

YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ BİR DALGA KILAVUZUNUN ALFA YÖNTEMİYLE ANALİZİ

Mustafa TEMİZ ve Mehmet ÜNAL

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Denizli
mustafatemiz@pau.edu.tr, mehmetunal@pau.edu.tr

(Geliş/Received: 09.09.2009 ; Kabul/Accepted: 10.03.2010)

ÖZET

Bu çalışmada yarıiletken basamak kırılma indisli teklî bir dalga kılavuzunun alfa yöntemiyle analizi yapılmıştır. Dalga kılavuzunun istenilen bir büyüklüğü, aktif bölgesine ilişkin alfa (α) ile gösterilen normalize edilmiş yayılım sabiti cinsinden elde edilebilir. Malzemenin yapısal özelliğine dayanan alfa yöntemi, aktif bölgesinin genişliği, bölgelerinin kırılma indisleri ve dalga boyunun verilmesi halinde, dalga kılavuzunun istenilen her hangi bir büyüklüğünün teorik olarak hesaplanabileceğini içerir.

Bu çalışmada, yarıiletken basamak kırılma indisli teklî bir dalga kılavuzunun bölgelerinin yayılım sabitleri, dalga numaraları, soğurma sabitleri veya hapsedicilik faktörleri ve aktif bölgesinin etkin kırılma indisi, faz sabiti, dielektrik sabiti, elektronun etkin kütlesi, uzunluk başına ortaya çıkan güç, aktif bölgeden gömlek bölgelerine geçen kayıp oranları, $\zeta - \eta$ dik karteziyen koordinat sisteminde yüklü taşıyıcıların enerji öz değerlerine ait η , ζ koordinat değişkenleri gibi önemli büyüklükler vardır. Makalede bu büyüklüklerin formülleri alfa (α) cinsinden teorik olarak bulunmuş ve bulunan formüllerin doğrulukları alfa (α) yöntemiyle nümerik olarak test edilmiştir.

Aktif bölgeye ilişkin etkin kırılma indisi sabit olduğu için, faz sabiti, faz hızı, dielektrik sabiti, η , ζ değişkenleri, alan genlikleri, uzunluk başına oluşan güç ve elektronun etkin kütlesi gibi, büyüklüklerin dalga kılavuzunun asimetrik ve simetrik durumlarının her birinde değişmediği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Normalize yayılım sabiti, Hapsedicilik faktörü, Alan olasılığı, Kayıp olasılığı, Soğurma sabiti,

THE ANALYSIS OF A SEMICONDUCTOR STEP-INDEX SINGLE WAVE GUIDE BY ALPHA METHOD

ABSTRACT

In this work, a semiconductor step-index single wave guide (SCSISWG) has been analyzed by alpha method. A requested quantity of the wave guide can be obtained in terms of normalized propagation constant, which is represented by alpha (α), belonging to active region. This alpha method based on structural property of material contains that requested any quantity of the wave guide can be theoretically calculated when the width of the active region, the refractive indices of the regions of SCSISWG and the wave length are given.

In this study, there are important quantities, such as the propagation constants, the wave numbers, the absorption constants or confinement factors of the regions of SCSISWG and the effective index, the phase constant, the dielectric constant, the effective mass of electron, the arised power per length in the active region, the loss ratios of field probabilities stayed to the cladding layers from the active region and η , ζ coordinate variables for the energy eigenvalues of charged carriers in the perpendicular Cartesian coordinate system $\zeta - \eta$. In the paper, the formulas of these quantities have been found in terms of alpha (α) theoretically and the validities of the found formulas have been tested, numerically.

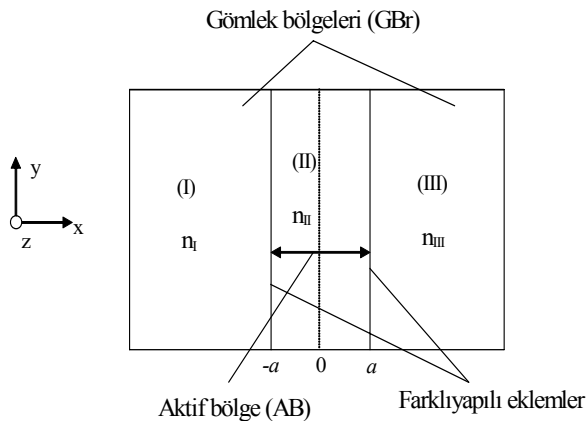
Since the effective refractive index belong to the active region is constant, that the quantities such as the phase constant, the phase velocity, the dielectric constant, the variables η , ζ , the field amplitudes, the resultant power per length, and the effective mass of electron do not change in the active region in the each of the asymmetric and symmetric cases for wave guides has been observed.

Keywords: Normalized propagation constant, Confinement factor, Field probability, Loss probability, Absorption constant

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Literatürde yarıiletken bir dalga kılavuzunun doğrudan doğruya normalize edilmiş yayılım sabiti cinsinden toplu bir analizi bulunmamakta ancak normalize edilmiş yayılım sabitinin hesaplanmasına ait [1] ve/veya bununla yakın bir ilişki içinde bulunan normalize frekansa bağlı münferit büyüklüklere ilişkin çalışmalara rastlanmaktadır [2]. Kendi içinde uyumlu olan yeni tanımlanmış notasyonlarla üretilmiş yeni formüller içeren bu çalışmada ise, yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzunun doğrudan doğruya normalize edilmiş yayılım sabiti cinsinden toplu bir analizi yapılmıştır.

Üç bölgeden oluşan yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzu Şekil 1'de görülmektedir. Bölgelerin kırılma indisleri n_I , n_{II} , n_{III} ve aktif bölge (AB) genişliği $2a$ ile gösterilmiştir. I ve III bölgelerine gömlek bölgeleri (GBr) denir. Kırılma indisleri $n_{II} > n_I > n_{III}$ olarak seçilir. Bölgelerin kırılma indisleri birbirinden farklı olan böyle bir dalga kılavuzuna yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu denir. Kırılma indisleri, $n_{II} > n_I = n_{III} = n_{I,III}$ olarak seçilirse, dalga kılavuzu, yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik



Şekil 1. Aktif bölge (AB) ve gömlek bölgeleri (GBr)(Active region (AR) and cladding layers (CLs))

dalga kılavuzu adını alır.

