılabilmektedir. Eğer üst sınır 110 volt'u geçerse bu ürünler doğrudan ret edilirken, alt sınırın 90Volt'un altında kalması durumunda ise ilgili ürünler tamir edilerek iyi kalite transformatörler olarak piyasaya arz edilebilmektedir. Bu verilere göre iyi kalite, düşük kalite, tamir edilen ve ıskarta ürün oranlarına ait beklenen değerler normal dağılımdan yararlanarak sırasıyla  $p_g=0.8384$ ,  $p_1=0.116$ ,  $p_2=0.0228$ ,  $p_3=0.0228$  olarak hesaplanmıştır. Konuya ilişkin diğer parametreler aşağıda verilmektedir.

Günlük üretim kapasitesi 960 adet	$\alpha = 960$
Günlük iyi kalite talep miktarı 215 adet	$\beta = 215$
Günlük tamir edilen ürün miktarı 20 adet	$\lambda = 20$
Birim üretim ve muayene maliyeti 15.5 Pb	$C = 15.5$
Birim tamir maliyeti 8 Pb	$C_r = 8$
Birim ıskarta maliyeti 15 Pb	$C_s = 15$
Birim stok maliyeti 3 Pb	$h = 3$
Tamir sürecindeki ürünlerin birim stok maliyeti 3 Pb	$h_1 = 3$
Birim stoksuzluk maliyeti 2 Pb	$\pi = 2$
Üretime hazırlık maliyeti 35 Pb	$K = 35$

Firma günlük beklenen toplam maliyetini minimum yapmak istemektedir. Bu durumda karar değişkenleri ne olmalıdır?

Optimum üretim miktarı (15) eşitliğinden  $Q^*=140.6$  adet, izin verilebilir optimum stoksuzluk miktarı (14) eşitliğinden  $B^*=53.2$  adet, günlük optimum ortalama maliyet (13) eşitliğinden  $TCU^*=4124.8$ Pb, Ortalama çevrim süresi (12) eşitliğinden  $T^*=0.5632$  gün, üretim süresi ise (3) eşitliğinden  $T_2^*+T_3^*=0.1465$  gün elde edilir. Bu sonuçlara göre; günlük 8 saatlik vardiya sistemine göre çalışan işletmede; 0.5632\*8saat=4.51saatlik çevrim sürelerinde 0.1465\*8saat=1.17saat de ~141 adetlik parti büyüklüklerinde üretim yapılması gerektiği ve böylece minimum maliyet olan ~4125Pb lik maliyete katlanılarak günlük talebin karşılanacağı ifade edilebilir. Modelin geçerli olabilmesi için gerekli (18) ve (19) şartları sağlanmaktadır.

### 4. SONUÇ (CONCLUSION)

Belli bir oranı kusurlu üretim olan üretim süreçleri için stok politikalarının belirlenmesi klasik ekonomik üretim miktarı modeli ile yapılamaz. Bu çalışmada, kusurlu ürünlerin, ıskarta, düşük kalite ve tamir edilebilir olarak sınıflandığı, düşük kalite ürünlerin indirimli fiyattan satıldığı, tamir edilebilir ürünlerin de yeniden işleme sonunda tamir edilip iyi kaliteli ürün haline geldiği ve stoksuzluğa izin verildiği varsayımları altında bir ekonomik üretim miktarı modeli türetilmiştir. Türetilen model; Chan vd. [8]

tarafından geliştirilen modelin, “stoksuzluğa izin verilmesi ve tamir süresinin dikkate alınması” ilave varsayımları ile genişletilmiştir. Geliştirilen modelin uygulanabilirliği biri yonga levha, diğeri transformatör olmak üzere farklı üretim süreçlerine ait örneklerin çözümü ile ortaya konulmuştur.

Çalışmada sabit talep ve tek ürün üretim durumu gibi varsayımları bulunmaktadır. Geleceğe yönelik çalışmalarda değişken talep ve birden fazla ürün üretimi durumunda optimum üretim miktarını veren modeller geliştirilebilir.

#### SEMBOLLER (NOMENCLATURE)

$Q$ : Bir çevrimdeki üretim miktarı (parti hacmi)  
 $B$ : Kusursuz ürünler için maksimum stoksuzluk miktarı  
 $\alpha$ : Birim zamandaki üretim miktarı (üretim oranı)  
 $\beta$ : Birim zamandaki talep miktarı (talep oranı)  
 $\lambda$ : Birim zamanda tamir edilen ürün miktarı (tamir oranı)  
 $P_g$ : Kusursuz ürün oranı  
 $P_1$ : Düşük kalite ürün oranı  
 $P_2$ : Tamir edilecek ürün oranı  
 $P_3$ : Iskarta ürün oranı  
 $P_g + P_1 + P_2 + P_3 = 1$   
 $C$ : Birim üretim ve muayene maliyeti  
 $C_r$ : Birim tamir (rework) maliyeti  
 $C_s$ : Iskarta ürünler için birim elden çıkarma (yok etme) maliyeti  
 $K$ : Çevrim başına üretime hazırlık maliyeti  
 $h$ : Birim zaman için birim stok maliyeti  
 $h_t$ : Birim zaman için tamir edilecek ürünlerin birim stok maliyeti  
 $\pi$ : Birim zaman için birim stoksuzluk maliyeti  
 $T$ : Çevrim süresi

#### TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENT)

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesine 04-M-892 nolu proje kapsamında destek veren SDÜ Araştırma Projeleri Yönetim Birimi'ne teşekkür ederiz.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Rosenblatt M.J. & Lee H.L., “Economic production cycles with imperfect production processes”, IEE Transactions, 18, 48-55, 1986.
2. Kim C.H. & Hong Y., “An optimal production run length in deteriorating production processes”, **Int. J. Production Economics**, 58, 183-189, 1999.

3. Chung K.J. & Hou K.L., “An optimal production run time with imperfect production processes and allowable shortages”, **Computers & Operations Research**, 30, 483-490, 2003.
4. Hayek P.A. & Salameh M.K., “Production lot sizing with the reworking of imperfect quality items produced”, **Production Planning and Control**, 12(6), 584-590, 2001.
5. Chiu Y.P., “Determining the optimal lot size for the finite production model with random defective rate, the rework process, and backlogging”, **Engineering Opt.**, 35(4), 427-437, 2003.
6. Salameh M.K. & Jaber M.Y., “Economic production quantity model for items with imperfect quality”, **Int. J. Production Economics**, 64, 59-64, 2000.
7. Eroglu, A. & Ozdemir, G., “An economic order quantity model with defective items and shortages”, **Int. J. Production Economics**, 106, 544-549, 2007.
8. Chan W.M., Ibrahim R.N. & Lochert P.B., “A new EPQ model: integrating lower pricing, rework and reject situations”, **Production Planning and Control**, 14(7), 588-595, 2003.
9. Papachristos S. & Konstantaras I., “Economic ordering quantity models for items with imperfect quality”, **Int. J. Production Economics**, 100, 148-154, 2006.
10. Eroğlu A. ve Demir H., “Kusurlu ürün oranı ile bir ekonomik sipariş miktarı modeli”, **Review of Social, Economic & Business Studies**, 9/10, 263-286, 2008.
11. Eroğlu A., Karaatlı M. ve Kılıç Y., “Kusurlu ürünler için bir ekonomik üretim miktarı modeli”, **Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, 9(2):131-140, 2004.
12. Chiu S.W., Wang S.-L., & Chiu Y.-S.P., “Determining the optimal run time for EPQ model with scrap, rework, and stochastic breakdowns”, **European Journal of Operational Research**, 180(2), 664-676, 2007.
13. Lo S.T., Wee H.M. & Huang W.C., “An integrated production-inventory model with imperfect production processes and Weibull distribution deterioration under inflation”. **Int. J. Production Economics**, 106, 248-260, 2007.
14. Ittharat T., **The Integrated Economic production Quantity Model for Inventory and Quality**, PhD Thesis in Texas Tech University (p.223), 2004.

**EK: TCU FONKSİYONUNUN DIŞBÜKEYLİĞİNİN İSPATI**

Aşağıdaki Hessian matrisi (H) göz önüne alalım.

$$H_e = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 TCU}{\partial Q^2} & \frac{\partial^2 TCU}{\partial Q \partial B} \\ \frac{\partial^2 TCU}{\partial Q \partial B} & \frac{\partial^2 TCU}{\partial B^2} \end{bmatrix}$$

Eğer,

$$[Q \ B] \times [H_e] \times \begin{bmatrix} Q \\ B \end{bmatrix} > 0, \quad Q, B \neq 0$$

ise TCU fonksiyonu kesinlikle dışbükeydir.

$$\frac{\partial^2 TCU}{\partial Q^2} = \frac{2\beta K + [(h + \pi)B^2 / F_1]}{(p_2 + p_g)Q^3}$$

$$\frac{\partial^2 TCU}{\partial B^2} = \frac{h + \pi}{(p_2 + p_g)F_1 Q}$$

$$\frac{\partial^2 TCU}{\partial Q \partial B} = \frac{\partial^2 TCU}{\partial B \partial Q} = -\frac{(h + \pi)B}{(p_2 + p_g)F_1 Q^2}$$

$$[Q \ B] \times [H_e] \times \begin{bmatrix} Q \\ B \end{bmatrix} = \frac{2\beta K}{(p_2 + p_g)Q} > 0, \quad Q, B \neq 0$$

Olduğundan TCU fonksiyonu kesinlikle dışbükeydir. Dolayısıyla bu fonksiyonu minimum yapan bir tek  $Q^*$  ve  $B^*$  değerleri vardır.