Bölgelerin α_i , $i=I, III$ ve α_{II} yayılım sabitleri,

$$\alpha_i = \sqrt{\beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_i}{c}\right)^2} = \sqrt{\beta_z^2 - k_i^2} \quad (1)$$

$$k_i = \frac{\omega n_i}{c} = k_0 n_i = \frac{2\pi}{\lambda} n_i \quad (2)$$

$$\alpha_{II} = \sqrt{\left(\frac{\omega n_{II}}{c}\right)^2 - \beta_z^2} = \sqrt{\beta_z^2 - k_{II}^2} \quad (3)$$

$$k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_0 n_{II} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{II} \quad (4)$$

ile tanımlanırlar. Burada, c , ω , λ , k_0 ve β_z büyüklükleri sırasıyla, ışık hızı, açısal frekans, dalga boyu, serbest uzayın dalga numarası ve faz sabiti (FS) olarak tanımlanmışlardır. k_i , $i=I, III$ i. bölgenin ve k_{II} , II. bölgenin dalga numaralarıdır.

Elektron ve delik gibi elektrik yüklü bir taşıyıcının çukur içindeki enerji öz değeri (EÖD) E_n , Şekil 2 ve Şekil 5'te görüldüğü gibi, ζ - η dik koordinat sisteminin 1. kadrantında ζ ve η boyutsuz değişkenleri ile dalga kılavuzunun öz değer denkleminin kesim noktaları olarak belirlenir. Bu çalışmada yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzunun AB'ne ilişkin normalize (edilmiş) yayılım sabiti (NYS), α ile gösterilmiştir*.

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunda η_I değişkenini,

$$\eta_I = \alpha_I a \quad (5)$$

olarak tanımlamak mümkündür. Dolayısıyla, bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda α_I ya da α_{III} yayılım sabiti,

$$\alpha_{III} = \alpha_I = \alpha_{I,III} = \sqrt{\beta_z^2 - \left(\frac{\omega n_{I,III}}{c}\right)^2} \quad (6)$$

ve

$$\eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III} = \eta = \alpha_{I,III} a \quad (7)$$

olur. AB'nin YS'ti,

$$\alpha_{II} = k_{II} \cos \theta_2 = \zeta/a = k_0 NA \cos \zeta = k_0 NA \sqrt{1 - \alpha} \quad (8)$$

* Normalize edilmiş yayılım sabiti α , literatürde daha çok b harfi ile temsil edilmektedir.

ile verilir [3]. Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzunun AB'sine ilişkin elektrik alan ifadesinin çift (tek) fonksiyonlu olması halinde ζ ve η değişkenleri, V normalize frekans (NF) ya da V-Sayısı olmak üzere, $\zeta = \alpha_{II} a = V \cos \zeta$, $\eta = \eta_{I,III} = \alpha_{I,III} a = V \sin \zeta$ ($\zeta' = \alpha'_{II} a = V \sin \zeta$, $\eta' = \eta'_{I,III} = \alpha'_{I,III} a = V \cos \zeta$) ile de verilir; NYS'ti, $\alpha = \sin^2 \zeta$ ($L = \alpha' = 1 - \alpha = \cos^2 \zeta$) ile tanımlıdır [3,4,5]. V-Sayısı,

$$V = \sqrt{\zeta^2 + \eta^2} = \sqrt{\zeta'^2 + \eta'^2} = a \sqrt{k_{II}^2 - k_I^2} = a k_0 N \quad (9)$$

ile bellidir. NA'ya nümerik açıklık denir [3,4,5]. (9)'daki a , AB'nin yarı genişliğidir.

Şekil 2'de TE modunda sırasıyla, çift ve tek fonksiyonlu alan dalgalarına ilişkin çözüm noktaları, $\tan \zeta = \eta / \zeta$ ve $\cot \zeta = \eta' / \zeta'$ dalga kılavuzu öz değer denklemlerinin (9) ifadesindeki NF V ile kesim noktalarıdır [3,4,5]. ζ ve η değişkenleri, $\zeta > 0$, $\eta > 0$ olması nedeniyle, $\zeta - \eta$ koordinat sisteminin 1. kadranında V yarıçaplı bir daire parçası tanımlarlar (\hbar , m^* ve V_0 sırasıyla normalize edilmiş Planck sabiti, elektron ya da deliğin etkin kütlesi ve çukur potansiyelidir) [3,4,5].

Elektron ve/veya delikler yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzunun AB'sinde hapsedilirler. Bu taşıyıcıların enerji durumları AB'deki çift ve tek fonksiyonlu elektrik alan dalgası ile temsil edilebilirler. AB'deki çift alan dalgasının

$$E_{yII} = A \cos \alpha_{II} x = A \cos \frac{n\pi x}{2a}, \quad n=1, 3, 5, \dots, \quad (10)$$

olması halinde, GBr'nin alan ifadeleri,

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_I(x+a)] \quad (11)$$

$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)], \quad (12)$$

ve AB'deki tek alan dalgasının

$$e_{yII} = B \sin \alpha_{II} x = B \sin \frac{n\pi x}{2a}, \quad n=2, 4, 6, \dots, \quad (13)$$

olması halinde, GBr'nin alan ifadeleri

$$e_{yI} = B_I \exp[\alpha_I(x+a)] \quad (14)$$

$$e_{yIII} = B_{III} \exp[-\alpha_{III}(x-a)]. \quad (15)$$

ile verilirler. TE modunda düzenlenmiş olan (10)-(15) ifadeleri, kuantum çukurlarında da geçerlidir [3,4,5]. Bu durumda E_{yI} ve e_{yI} , $i=I, II$ ve III için $\psi(x)$

olarak, alanlar $-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = (E_n - V_0) \psi(x)$, Schrödinger dalga denklemini sağlarlar ve $\alpha_{II} = (1/\hbar) \sqrt{2m^* (V_0 - E_n)}$, $E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / (8m^* a^2)$, $V_0 = V^2 \hbar^2 / (2m^* a^2)$ ve $\alpha_{I,III} = (1/\hbar) \sqrt{2m^* E_n}$ sonuçları geçerlidir [3,4,5]. (11), (12), (14) ve (15) ifadeleri sönümlü alanlar olup bunlar taşıyıcıların AB'de hapsedilmelerinde etkili olurlar.

AB'deki çift ve tek fonksiyonlu alanların normalize edilmeleri için (10) ve (13) ifadelerindeki A ve B sabitleri,

$$I_{II} = \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx = 1 \quad (16)$$

$$I'_{II} = \int_{-a}^a |e_{yII}(x)|^2 dx = 1 \quad (17)$$

formüllerinden hareket ederek

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2a\alpha_{II} + \sin 2a\alpha_{II}}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}}, \quad (18)$$

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2a\alpha_{II} - \sin 2a\alpha_{II}}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta}} \quad (19)$$

olarak belirlenirler [3,5]. Bunların her biri ilgili alanın alan genliğini verir. Burada yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetric dalga kılavuzuna ilişkin NA nümerik açıklığı $NA = \sqrt{n_{II}^2 - n_I^2}$ ile bellidir.

2. ALFA YÖNTEMİ (ALPHA (α) METHOD)

NYS α , malzemenin yapısal bir parametresidir. Bu nedenle 'Alfa (α) Yöntemi'nde NYS α , yarıiletken dalga kılavuzlarının doğrudan doğruya analizinde anahtar bir rol oynar. Esasında k_0 , a , n_I , n_{II} ve n_{III} değerlerine bağlı olan NYS α , bu değerler değişmediği müddetçe değişmez. Kılavuz içindeki bir taşıyıcıya ait enerji öz değerinin ζ, η parametrik koordinatları, alfa (α)'ya bağlıdır ve $\zeta - \eta$ normalize koordinat sisteminde simetrik bir dalga kılavuzunda TE modunda bir daire ve asimetric bir dalga kılavuzunda TM modunda bir elips tanımlarlar. k_0 , a , n_I , n_{II} ve n_{III} değerleri verildiğinde, α 'yı hesaplamak mümkündür. Daha sonra, enerji öz değerinin ζ, η parametrik koordinatları, bölgelere ait

yayılm sabitleri, enerji öz değer denklemleri, tek ve çift fonksiyonlu alan ifadeleri gibi büyüklükler α cinsinden kolayca bulunabilirler [6]. Şekil 5'te TM modunda sırasıyla, çift ve tek fonksiyonlu alanlara ait

$$\tan \zeta = \left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\eta_{TM}}{\zeta_{TM}} \quad \text{ve} \quad \cot \zeta = \left(\frac{n_{II}}{n_I}\right)^2 \frac{\eta'_{TM}}{\zeta'_{TM}} \quad \text{dalga}$$

kılavuzu öz değer denklemleri üzerindeki çözüm noktaları [3,4,5], ζ - η koordinat sisteminin 1. kadranında bir elips parçası oluştururlar.

3. YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ ASİMETRİK DALGA KILAVUZUNDA FAZ SABİTİ, NORMALİZE (EDİLMİŞ) FREKANS VE ETKİN İNDİS (PHASE CONSTANT, NORMALIZED FREQUENCY, EFFECTIVE INDEX IN THE SEMICONDUCTOR STEP-INDEX SINGLE ASYMMETRIC WAVE GUIDE)

Faz sabiti Şekil 3'den

$$\beta_z = k_{II} \sin \theta_2 = k_{II} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{II}}{k_{II}}\right)^2} \quad (20)$$

olarak elde edilir. (3) ve (20) ifadelerinden ise

$$\beta_z = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - (1-\alpha)NA^2} \quad (21)$$

bulunur [7,8]. Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda $n_{III} = n_I = n_{I,III}$ ($a_p=0$) olduğu için, NA yerine $NA_{I,III} = \sqrt{n_{II}^2 - n_{I,III}^2}$ dönüşümü nedeniyle (21) ifadesindeki faz sabiti,

$$\beta_z \rightarrow \beta_{z,I,III} = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - (1-\alpha)NA_{I,III}^2} = k_0 \sqrt{n_{II}^2 - \alpha NA_{I,III}^2} \quad (22)$$

dönüşümünü verir [7,8]. Ayrıca (9)'daki NF

$$V = a \sqrt{k_{II}^2 - k_{I,III}^2} = a k_0 NA_{I,III} \quad (23)$$

olur [3,5].

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ya da yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunun AB'sindeki etkin indis (Eİ), sırasıyla

$$n_{ef} = \frac{\beta_z}{k_0} = \sqrt{n_I^2 + \alpha(n_{II}^2 - n_I^2)} = n_{II} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{II}}{k_{II}}\right)^2} \quad (24)$$

ya da

$$n_{ef} = \sqrt{n_{II}^2 - (1-\alpha)NA^2} \quad (25)$$

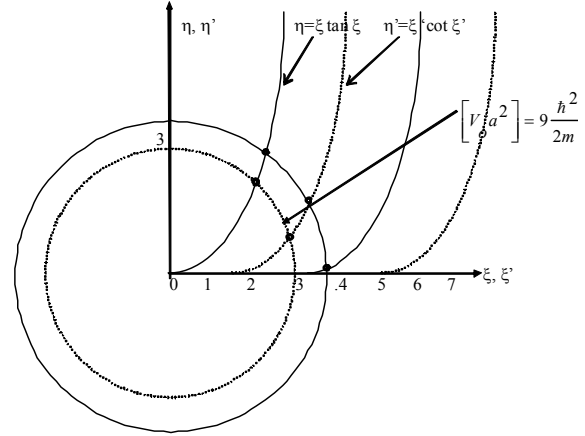
ve

$$n_{ef,I,III} = \frac{\beta_{z,I,III}}{k_0} = \sqrt{n_{II}^2 - (1-\alpha)NA_{I,III}^2} = \sqrt{n_{I,III}^2 - \alpha NA_{I,III}^2} \quad (26)$$

olarak bulunurlar [3,4]. NYS α

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \left[\frac{m}{2} \pi + \arctan \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right], \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (27)$$

formülünden hesaplanır [9]. MKSA birim sisteminde boşluğun dielektrik sabiti $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m olmak üzere, malzemenin bağıl dielektrik sabitinin $\epsilon_r = n_{ef}^2$

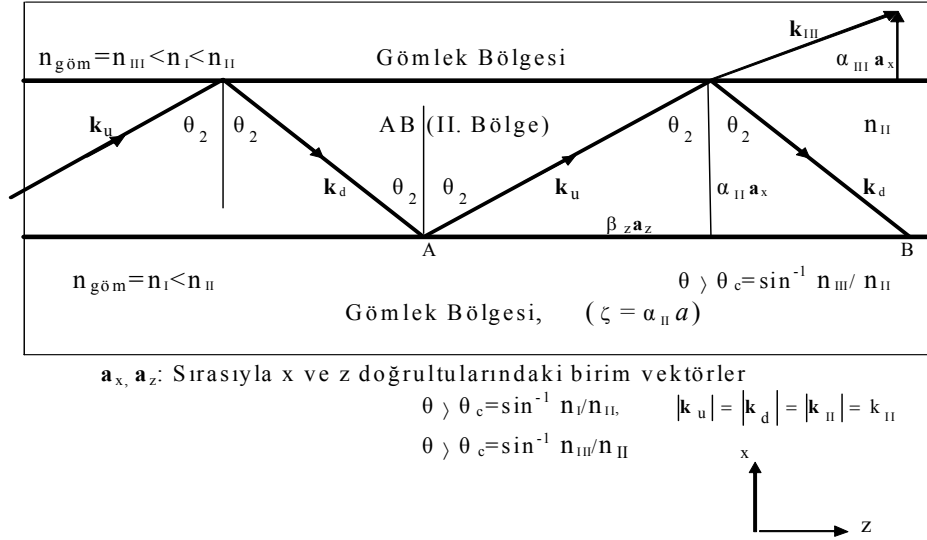


Şekil 2. TE modunda sırasıyla, çift ve tek fonksiyonlu alan dalgalarına ilişkin eğriler

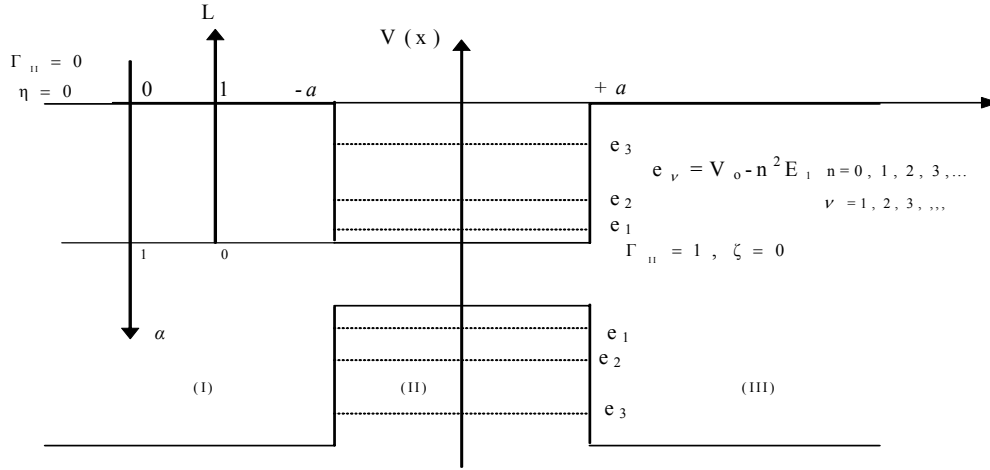
olduğu bilindiğine göre, AB'nin dielektrik sabiti $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r = 8.85 \times 10^{-12} n_{ef}^2$ olur. Faz hızı (FH) $v = c/n_{ef}$ 'dir [9].

4. YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ ASİMETRİK VE SİMETRİK DALGA KILAVUZUNDA TE MODUNDA BAZI YENİ FORMÜLLER (SOME NEW FORMULAS IN TE MODE IN THE SEMICONDUCTOR STEP-INDEX SINGLE ASYMMETRIC WAVE GUIDE AND SEMICONDUCTOR STEP-INDEX SINGLE SYMMETRIC WAVE GUIDE)

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunun AB'sindeki çift fonksiyonlu alana ilişkin olarak I, II ve III bölgelerindeki α_I , α_{II} ve α_{III} yayılım sabitleri,



Şekil 3. Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunda hapsedilmiş dalganın tam yansımayla yayılımı (In SCSISAWG the propagation of confined wave with total reflection)



Şekil 4. Kuantum enerji çukuru ve çukur içindeki elektrik yük taşıyıcılarının kuantum enerji seviyeleri ve bazı parametrelerin sınır değerleri (Boundary values of some parameters and quantum energy levels for electric charged carriers in the well and quantum energy well)

$$\alpha_I = k_0 NA \sqrt{\alpha} \quad (28)$$

$$\alpha_{II} = k_0 NA \sqrt{(1-\alpha)} \quad (29)$$

$$\alpha_{III} = k_0 NA \sqrt{(1+a_p) - (1-\alpha)}, \quad (30)$$

$$\zeta = ak_0 NA \sqrt{(1-\alpha)} \quad (31)$$

$$\eta_I = \eta = ak_0 NA \sqrt{\alpha} \quad (32)$$

$$\eta_{III} = ak_0 NA \sqrt{(1+a_p) - (1-\alpha)}, \quad (33)$$

$$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2)/(n_{II}^2 - n_I^2), \quad (34)$$

ile verilir [3,4,5].

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunun AB'sindeki tek fonksiyonlu alana ilişkin büyüklükler sembolik olarak birer üs ile gösterilirse, o zaman yayılım sabitleri, alfa yerine üssel alfa yazılınca üssel sabitler elde edilirler [3,9].

$$\alpha'_I = k_o NA \sqrt{1-\alpha} \quad (35)$$

$$\alpha'_{II} = k_o NA \sqrt{\alpha} \quad (36)$$

$$\alpha'_{III} = k_o NA \sqrt{(1+a_p)-\alpha} \quad (37)$$

$$\eta'_I = ak_o NA \sqrt{1-\alpha} \quad (38)$$

$$\zeta' = ak_o NA \sqrt{\alpha} \quad (39)$$

$$\eta'_{III} = ak_o NA \sqrt{(1+a_p)-\alpha} \quad (40)$$

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzundaki büyüklüklerin ifadelerini bulmak için, yukarıda yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzuna ait büyüklük ifadelerinde $a_p = 0$ ($n_{III} = n_I = n_{I,III}$) alınır. AB'deki çift fonksiyonlu alana ilişkin olarak (28)-(33) ve tek fonksiyonlu alana ilişkin olarak (35)-(40) ifadeleri, $NA = NA_{I,III}$ ve $V_{I,III} = ak_o NA_{I,III}$ tanımlarının da kullanılmasıyla,

$$\alpha_I = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha}, \quad (41)$$

$$\alpha_{II} = k_o NA_{I,III} \sqrt{1-\alpha} \quad (42)$$

$$\alpha_{III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} \quad (43)$$

$$\zeta = ak_o NA_{I,III} \sqrt{(1-\alpha)} = V_{I,III} \sqrt{(1-\alpha)} \quad (44)$$

$$\eta_I = ak_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} = V_{I,III} \sqrt{\alpha} \quad (45)$$

$$\eta_{III} = ak_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} = V_{I,III} \sqrt{\alpha} \quad (46)$$

ve

$$\alpha'_I = k_o NA_{I,III} \sqrt{1-\alpha} \quad (47)$$

$$\alpha'_{II} = k_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} \quad (48)$$

$$\alpha'_{III} = k_o NA_{I,III} \sqrt{(1-\alpha)} \quad (49)$$

$$\eta'_I = ak_o NA_{I,III} \sqrt{1-\alpha} = V_{I,III} \sqrt{1-\alpha} \quad (50)$$

$$\zeta' = ak_o NA_{I,III} \sqrt{\alpha} = V_{I,III} \sqrt{\alpha} \quad (51)$$

$$\eta'_{III} = ak_o NA_{I,III} \sqrt{(1+a_p)-\alpha} = V_{I,III} \sqrt{(1+a_p)-\alpha} \quad (52)$$

olarak bulunurlar [3,9]. Gerek çift ve gerekse tek fonksiyonlu alan için AB'de y doğrultusunda uzunluk başına düşen güç, empedansın değeri ve elektronun etkin kütlesi, açısal hız $\omega = 2\pi\nu/\lambda$ olmak üzere, sırasıyla, $p = \frac{\beta_z}{\mu_o \omega}$, $Z = \omega \mu_o / \beta_z$ ve

$m^* = 9.1095 \times 10^{-31} / \sqrt{1 - \eta_{ef}^2}$ ile verilir. $E_n = n^2 E_1$,

$E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m^* a^2}$, $n=1, 2, 3, \dots$, ifadeleri, elektronun

EÖD'ni verir. $V_o = \frac{E_n}{\alpha} = \frac{E_n V^2}{\eta^2}$ ve $e_v = V_o - n^2 E_1$,

$v=0, 1, 2, \dots$, sırasıyla, enerji cinsinden çukur derinliği ve elektronun çukur içindeki enerji seviyeleridir [3,4,5] (Şekil 4). Her zaman $V_o > E_n$ olmalıdır. Burada kuantum enerji çukuru ve çukur

içindeki elektrik yük taşıyıcılarının kuantum enerji seviyeleri ve bazı parametrelerin sınır değerleri (Çukurun başlangıcında hapsedicilik faktörü ve η değişkeninin 0 (sıfır), çukurun dibinde hapsedicilik faktörünün 1 (bir) ve ζ değişkeninin sıfır olduğuna dikkat edilmelidir. Normalize yayılım sabiti, $\alpha = (\eta/V)^2$ formülünden görüldüğü gibi, taşıyıcının normalize frekansı ile elektronun $\zeta - \eta$ düzlemindeki enerji öz değerinin η ordinatının bir fonksiyonudur.

Kuantum çukur derinlik parametresi, $L = (\zeta/V)^2$ formülünden görüldüğü gibi, taşıyıcının normalize frekansı ile elektronun $\zeta - \eta$ düzlemindeki enerji öz değerinin ζ absisinin bir fonksiyonudur. Çukur dibine yakın olan enerji seviyelerinde hapsedicilik fazla, kayıp az olur. Bu yüzden, kaybı küçük tutmak için, çukur dibine doğru yaklaşılmalıdır. Bunun için de η ordinatı büyük ve ζ absisi küçük seçilmelidir.

5. ALAN OLASILIK ORANLARI (FIELD PROBABILITY RATIOS)

Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunda \bar{R}_a alan olasılık oranı (tek fonksiyonlu alan için \bar{r}_a oranı), I ve III bölgelerindeki çift (tek) fonksiyonlu bir elektrik alanında toplam sönümlü alan olasılığının, I_ℓ (I'_ℓ), AB'deki elektrik alan olasılığına oranı olarak

$$\bar{R}_a = \frac{I_\ell}{I_{II}} = \frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}} \quad (53)$$

$$\bar{r}_a = \frac{I'_\ell}{I'_{II}} = \frac{B_I^2}{2\alpha'_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha'_{III}} \quad (54)$$

ile tanımlanırlar [3,4,5]. Bu iki olasılık oranları bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda, sırasıyla,

$$\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}, \quad \bar{r} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (55)$$

olarak elde edilirler [3,4,5].

Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzunda kayıp olasılığının giriş olasılığına oranı \bar{K}_a , çift fonksiyonlu elektrik alanı için, $I_i = I_{II} + I_\ell$ olmak üzere,

$$\frac{I_\ell}{I_i} = \bar{K}_a = \left[\frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}} \right] / \left[1 + \frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}} \right], \quad (56)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için, $I'_i = I'_{II} + I'_\ell$ olmak üzere,

$$\frac{\Gamma'_i}{\Gamma_i} = \bar{q}_a = \left[\frac{B_i^2}{2\alpha'_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha'_{iii}} \right] / \left[1 + \frac{B_i^2}{2\alpha'_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha'_{iii}} \right] \quad (57)$$

olarak bulunurlar. Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli *asimetrik* dalga kılavuzuna ait \bar{K}_a ve \bar{q}_a oranları, K ve q yarıiletken basamak kırılma indisli tekli *simetrik* dalga kılavuzuna ilişkin büyüklükleri göstermek üzere, sırasıyla

$$\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}, \bar{q} = \frac{1-\alpha}{1+\eta-2\alpha} \quad (58)$$

ifadelerine dönüşürler [3,4,5].

Bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli *asimetrik* dalga kılavuzunda, I, II ve III bölgelerinin hapsedicilik faktörleri benzer şekilde tanımlanabilir. Bunların her biri ilgili bölgenin soğurma (*absorpsiyon*) sabitini verirler. Dolayısıyla, soğurma sabitleri ya da hapsedicilik faktörleri, $L=1-\alpha$ olmak üzere, çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\frac{I_i}{I_i} = F_i = \frac{A_i^2}{2\alpha_i} / \left[1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}} \right] \quad (59)$$

$$\frac{I_{ii}}{I_i} = F_{ii} = 1 / \left[1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}} \right] \quad (60)$$

$$\frac{I_{iii}}{I_i} = F_{iii} = \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}} / \left[1 + \frac{A_i^2}{2\alpha_i} + \frac{A_{iii}^2}{2\alpha_{iii}} \right] \quad (61)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\frac{\Gamma'_i}{\Gamma_i} = F'_i = \frac{B_i^2}{2\alpha'_i} / \left[1 + \frac{B_i^2}{2\alpha'_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha'_{iii}} \right] \quad (62)$$

$$\frac{\Gamma'_{ii}}{\Gamma_i} = F'_{ii} = 1 / \left[1 + \frac{B_i^2}{2\alpha'_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha'_{iii}} \right] \quad (63)$$

$$\frac{\Gamma'_{iii}}{\Gamma_i} = F'_{iii} = \frac{B_{iii}^2}{2\alpha'_{iii}} / \left[1 + \frac{B_i^2}{2\alpha'_i} + \frac{B_{iii}^2}{2\alpha'_{iii}} \right] \quad (64)$$

ifadeleri kolayca bulunabilir [3,4]. Burada çift (tek) alana ait hapsedicilik faktörü $F_i(F'_i)$, $i=I, II, III$, bir yarıiletken basamak kırılma indisli tekli *asimetrik* dalga kılavuzunda i . bölgenin hapsediciliğini gösterir. $\bar{K}_a + F_{ii} = 1$ ve $\bar{q}_a + F'_{ii} = 1$ eşitlikleri geçerlidir [3,4]. (59), (61) ve (62), (64) ifadeleri, çift (tek) alana ait hapsedicilik faktörü $\Gamma_i(\Lambda_i)$, $i=I, III$, olmak üzere, yarıiletken basamak kırılma indisli tekli *simetrik* dalga kılavuzu için, sırasıyla,

$$\Gamma_i = \Gamma_{iii} = \Gamma_{i,iii} = \frac{1}{2} \bar{K}, \Lambda_i = \Lambda_{iii} = \Lambda_{i,iii} = \frac{1}{2} \bar{q} \quad (65)$$

biçimine dönüşürler. Bu sonuçlar, çift ve tek fonksiyonlu alanların her birinde *simetrik* dalga

kılavuzunun I ve III bölgelerindeki soğurma sabitlerinin her birinin gömlek bölgelerine geçen kaçakların, bölgelerin kırılma indislerinin eşitliğinden dolayı, toplam kaçağı eşit olarak paylaştıklarını gösterir. (60), (63) ifadeleri, yarıiletken basamak kırılma indisli tekli *simetrik* dalga kılavuzunun AB'de ise, sırasıyla,

$$\Gamma_{ii} = \frac{\alpha+\eta}{1+\eta}, \Lambda_{ii} = \frac{\eta-\alpha}{1+\eta-2\alpha} \quad (66)$$

ifadelerine dönüşürler. Burada da

$$\bar{K} + \Gamma_{ii} = 1, \bar{q} + \Lambda_{ii} = 1 \quad (67)$$

olduğu gösterilebilir [3,4].

6. YARIİLETKEN BASAMAK KIRILMA İNDİSLİ TEKLİ ASİMETRİK VE SİMETRİK DALGA KILAVUZUNDA TM MODUNDA BAZI YENİ FORMÜLLER (SOME NEW FORMULAS IN TM MODE IN THE SEMICONDUCTOR STEP-INDEX SINGLE ASYMMETRIC WAVE GUIDE AND SEMICONDUCTOR STEP-INDEX SINGLE SYMMETRIC WAVE GUIDE)

Elektron veya delik gibi bir elektrik yüklü bir taşıyıcının çukur içindeki EÖD'nin, Şekil 5'te görüldüğü gibi, ζ - η koordinat sisteminde TE modundaki $\zeta, \zeta', \eta_i = \eta, \eta'_i = \eta'$ parametrik değişkenleriyle TM modundaki $\zeta_{TM}, \zeta'_{TM}, \eta_{TM}$ ve η'_{TM} parametrik değişkenleri arasında

$$\zeta_{TM} = V \sqrt{1 + \alpha \left[\left(\frac{n_{ii}^2}{n_i^2} \right)^2 - 1 \right]} \cos \zeta \quad (68)$$

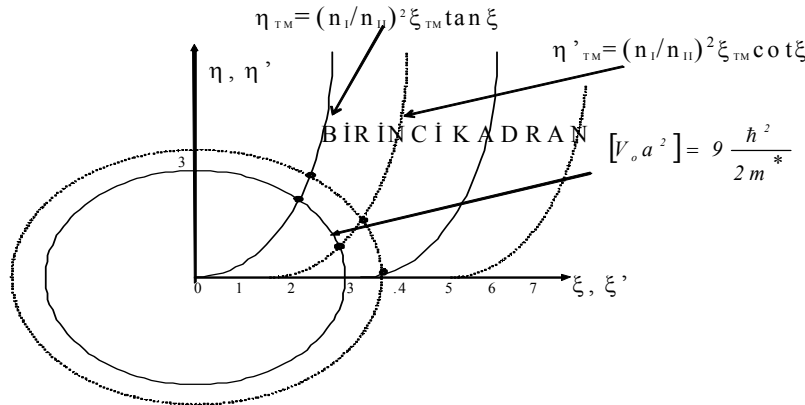
$$\eta_{TM} = V \sqrt{\alpha + \left(\frac{n_i^2}{n_{ii}^2} \right)^2 (1 - \alpha)} \sin \zeta \quad (69)$$

$$\zeta'_{TM} = V \sqrt{1 + (1 - \alpha) \left(\frac{n_{ii}^4}{n_i^4} - 1 \right)} \sin \zeta \quad (70)$$

$$\eta'_{TM} = V \sqrt{1 - \alpha + \frac{n_i^4}{n_{ii}^4} \alpha} \cos \zeta \quad (71)$$

ilişkileri bulunmuştur. TM modundaki bu parametrik değişkenlerin geometrik yeri, çift (tek) fonksiyonlu alan için eksenleri r, b (r', b') ile temsil edilen birer elipstir (Şekil 5). Çift ve tek fonksiyonlu alanlara ilişkin elips denklemleri ve her birinin elips eksenleri (EE) aşağıdadır:

$$\frac{\zeta_{TM}^2}{r^2} + \frac{\eta_{TM}^2}{b^2} = 1, \frac{\zeta'_{TM}^2}{r'^2} + \frac{\eta'_{TM}^2}{b'^2} = 1 \quad (72)$$



Şekil 5. TM modunda elips eğrileri (The solution points on the waveguide)

$$r = V \sqrt{1 - \alpha + \alpha \left(\frac{n_{II}^2}{n_I^2}\right)^2}, \quad b = V \sqrt{\alpha + \left(\frac{n_I^2}{n_{II}^2}\right)^2 (1 - \alpha)} \quad (73)$$

$$r' = V \sqrt{\alpha + (1 - \alpha) \left(\frac{n_{II}^2}{n_I^2}\right)^2}, \quad b' = V \sqrt{1 - \alpha + \left(\frac{n_I^2}{n_{II}^2}\right)^2 \alpha} \quad (74)$$

Bir uygulama olarak yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ve yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda $a=35 \text{ A}^\circ$, $\lambda=1.55 \text{ nm}$ ($f=1.771974822559787 \times 10^{16} \text{ Hz}$), $n_I=10.922$, $n_{II}=10.923$ ve $n_{III}=10.921$ için TE ve TM modlarında çift fonksiyonlu alana ait bazı önemli büyüklükler Tablo I'de bulunmaktadır. Simetrik durumda III. bölgenin kırılma indisi I. bölgeninkine eşit alınmıştır (I. bölgenin kırılma indisi III. bölgeninkine de eşit alınabilirdi). Asimetrik ve simetrik durumda AB'nin kırılma indisi değişmemektedir. Ancak asimetrik durumun etkisi denklemlere asimetrik faktör büyüklüğü, a_p , ile yansımaktadır.

Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ve yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda aynı değerlere ilişkin tek fonksiyonlu alana ait bazı önemli büyüklükler de Tablo II'de bulunmaktadır.

Geliştirilen bu teorik metodun istenilen bir dalga boyunda geçerliliğini göstermek üzere, aynı kırılma indisleri bu sefer $\lambda=900 \text{ nm}$ için kullanılarak hesaplanmış ve bulunan sonuçlar aşağıda Tablo III'de verilmiştir. yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ve yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzuna ait bu son örnekte $V < \pi/2$ [9] olduğu için sadece en düşük modlu çift fonksiyonlu alana ilişkin çözümler vardır.

Sonuç olarak geliştirilen bu alfa (α) yöntemi, α 'nın kullanılan malzemenin yapısal özelliklerini taşıması sebebiyle, dalga boyu ya da frekans açısından bir sınırlama içermemektedir, geneldir ve hassastır.

7. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu çalışmada yarıiletken basamak kırılma indisli tekli bir dalga kılavuzunun analizinde alfa yöntemi kullanılmıştır. Alfa yöntemi, tekli bir dalga kılavuzunda bölgelerin kırılma indisleri, AB genişliği ve dalga boyunun verilmesi halinde, dalga kılavuzuna ilişkin istenilen her hangi bir büyüklüğün, NYS α cinsinden, hesap edilebileceği esasına dayanır.

Makalede, TE modunda tekli dalga kılavuzunun bölgelerinin yayılım sabitleri, dalga numaraları, AB'ye ilişkin etkin kırılma indisi, dielektrik sabiti, faz sabiti, bölgelerin soğurma sabitleri, özellikle AB'nin hapsedicilik faktörü, alan olasılıklarının AB'den gömlek bölgelerine geçen kaçak oranları, AB'de uzunluk başına oluşan güç ve elektronun AB'deki etkin kütlesi, TE ve TM modunda yüklü taşıyıcıların EÖD'nin $\zeta - \eta$ dik koordinat sistemindeki η , ζ koordinat değişkenleri gibi, bazı önemli parametreler hesaplanmış ve verilen nümerik örneklerle formüllerin doğrulukları, $\tan \zeta = \eta / \zeta$, $\cot \zeta = \eta' / \zeta'$, $K_a = R_a / (1 + R_a)$, $\bar{K} = \bar{R} / (1 + \bar{R})$, $F_{II} = K_a / R_a$, $\Gamma_{II} = \bar{K} / \bar{R}$, $K_a + F_{II} = 1$, $\bar{K} + \Gamma_{II} = 1$, $q_a = r_a / (1 + r_a)$, $\bar{q} = \bar{r} / (1 + \bar{r})$, $F'_{II} = q_a / r_a$, $\Lambda_{II} = \bar{q} / \bar{r}$, $q_a + F'_{II} = 1$, $\bar{q} + \Lambda_{II} = 1$ gibi, temel denklemlerle test edilerek gösterilmiştir.

AB'ye ilişkin etkin kırılma indisi sabit kaldığı için, faz sabiti, faz hızı, dielektrik sabiti, η , ζ değişkenleri, alan genlikleri, uzunluk başına oluşan güç ve elektronun etkin kütlesi gibi, büyüklüklerin dalga kılavuzunun asimetrik ve simetrik durumlarında değişmediğine dikkat edilmelidir. Simetrik dalga kılavuzunda gömlek bölgelerine ait (73) formülüne ilişkin soğurma sabitlerinin bu bölgelerin kırılma indislerinin eşitliğinden dolayı, çift ve tek fonksiyonlu alan durumlarının her birinde, toplam kaçığın yarı yarıya paylaşıldığına ve dalga boyu büyüdükçe (küçüldükçe) çukur derinliğinin de büyüdüğüne (küçüldüğüne) dikkat edilmelidir.

Yüklü taşıyıcıların EÖD'nin ζ - η dik koordinat sistemindeki parametrik koordinatlarının NF ile kesim noktalarının geometrik yerlerinin TE modunda bir daire, TM modunda ise bir elips olduğu gösterilmiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Popescu, V. A., and Puscas N. N., "Determination of Propagation Constants in an Optical Waveguide Obtained in Glass By Double Ion Exchange", Journal of Optoelectronics and Advanced Materials, Vol. 7, No. 3, p. 1589-1592, June 2005.
2. Popescu, V. A., "Determination of Normalized Propagation Constant for Optical Waveguides by Using Second Order Variational Method", Journal of Optoelectronics and Advanced Materials, Vol. 7, No. 5, p. 2783-2786, October 2005.
3. Temiz, M., "The Review of Electromagnetic Fields and Powers in terms of Normalised Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions", Laser Physics, Volume 13, No. 9, p.1123-1137, 2003.
4. Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", Laser Physics, Volume 12, No. 7, pp.989-1006, 2002.
5. Temiz, M., "The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", Laser Physics, Volume 11, No. 3, pp.297-305, 2001.
6. Temiz, M., Ünal, M., Karakılınç, Ö.Ö., "Basamak Kırılma İndisli Yariletken Lazer Tasarımında Düzlem Dalga Metodu", Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi, Cilt 9, Sayı 1, s. 105-122, 2008.
7. A. Selvarajan and T. Srinivas, "Optical Amplification and Photoresistivity in Solgel Based Waveguides", Journal of Quantum Electronics, Vol.37, No.9, 1120, 2001.
8. G. Paiano and M.Pellicoro, "Propagation Constant of Weakly Guiding Optical Fibers: A New Eigenvalue Condition", Journal of Lightwave Technology, Vol.19, No.10, 1992, 2001.
9. Bhattacharya, P., Semiconductor Optoelectronic Devices, Prentice Hall, 1998.

Tablo I Yariletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ve yariletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda $\lambda=1.55$ nm ($f=1.771974822559787 \times 10^{16}$ Hz), $a=35$ A°, $n_1=10.922$, $n_{II}=10.923$ ve $n_{III}=10.921$ için TE ve TM modlarında çift fonksiyonlu alan için bazı önemli büyüklükler.

Büyüklük	ASİMETRİK		SİMETRİK	
	Sembol	Değer	Sembol	Değer
NF	V	2.09697010488701	V	2.09697010488701
NA	NA	0.14780054127099	NA	0.14780054127099
NYS	α	0.75039581245173	α	0.75039581245173
Eİ	n_{ef}	10.92275040438639	n_{ef}	10.92275040438639
FS	β_z (1/m)	$4.427720313214866 \times 10^{10}$	β_z (1/m)	$4.427720313214866 \times 10^{10}$
Zeta	ζ	1.04765471677771	ζ	1.04765471677770
Eta	$\eta = \eta_I$	1.81650852329250	$\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$	1.81650852329497
Eta _{III}	η_{III}	2.77427184077456	$\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$	1.81650852329497
FH	v (m/s)	$2.746560974967671 \times 10^7$	v (m/s)	$2.746560974967671 \times 10^7$
EE	r	2.09725826924905	r	2.09725826924905
EE	r	2.09687427908750	b	2.09687427908750
Zeta _{TM}	ζ_{TM}	1.04779868485470	ζ_{TM}	1.04779868485470
Eta _{TM}	η_{TM}	1.81642551382268	η_{TM}	1.81642551382268

Tablo II Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ve yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda $\lambda=1.55$ nm ($f=1.771974822559787 \times 10^{16}$ Hz), $a=35$ A°, $n_1=10.922$, $n_{II}=10.923$ ve $n_{III}=10.921$ için TE ve TM modlarında *tek* fonksiyonlu alan için bazı önemli büyüklükler.

Büyüklük	ASİMETRİK		SİMETRİK	
	Sembol	Değer	Sembol	Değer
NF	V	2.09697010488701	V	2.09697010488701
NA	NA	0.14780054127099	NA	0.14780054127099
NYS	α	0.75039581245173	α	0.75039581245173
Eİ	n_{ef}	10.92275040438639	n_{ef}	10.92275040438639
FS	β_z (1/m)	$4.427669728092735 \times 10^{10}$	β_z (1/m)	$4.427669728092735 \times 10^{10}$
Zeta	ζ'	1.81650852329497	ζ'	1.81650852329497
Eta	$\eta' = \eta'_I$	1.04765471677771	$\eta' = \eta'_I = \eta'_{III} = \eta'_{I,III}$	1.04765471677771
FH	v (m/s)	$2.746592353803693 \times 10^7$	v (m/s)	$2.746592353803693 \times 10^7$
Eta _{III}	η'_{III}	2.34402675686477	$\eta' = \eta'_I = \eta'_{III} = \eta'_{I,III}$	1.04765471677771
EE	r'	2.09706596140476	r'	2.09706596140476
EE	b'	2.09668200645314	b'	2.09668200645314
Zeta _{TM}	ζ'_{TM}	1.816591559376817	ζ'_{TM}	1.816591559376817
Eta _{TM}	η'_{TM}	1.047510781639086	η'_{TM}	1.047510781639086

Tablo III Yarıiletken basamak kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu ve yarıiletken basamak kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzunda $\lambda=900$ nm ($f=3.051944084739631 \times 10^{13}$ Hz), $a=35$ A°, $n_1=10.922$, $n_{II}=10.923$ ve $n_{III}=10.921$ için TE ve TM modlarında *çift* fonksiyonlu alan için bazı önemli büyüklükler

Büyüklük	ASİMETRİK		SİMETRİK	
	Sembol	Değer	Sembol	Değer
NF	V	0.00361144851397207	V	0.00361144851397207
NA	NA	0.14780054127099	NA	0.14780054127099
NYS	α	$1.30425890503208 \times 10^{-5}$	α	$1.30425890503208 \times 10^{-5}$
Eİ	n_{ef}	10.92200001304319	n_{ef}	10.92200001304319
FS	β_z (1/m)	$7.624994445218688 \times 10^7$	β_z (1/m)	$7.624994445218688 \times 10^7$
Zeta	ζ	0.00361142496257586	ζ	0.00361142496258
Eta	$\eta = \eta_I$	$1.30425747096881 \times 10^{-5}$	$\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$	$1.30425747096881 \times 10^{-5}$
Eta _{III}	η_{III}	0.00361130674099	$\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$	$1.304257470969124 \times 10^{-5}$
FH	v(m/s)	$2.746749676265669 \times 10^7$	v (m/s)	$2.746749676265669 \times 10^7$
EE	r	0.00361144852260	r	0.00361144852260
EE	b	0.00361078729707	b	0.00361078729707
Zeta _{TM}	ζ_{TM}	0.00361142497166	ζ_{TM}	0.00361142497166
Eta _{TM}	η_{TM}	$1.304005903356766 \times 10^{-5}$	η_{TM}	$1.304005903356766 \times 10^{-5}$